

**«AÑO DEL BUEN SERVICIO AL CIUDADANO»**



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA**

**ESCUELA DE POSGRADO**

**SECCIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA CIVIL (PROMAINCI)**

**PROYECTO DE TESIS**

**PIURA - PERÚ**

**«EFICACIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO EN EL ANÁLISIS  
ESTRUCTURAL CLÁSICO»**

**2017**

**Ing° CARLOS JAVIER SILVA CASTILLO**

**TESISTA**

**M.SC. Ing° MARÍA JOSEFA GUTIERREZ ADRIANZEN**

**ASESORA**

# «EFICACIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO EN EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL CLÁSICO»

TESIS PRESENTADA EN LA ESCUELA DE POSGRADO DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA PARA OBTENER EL  
GRADO ACADÉMICO DE MAGISTER EN INGENIERÍA CIVIL



PRESENTADO POR EL

Ing° CARLOS JAVIER SILVA CASTILLO

SECCIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA CIVIL (PROMAINCI)

ASESORADO POR LA

M.SC. Ing° MARÍA JOSEFA GUTIERREZ ADRIANZEN

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: ESTRUCTURAS

PIURA, MAYO DE 2017

**«AÑO DEL BUEN SERVICIO AL CIUDADANO»**



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA  
ESCUELA DE POSGRADO  
SECCIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA CIVIL  
(PROMAINCI)  
PROYECTO DE TESIS  
PIURA – PERÚ  
«EFICACIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO EN EL ANÁLISIS  
ESTRUCTURAL CLÁSICO»**

**2017**

Ing° CARLOS JAVIER SILVA CASTILLO

TESISTA

MSC Ing° MARÍA JOSEFA GUTIERREZ ADRIANZÉN

ASESORA

"AÑO DEL BUEN SERVICIO AL CIUDADANO"

### DICTAMEN DE PROYECTO DE TESIS DE MAESTRIA

Ejecutor                    Ing. Carlos Javier Silva Castillo

Asesor                     Ing. María Josefa de la Nieves Gutiérrez Adrianzén M.Sc.

Resolución                Resolución Directoral N° 008-2018 – DEPG-UNP

---

Los miembros del jurado Ad Hoc dictaminan que el Proyecto "EFICACIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO EN EL ANALISIS ESTRUCTURAL CLASICO PIURA 2016" presentado por el Ing Carlos Javier Silva Castillo con código N° 3502014011 para optar por el Grado de Magister en el Programa de Maestría en Ingeniería Civil, se encuentra apto para sustentar el día martes 17 de Julio a horas 12:00pm

  
\_\_\_\_\_  
Dr. EDWIN OMAR VENCES MARTINEZ  
Presidente

  
\_\_\_\_\_  
Dr. HIPOLITO TUME CHAPA  
Secretario

  
\_\_\_\_\_  
Dr. JUAN FRANCISCO MOREANO SEGOVIA  
Vocal



# ESCUELA DE POSGRADO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA

## ACTA DE SUSTENTACIÓN

Los Miembros del Jurado Calificador que suscriben, reunidos para la sustentación de la Tesis, para optar el Grado Académico de Magister en **MAESTRÍA EN INGENIERIA CIVIL**, presentado por:

**SILVA CASTILLO CARLOS JAVIER**

Con el asesoramiento de la M.Sc. **MARÍA JOSEFA DE LA NIEVES GUTIÉRREZ ADRIANZEN**, denominado:

**“EFICACIA DEL SOTWARE EDUCATIVO EN EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL CLÁSICO, PIURA 2016”**

Oídas las respuestas y absueltas las observaciones formuladas, se declara:

APROBADO				DESAPROBADO
Excelente	Sobresaliente	Buena	Aceptable	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

En consecuencia, previa aprobación del Art.º 83, del Reglamento General de la Escuela de Postgrado, queda en condiciones de ser calificado **APTO** para obtener el Grado Académico de **MAESTRIA EN INGENIERIA CIVIL**. De conformidad con lo estipulado en la ley.

Piura, Martes 17 de Julio de 2018.



**DR. EDWIN OMAR YENCES MARTINEZ**  
PRESIDENTE



**DR. HIPOLITO TUNE CHAPA**  
SECRETARIO



**DR. JUAN FRANCISCO MOREANO SEGOVIA**  
VOCA

*A mi madre*

*Cuyas benditas entrañas formaron el ser que vivo*

## **AGRADECIMIENTO**

A mis maestros tanto de pregrado de la Universidad Nacional de Cajamarca como a los de posgrado de la Universidad Nacional de Piura, que me enseñaron el amor por la ingeniería y a mi familia que me enseñó la ingeniería del amor.

## CONTENIDO CAPITULAR

Resumen	vi
Palabras Clave	vi
Abstract	vii
Keywords	vii
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	3
1.1.1. Fundamentación del Problema	3
1.1.2. Formulación del Problema	4
1.1.3. Objetivos de la Investigación	4
1.1.4. Justificación de la Investigación	4
1.1.5. Alcances y Limitaciones	5
1.1.6. Hipótesis	6
2. Marco Teórico: Estado del arte del Análisis Estructural	7
2.1. Prefacio	7
2.2. Preámbulo	10
2.3. Definiciones	12
2.4. Tipos de Análisis	22
2.5. Suposiciones Fundamentales del Análisis Estructural	23
2.6. Enfoques Fundamentales del Análisis Estructurales	25
2.7. Análisis Cinemático de Estructuras	25
2.7.1. Hiperestaticidad	27
2.7.2. Mecanismos	28
2.7.3. Sistemas Críticos	30
3. El Programa <i>Ftool</i> 4.00.00	32
3.1. Generalidades	32
3.2. Historia	33
3.3. Iniciando <i>Ftool</i>	35
3.4. Operaciones de Archivo	37
3.4.1. El menú <i>Archivo</i>	37
3.4.2. Exportación de Imágenes de pantalla a través del portapapeles	47
3.5. Creación y manipulación de modelos	49
3.5.1. Barra de herramientas <i>edit</i>	49
3.5.2. Miembros y nudos	49

3.5.3. Creación de <i>dimension lines</i>	50
3.5.4. Modo de Teclado	51
3.5.5. Modo de selección	52
3.5.6. Deshacer - Rehacer	54
3.5.7. Transformaciones	55
3.6. Controles de Visualización	59
3.6.1. La barra de herramientas de control de visualización	59
3.6.2. Control de coordenadas	60
3.6.3. El menú <i>display</i>	60
3.7. Opciones	61
3.7.1. El menú <i>options</i>	61
3.7.2. Tipo de análisis	62
3.7.3. Mostrar tamaño de soportes, rótulas, cargas y texto	62
3.7.4. Superposición de los resultados de la carga estática y el tren de cargas	63
3.7.5. Archivo solucionador	64
3.7.6. Formato numérico y unidades	64
3.7.7. Sistemas de unidades	65
3.8. Atributos de nudo y de miembro	67
3.8.1. Control de nudo y atributos de miembro	67
3.8.2. Características comunes y submenús	67
3.8.3. Parámetros del material	68
3.8.4. Propiedades de la sección transversal del miembro	69
3.8.5. Condiciones de apoyo	72
3.8.6. Conexión de los extremos de los miembros a los nudos	72
3.8.7. Restricciones a las deformaciones de los miembros	73
3.9. Definiendo las cargas aplicadas	73
3.9.1. La barra de herramientas <i>load control</i>	73
3.9.2. Información general	74
3.9.3. Cargas nodales	76
3.9.4. Momentos actuantes en los extremos de un miembro	76
3.9.5. Cargas distribuídas linealmente y uniformes	77
3.9.6. Cargas térmicas (cambios de temperatura)	77
3.9.7. Trenes de carga (cargas vivas de vehículos sobre puentes)	78
3.10. Resultados	80
3.10.1. Modos de resultado	80

3.10.2. Barra de herramientas de diagrama	81
3.10.3. Barra de líneas de influencia	82
3.10.4. Barra de herramientas de líneas de influencia	82
3.10.5. Convención de fuerzas internas y momentos	85
3.10.6. Escalado de diagramas, líneas de influencia y envolventes	87
3.10.7. Visualización numérica de resultados	88
4. Planteamiento y solución manual de algunos problemas de Análisis Estructural y su correspondiente solución por <i>Ftool</i>	90
Problema 01	90
Problema 02	98
Problema 03	106
Problema 04	112
Problema 05	116
Problema 06	123
Problema 07	131
Problema 08	140
Problema 09	146
Problema 10	151
5. Conclusiones	155
6. Recomendaciones	156
7. Bibliografía	157

## Resumen

En la vida moderna, la computadora ha revolucionado por completo todas las esferas del conocimiento llegando a ser casi imposible imaginar su uso ya que estamos llenas de ellas desde el tipo de un documento de oficina hasta el cálculo técnico y científico.

Dentro del ámbito de la Ingeniería Civil existen muchos softwares o programas que facilitan el trabajo del ingeniero y más específicamente en la Ingeniería Estructural existe una larguísima lista de diversos programas que ayudan por su facilidad para trabajar complejas ecuaciones matemáticas o tratamiento de miles o millones de datos mediante métodos matriciales o de elementos finitos.

Se plantea un programa llamado *Ftool*, gratuito, simple pero potente, y su utilización para el desarrollo de problemas de Análisis Estructural Clásico y su confrontación con resultados manuales para ver la eficacia del mismo en lo relacionado a la complejidad o facilidad de su uso y la precisión del mismo.

Finalmente, se desarrolla un manual completo y detallado en español sobre su manejo, acompañado del desarrollo de diez ejercicios seleccionados que cubren la maravillosa ciencia del Análisis Estructural.

## Palabras Clave

Análisis Estructural, Ingeniería Civil, Ingeniería Estructural, Software Estructural, Ftool

## Abstract

In modern life, the computer has completely revolutionized all the spheres of knowledge becoming almost impossible to imagine their use since we are full of them from the typing of an office document to the technical and scientific calculation.

Within the field of Civil Engineering there are many softwares or programs that facilitate the work of the engineer and more specifically in the Structural Engineering existe a very long list of various programs that help by their ease to work complex mathematical equations or treatment of thousands or millions of data by matrix or finite element methods.

A program called *Ftool* is proposed, free, simple but powerful, and its use for the development of Classic Structural Analysis problems and its comparison with manual results to see the effectiveness of the same in terms of complexity or ease of use and the accuracy of it.

Finally, a complete and detailed Spanish manual on its management is developed, accompanied by the development of ten selected exercises that cover the marvelous role of Structural Analysis.

## Keywords

Structural Analysis, Civil Engineering, Structural Engineering, Structural Software,  
Ftool

# Capítulo 1

## Introducción

Es imposible concebir la vida actual, cosmopolita, compleja, consumista, tan rápidamente cambiante y moderna, sin la presencia del computador. En poco tiempo ha cambiado nuestro estilo y ritmo de vida de una manera verdaderamente drástica. Lejanos están los tiempos del telegrama, de la carta, de las tarjetas perforadas, de los correos eternos, de las bibliotecas tradicionales, de la máquina de escribir y una muy larga, interminable casi, de etcéteras.

Cuesta mucho (en términos de esfuerzo mental) tratar de imaginar nuestra vida sin una lavadora, sin un horno microondas, sin las ventajas infinitas del e-mail y del internet, sin la tremenda ayuda de los cajeros, sin un celular, sin una tablet, sin una laptop, sin una computadora.

A pesar que el ser humano es una maravilla biológica y una cuasi perfección en muchos sentidos; sin embargo, en términos medios, la rapidez en el cálculo no es una característica común en los humanos, sino una facultad o un don en algunos pocos. La ingeniería civil necesita procesar números para todas y cada una de sus actividades, desde el metrado de estribos de una viga de concreto armado de una edificación hasta el cálculo estructural de los pilotes de un puente. Muchas teorías mecánicas y matemáticas del comportamiento, análisis y diseño de las estructuras estuvieron sin aplicación, escondidas bajo las hojas enmohecidas de los libros debido a que su uso en la práctica representaba trabajar con cientos o miles o millones de operaciones matemáticas, que es realmente imposible para la rapidez de cálculo humano promedio. Teorías elegantes y bellas como el estudio de las vigas o pórticos hiperestáticos necesitaba para su solución (dependiendo de la complejidad del problema) de muchísimas ecuaciones, muchas de ellas no lineales, que aun expresándolas bajo el lenguaje compacto y conciso de las matrices era una verdadera tortura tratar de resolverlas, si es que acaso se podía resolver en una vida. Esa es la razón por la que genios matemáticos y brillantes ingenieros llevaron todos sus esfuerzos al planteamiento de posibles métodos o soluciones sutiles e ingeniosas que muchas veces, debido a su excesiva simplificación o abstracción, degeneraba en un método aplicado sólo a una determinada solución concreta pero ya no a otra. ¡Situación bastante frustrante el trabajar con estructuras!

La aparición de la computadora en esta escena, desde la década de los años cuarenta del siglo pasado, cambió esta situación para siempre. Las computadoras son capaces de realizar varios

cientos de miles de operaciones por segundo y ayudar de una manera enorme a los ingenieros del análisis y del diseño estructural que vieron prácticamente de la noche a la mañana reducir su trabajo que antes les tomaba meses e incluso años, a unos pocos días.

Con las complicaciones naturales del progreso o evolución, se crearon empresas o negocios destinados a la creación de programas o softwares con fines netamente comerciales. Los creadores de dichos productos los vendían a empresas de ingeniería o ingenieros independientes, pero cada año a cada cierto tiempo salían al mercado versiones cada vez más completas o mejoradas del programa o software anteriormente vendido, el mismo que era a su vez nuevamente comprado, formando un círculo de oferta y de demanda.

Los programas comerciales de análisis y de diseño estructural tienen un costo (aunque lo correcto sería decir alquiler) que depende de las capacidades del programa o software en cuestión, para tener una idea el ICG en su página web promociona a **SAP2000 ADVANCE** (sin especificar la versión) el costo de **\$4000** más **\$40** por envío. Estos precios caros para un alumno o una empresa pequeña de ingeniería, dio origen a la aparición de la piratería informática que a costos ridículamente bajos (el mismo programa **SAP2000** cuesta \$1 en los negocios informáticos informales de Piura) o se los pude descargar de páginas igualmente piratas de internet.

Dos son los problemas que se pueden tener al usar estos programas piratas:

- ↪ ***Muchos programas piratas no corren bien o dan resultados falsos.*** Puede generarse en la consciencia de quien usa un sentimiento de frustración o de incomodidad al saber que hace algo que no está bien, como si estuviera robando, que es lo que se hace realmente al usar softwares o programas que no están debidamente licenciados o no estamos autorizados a usar.
- ↪ ***Éticamente no es correcto usar un programa comercial por el que no se ha pagado.*** En lo personal, usar un programa pirata genera un sentimiento de culpa que acarrea conflictos morales y éticos, luego no se está moralmente bien al usar algo que sabemos que no es correcto. Aunque esto es una cuestión completamente moral y ética, es compartido por muchas personas y colegas con las que se ha conversado. Una comunidad mundial se gestó desde hace algunos años creando el Software Libre, a costo cero, que está en constante crecimiento y perfeccionamiento y aunque muchos de ellos no tienen las capacidades del Software Comercial, están evolucionando y ya en el presente ofrecen ventajas enormes, las mismas que son prácticamente desconocidas, pero que han sido verificadas y en muchos aspectos hasta superan al Comercial.

## 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1.1 FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA

Los problemas que se presentan en el análisis y el diseño estructural son, con frecuencia, bastante complejos, complicados, llenos de voluminosos cálculos y algoritmos. Por ejemplo, para confeccionar el diagrama de interacción de una columna de concreto armado hay que llevar a cabo muchísimo trabajo matemático e iteraciones, independientemente de la geometría de la misma; muchos exámenes del curso de Concreto Armado son sólo la elaboración de este diagrama para una columna específica que, dependiendo de la complejidad de la distribución del acero y de la geometría de la columna, suele tomar mucho tiempo y energía en su elaboración. Otro ejemplo viene a ser el análisis estructural de un pórtico bidimensional e hiperestático. La solución analítica es bastante compleja y ardua. Dependiendo del método a emplear hay que integrar expresiones simples, pero donde uno fácilmente puede equivocarse, para ordenadamente ensamblar la llamada matriz de rigidez. O sino hay que introducir cargas unitarias en puntos distintos del pórtico y analizarlo frente a cada carga. O determinar la energía de deformación y emplear teoremas elegantes pero fatigosos. O determinar la ecuación de la deformada de cada miembro y aplicar compatibilidad de deformaciones. O aplicar procedimientos iterativos de la distribución de momentos por Hardy Cross que, aunque simple, es bastante largo. La computadora es, básicamente, una herramienta y como tal debemos de entenderla en la solución de problemas de análisis y diseño estructural. Ella sin quejarse puede realizar miles de operaciones por segundo y sin equivocarse; por lo tanto, todo dependerá de la manera como hemos introducido para un problema específico y de conocer la lógica y los supuestos bajo los cuales se creó el algoritmo, la hoja de cálculo o el programa en cuestión. Esto significa que la manera óptima del ejercicio profesional de la Ingeniería Civil, en lo que a Análisis Estructural se refiere, debería de ser: Entender el fenómeno o la situación problemática. Conocer los supuestos, alcances y limitaciones de cada uno de los métodos usados. Resolver el problema con el mínimo esfuerzo y en el mínimo tiempo.

