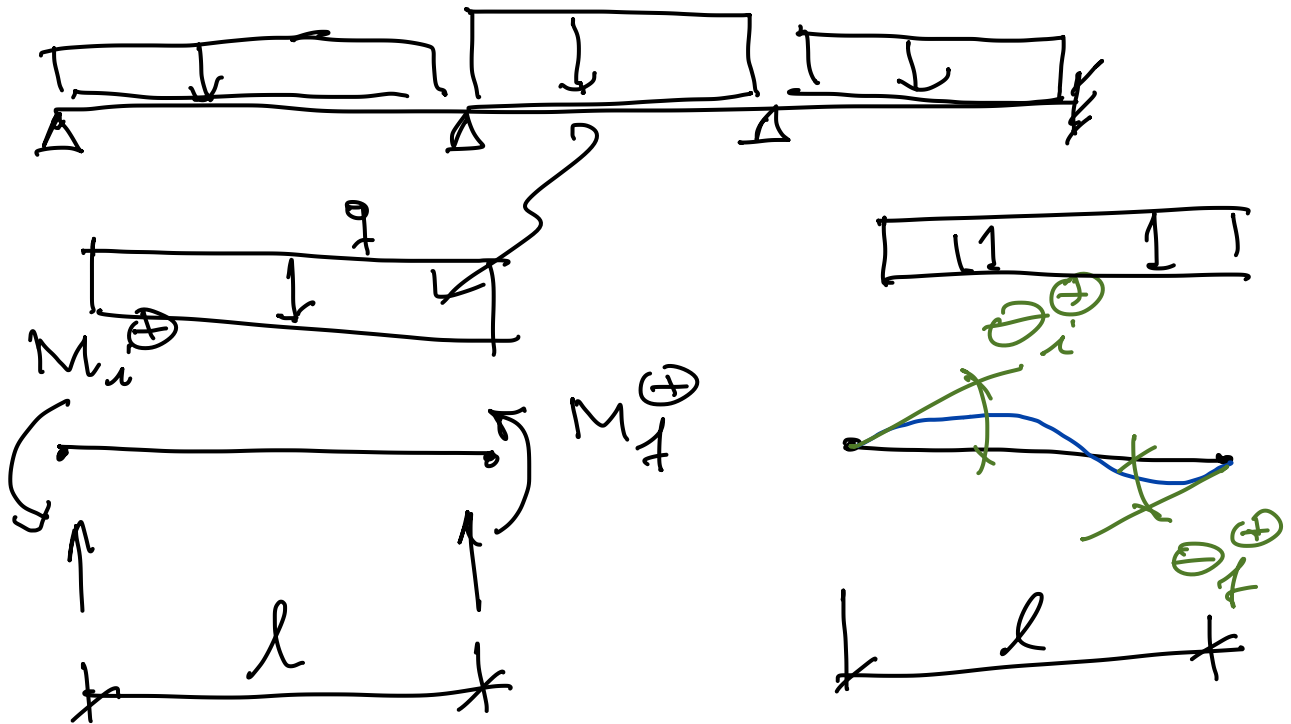
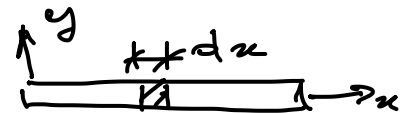