Existen muchos programas de computadora (en el futuro se los llamará con el genérico de software) que ofrecen distintas opciones y que son de naturaleza y de filosofía distinta, dependiendo de la licencia que se tenga para el uso del mismo. Una Licencia de Software es la autorización o permiso concedida por el autor para utilizar su obra de una forma convenida habiendo marcado unos límites y derechos respecto a su uso. Es decir, la Licencia puede, por ejemplo, restringir el territorio de aplicación del programa, su plazo de duración o cualquier otra cláusula que el autor

del software decida incluir.

Básicamente, el software existente se puede distribuir de muchas formas o licencias. Estudiaremos cómo el Software Libre o Gratuito puede ayudar en la pesada tarea del análisis estructural a un costo cero y con actualizaciones continuas, ideal para pequeñas empresas de ingeniería o para fines educativos.

### 1.1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA:

*¿Es el software educativo **Ftool** eficaz para resolver problemas de análisis estructural clásico?*

### 1.1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN:

#### 1.1.3.1 Objetivo General:

↪ Demostrar la eficacia de algunos programas educativos como **Ftool** en el análisis estructural clásico para vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales en Piura, año 2016.

#### 1.1.3.2 Objetivos Específicos:

↪ Realizar el análisis estructural para vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales usando los métodos clásicos o tradicionales del **Análisis Estructural Clásico**.

↪ Realizar el análisis estructural para vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales usando el programa educativo **Ftool**.

↪ Comparar las soluciones a problemas concretos de vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales llevados a cabo por medio de los métodos clásicos y por el apoyo de los programas **Ftool**.

### 1.1.4 Justificación de la Investigación

Esta investigación tiene por finalidad mostrar que el uso del software educativo es una alternativa muy buena en la solución de problemas reales de análisis estructural por las siguientes razones:

- ↪ **Primera**, se gana tiempo en el trabajo a desarrollar, ya que es una alternativa rápida en la solución de problemas de análisis estructural frente a los métodos engorrosos y tradicionales de la ingeniería estructural.
- ↪ **Segunda**, es completamente gratuito y libre de cualquier tipo de pago, lo que lo hace ideal para trabajos pequeños, trabajos grandes debidamente idealizados o empresas pequeñas o medianas de ingeniería estructural.
- ↪ **Tercero**, es axiológicamente correcto, ya que al usarlo sin pago no se viola o vulnera los derechos de autor o de uso de creador del software. Con la exposición que se haga se demostrará que el uso del software educativo es una alternativa cómoda, barata y rápida de usar en el uso de problemas reales de análisis estructural en situaciones concretas de la ingeniería estructural, así como sus ventajas y desventajas frente a (por ejemplo) el software privativo.

### 1.1.5 Alcances y Limitaciones

#### 1.1.5.1 Alcances:

En este trabajo se mostrará el uso de los programas educativos *Ftool* como una muy buena alternativa para el análisis estructural en el campo de la ingeniería estructural y los resultados que se tengan de ellos al verificarse para situaciones reales en trabajos existentes o por construirse en algunos proyectos en los que los investigadores participaron como proyectistas estructurales, de los que se concluirá su eficacia de uso.

#### 1.1.5.2 Limitaciones:

Se abordará el estudio de situaciones problemáticas sin alguna complejidad especial ya que para las complejidades que ellos tienen habría de abordarse mediante otros recursos como son el uso de software comercial, de elementos finitos, etc. El software educativo tiene una segunda limitación que es su capacidad de trabajo, ya que muchos de ellos están limitados en, por ejemplo, número nudos, números de barras, vigas, columnas, etc. Por otro lado, el presente trabajo se limitará a vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales sometidos a limitaciones de carga estática no dinámica y no lineal.

## 1.1.6 Hipótesis

### 1.1.6.1 Hipótesis General:

Los programas educativos como *Ftool* son más eficaces para realizar el análisis estructural clásico de vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales frente a los métodos clásicos o tradicionales.

### 1.1.6.2 Hipótesis Específicas

- ↳ El análisis estructural para vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales usando los métodos clásicos o tradicionales es un proceso arduo y complejo.
- ↳ El análisis estructural para vigas, armaduras, arcos y pórticos bidimensionales usando los programas educativos como *Ftool* es un proceso simple y práctico.

## Capítulo 2

# MARCO TEÓRICO: ESTADO DEL ARTE DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

### 2.1 PREFACIO

El *Análisis Estructural*, la *Teoría de Estructuras* o la *Mecánica de Construcción* es una ciencia fundamental en la Ingeniería. La teoría, información, conocimiento, postulados y métodos de esta ciencia son ampliamente utilizados en diferentes campos de la ingeniería. Esto incluye a la construcción de edificios, la construcción de barcos, de aviones, la robótica, las estructuras espaciales, así como numerosas estructuras de tipos especiales y propósitos (puentes, torres, chimeneas, tanques, reservorios, etc). En los últimos años, incluso los dispositivos micromecánicos se han convertido en objetos de estudio del análisis estructural.

El análisis estructural es una ciencia viva y es una ciencia muy vigorosa que se fortalece y amplía con los avances científicos y técnicos propios del mundo moderno y cambiante, en constante evolución y progreso. Esta teoría ofrece al ingeniero diseñador o proyectista estructural una vasta colección de métodos clásicos de análisis para varios tipos de estructuras. Estos métodos contienen en detalle y profundidad las ideas fundamentales y, en la actualidad, se desarrollan con suficiente exhaustividad y difusión, alineados en un sistema bien integrado de los conceptos, procedimientos, y algoritmos matemáticos y cibernéticos, el uso de técnicas matemáticas modernas son llevados a una elegante simplicidad y perfección por las mentes sutiles de quienes se dedican a su estudio y desarrollo.

Ahora vivimos en un mundo informatizado. El papel y la influencia de la ingeniería moderna y de los programas informáticos o software para el análisis de estructuras no puede ser sobreestimada. Los modernos programas informáticos permiten ofrecer diferentes tipos de análisis para cualquier estructura por complicada o sofisticada que sea. A medida que esto ocurre ¿Cuál es el papel de la teoría clásica de las estructuras con sus ideas profundidad, concepciones, métodos prominentes, teoremas y principios? Conocer los métodos clásicos del análisis estructural es necesario para cualquier ingeniero, aunque no se dedique al diseño o análisis estructural. Un ingeniero no puede

basarse únicamente en los resultados proporcionados por un ordenador. La computadora es de una gran ayuda en el modelado de diferentes situaciones y acelerar el proceso de los cálculos, pero el único responsable será el ingeniero del proyecto para comprobar los resultados obtenidos por un ordenador. Si los usuarios de determinado software o programa de análisis o diseño estructural no tienen suficiente conocimiento de los fundamentos del análisis estructural y de comprensión de las teorías físicas y propiedades fundamentales de las estructuras, entonces no puede comprobar los resultados numéricos obtenidos y su correspondencia con un modelo o diagrama que se adopte, así como explicar los resultados obtenidos por un ordenador. Los programas de computadora "*... pueden hacer que un buen ingeniero sea mejor, pero pueden hacer que un ingeniero no tan preparado sea muy peligroso*" [Cook-Malkus-Plesha2002].

Sólo el conocimiento de la teoría fundamental de las estructuras permite estimar y analizar los datos numéricos obtenidos de un ordenador, predecir el comportamiento de una estructura como resultado de cambiar un diagrama de diseño y parámetros, diseñar una estructura que satisface ciertos requisitos o exigencias, realizar el análisis científico serio y hacer generalizaciones teóricas válidas. No importa lo sofisticado que sea el modelo estructural, no importa cuán efectivo sea el algoritmo numérico, no importa lo poderoso que sea el computador con que se analice o se corra el algoritmo, es el ingeniero que analiza el resultado final producido a partir de estos algoritmos quien tiene la última palabra y decisión sobre el trabajo realizado o analizado.

Nuestra incursión en el uso del computador para el estudio de estructuras fue alrededor de los años de 1996 a 1998 en la Escuela de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cajamarca que nos formó académica y profesionalmente, usando los programas **PPLAN** en el curso de *Análisis Estructural* a cargo del Ing<sup>o</sup> José Luis Marchena Araujo y el **SAP2000** en el curso de *Ingeniería Antisísmica* a cargo del Ing<sup>o</sup> Marcos Mendoza Linares, profesionales de larga trayectoria y a los que debemos mucho de nuestro conocimiento actual. Antes ya de ese momento se había comenzado a aplicar ordenadores en todos los campos de la ciencia, siendo el análisis estructural uno de ellos. Nosotros, los alumnos de aquel tiempo, se enfrentan a un cambio de paradigma: teniendo en cuenta las nuevas tecnologías ¿Cómo usar adecuadamente dichos programas? Suponemos que los docentes se preguntarían ¿Darán a los estudiantes una base sólida en el análisis estructural clásico y luego introducirlos en el software relacionado, o habríamos de sumergirse directamente en el software después de dar al estudiante una relativamente insignificante introducción al análisis clásico? Algunos años después, me encontraría desempeñando la docencia universitaria en la Universidad Nacional de Piura en los cursos de la rama de estructuras y por eso nosotros no conocemos el camino óptimo para la solución de estos problemas. Sobre este tema hemos

llevado a cabo seminarios y discusiones sobre una base regular. Hemos utilizado estos dos modelos principales de enseñanza, y muchas diferentes variaciones de ellos. El resultado fue algo sorprendente. Los estudiantes que se encontraban primero con una base sólida en el análisis estructural aprendieron rápidamente cómo utilizar los programas informáticos y fueron capaces de dar un buen análisis cualitativo de los resultados. A los estudiantes que se les dio una breve introducción al análisis estructural y un fuerte énfasis en los programas de ordenador, no fueron capaces de proporcionar resultados cualitativos de dichos análisis. Lo interesante es que los propios estudiantes fueron críticos en la estrategia de enseñanza más tarde.

Por lo tanto, nuestra visión de la enseñanza análisis estructural es la siguiente: en el primer paso, es necesario aprender los métodos de análisis, realizar un análisis detallado de diferentes estructuras con el fin de sentir el comportamiento de las estructuras y correlacionar su comportamiento con los resultados obtenidos; el segundo paso es una aplicación informática de software de ingeniería.

Esta Tesis se realiza sobre la base de sus algunos años de experiencia en la enseñanza del Análisis Estructural en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Piura para estudiantes graduados, así como sobre la base de su experiencia en empresas de consultoría. Este trabajo, aunque originalmente nació como objeto mismo de la Tesis de Posgrado, está escrito para estudiantes de institutos y universidades de Ingeniería Civil o de Técnicos de Construcción que tienen en sus Planes de Estudio cursos de Ingeniería Estructural, instructores de Análisis Estructural e ingenieros en ejercicio profesional y proyectistas de diferentes estructuras de la ingeniería moderna.

El objetivo de esta investigación es explicar de manera simple, pero con profundo rigor matemático y físico los aspectos más importantes (en opinión del investigador) del Análisis Estructural contemporáneo y comprobar la eficacia y eficiencia de un Software gratuito de Análisis Estructural bidimensional llamado *Ftool* al realizar su comprobación para cada uno de los problemas planteados. Paralelamente se desprende, como acción inevitable de su efecto multiplicador en la masa de estudiantes sedientos de conocimientos, el hecho y esperanza que sirva para ayudar al lector a desarrollar una comprensión de las ideas y métodos de análisis estructural y, que luego de calcularla o analizarla, sea capaz de explicar los resultados numéricos obtenidos de manera manual. Esta es una piedra fundamental para la preparación del lector para el análisis numérico de estructuras y para el uso de software de ingeniería con una comprensión mínima de la materia en estudio.

En esta investigación se ofrece al lector los conceptos teóricos fundamentales del Análisis

Estructural, algunos métodos analíticos clásicos, los algoritmos de su aplicación, la comparación de diferentes métodos, y una breve (pero se espera que sea completa para los fines que se persigue) colección de problemas distintivos con sus soluciones detalladas y explicadas, acompañadas del análisis y discusión de los resultados; muchos de los problemas tienen un carácter complejo. Los ejemplos considerados demuestran las características de las estructuras, su comportamiento y las particularidades de los métodos aplicados. La solución de todos los problemas es hecha usando las fórmulas y resultados de la disertación teórica, la misma que es complementada o verificada por el programa *Ftool*. Las estructuras consideradas incluyen vigas estáticamente determinadas y vigas continuas indeterminadas, arcos, armaduras y pórticos. Estas estructuras son sometidas a cargas fijas (cargas muertas) y cargas en movimiento (cargas vivas), cambios de temperatura, asentamiento de los apoyos y errores de fabricación.

En muchos casos, se analiza una misma estructura con diferentes acciones exteriores. Eso permite que estudiemos y concentrarse en un diagrama de diseño y realizar el complejo análisis del comportamiento de una estructura. En muchos casos, la misma estructura se analizó mediante diferentes métodos o por un método en diferentes formas (por ejemplo, método canónico de desplazamiento y la matriz de rigidez). Esto permite realizar el análisis y la comparación de los métodos aplicados y ver ventajas y desventajas de los diferentes métodos.

## 2.2 PREÁMBULO

El Análisis Estructural es la rama de la ingeniería aplicada que se ocupa de los métodos de análisis para estructuras de diferentes tipos y usos sometidas a tipos arbitrarios de sollicitaciones externas. El análisis de una estructura implica el estudio de ella desde el punto de vista de su resistencia mecánica, rigidez, estabilidad y vibración.

El propósito del análisis de una estructura a partir de un punto de vista de su resistencia mecánica es la determinación de las fuerzas internas que se presentan en todos los miembros de una estructura como resultado de las sollicitaciones externas. Estas fuerzas internas producen esfuerzos; la resistencia de cada miembro de una estructura determinará si sus esfuerzos son menores o iguales a los permisibles. El cálculo de la resistencia mecánica de las estructuras asegura su resistencia a las cargas efectivas.

El propósito del análisis de una estructura a partir de un punto de vista de su rigidez es la determinación de los desplazamientos de determinados puntos de una estructura como resultado de las sollicitaciones externas. La rigidez de una estructura determinará si sus desplazamientos son

menores o iguales a los admisibles. El cálculo de la rigidez tiene por objeto proteger las estructuras contra grandes desplazamientos, que de otra forma impedirían el funcionamiento normal de las mismas.

El propósito del análisis de la estabilidad de una estructura es determinar si las cargas en una estructura conducen a la aparición de nuevas formas de equilibrio. Estas formas de equilibrio por lo general llevan al colapso de una estructura debido a cargas conocidas como críticas. La estabilidad de una estructura se hará si las cargas actuantes son menores que las críticas. El cálculo de la estabilidad revela la capacidad de las estructuras de conservar las posiciones dadas y las formas de equilibrio adquiridas en estado deformado.

El propósito del análisis de una estructura a partir de un punto de vista de su vibración es determinar las frecuencias y formas correspondientes a la vibración. Estos datos son necesarios para el análisis de la vibración forzada causada por cargas arbitrarias. El cálculo de las vibraciones analiza si el efecto de éstas en la estructura estudiada (frecuencias, períodos, modos de vibración, amplitudes, etc.) están dentro de los rangos permitidos por la Normatividad vigente, pues de otra forma impedirían el uso normal de la estructura.

El *Análisis Estructural* es una ciencia fundamental y da un tratamiento riguroso para cada grupo de análisis. En casos especiales, todos los resultados se pueden obtener en la forma analítica concreta. En otros casos, los resultados requeridos pueden obtener sólo numéricamente. Sin embargo, en todos los casos los algoritmos para el análisis están bien definidos. La parte del *Análisis Estructural* que permite la obtención de los resultados analíticos se llama *Análisis Estructural Clásico*. En sentido estricto, el propósito del *Análisis Estructural Clásico* es establecer relaciones entre las exposiciones externas y correspondientes fuerzas internas y desplazamientos.

A diferencia de la *Resistencia de Materiales* (o *Mecánica de Sólidos* o *Mecánica de Materiales* como modernamente se acostumbra llamar) que se ocupa fundamentalmente del estudio de la resistencia mecánica de los materiales de construcción y del cálculo de la resistencia mecánica, de la estabilidad y de la rigidez de elementos individuales, el *Análisis Estructural* examina las estructuras en forma integral y elabora los métodos para calcularlas. Mientras que en la *Resistencia de Materiales* son objeto de examen y estudio, preferentemente, elementos estructurales aislados, en el *Análisis Estructural* el objeto de estudio es la estructura en su conjunto, compuesta por aquellos. Tal es la diferencia principal entre una y otra disciplina. No obstante, es difícil delimitar rigurosamente ambas ciencias por cuanto muchos problemas pueden ser referidos a cualquiera de

ellas.

El *Análisis Estructural*, al ocuparse de las estructuras en su conjunto, estudia también cómo unir correctamente sus elementos, de lo cual depende la capacidad de las estructuras de recibir las cargas. Esta ciencia se ocupa, además, de la determinación de las formas estructurales teóricamente racionales, que demanden el menor consumo de material. En su desarrollo y formulaciones teóricas, el *Análisis Estructural* emplea las matemáticas, la física, la mecánica teórica y la *Resistencia de Materiales*, así como los resultados de largas observaciones de las obras, calculadas por sus métodos. Por otro lado, esta ciencia da la preparación necesaria para estudiar cursos de construcciones de ingeniería, puentes y caminos.

La proyección, edificación y reconstrucción de cualquier obra de ingeniería, así como su verificación a las cargas imprevistas, están ligadas con el cálculo de la resistencia mecánica, estabilidad y rigidez de las estructuras. Por eso, para el ingeniero constructor (proyectista y supervisor), es extraordinariamente grande la importancia de la significación de la mecánica de construcción.

Esta ciencia da las herramientas y conocimientos al ingeniero proyectista para que le ayuden a determinar las fuerzas internas actuantes en una estructura y, por consiguiente, a hallar las formas racionales para esta y sus elementos y a plasmar sus ideas creadoras del modo más completo y adecuado. Además, todo esto lo puede hacer antes de comenzar la construcción de la obra, modificando durante el proceso de proyección y cálculo aquello que resulte poco sólido o irracional. De esta manera, el Análisis Estructural permite al ingeniero proyectar a conciencia, crear con certeza y utilidad estructuras livianas y atrevidas, pero seguras.

## 2.3 DEFINICIONES

**2.3.1 Apoyo o Vínculo Exterior:** Se define por vínculo a toda condición geométrica que limita o restringe la movilidad de un cuerpo; es el Proyectista Estructural de acuerdo al sistema constructivo que va a utilizar el que define el tipo de vínculo. Son aquellos que vinculan el cuerpo con la tierra. De acuerdo al tipo de limitación a la movilidad del cuerpo a que están unidos, los vínculos pueden ser de primera clase (rodillo o articulación móvil), de segunda clase (articulación fija y empotramiento móvil) o de tercera clase (empotramiento fijo). El rodillo o articulación móvil permite la rotación del cuerpo al que está unido y el desplazamiento de ese mismo punto, en la dirección del movimiento del rodillo. En este tipo de vínculo existe una reacción vertical. La articulación fija, llamada simplemente

articulación, posibilita únicamente la rotación del cuerpo al que se halla unido, alrededor del punto de unión. El empotramiento móvil permite solamente el deslizamiento lineal de su punto de unión con el cuerpo en la dirección de su movimiento. El empotramiento fijo o simplemente empotramiento, no permite ningún tipo de desplazamiento ni rotación [Aguiar2014].

En cada tipo de apoyo se tiene la presencia de diferentes reacciones, las mismas que tienen por finalidad limitar o restringir el desplazamiento o rotación como consecuencia de ella. Esto significa que una reacción fuerza impide o limita el desplazamiento en la dirección de esa fuerza y una reacción momento limita el giro alrededor del mismo punto donde actúa el momento y en el mismo sentido, lógicamente esta limitación se da hasta llegar al límite de la capacidad o resistencia del medio y una vez que se excede esta magnitud se da el agrietamiento o fisuración.

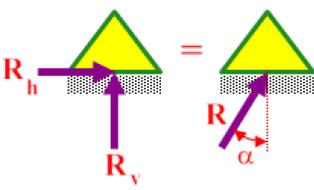
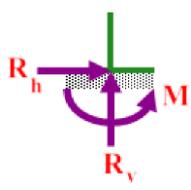
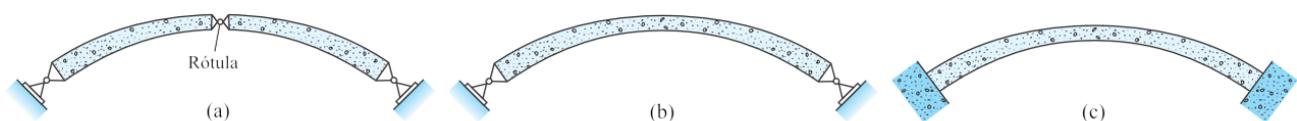
Tipo de Apoyo	Esquema	Ejemplo	Reacciones
Móvil			R
Fijo			$R_h$ y $R_v$ o $R$ y $\alpha$
Empotrado			$R_h$ , $R_v$ y M

Figura 1 - Condiciones de apoyo

**2.3.2 Arco:** [...] los arcos pueden usarse para reducir los momentos de flexión en las estructuras con claros amplios. En esencia, un arco funciona como un cable invertido, por lo que generalmente recibe carga en compresión; aunque, debido a su rigidez, también debe resistir algunas fuerzas de flexión y de cortante dependiendo de cómo esté cargado y cuál sea su forma. En particular, si el arco tiene una forma parabólica y se somete a una carga vertical uniformemente distribuida de manera horizontal, entonces a partir del análisis de los cables se deduce que el arco sólo resistirá fuerzas de compresión. En estas condiciones, la forma de arco se denomina *arco funicular*, porque dentro de él no se producen fuerzas de flexión ni fuerzas cortantes [Hibbeler2012].

Los arcos a menudo se clasifican por el número de rótulas que contienen o por la forma en que se construyen sus bases. La **Figura 2** muestra los tres tipos principales: triarticulados, biarticulados y fijo. El arco de triarticulados está estáticamente determinado; los otros dos tipos son indeterminados. El arco de tres bisagras es el más fácil para analizar y construir. Dado que es determinado, los cambios de temperatura, los asentamientos de soporte y los errores de fabricación no generan tensiones. Por otro lado, debido a que contiene tres articulaciones, es más flexible que los otros tipos de arco. Los arcos fijos se construyen a menudo de mampostería o concreto cuando la base de un arco se apoya sobre roca, bloques masivos de mampostería o cimientos pesados de concreto armado. Los arcos indeterminados pueden ser analizados por el método de flexibilidad o más sencilla y rápidamente por cualquier programa informático de uso general. Para determinar las fuerzas y desplazamientos en puntos arbitrarios a lo largo del eje del arco usando una computadora, el diseñador trata los puntos como articulaciones que son libres de desplazarse. En los puentes de grandes luces, se utilizan dos nervios principales del arco para sostener la calzada y vigas. Las vigas de la calzada pueden ser soportadas por suspensores de tensión del arco o por columnas que apoyan sobre el arco. Dado que la costilla de arco está en su mayor parte en compresión, el diseñador también debe considerar la posibilidad de su pandeo, sobre todo si es delgado. Si el arco está construido de elementos de acero, se puede usar una costilla o una sección de caja para aumentar la rigidez a la flexión de la sección transversal y para reducir la probabilidad de pandeo. En muchos arcos, el sistema de piso presenta rigidez contra el viento, se utiliza para endurecer el arco contra el pandeo lateral en el plano horizontal. En el caso del arco con armadura, los miembros verticales y diagonales apoyan la costilla de arco contra el pandeo en el plano vertical. [Leet-&Othres2017]



**Figura 2 - Arcos y sus tipos: (a) Triarticulado, (b) Biarticulado y (c) Fijo**

**2.3.3 Armadura:** Las armaduras son elementos delgados, por lo general colocados en forma triangular. Las armaduras planas se componen de elementos ubicados en el mismo plano y se utilizan para el soporte de puentes y techos, en tanto que las armaduras espaciales tienen elementos que se extienden en tres dimensiones y son adecuados para grúas y torres. Debido a la disposición geométrica de sus elementos, las cargas que hacen que toda la armadura se deforme se convierten en fuerzas de tracción o compresión en sus miembros. Una de sus principales ventajas en comparación con la viga es que utiliza menos material para soportar una carga determinada [Hibbeler2012].

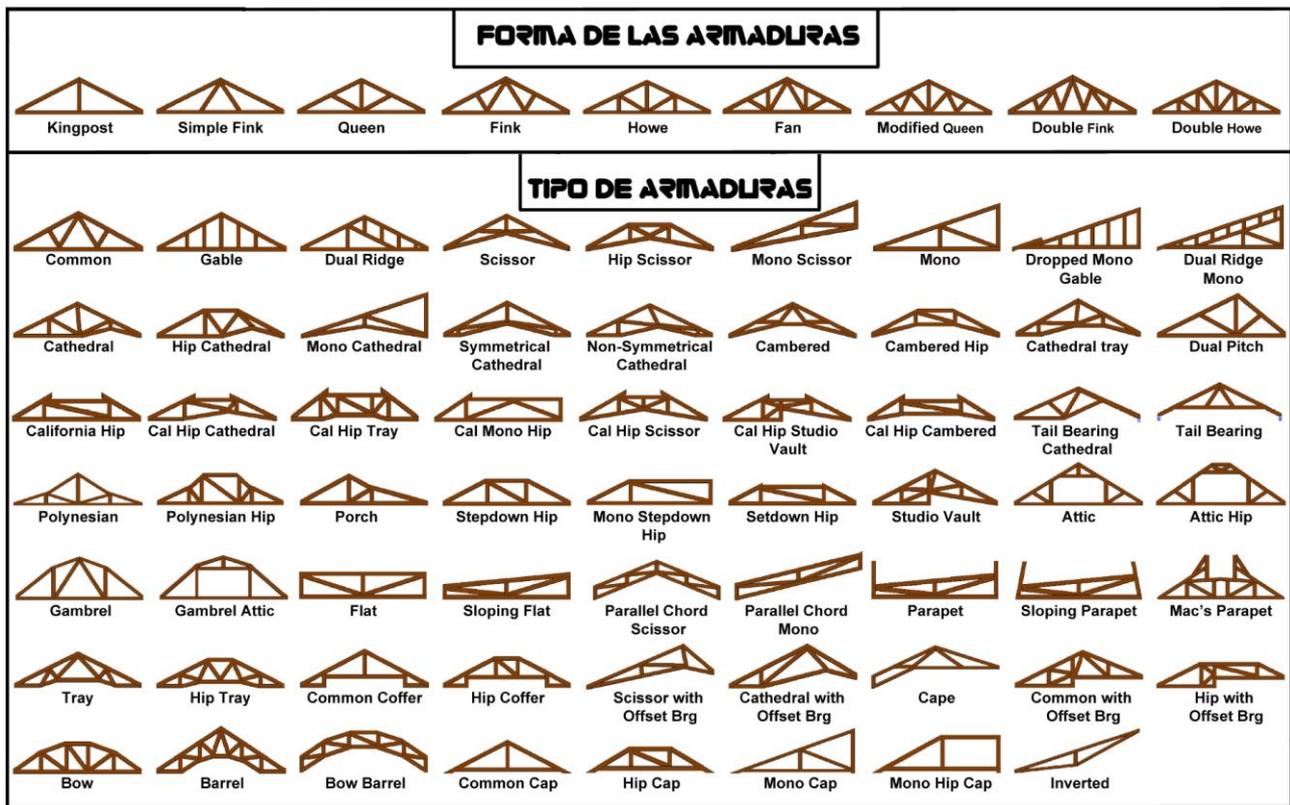


Figura 3 - Armaduras

**2.3.4 Barra:** Es un cuerpo que tiene dos dimensiones pequeñas en comparación con la tercera. Como caso particular, puede ser de sección transversal constante y de eje rectilíneo. La línea que une los centros de gravedad de las secciones de la barra se denomina *eje de la barra* [Stiopin1976].

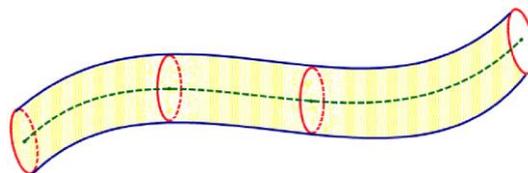


Figura 4 - Barra

**2.3.5 Bloque:** Es un cuerpo cuyas tres dimensiones son del mismo orden [Stiopin1976].

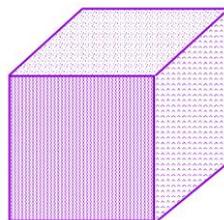
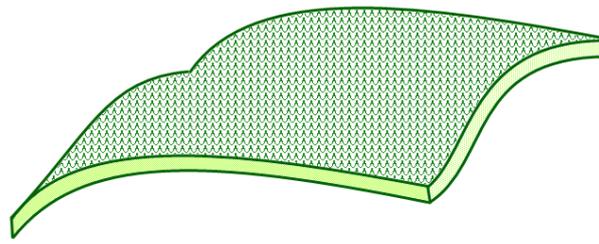


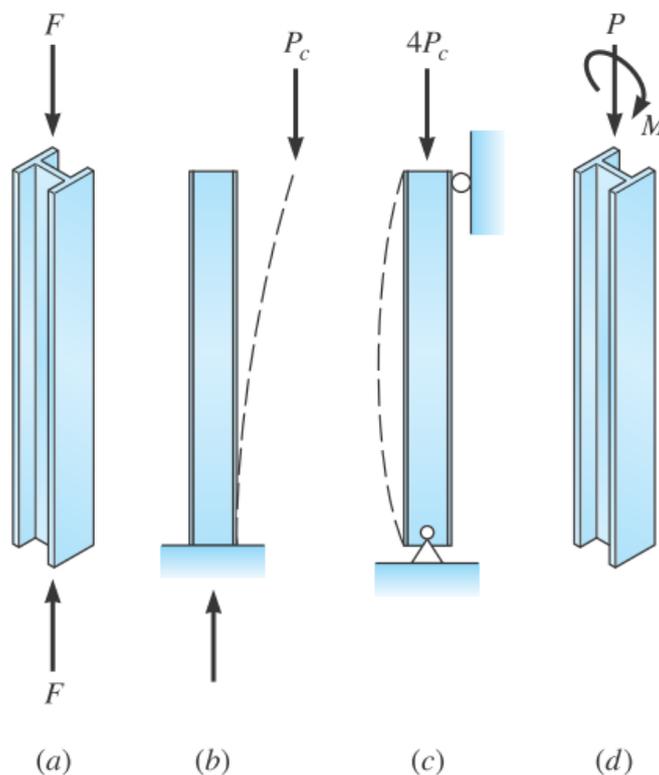
Figura 5 - Bloque

**2.3.6 Bóveda:** Es un cuerpo limitado por dos superficies a distancia pequeña en comparación con las otras dimensiones [Stiopin1976].



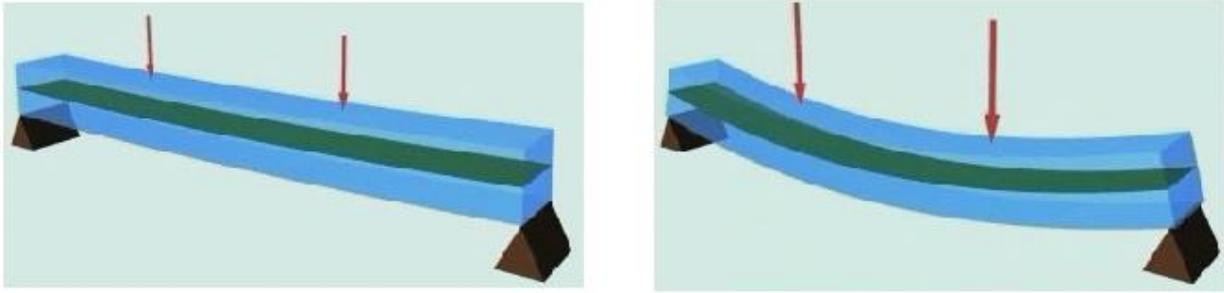
**Figura 6 - Bóveda**

**2.3.7 Columna:** Es un elemento axial sometido a compresión, lo bastante delgado respecto a su longitud, para que bajo la acción de una carga gradualmente creciente se rompa por flexión lateral o pandeo ante una carga mucho menor que la necesaria para romperlo por aplastamiento. Esto se diferencia de un poste corto sometido a compresión, el cual, aunque está cargado excéntricamente, experimenta una flexión lateral despreciable. Aunque no existe un límite definido entre elemento corto y columna, se suele considerar que un elemento a compresión es una columna si su longitud es más de diez veces su dimensión transversal menor. Se suelen dividir en dos grupos: *largas* e *intermedias*. A veces, los elementos cortos a compresión se consideran como un tercer grupo. Las diferencias entre los grupos vienen determinadas por su comportamiento. Las columnas largas se rompen por pandeo o flexión lateral; las intermedias, por una combinación entre aplastamiento y pandeo, y los postes cortos, por aplastamiento [Pytel-Singer2011].



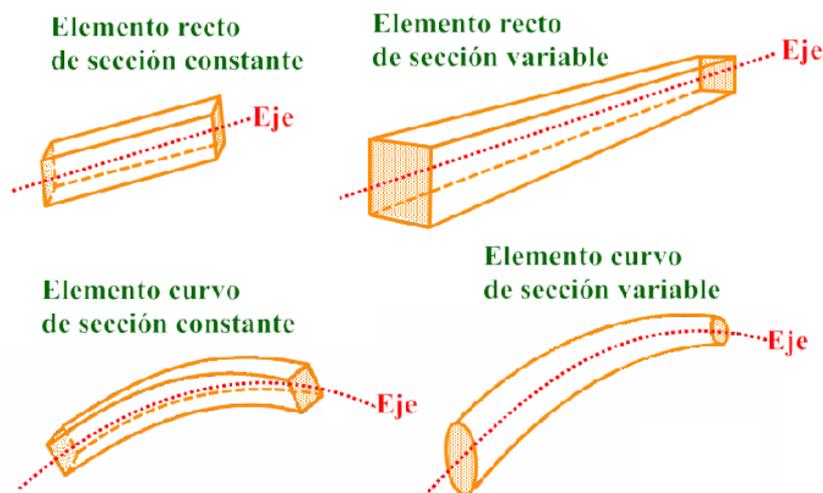
**Figura 7 - Columna (a) Cargada axialmente, (b) En voladizo con carga de pandeo  $P_c$ , (c) Soportada por pines con carga de pandeo  $4P_c$ , (d) Viga - columna [Leet-&-Otros2017].**

**2.3.8 Elástica, Curva Elástica o simplemente Elástica:** [Se llama así] a la forma del eje flexionado de una viga elástica cargada [Popov2000].