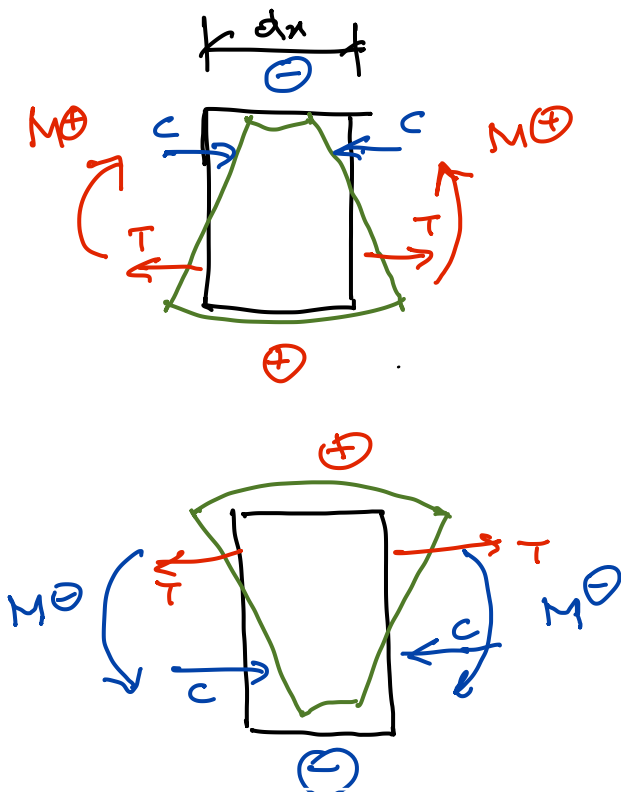
Viga contínua - Traçado do diagrama de momentos fletores e da configuração deformada em um vão



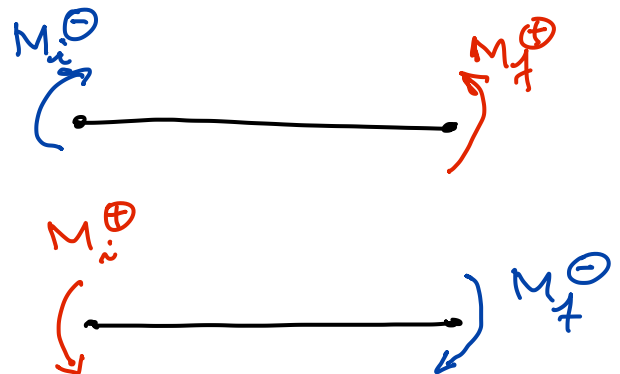
Convenções de sinais para momentos fletores