**Figura 8 - A la izquierda se observa una viga aún sin deformar. A la derecha, la misma viga con las cargas aplicadas que la deforman por flexión. Realmente la elástica no es una curva sino una superficie que en el rango elástico para por el eje neutro de la sección transversal de la viga (de color verde) [Muñoz-Montalbetti2007].**

**2.3.9 Elemento:** En Estructuras se estudia solamente elementos lineales, aquí se recordará que son elementos o miembros lineales y posteriormente se hablará de otros elementos que dependerán para determinado análisis estructural. Un elemento lineal es generado por un área plana, cuyo centro de gravedad describe una curva, en general alabeada, llamada directriz o eje, manteniendo su plano perpendicular a la curva. El área móvil puede cambiar de magnitud y forma, siempre que ello se realice de modo continuo [Aguar2014]. Casi en todos los programas o software estructural se le conoce con el nombre de elemento tipo **FRAME**.



**Figura 9 - Distintos tipos de elementos (FRAMES) rectos y curvos, de sección constante (o prismáticos) y de sección variable**

**2.3.10 Estructura:** Es un sistema, un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función. [siendo algunas de] ellas:

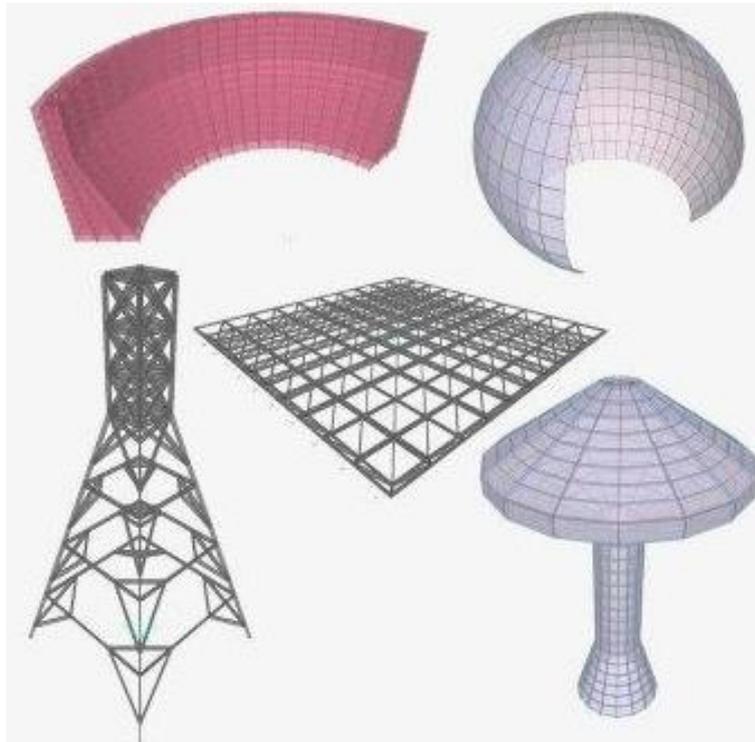
↳ Salvar un claro (puente vehicular o peatonal)

- ↪ Encerrar un espacio (los edificios cumplen una función de albergue)
- ↪ Contener un empuje (muros de contención, tanques, silos, represas)
- ↪ Infraestructura vial o de transporte (pistas, intercambios viales)
- ↪ Estética (monumentos)

[Sirve para] transmitir fuerzas (cargas) desde sus puntos de aplicación al suelo [quienes] producen en el material de la estructura:

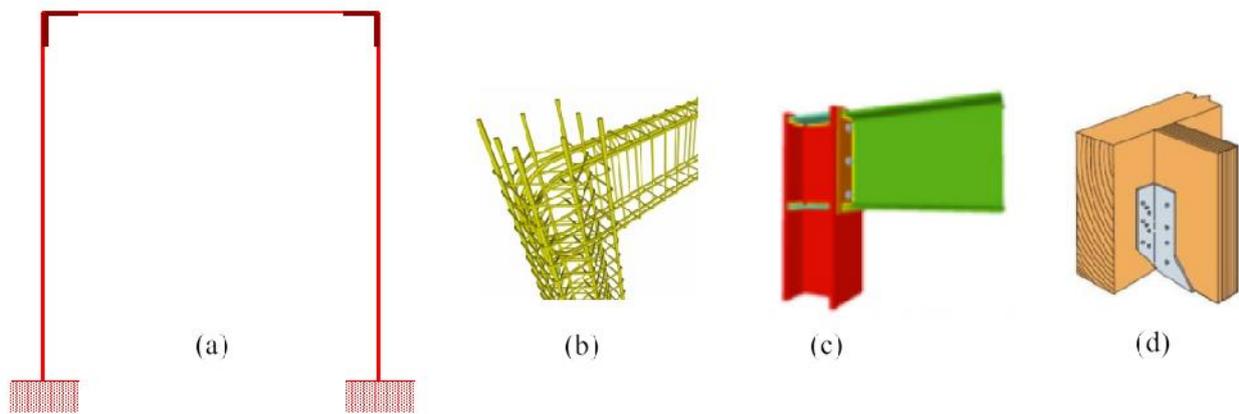
- ↪ Deformaciones que se manifiestan en distorsiones de la forma original.
- ↪ Esfuerzos internos.

Es el resultado del ensamblaje de elementos estructurales discretos conectados entre sí en un número finito de puntos o nudos [Otazzi2010].



**Figura 10 - Ejemplos de estructuras modeladas en SAP2000**

**2.3.11 Nudos, Juntas o Nodos:** Se denominan así a los puntos de concurso de varios elementos. Es decir, al medio de conexión de dos o más elementos. Normalmente se representa un nudo con un punto el mismo que corresponde a la intersección de los elementos que concurren a él. En este libro se dibujará una pequeña longitud de los elementos que llegan al nudo como lo muestra la estructura de la figura izquierda de 1.7, en que se ha negreado un poco más la parte de la viga y columna que llegan al nudo [Aguiar2014].



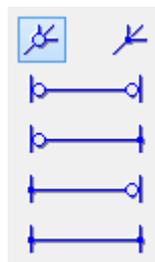
**Figura 11 - (a) Representación esquemática de los nudos en un pórtico rectangular, (b) Unión en elementos de concreto armado, (c) Unión en elementos metálicos, (d) Unión en elementos de madera**

**2.3.12 Placa:** Es un cuerpo limitado por dos planos a distancia pequeña en comparación con las otras dimensiones [Stiopin1976]. La teoría de las placas o elementos tipo SHELL (que es su nombre inglés en muchos programas) tiene una teoría analítica, matemática y física muy complicada por lo que su estudio es muy difícil y en la actualidad se ha investigado mucho sobre ellas, lográndose grandes avances por medio del Método de los Elementos Finitos.



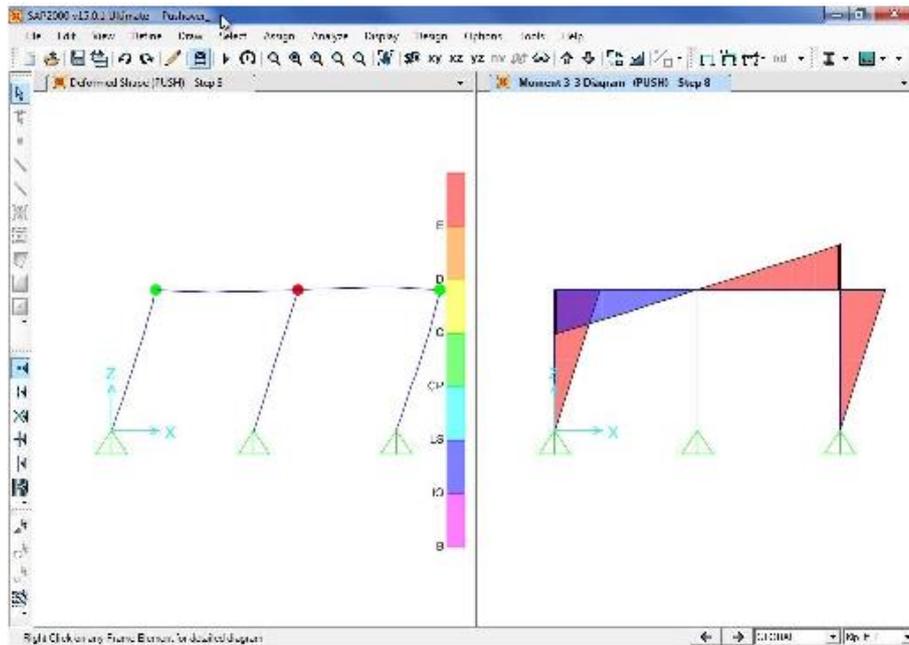
**Figura 12 - Algunos ejemplos de placas (elemento SHELL)**

**2.3.13 Rótula, Articulación o Vínculo Interior:** Se define por vínculo a toda condición geométrica que limita o restringe la movilidad de un cuerpo, son aquellos que vinculan a los cuerpos entre sí. El momento es nulo en la articulación, la barra a la izquierda de la articulación tendrá un giro el mismo que es diferente de la barra que se encuentra a la derecha de la articulación [Aguiar2014].



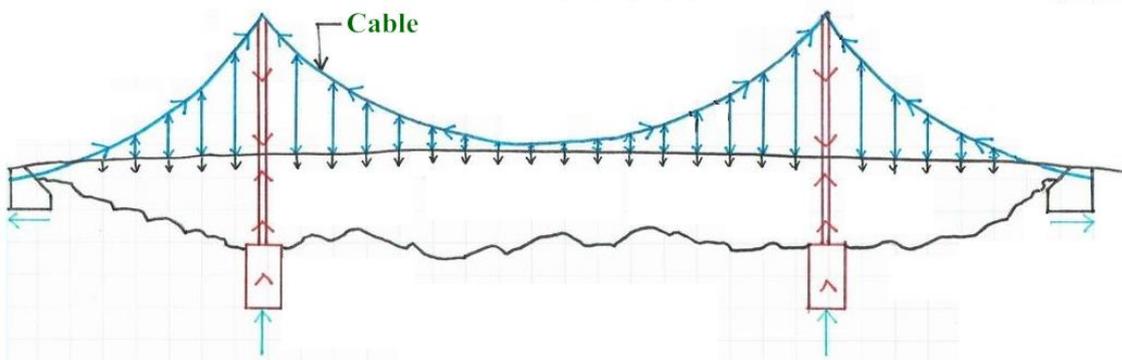
**Figura 13 - Algunos ejemplos de rótulas que presenta el programa *Ftool***

**2.3.14 Rótula Plástica:** No es más que un modelo matemático que indica que una sección ya no puede resistir más momento y empieza a rotar, empieza a disipar energía [Aguiar2014].



**Figura 14 - Mecanismo de formación de las rótulas plásticas en SAP2000**

**2.3.15 Tendón, Cable o Hilo:** [Al tener sus] extremos fijos entre dos puntos y sometidos a la acción del peso propio y eventuales cargas accidentales repartidas o concentradas, están solicitados a tracción simple [Belluzi.I.1967].



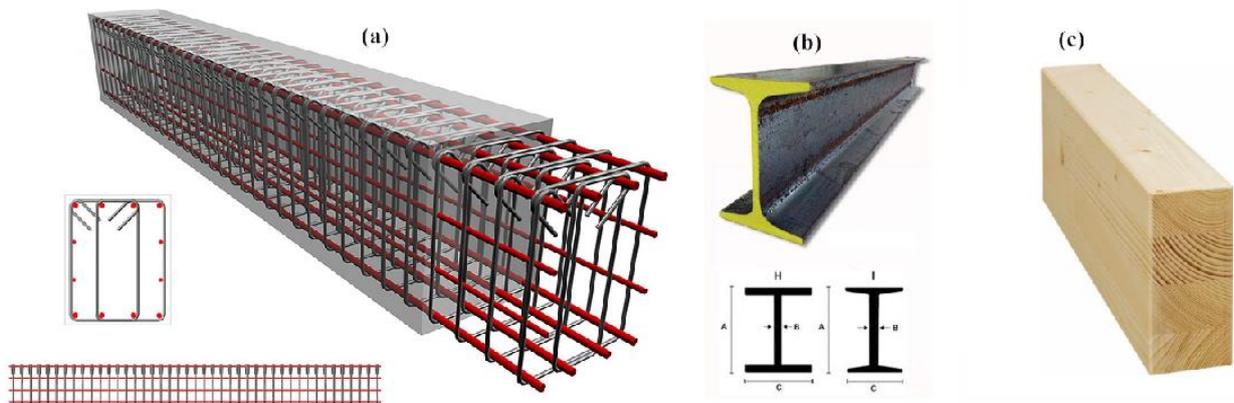
**Figura 15 - Cable principal de un puente colgante**

**2.3.16 Tensor o Puntal:** Son elementos estructurales sometidos a una fuerza de tracción. Debido a la naturaleza de la carga, estos elementos tienden a ser delgados y suelen elegirse a partir de varillas, barras, ángulos o canales [Hibbeler2012].

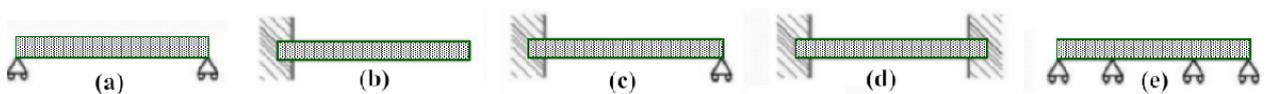


**Figura 15 - Ejemplo de Tensor**

**2.3.17 Viga:** Es un elemento delgado que se carga perpendicularmente a su eje longitudinal. A medida que se aplica la carga transversal, la viga se flexiona y desvía en una curva poco profunda. En cualquier sección típica de una viga, se desarrollan fuerzas internas de corte  $V$  y momento  $M$ . Excepto en las vigas cortas y pesadamente cargadas, los esfuerzos de corte  $\tau$  producidas por  $V$  son relativamente pequeñas, pero los esfuerzos de flexión longitudinales producidas por  $M$  son grandes. Si la viga se comporta elásticamente, los esfuerzos de flexión en una sección transversal (compresión en la parte superior y tracción en la parte inferior) varían linealmente desde un eje horizontal que pasa a través del centroide de la sección transversal. Los esfuerzos de flexión son directamente proporcionales al momento y varían en magnitud a lo largo del eje de la viga [Leet-Uang-Lanning-Gilbert2016].



**Figura 16.1 - Tipos de vigas: (a) Viga de concreto armado, (b) Viga de acero, (c) Viga de madera**



**Figura 16.2 - Clases de vigas: Vigas isostáticas (a) Viga simplemente apoyada, (b) Viga en voladizo. Vigas hiperestáticas (c) Viga empotrada - apoyada, (d) Viga doblemente empotrada, (e) Viga continua (de varios tramos)**

## 2.4 TIPOS DE ANÁLISIS

El análisis de cualquier estructura se puede realizar sobre la base de algunos supuestos. Estos supuestos reflejan la finalidad y características de la estructura, tipo de cargas y condiciones de operación, propiedades de los materiales, etc. En conjunto, el análisis estructural puede dividirse en tres grandes grupos principales. Ellos son el análisis estático, la estabilidad y el análisis de vibraciones [Karnovsky-Lebed2010].

El Análisis Estático asume que las cargas actúan sin ningún tipo de efectos dinámicos. Las cargas en movimiento que se tengan implica que sólo la posición de la carga es variable. El análisis estático combina el análisis de una estructura a partir de un punto de vista de su resistencia y rigidez.

↪ **Análisis Estático Lineal (AEL, o por sus siglas en inglés SLA).** El propósito de este análisis es determinar las fuerzas internas y desplazamientos debidos a las condiciones de carga independientes del tiempo. Este análisis se basa en las siguientes suposiciones:

- El material de una estructura obedece a la ley de Hook.
- Los desplazamientos de una estructura son pequeños.
- Todas las restricciones son bidireccionales (lo que significa que, si la limitación impide el desplazamiento en alguna dirección, esta limitación impedirá el desplazamiento en la dirección opuesta.
- Los parámetros de una estructura no cambian al estar cargados.

↪ **Análisis Estático no Lineal (AENL, o por sus siglas en inglés SNLA).** El propósito de este análisis es determinar los desplazamientos y las fuerzas internas debido a las condiciones de carga independientes del tiempo, como si la estructura fuese no lineal. Hay diferentes tipos de no linealidades. Ellas son:

- Físicas (el material de una estructura no obedece a la ley de Hook)
- Geométricas (los desplazamientos de una estructura son grandes)
- Estructurales (estructura con vacíos o restricciones están en un solo lado, etc.) y la no linealidad mixta.

El análisis de Estabilidad trata con estructuras que están sometidas a fuerzas de compresión independientes del tiempo.

- ↪ **Análisis de Pandeo.** El propósito de este análisis es determinar la carga crítica (o factor de cargas críticas) y las correspondientes formas del modo de pandeo.
- ↪ **Análisis  $P - \delta$ .** Para estructuras altas y flexibles, los desplazamientos transversales pueden llegar a ser significativos. Por lo tanto, hay que tener en cuenta una flexión adicional por momentos debidos a cargas axiales de compresión  $P$  en los desplazamientos provocados por las cargas laterales. En este caso, se dice que un análisis estructural se realiza sobre la base del diagrama de diseño deformado.
- ↪ **Análisis Dinámico.** Este análisis considera que las cargas aplicadas a la estructura no son constantes en el tiempo. Esto significa que las estructuras se someten a cargas dependientes del tiempo, cargas sísmicas e impactos, así como cargas en movimiento teniendo en cuenta los efectos dinámicos.
- ↪ **Análisis de Vibración Libre.** El propósito de este análisis es determinar las frecuencias naturales (valores propios o eigenvalores) y las correspondientes formas de los modos de vibración (funciones propias o eigenfunciones). Esta información es necesaria para el análisis dinámico de cualquier estructura sometida a una carga dinámica arbitraria, especialmente para el análisis sísmico. Este análisis puede ser considerado para estructuras lineales y no lineales.
- ↪ **Análisis de Esfuerzos de Vibración Libre.** El propósito de este análisis es determinar los valores propios (eigenvalores) y las funciones propias (eigenfunciones) correspondientes de una estructura, que se somete a fuerzas axiales independientes del tiempo.
- ↪ **Análisis Tiempo - Historia.** El propósito de este análisis es determinar la respuesta de una estructura, sometida a cargas arbitrariamente variables en el tiempo.

En este trabajo, el énfasis principal se llevará a cabo en el Análisis Estático Lineal de estructuras planas, ya que viene a ser las limitaciones con las que trabaja el programa **Ftool**. Sólo analiza estructuras planas y el tipo de análisis que hace es el Lineal Elástico.

## 2.5 SUPOSICIONES FUNDAMENTALES DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El **Análisis Estructural Clásico** (lo mismo que la **Resistencia de Materiales** o **Mecánica de Sólidos**) se basa en los siguientes supuestos, esto genera el llamado **análisis elástico**.

- ↪ **El material de la estructura es continuo.** No existen espacios vacíos o poros en el seno del material, sino que delante de una partícula de materia siempre habrá otra de las mismas características que el resto.
- ↪ **El material es homogéneo.** El material que constituye todo el elemento estructural no cambia, sino que se mantiene constante o es el mismo (los valores de la densidad, peso específico, módulo de elasticidad, módulo de Poisson, etc. son las mismas en puntos distintos)
- ↪ **El material es isótropo.** Las propiedades y características del material son las mismas en direcciones distintas (los valores de la densidad, peso específico, módulo de elasticidad, módulo de Poisson, etc. son las mismas en cualquier dirección de estudio que se tome).
- ↪ **Es aplicable el principio de linealidad o superposición.** O sea, la relación entre el esfuerzo y la carga es lineal. Además, las deformaciones causadas por las cargas aplicadas, son pequeñas y no cambian el diagrama de su diseño original. Esto significa que cualquier factor, tal como una reacción, desplazamiento, etc. causado por las diferentes cargas que actúan de forma simultánea, son iguales a la suma algebraica o geométrica de cada factor debido a cada carga por separado.
- ↪ **El material es elástico.** Se asume que las deformaciones producidas por la acción de las cargas actuantes desaparecen y el cuerpo adquiere su forma original sin presentar deformaciones permanentes o residuales.

Esto puede resumirse en el siguiente acrónimo:



**Figura 17 - Acrónimo resumen de los supuestos que debe cumplir el material de las estructuras para que sean analizadas de forma elástica – lineal**

## 2.6 ENFOQUES FUNDAMENTALES DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

(Adaptado de [Karnovsky2010]) Hay dos enfoques fundamentales para el análisis de cualquier estructura. El primer enfoque está relacionado con el análisis de una estructura sometida a cargas fijas dadas y se llama enfoque de cargas fijas. Los resultados de este análisis son diagramas, que muestran una distribución de fuerzas internas (de momento flector, de fuerza cortante y de fuerzas axiales) y de deflexión para toda la estructura, debido a las cargas fijas dadas. Estos diagramas indican el punto más desfavorable (o miembro) de una estructura bajo las cargas fijas dadas.

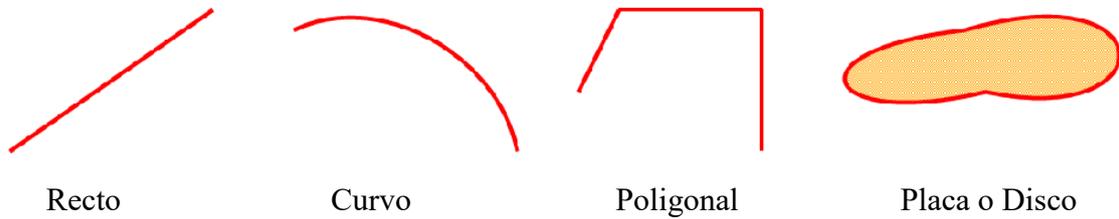
El segundo enfoque supone que una estructura se somete a una carga concentrada unitaria móvil solamente. Esta carga no es real sino imaginaria. Los resultados del segundo enfoque son las gráficas llamadas líneas de influencia. Se trazan líneas de influencia para reacciones, fuerzas internas, etc. Los diagramas de fuerzas internas y las líneas de influencia tienen una diferencia fundamental. Cada línea de influencia muestra la distribución de las fuerzas internas en una sección específica de una estructura debido a la ubicación de la carga unitaria móvil imaginaria solamente. Estas líneas de influencia indican el punto de una estructura en la que una carga debe ser colocado con el fin de alcanzar un valor máximo (o mínimo) de la función bajo consideración en la sección. Es muy importante saber que la línea de influencia puede ser también utilizada para el análisis de la estructura sometida a cargas fijas. Por otra parte, en muchos casos resulta ser una herramienta muy eficaz de análisis. El método de las líneas influencia presenta el mayor nivel de análisis de una estructura, de el enfoque de cargas fijas. Un buen conocimiento de las líneas de influencia repercute en un aumento incalculable en la comprensión del comportamiento de la estructura. El analista, que combina los dos enfoques para el análisis de una estructura en la práctica de la ingeniería, es capaz de realizar un análisis complejo de su comportamiento.

Ambos enfoques no son excluyentes entre sí. Por el contrario, en el análisis práctico ambos enfoques se complementan. Por lo tanto, el aprendizaje de estos enfoques para el análisis de una estructura se proporciona en forma paralela. En este trabajo se exponen y explican suficientemente las consideraciones del estudio de las líneas de influencia para diferentes tipos de estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas, tales como vigas, arcos, pórticos y armaduras.

## 2.7 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE ESTRUCTURAS

El análisis cinemático de una estructura es necesario en la evaluación de la capacidad de

la estructura para resistir las cargas externas. El análisis cinemático se basa en el concepto de disco rígido (placa), que es una parte invariable (o rígida) de una estructura. Los discos rígidos pueden ser miembros separados de una estructura y pueden tener formas o geometrías distintas tales como rectos, curvilíneos o poligonales (mostrados en la **Figura 18**), así como alguna combinación especial entre ellos.



**Figura 18 - Formas que pueden tener los miembros de una estructura**

Cualquier estructura se compone de discos rígidos separados. Dos discos rígidos (placas) pueden ser conectados por medio de un vínculo, rótula o una junta fija. Estos tipos de conexiones y sus características estáticas y cinemáticas se presentan en la **Tabla 1**.

Conexión	Vínculo	Articulación o Rótula	Nudo Fijo
Presentación			
Descripción	Los discos rígidos están conectados por enlace (biela o barra con rótulas en los extremos)	Los discos rígidos están conectados por una rótula	Los discos rígidos están conectados por una junta fija (soldadura)
Características Cinemáticas	El desplazamiento mutuo de los discos <i>a lo largo del enlace</i> es <i>cero</i>	El desplazamiento mutuo de los discos <i>en ambas direcciones</i> horizontales y verticales son <i>cero</i>	<i>Todos</i> los desplazamientos mutuos de los discos en las direcciones horizontales, verticales y angulares son <i>cero</i>
Características Estáticas	La conexión transmite una fuerza, que impide el desplazamiento mutuo a lo largo del enlace	La conexión transmite dos fuerzas, que impiden desplazamientos mutuos en las direcciones vertical y horizontal	La conexión transmite dos fuerzas, que impiden desplazamientos mutuos en las direcciones vertical y horizontal, y el momento, que impide el desplazamiento angular mutuo

**Tabla 1- Tipos de conexión para discos rígidos y sus características**

Los miembros de una estructura pueden estar conectados entre sí por una bisagra en varias formas. Los tipos de conexión se eligen y se justifican por un ingeniero de la siguiente manera:

- ↪ *Rótula simple*. Cuando la bisagra conecta dos elementos en la articulación.
- ↪ *Rótula múltiple*. Cuando la bisagra conecta tres o más elementos en la articulación. La bisagra

múltiple es equivalente a  $n - 1$  bisagras simples, donde  $n$  es el número de miembros conectados en la articulación. Las juntas con bisagras pueden transmitir fuerzas axiales y de corte de una parte de la estructura a la otra, pero no el momento de flexión pues en la articulación es cero.

### 2.7.1 HIPERESTATICIDAD

↪ **Objetivo.** Determinar el grado de hiperestaticidad total  $g$  de una estructura, la misma que está dada por la suma de la hiperestaticidad externa  $g_e$  más la interna,  $g_i$ .

$$g = g_e + g_i \dots (1)$$

↪ **Notación.**

$a_3$ : Número de apoyos completos (empotramientos), o sea de tres incógnitas o restricciones

$a_2$ : Número de apoyos con articulación fija, o sea de dos incógnitas o restricciones

$a_1$ : Número de apoyos simples o deslizantes, o sea de una incógnita o restricciones

$b$ : Número total de barras o elementos

$b_3$ : Número de barras con seis reacciones o vínculos

$b_2$ : Número de barras con cinco reacciones o vínculos

$b_1$ : Número de barras con cuatro reacciones o vínculos

$e$ : Número de ecuaciones especiales

$n$ : Número total de nudos incluyendo los apoyos

$n_3$ : Número de nudos con cero grados de libertad, en los que por lo menos hay continuidad entre dos elementos los que transmiten tres tipos de solicitaciones (flexión, normal y cortante)

$n_2$ : Número de nudos con un grado de libertad, dos tipos de solicitaciones (normal y cortante)

$n_1$ : Número de nudos con dos grados de libertad, un tipo de solicitación (normal o cortante)

$N$ : Número de segmentos de área de la estructura aperturada, que están completamente cerrados por los elementos del pórtico

$r$ : Número total de restricciones en los apoyos

↪ **Hiperestaticidad Externa.** En general en todos los casos:

$$g_e = r - \text{número de ecuaciones de equilibrio estático y de ecuaciones especiales} \dots (2)$$

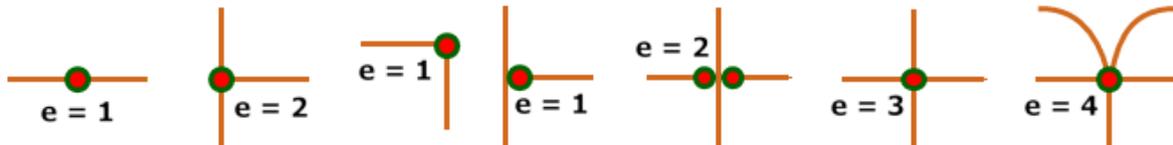
↪ **Estructuras de barras.** O sea, constituidas por elementos articulados en sus extremos:

$$g = b + r - 2n \dots (3)$$

↪ **Estructuras aporticadas o continuas.**

$$g = 3b + r - 3n - e... (4)$$

Se considera que todos los nudos son completos. Si existieran articulaciones o rótulas intermedias o en los nudos, se considerará la cantidad  $e$  de ecuaciones especiales (no se tomará  $e$  en los apoyos, pues la presencia de tales rótulas o articulaciones ya está considerada en  $r$ ). Así, en los casos siguientes:



**Figura 19 - Condiciones especiales por posición de la rótula**

En estructuras aporticadas sin articulaciones internas:

$$g_i = 3N ... (5)$$

↪ **Estructuras compuestas.** Constituidas en parte por elementos continuos y en parte por elementos articulados.

$$g = 3b_3 + 2b_2 + b_1 + 3a_3 + 2a_2 + a_1 - (3n_3 + 2n_2 + n_1) ... (6)$$

En todos los casos:

- Si  $g < 0$  la estructura es inestable, hipostática
- Si  $g = 0$  la estructura puede ser estable e isostática
- Si  $g > 0$  la estructura puede ser estable e hiperestática

Antes de aplicarse las fórmulas aquí dadas, debe observarse y analizarse la estructura con el fin de verificar su estabilidad. Las fórmulas no deben aplicarse ciegamente, pues hay casos en los que debido a la disposición u organización de los elementos puede tratarse de una estructura inestable a pesar de que las fórmulas dan un grado de hiperestaticidad igual o mayor de cero.

## 2.7.2 MECANISMOS

Explicando momentáneamente este concepto sólo para estructuras articuladas. Se considera mecanismo toda estructura que carece de la vinculación necesaria para poder su equilibrio

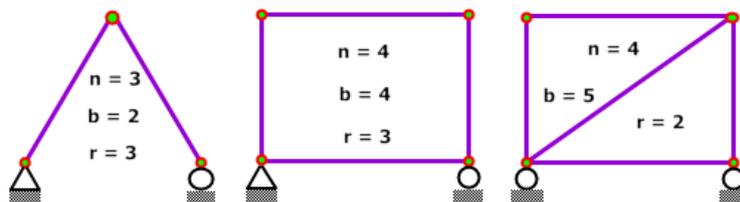
ante cualquier conjunto de acciones exteriores. En los mecanismos el número de incógnitas es inferior al número de ecuaciones. Ello da lugar, con carácter general, a sistemas con ecuaciones matemáticamente incompatibles.

$$I < E$$

$$b + r < 2n \quad \dots (1)$$

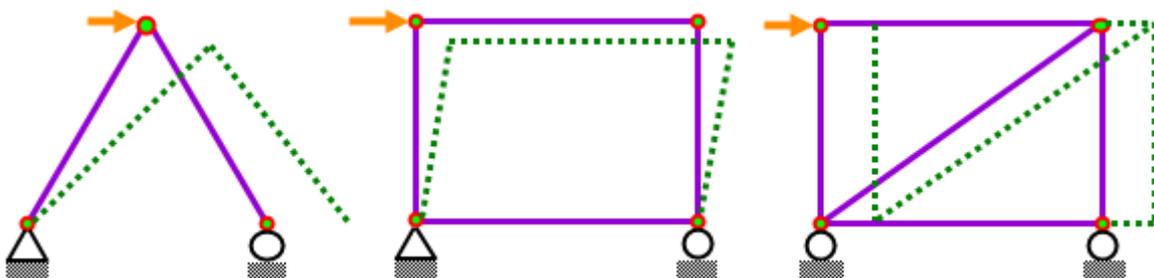
- Donde: I = Número de incógnitas  
 E = Número de ecuaciones  
 b = Número de barras  
 r = Número de reacciones  
 n = Número de nudos

Un número comparativamente reducido de incógnitas no tiene por qué satisfacer simultáneamente de un número mayor de ecuaciones, de igual manera que el número comparativamente pequeño de barras y apoyos no puede impedir los movimientos de un número elevado de nudos ante cualquier sistema de cargas. Las siguientes tres figuras representan ejemplos de mecanismos.



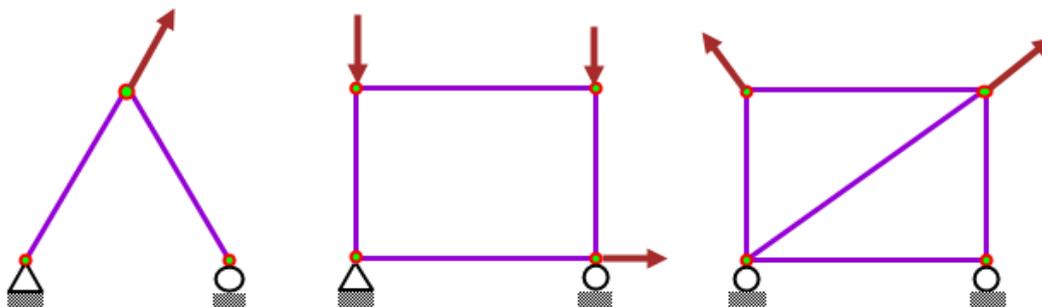
**Figura 20 - Algunos ejemplos de estructuras que son mecanismos**

En las tres situaciones se verifica que  $I < E$  y no existe conjuntos I de incógnitas que satisfagan los conjuntos E de ecuaciones para cualquier carga. Basta que se pierda el equilibrio bajo un sistema de cargas para que una estructura sea un mecanismo. A continuación, se reflejan (mediante líneas discontinuas) los movimientos producidos en los tres casos, por ejemplo, con una acción horizontal en los nudos superiores.



**Figura 21 - Accionamiento de los mecanismos**

Estas carencias de ligadura (interna, externa o ambas) convierten a las tres estructuras en mecanismos, pero no impiden que puedan encontrarse en situaciones de equilibrio para determinados sistemas de cargas, del mismo modo que un grupo reducido de incógnitas pueden satisfacer un número mayor de ecuaciones si algunas de ellas resultan ser combinaciones lineales de las otras. Las siguientes figuras muestran ejemplos de cargas que mantienen en equilibrio los mecanismos indicados.