Para traçado do diagrama



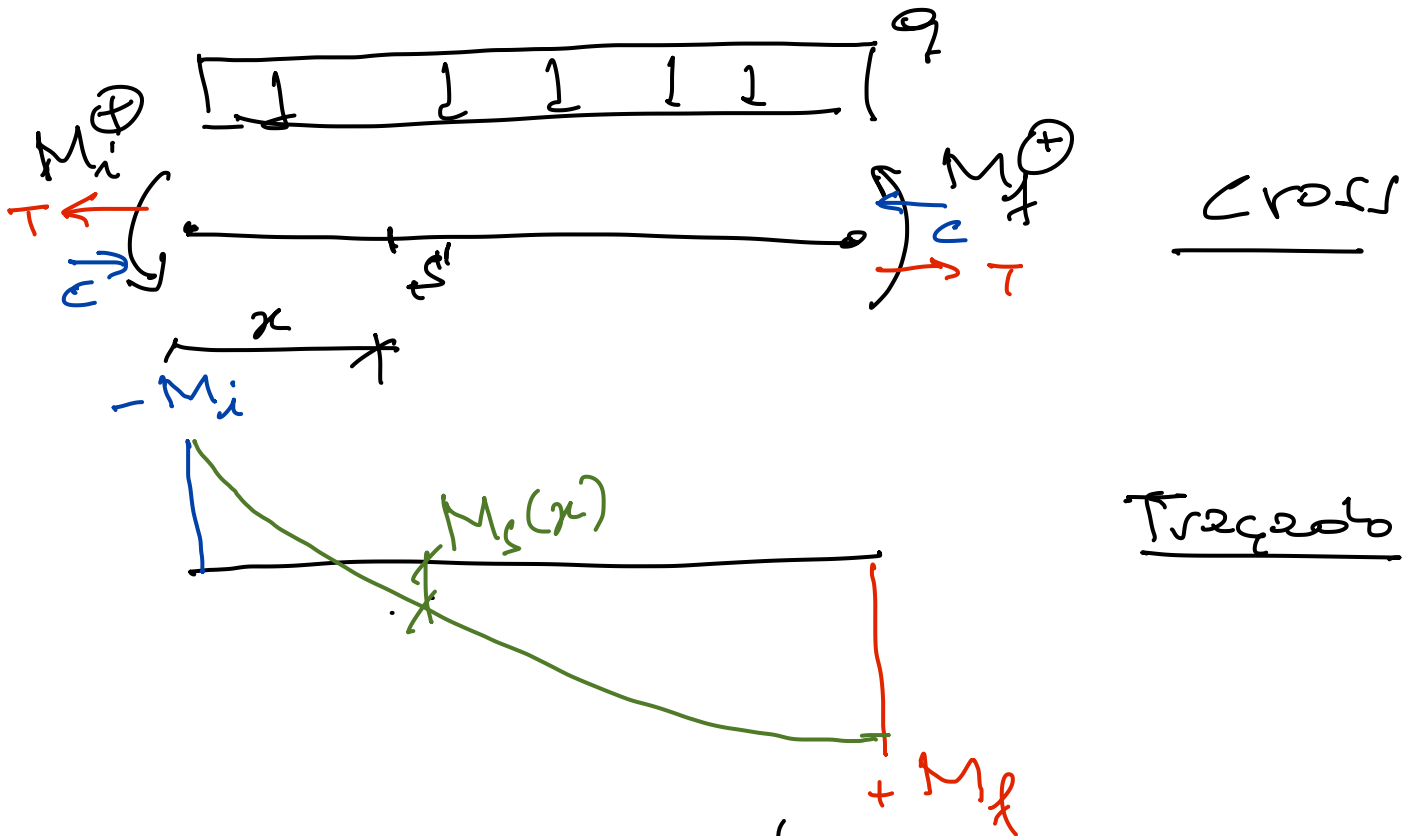
Processo de Cross (Mét. dos Deslocamentos)