**Figura 22 - Condiciones de carga que producen equilibrio inestable en los mecanismos**

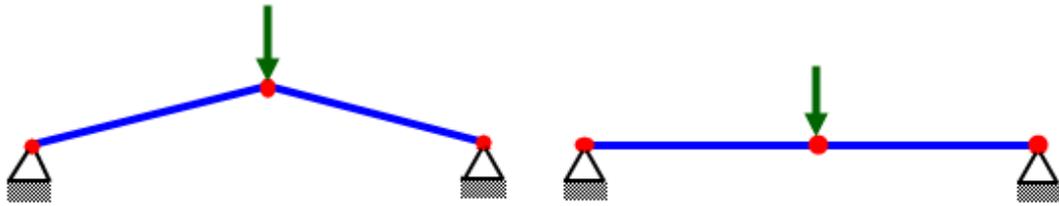
El equilibrio producido ante estas situaciones particulares de carga es, lógicamente, inestable. Cualquier alteración en las direcciones de las fuerzas puede provocar grandes desplazamientos y, por lo tanto, los mecanismos no se establecen habitualmente como referencia de un correcto diseño estructural (Adaptado de [Hern-y-Mansilla2015]).

### 2.7.3 SISTEMAS CRÍTICOS

En determinadas situaciones las estructuras articuladas no pueden garantizar el equilibrio de fuerzas en todos sus nudos por la particular disposición geométrica del sistema. Estas estructuras se identifican como críticas en alusión a que es una geometría concreta («crítica») la que provoca la inestabilidad y cuando esta cambia, el sistema vuelve a comportarse de manera estable.

En las estructuras críticas no existe, por lo tanto, un problema de carencia de vinculación o de descompensada disposición de los enlaces. La pérdida de equilibrio en algunos de sus nudos se debe exclusivamente, como se ha indicado, a concurrencias de alineaciones geométricas.

Las siguientes figuras muestran dos estructuras de idéntico número de nudos, barras, enlaces y con la misma conectividad topológica entre ellos. Sin embargo, y en función a su disposición geométrica, la estructura representada a la izquierda es isostática y la de la derecha, crítica.



**Figura 23 - Comparación entre una estructura isostática y una crítica**

Efectivamente, no existe ningún problema cuando se plantea el equilibrio de fuerzas en el nudo central del sistema de la izquierda: las proyecciones verticales de las fuerzas que las barras ejercen sobre el nudo (según su dirección) pueden equilibrar la carga vertical externa. Sin embargo, no puede conseguirse que el nudo central verifique la condición de equilibrio de las componentes verticales de las fuerzas que lo solicitan: las dos acciones de las barras sobre el nudo son horizontales (como las propias barras) y es imposible que contrarresten la fuerza vertical aplicada en esta posición crítica.

Bien es cierto que, tras un hipotético desplazamiento vertical del nudo intermedio (provocado por la ausencia de equilibrio), en la nueva situación sí se verifica el equilibrio de las componentes verticales, pero para ello las barras han tenido que abandonar la posición inicial («crítica») e inclinarse para ejercer sobre el nudo fuerzas de tracción con componente vertical. En cualquier caso, la estructura sólo resistirá a posteriori y movilizand o grandes esfuerzos en barras y apoyos, pero nunca en la posición original. El sistema se comporta en este primer instante como un mecanismo.

## Capítulo 3

### EL PROGRAMA *Ftool* 4.00.00

El programa puede descargarse gratuitamente desde la dirección <https://www.alis-sol.com.br/Ftool/> que genera la siguiente imagen:

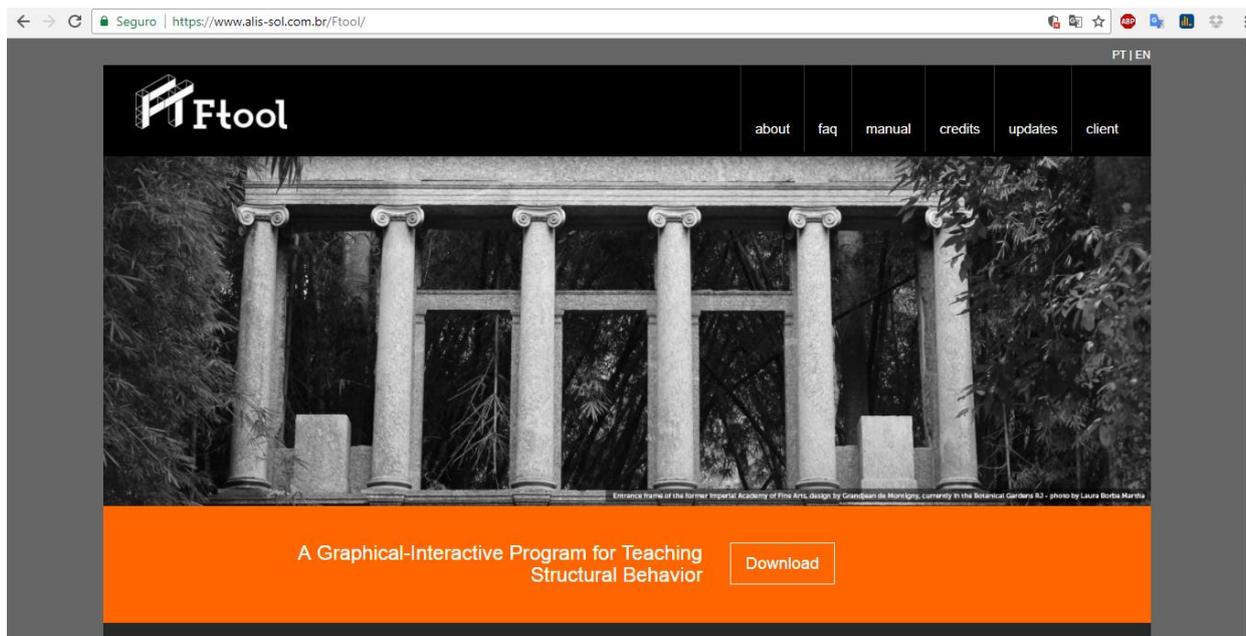


Figura 24 - Página web de descarga de *Ftool*

#### 3.1. GENERALIDADES

*Ftool* es un programa para el análisis estructural de pórticos planos. Tiene como objetivo principal el prototipado simple y eficiente de las estructuras. El programa se desarrolló inicialmente para uso en el aula, pero se ha convertido en una herramienta frecuentemente utilizada en proyectos estructurales profesionales. Una edición avanzada, con una licencia comercial, lógicamente, fue lanzada con el fin de satisfacer las necesidades de los diseñadores estructurales, sin dejar de mantener la edición básica gratuita.

La edición básica de *Ftool* permite al usuario definir modelos de manera eficiente y sencilla. Analiza el modelo estructural y ofrece muchos resultados diferentes, tales como diagramas de fuerzas internas y estructuras deformadas, así como líneas de influencia para cualquier tipo de estructuras y da resultados para un tren de cargas. Las secciones transversales pueden definirse paramétricamente de acuerdo con múltiples plantillas (rectangulares, formas T, L e I, etc.), seleccionando entre una diversidad de formas estándar (ASID, Gredal, etc.) o genéricamente

(definiendo las propiedades geométricas de las secciones tales como área y momento de inercia). Los miembros estructurales pueden ser calculados por la teoría de Euler-Bernoulli o Timoshenko. Los soportes o apoyos pueden ser rígidos o elásticos y pueden estar inclinados o sufrir desplazamientos impuestos. Esto permite múltiples tipos de estructuras, desde las más simples hasta las más complejas, para ser modeladas en *Ftool* en cuestión de minutos.

La versión avanzada de *Ftool* añade algunas funcionalidades para facilitar su uso profesional. La herramienta más importante en la primera versión avanzada son los casos de carga múltiple. Esto es una necesidad real en un proyecto, porque una estructura real debe resistir usualmente múltiples cargas diferentes, como cargas vivas, de viento en múltiples direcciones, etc. Con la edición avanzada de *Ftool*, es posible analizar todos estos casos de una manera simple y con un camino directa. También es posible crear combinaciones de cargas ponderadas y visualizar los resultados tanto para casos como para combinaciones, presentando simple y claramente el más crítico de los escenarios para cada elemento en una estructura dada.

Otra ventaja de la edición avanzada es la sección transversal prismática genérica de los elementos. Si ninguna de las formas paramétricas ofrecidas por *Ftool* es una representación exacta de la forma real en uso, no es necesario calcular las propiedades geométricas y definir una sección genérica, que debería ser repetida si la forma sufriera alguna modificación. El usuario puede dibujar simplemente la forma como una composición de trapecoides, permitiendo una representación exacta de casi cualquier sección transversal.

### 3.2. HISTORIA

El programa *Ftool* fue desarrollado inicialmente por un proyecto de investigación integrado coordinado por el profesor **Marcelo Gattass** del **Departamento de Informática de la PUC-Rio** y **director del Instituto Tecnológico-Tecnológico de la PUC-Río**, con fondos recibidos del **CNPq (Consejo Nacional de Desarrollo Tecnológico y Científico)**. La responsabilidad del *Ftool* está ahora en manos de su autor el Profesor **Luiz Fernando Martha** del **Departamento de Ingeniería Civil de la PUC-Río**. Los ex estudiantes de pregrado **Eduardo Thadeu Leite Corseuil**, **Vinicius Samu de Figueiredo** y **Adriane Cavalieri Barbosa**, del **Departamento de Ingeniería Civil de la PUC-Rio** contribuyeron al desarrollo del programa como asistentes de investigación desde marzo de 1991 hasta diciembre de 1992. El programa fue desarrollado originalmente en la plataforma **DOS** y pasó por algunas mejoras iniciales hasta abril de 1995.

**Waldemar Celes Filho**, Profesor del **Departamento de Informática de la PUC-Río**, desarrolló la biblioteca de funciones **HED (Half-Edge Data Structure)** para la estructura interna de datos. El módulo de análisis numérico del programa recibió una contribución del ex doctorando de la **PUC-Río**, **Ivan Fábio Menezes**, quien actualmente es profesor en el **Departamento de Ingeniería Mecánica de la PUC-Río**.

De 1997 a 1998, **Ftool** fue revisado por el Profesor **Martha**, que utilizó el sistema de interfaz de usuario **IUP** y el sistema de gráficos de CD, ambos desarrollados por **Tecgraf / PUC-Río**. Esta interfaz gráfica permite ejecutar el programa tanto en **Windows** como en **Unix**. En febrero de 1998, se lanzó la versión 2.00. Posteriormente se introdujeron sucesivas versiones de **Ftool**, cada una con algunas mejoras.

En agosto de 2000, también se lanzó la versión 2.08 para la plataforma **Linux**. En la versión 2.09 (enero de 2001), se incorporaron procedimientos específicos para facilitar el uso educativo de **Ftool** en el análisis estructural: miembros inextensibles e infinitamente rígidos y momentos extremos para los miembros o elementos. En la versión 2.10 (noviembre de 2001), se agregaron líneas de influencia. En la versión 2.11 (agosto de 2002), se mejoró la definición de las secciones transversales de los miembros. Otras mejoras incluyeron atributos de propiedad, la capacidad de importar atributos de modelo de otros archivos, una opción para definir el lado de miembro (tensión o compresión) para dibujar diagramas de momento de flexión y una opción para dibujar valores de resultado transversales a los miembros.

En la versión 2.12 (febrero de 2008) se agregó un menú de tren de carga con opciones para crear y manipular trenes de carga genéricos, con números variables de cargas concentradas y distribuidas (coches llenos y vacíos) y cargas externas e internas. En esa versión, se mostraron las posiciones críticas de los trenes de carga junto con las líneas de influencia, así como una opción para mostrar sobres de fuerza interna debido a los trenes de carga. En la versión 3.00 (agosto de 2012), la interfaz gráfica de **IUP** se actualizó para reflejar las evoluciones recientes en las interfaces nativas de **Windows** y **Linux**. La interfaz gráfica de la versión de **Linux** tuvo una mejora considerable porque adoptó el paquete **GTK**. Entre otras mejoras, una implementación importante fue la consideración de las deformaciones por cizallamiento en los miembros (vigas de Timoshenko). Otra mejora importante fue la eliminación del archivo auxiliar (extensión **".pos"**) utilizado para vincular el programa con su módulo de análisis (solver). Este archivo todavía se puede guardar, pero el usuario debe solicitarlo explícitamente. En la versión 3.01, se modificó la interfaz de usuario para transformaciones de objetos para que el usuario pudiera elegir realizar transformaciones que mantuvieran la topología de la

estructura mientras mostraban resultados estáticos líneas de influencia, las cuales se actualizaban dinámicamente. También se agregaron secciones transversales de Vallourec y Mills.

*Ftool* pasó por una transformación profunda en la versión 4.00. Su desarrollo fue transferido a **ALIS Soluções em Engenharia e Sistemas** y se desarrolló una edición avanzada para uso profesional, con licencia comercial. El objetivo de la edición avanzada es suministrar las necesidades de los diseñadores estructurales. La edición avanzada actual es la primera de muchas ediciones que vendrán en los próximos años, resultado de las demandas de varios usuarios de Brasil y otros países. La comercialización de la edición avanzada está orientada exclusivamente al desarrollo de nuevas funcionalidades, que antes no era posible únicamente por el trabajo individual del autor del programa. Cabe señalar que la distribución gratuita de la edición básica de *Ftool* continuará.

En la versión 4.00, la configuración deformada de la estructura puede ahora mostrarse con o sin valores, en los sistemas de coordenadas global (vertical y horizontal) o local (transversal y axial). Se han añadido varios métodos abreviados de teclado para controlar el programa, lo que permite una manipulación más eficaz del modelo por parte de usuarios más avanzados. La edición avanzada permite la creación de múltiples casos de carga, así como combinaciones de cargas de carga ponderadas y la visualización de sobres de resultados para casos de carga y combinaciones. Esta edición también incluye secciones transversales prismáticas genéricas creadas por la composición de trapecoides, facilitando el uso del programa con formas de sección transversal, a diferencia de las ya suministradas por el programa. Por último, esta edición permite la personalización de la inicialización del programa, en la que el usuario puede definir las unidades y formatos de número a utilizar y múltiples parámetros de visualización, entre otras opciones.

### 3.3. INICIANDO *Ftool*



Figura 25 - Logo tipo de *Ftool* en su página web

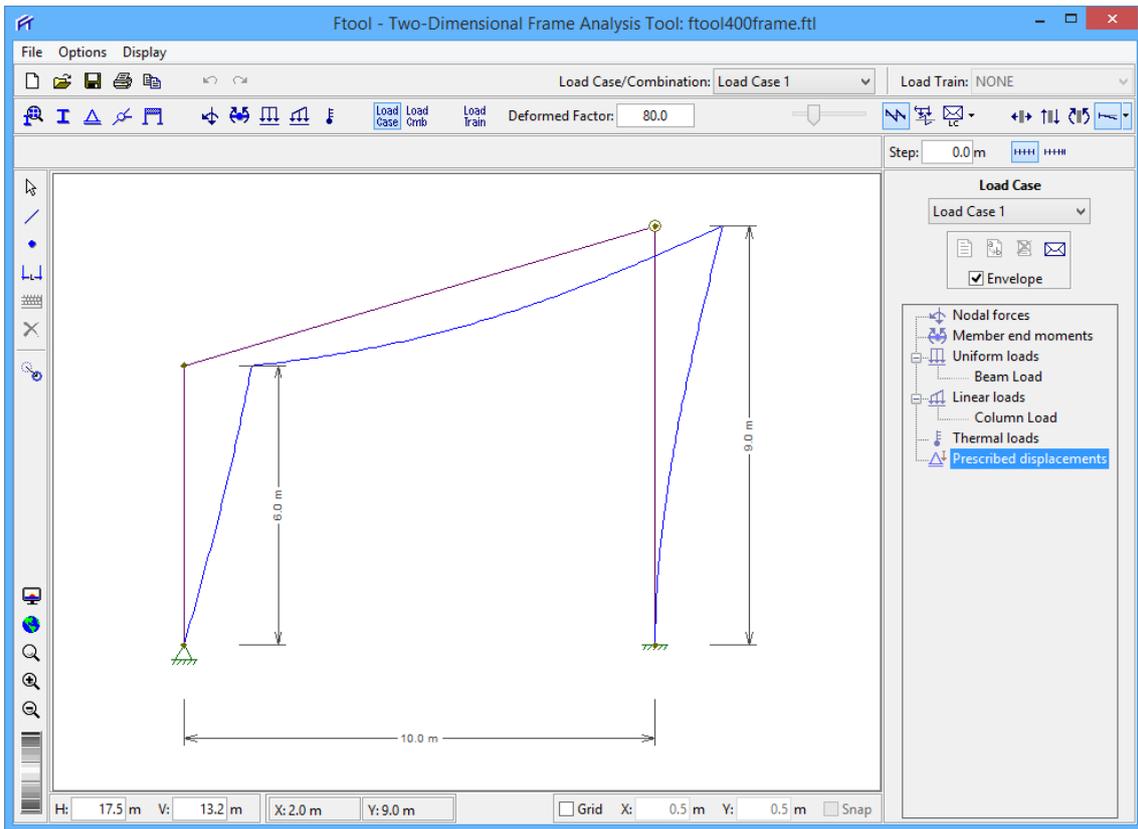


Figura 26 - Imagen de bienvenida de *Ftool* en su manual de ayuda

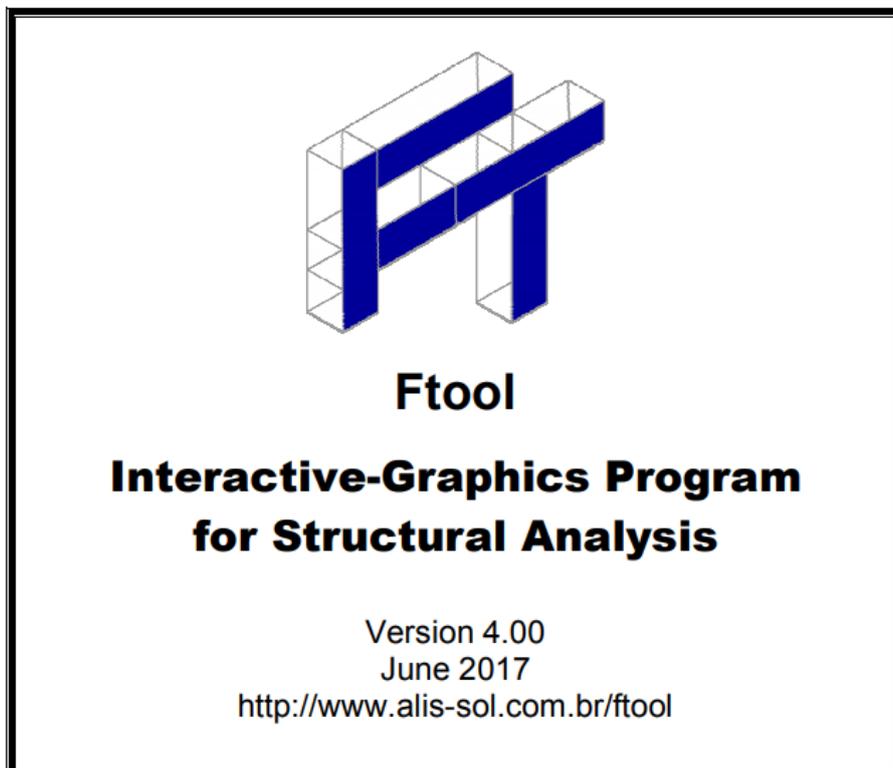


Figura 27 - Imagen de presentación de *Ftool* en su manual de ayuda en versión pdf

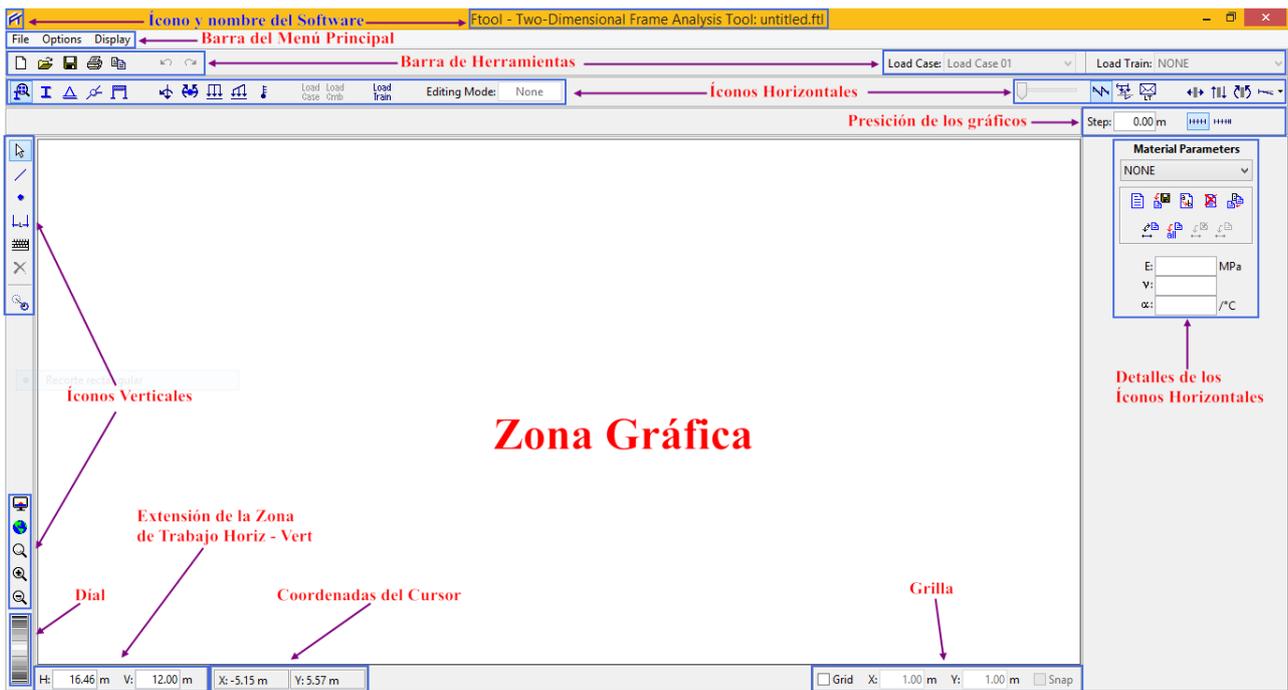


Figura 28 - Nombres de las distintas parte de la pantalla de trabajo de *Ftool*

### 3.4. OPERACIONES DE ARCHIVO

#### 3.4.1 EL MENÚ ARCHIVO

El menú desplegable *File* controla las operaciones de archivo en *Ftool*.

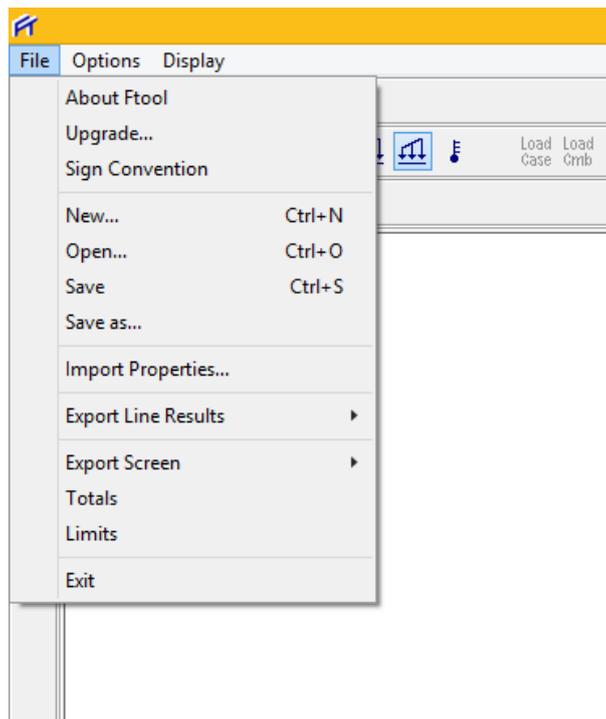


Figura 29 - Menú *File/Archivo*

El menú **File** permite al usuario:

- ↪ **About Ftool (Acerca de Ftool):** Obtener información sobre la versión actual del programa y la autoría, así como seleccionar el idioma que se desear usar en la interface (sólo se disponible de inglés y portugués).



Figura 30 - Propiedad intelectual de *Ftool*

- ↪ **Upgrade... (Actualizar):** Actualizar a una edición avanzada de *Ftool*



Figura 31 - Ventana de activación de *Ftool* a edición avanzada

- ↪ **Sign Convention (Convención de signos):** Muestra el convenio de signos para el procesamiento interno asociado con *Ftool*.

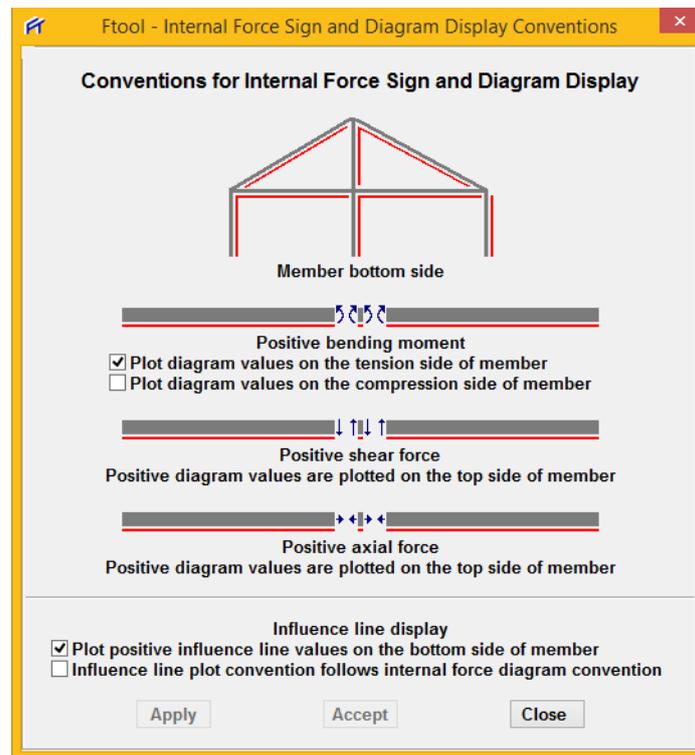


Figura 32 - Convención de signos de *Ftool*

↪ **New... (Nuevo):** Crear un nuevo modelo. También se activa con **Ctrl + N** o seleccionado el ícono  de la *barra de herramientas*.

↪ **Open... (Abrir):** Abre un modelo de un archivo existente en un disco. Ftool utiliza la extensión ".ftl" en sus archivos de modelo. También se activa con **Ctrl + O** o seleccionado el ícono  de la *barra de herramientas*. Abre una ventana tipo explorador para indicar la ubicación del archivo que se desee abrir.

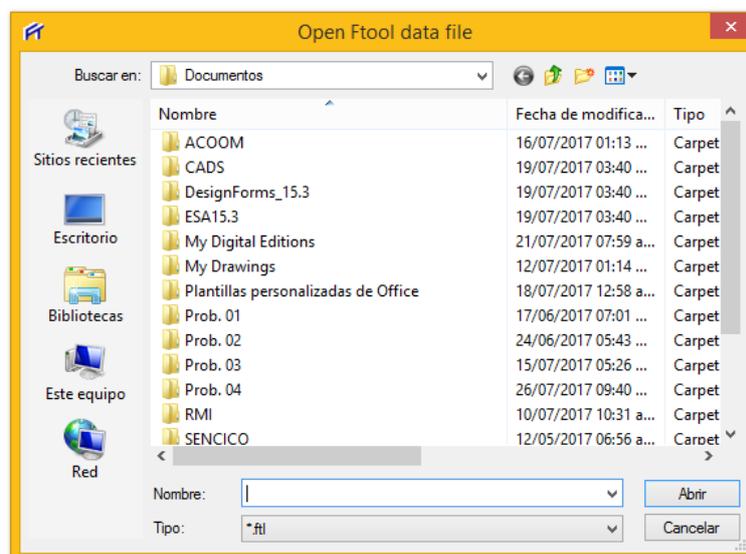
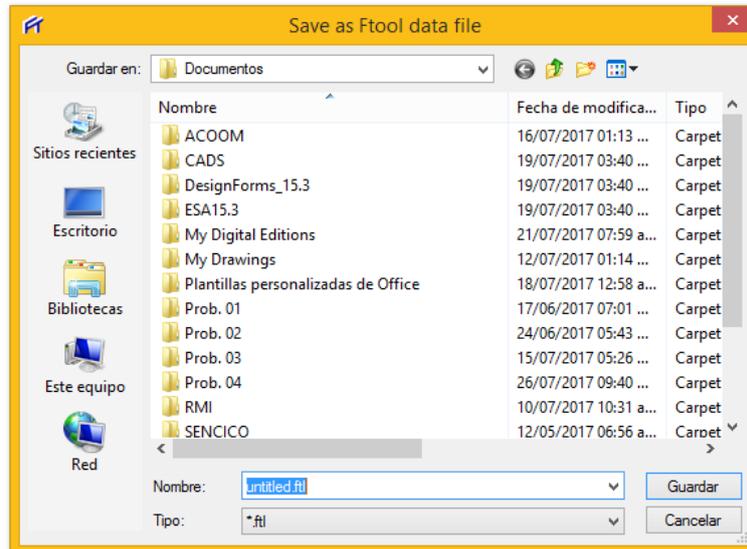


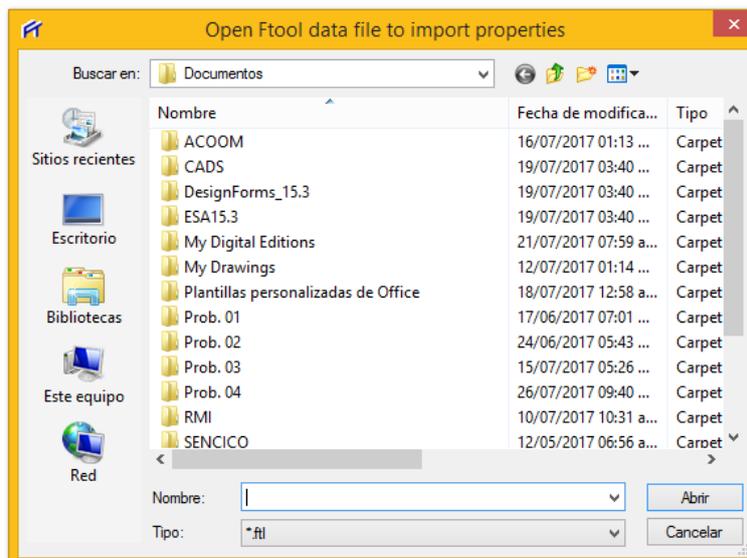
Figura 33 - Ventana que aparece cuando se quiere abrir un modelo de *Ftool*

↪ **Save/Save as... (Guardar/Guardar como):** Guarda el modelo actual en un archivo con el mismo nombre o con un nombre diferente. También se activa con **Ctrl + S** o seleccionado el ícono  de la *barra de herramientas*. Abre una ventana tipo explorador para indicar la ubicación que tendrá el archivo que se desee guardar.



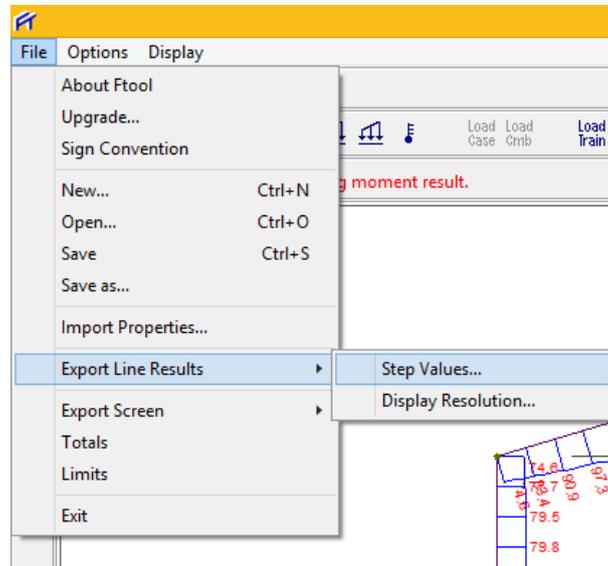
**Figura 34 - Ventana que aparece cuando se quiere guardar un modelo de *Ftool***

↪ **Import Properties... (Importación de propiedades):** Importa todos los parámetros globales (sistema de unidades, parámetros de visualización, etc.) y atributos (propiedad de materiales y tablas de secciones, etc.) que existen en otro archivo **.ftl**. Las tablas de atributos también se pueden importar por separado. Abre una ventana tipo explorador para indicar la ubicación del archivo del que se desea importar sus propiedades.



**Figura 35 - Ventana que aparece cuando se quiere importar propiedades de otro modelo de *Ftool***

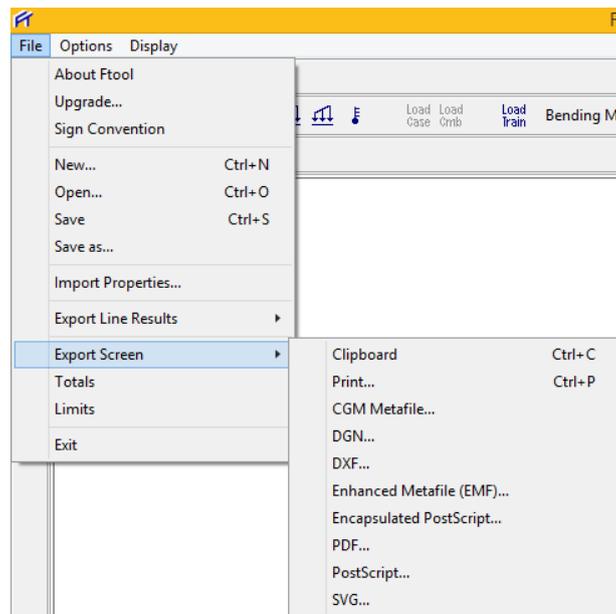
↪ **Export Line Results (Exportar Línea de Resultados):** Exporta los resultados del análisis (diagramas de fuerzas internas, configuración de la deformada o elástica, líneas de influencia o envolventes de fuerzas internas debido a cargas estáticas o trenes de carga) a lo largo de una cadena de miembros a un archivo. Estas opciones sólo se habilitan cuando se visualizan los resultados.