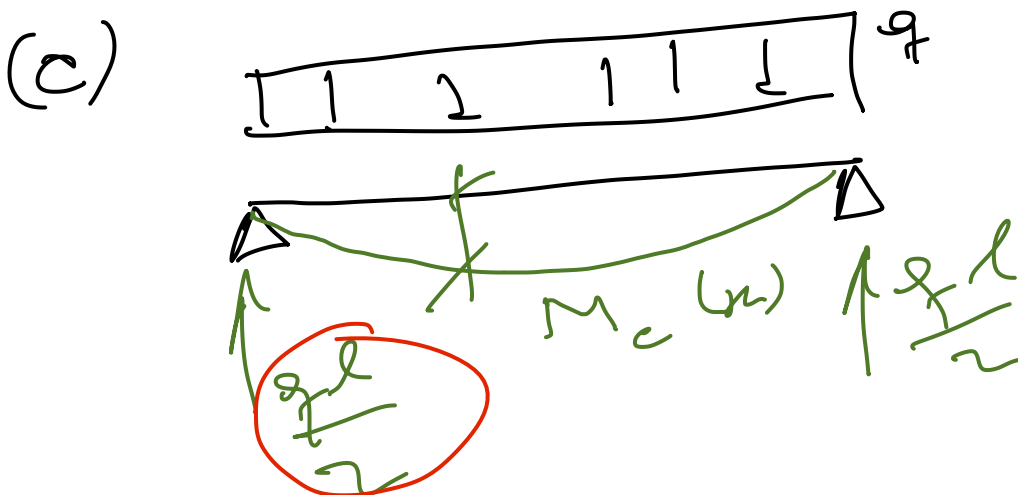
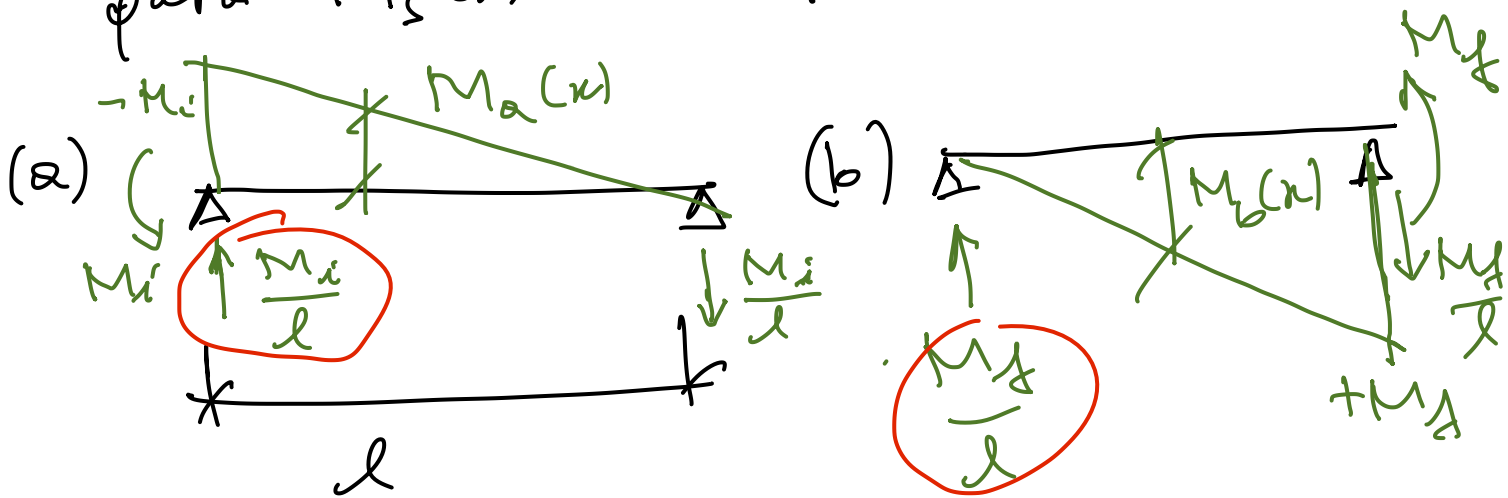
Momentos fletores atuando em extremidade de membro no sentido anti-horário são positivos. E atuando no sentido horário são negativos.

Momento fletor positivo traciona as fibras inferiores e o negativo as superiores. Em geral, traçamos valores negativos com ordenada para cima e positivo para baixo: "Desenha a ordenada sempre do lado tracionado".

Em um determinado estágio do processo de Cross:

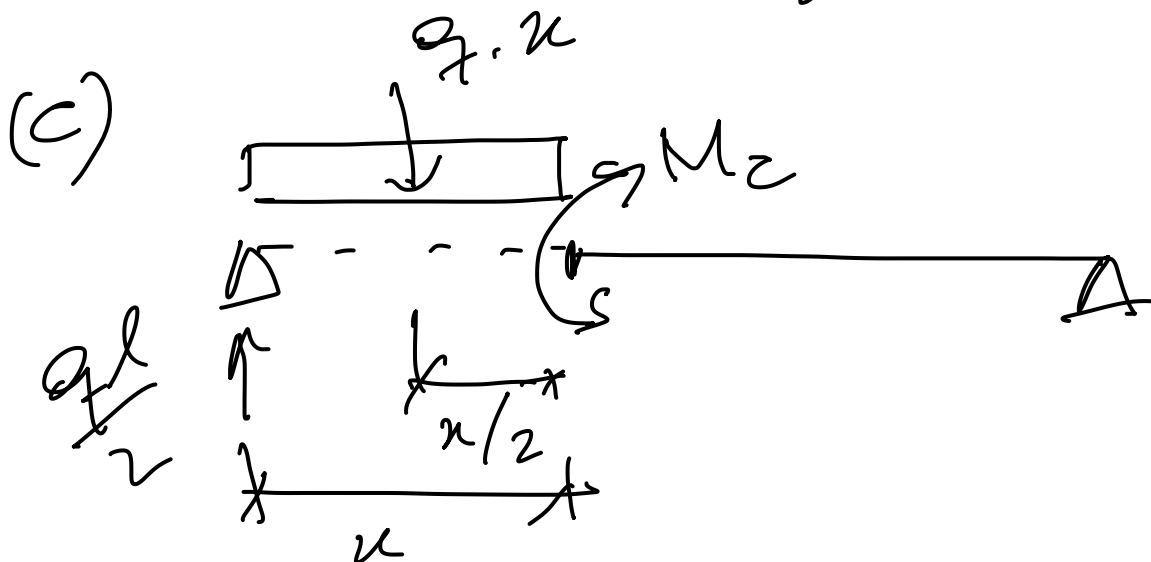


Queremos a expressão para $M_s(x)$. Superposição de 3 diagramas



$$M_Q(x) = -M_i \frac{l-x}{l}$$

$$M_S(x) = +M_f \frac{x}{l}$$

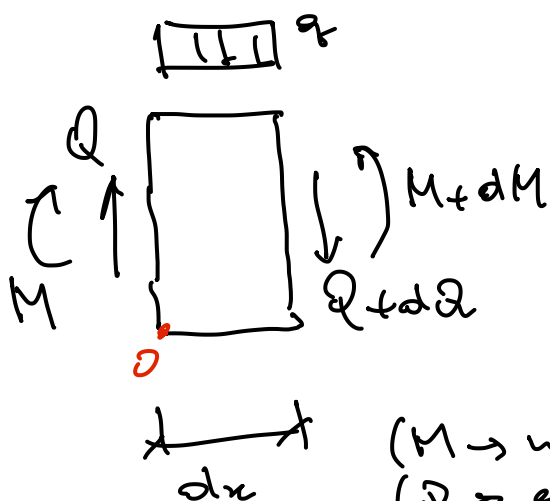


$$M_c(x) = + \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_c(x) = \frac{q \cdot l}{2} x - \frac{q x^2}{2}$$

$$M_s(x) = -M_i \frac{l-x}{l} + M_f \frac{x}{l} + \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - \frac{q x^2}{2}$$

Cálculo da posição da seção transversal onde ocorre o momento fletor máximo no vão e do seu valor



Equilíbrio do elemento diferencial:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{dx} = -q$$

$$\sum M_o = 0$$

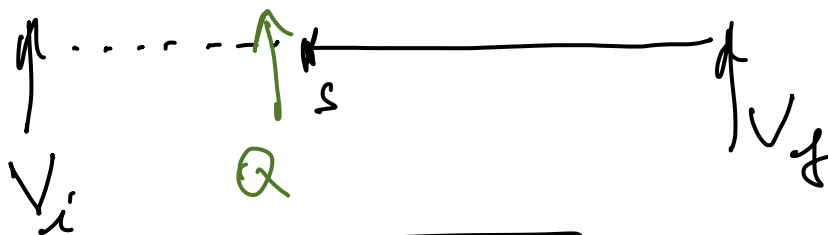
(desprezando termos em dx^2)

$$\Rightarrow \frac{dM}{dx} = Q$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = -q$$

(M $\rightarrow$ momento fletor)
(Q $\rightarrow$ esforço cortante)

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM}{dx} = 0 \rightarrow \boxed{Q = 0}$$



$$\boxed{V_i = + \frac{M_i}{l} + \frac{M_f}{l} + \frac{q \cdot l}{2}}$$

$$\boxed{Q(x) = V_i - q \cdot x}$$

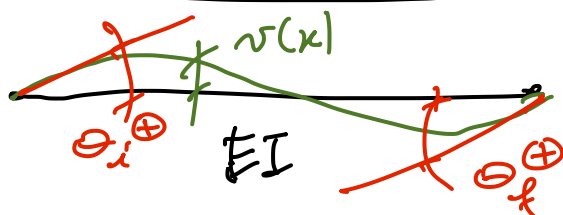
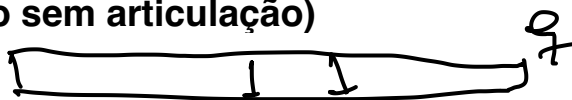
$$Q(x) = 0 \rightarrow$$

$$\boxed{x_{\max} = \frac{V_i}{q}}$$

$$\boxed{M_{\max} = M_s(x_{\max})}$$

Equação da curva elástica (configuração deformada)

(caso sem articulação)

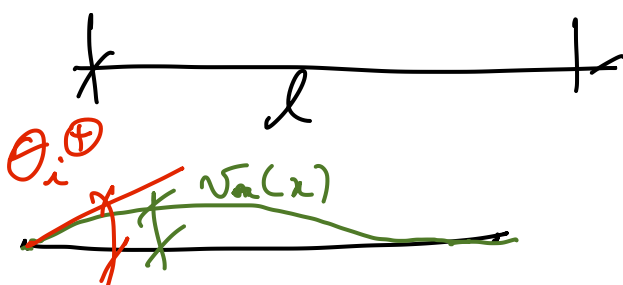


→ superposição de 3 parcelas

$v(x) \rightarrow$ curva elástica

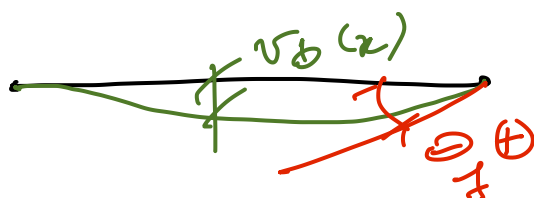
$$v(x) = v_a(x) + v_b(x) + v_c(x)$$

(a)

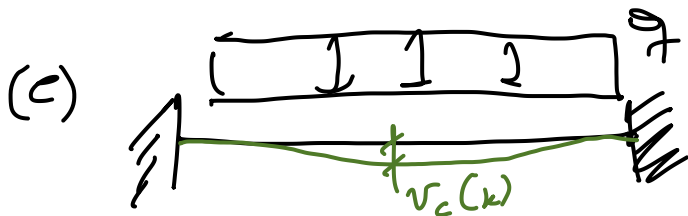


$$\boxed{v_a(x) = \Theta_i \cdot N_2(x)}$$

(b)



$$\boxed{v_b(x) = \Theta_f \cdot N_4(x)}$$



$N_2(x)$ e $N_4(x)$ são funções de forma conhecidas

$v_c(x)$ é uma função fundamental de engastamento perfeito conhecida.

Elástica final

$$v(x) = \underbrace{v_2(x) + v_3(x)}_{v_{II}(x)} + \underbrace{v_c(x)}_{v_I(x)}$$

$v_I(x) \rightarrow$ elástica provocada pela carga

$v_{II}(x) \rightarrow$ elástica provocada pelas rotações

Equação diferencial de Navier (problema de flexão de vigas pela teoria de Euler-Bernoulli)

Relações entre deslocamento transversal e momento fletor:

$$\boxed{\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M}{EI}}$$

Condições de compatibilidade + relações momento fletor com tensões normal e cisalhamento transversal + Lei constitutiva do material (relações tensão normal e deformação)

$$\boxed{\frac{d^2 M}{dx^2} = q}$$

Condições de equilíbrio

($EI = \text{constante}$)

$$\boxed{\frac{d^4 v}{dx^4} = \frac{q}{EI}}$$

$\boxed{q = \text{constante}} \Rightarrow v(x)$ é um polinômio do 4º grau

$\boxed{q = 0} \Rightarrow v(x)$ é do 3º grau