**Figura 36 - Submenú de Export Line Results/Exportar Línea de Resultados**

- **Step Values... (Valores de paso):** Los resultados se guardan utilizando el paso especificado para visualizar los resultados.
- **Display Resolution... (Resolución de la pantalla):** los resultados guardados con el paso utilizado para mostrar diagramas en la pantalla.

↪ **Export Screen (Pantalla de Exportación):** Imprime imágenes de la pantalla o las exporta al área de transferencia de *Windows* (Portapapeles) o a archivos con formatos específicos.



**Figura 37 - Submenú de Export Screen/Pantalla de Exportación**

- **Clipboard (Portapapeles):** Captura el interior de la *Zona Gráfica* y puede agregarse al informe o reporte que se esté elaborando haciendo clic derecho con el ratón en el informe o reporte y marcar el ícono , , , , , , ,  o cualquier otro que represente «pegado». También puede emplearse la combinación de teclas **Ctrl + C** y **Ctrl + V**.
- **Print (Imprimir):** Da orden de imprimir a la impresora que esté conectada a la computadora en que se esté trabajando. Lo impreso será sólo lo que se visualice en la pantalla inmediatamente antes de dar la orden. También puede emplearse la combinación de teclas **Ctrl + P**.
- **CGM Metafile...:**<sup>1</sup> Como debe saberse, *CGM (Computer Graphics Metafile)* es el estándar ISO para describir imágenes vectoriales, utilizado especialmente en diseño industrial. Genera ficheros tipo **.cgm** de mucho mayor calidad que las generadas a partir de capturas de pantalla ya que las primeras se basan en patrones vectoriales y no en un mapa de bits como lo hacen las segundas.
- **DGN...:**<sup>2</sup> Formato utilizado por el software de diseño de la construcción de *MicroStation dibujo 2D/3D*; ya sea basado en la *Norma del archivo Formato de Intergraph (ISFF)* o el estándar *V8 DGN* más reciente; se puede convertir en el formato *DWG* más universal por

<sup>1</sup> Adaptado de <https://www.marketingdirecto.com/diccionario-marketing-publicidad-comunicacion-nuevas-tecnologias/cgm-computer-graphics-metafile>

<sup>2</sup> Adaptado de <http://www.openthefile.net/es/extension/dgn>

*AutoCAD LDT*. Los archivos *DGN* pueden ser abiertos por *Bentley Systems MicroStation* o el programa gratuito *Bentley View*. El formato *DGN* también es apoyado por varios otros programas de terceros. La extensión **.dgn** es la abreviatura de «*design*» (*diseño* en inglés).

- **DXF...:**<sup>3</sup> Como debemos saber, *DXF* (acrónimo del inglés *Drawing Exchange Format*) es un formato de archivo para dibujos de diseño asistido por computadora, creado fundamentalmente para posibilitar la interoperabilidad entre los archivos *DWG*, usados por el programa *AutoCAD*, y el resto de programas del mercado. Este tipo de archivos surgió en 1982, junto con la primera versión del programa *AutoCAD*, propiedad de *Autodesk*. A lo largo del tiempo, los archivos *DWG* se han vuelto más complejos, y la portabilidad mediante *DXF* ha ido reduciéndose, pues no todas las funciones compatibles con el formato nativo *DWG* han sido trasladadas al formato *DXF*. Algunos programas que soportan este archivo son:

Adobe Illustrator	QGIS	Modo (software)
AgrimenSoft	GstarCAD	OmniWin Cadnest
Alibre Design	gvSIG	Paint Shop Pro
Altium	Inkscape	Processing
ArchiCAD	IntelliCAD	QCad
ArcMap	Hevacomp	RackTools
Artlantis	Lectra	Recmin
AutoCAD	Lenel OnGuard	Rhinoceros 3D
Blender (usando un script de importación)	LibreCAD	SketchUp
Cadwork	Manifold System	Solid Edge
Cartomap	Maple 12	SolidWORKS
CorelDRAW	Mathematica	UGS NX
DesignCAD	MetaCAM	VectorWorks
DraftSight	Microsoft Word	WorkXPlore 3D
DWGEDitor	Microsoft Visio	ZWCAD
Eye-Sys	MicroStation	Otros...
FreeCAD	miniPLAN	

**Tabla 2 - Algunos programas que soportan la extensión .dxf**

- **Enhanced Metafile (EMF)... (Metarchivo Mejorado):**<sup>4</sup> Como debemos saber, los formatos *WMF* y *EMF* son formatos nativos de *Windows* utilizados para intercambio de imágenes entre las distintas aplicaciones de *Office* así como en el *Clipboard*. Son

<sup>3</sup> Adaptado de <https://es.wikipedia.org/wiki/DXF>

<sup>4</sup> Adaptado de [https://personal.us.es/jcortes/Material/Material\\_archivos/Articulos%20PDF/Formatos2D.pdf](https://personal.us.es/jcortes/Material/Material_archivos/Articulos%20PDF/Formatos2D.pdf)

reconocidos por un gran número de aplicaciones de *Windows*, ya que han llegado a ser un estándar. Ambos admiten la inclusión de imágenes vectoriales y bitmap. El formato original fue *WMF* (*Windows Metafile Format*) de 16 bits, que tenía algunas carencias importantes, por lo que se desarrolló con posterioridad el formato *EMF* (*Enhanced Metafile Format*) de 32 bits y nuevas características. Ambos son independientes del dispositivo en el sentido de que las coordenadas, dimensiones, etc. se especifican en unidades de longitud absolutas (estas unidades varían dependiendo de la aplicación que genere los ficheros). Ninguno de ellos está comprimido por lo que, al tratarse de formatos vectoriales, los ficheros pueden comprimirse a tasas altas (10% - 15%). El formato *EMF* es de 32 bits. Sí admite curvas de Bezier. No redondea los extremos de las líneas rectas creadas en *Power Point*, pero ha dado problemas con alguna fórmula escrita con *MathType*. Es menos robusto que *WMF*. Es de notar que *MATLAB* no exporta *WMF*, pero sí *EMF*. En este formato las unidades son siempre milésimas de centímetro, 1 unidad = 0.001 cm., por lo que no existe discrepancia entre distintas aplicaciones. De esta forma, un dibujo de 10×10 cms. lo guarda *Power Point* con un *Bounding Box* de 10.061×10.059 cms (!) que equivale 10061×10059 unidades. Notese que sin embargo en la información que aparece en el icono de la imagen en el navegador de *Windows* se dan como dimensiones 4754×4753 «unidades» que, con las dimensiones de la imagen, equivalen a 1200 «unidades» por pulgada. Sin embargo, programas como *wmf2eps* reconoce unas dimensiones de 10.0061×10.059 cms (o 3.961024×3.960236 pulgadas).

- **Encapsulated PostScript...:**<sup>5</sup> Este archivo lo ha desarrollado la compañía *Adobe* y se pueden guardar en este formato, tanto mapa de bits como imágenes vectoriales. Es muy utilizado en la impresión profesional y en otras aplicaciones llegando hasta la impresora de tipo *Postscript*. *EPS* es adecuado para realizar intercambio de archivos entre programas de maquetación, tales como *Page Maker* o *quarkxpress* incluyendo los de dibujo vectorial (*Freehand* o *Corel*). Es junto con el formato *TIFF*, uno de los estándares en el mundillo de la autoedición. Aunque fue creado por *Adobe*, una vez se abre el archivo con *Photoshop* los datos de la imagen y los gráficos vectoriales que pueda contener el encapsulado se rasterizan, es decir se convierten a píxeles. Si se quiere imprimir un archivo *EPS* directamente, debemos utilizar una impresora compatible con *PostScript*. Estos archivos a su vez son más lentos en procesarlos que los *TIFF*, pero en los programas de maquetación la visualización se procesa más rápida. Los datos guardados se encuentran dentro de una cápsula, encapsulados, por lo que si se quieren modificar, se deben tratar con el programa que los creó.

---

<sup>5</sup> <http://www.digitalfotored.com/imagendigital/eps.htm>

- **PDF...:**<sup>6</sup> Es el acrónimo de *Portable Document Format* (una frase que se traduce al español como Formato de Documento Portátil). El término, que no está incluido en el diccionario de la Real Academia Española (RAE) pero es muy utilizado en el ámbito de la informática, identifica a una modalidad que surgió para el almacenamiento de archivos digitales. Este formato compuesto (en el cual se admiten textos, mapas de bits e imágenes vectoriales) ha sido fabricado por la compañía estadounidense *Adobe Systems*. Los primeros documentos de este tipo, junto al software que permitía crearlos y visualizarlos, fueron lanzados en 1991. En las primeras versiones, los documentos PDF no contenían hipervínculos (enlaces o links) externos; por lo tanto, su utilización en Internet era poco práctica. Por otra parte, los archivos PDF eran demasiado pesados para las conexiones que se realizaban por vía telefónica. La masificación de la banda ancha, que permite el envío y recepción de documentos de gran tamaño, ayudó a la popularidad del PDF, junto a las innovaciones realizadas por *Adobe Systems* (como la inclusión de hipervínculos o la apertura de su código) y su condición de aplicación multiplataforma (puede presentarse tanto en *Windows* como en *Linux* y otros sistemas operativos). El PDF se consagró gracias a la posibilidad que brinda de imprimir exactamente lo que se ve en la pantalla, sin tener que preocuparse por los márgenes o la visualización de las imágenes, como ocurre con otros formatos. El formato *PDF* se ha convertido actualmente en una especie de estándar para la producción de documentos académicos, publicaciones y notas de prensa, por ejemplo, siendo utilizado por usuarios, empresas e instituciones estatales. Comúnmente, para su visualización se utiliza el programa *Acrobat Reader*, el cual no permite realizar ningún tipo de modificación; por esta razón, el documento se ve como impreso. *PDF* en combinación con alguna aplicación del estilo de *Photoshop*, que permite abrir un archivo de este tipo y tomarlo como una imagen, y una tableta gráfica para escribir y dibujar cómodamente en el ordenador, es todo lo necesario para resolver ese tipo de situaciones de una forma rápida y adecuada a la tecnología actual.
- **PostScript...:**<sup>7</sup> Es un «lenguaje de descripción de página»; es decir, es un lenguaje de programación que se usa para decirle a una máquina destinada a imprimir cómo y qué debe imprimir. Un documento *PostScript*, en realidad, es un pequeño programa que le dice a una máquina qué, cómo y dónde imprimir, paso a paso. Los documentos *PostScript* se destinan a imprimirse en aparatos *PostScript*; es decir, en aparatos que tienen un dispositivo interno capaz de descifrar el código que reciben y convertirlo en simples puntos de impresión (aquí

---

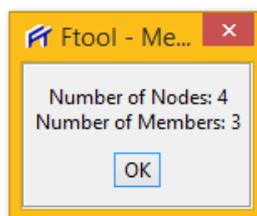
<sup>6</sup> Adaptado de <http://definicion.de/pdf/>

<sup>7</sup> Adaptado de [http://www.gusgsm.com/que\\_es\\_el\\_lenguaje\\_postscript](http://www.gusgsm.com/que_es_el_lenguaje_postscript)

imprimo, aquí no, aquí sí, aquí también, etc...). Un documento o fichero *PostScript*, como programa que es, debe atenerse a unas reglas de construcción muy precisas. Aparte de esto, puede contener dentro datos de todo tipo: textos, imágenes binarias (es decir, fotos) y descripciones matemáticas de gráficos (es decir, dibujos vectoriales). La idea de *PostScript*, que parece bastante básica y tonta, no lo es en absoluto. La existencia de este lenguaje (y de otros similares) permite algo que en la actualidad parece básico pero que hace muy pocos años no lo era: La portabilidad de los documentos de una impresora o filmadora a otra. Antes, si se quería filmar un documento en un sistema de trabajo informatizado, se debía componerlo o meterlo a través de una terminal de dicho sistema que era «un sistema completo» o «propietario» (*proprietary*). Es decir, que no se podía acoplar y usar a la vez piezas y programas de distintos fabricantes. Y de pasar documentos de un sistema a otro para imprimir, mejor casi ni hablamos. Las calidades y resoluciones variaban según los aparatos y había que adaptar los documentos a cada uno.

- **SVG...:**<sup>8</sup> Se refiere a *Scalable Vector Graphics*. Es abierto y está basado en los gráficos *XML*, un formato que se está incorporando a los estándares *Web*. Muchos buscadores ya soportan *SVG* en cierto grado. Puede ser utilizado tanto para imágenes como para animaciones. Dado que *SVG* es un formato de gráficos vectorizados, las imágenes pueden ser redimensionadas y transformadas sin sufrir pérdidas de calidad ni deformaciones. Por ejemplo, en lugar de tener 3 tamaños diferentes para un icono, una *Web* podría estar configurada para usar una misma imagen *SVG* escalada a 3 tamaños. El tamaño de los archivos *SVG* puede ser bastante mayor al de los típicos *jpg*, todo depende de la cantidad de metadatos que estén incluidos en el código *XML*, especialmente si el archivo incluye gradientes y animaciones. Para compensar esto, hay un estándar de compresión de archivos *SVG*, el *gzip*, que reduce el peso del archivo en un 50% sin apenas perder calidad. A medida que los navegadores adopten los estándares *HTML5*, *SVG* jugará un rol más importante en el mundo del desarrollo *Web*.

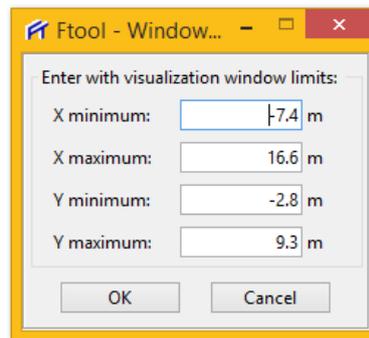
↪ **Totals (Totales):** Verifica el número total de miembros y nodos en el modelo.



**Figura 38 - Ventana de verificación de miembros de Ftool**

<sup>8</sup> <http://www.internetlab.es/post/1273/que-significa-svg/>

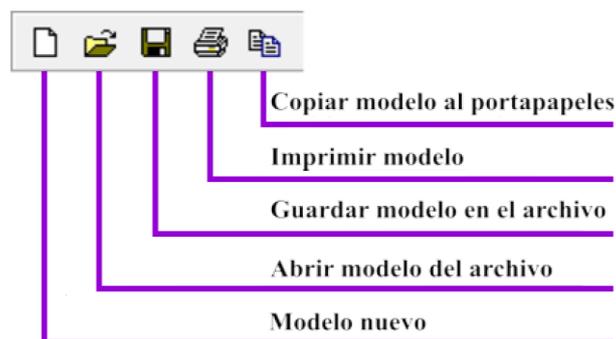
↪ **Limits (Límites):** Establece los límites de la ventana de trabajo.



**Figura 39 - Ventana de límites de trabajo de Ftool**

↪ **Exit (Salir):** Abandonar el programa.

Los comandos más utilizados en el menú **File** (Archivo) están dispuestos en una barra de herramientas en la parte superior de la pantalla:

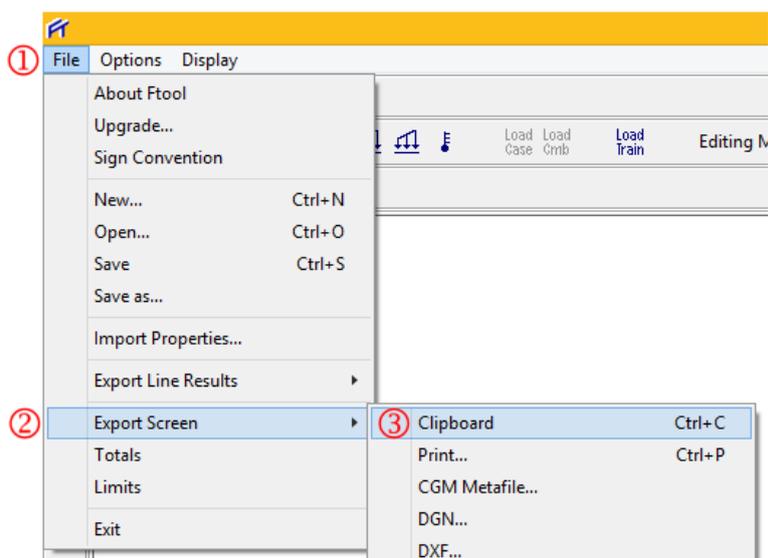


**Figura 40 - Barra de herramientas horizontal de Ftool**

### 3.4.2 EXPORTACIÓN DE IMÁGENES DE PANTALLA A TRAVÉS DEL PORTAPAPELES

Para obtener mejores resultados, se recomienda seguir estos pasos:

↪ Seleccionar la opción *Export Screen/Clipboard* (*Pantalla de Exportación/Portapapeles*) en el menú *File*, presionamos el ícono  o presionamos **Ctrl + C**. Esto copiará todas las imágenes en la pantalla principal (no sólo lo que está seleccionado actualmente).



**Figura 41 - Exportación de las características del modelo de *Ftool***

⇒ Abrir el programa en el que desea importar la imagen, *TextMaker 2016*<sup>9</sup>, por ejemplo. En *TextMaker 2016*, seleccionamos la opción *Edición/Pegar* e o presionamos **Ctrl + V**. En *Windows*, es posible elegir la opción *Paste Special* (pegado especial), luego, la opción *Picture (Imagen)* (*Windows Metafile - Metarchivo de Windows*) o la opción *Picture (Imagen)* (*Enhanced Metafile - Metarchivo Mejorado*)



**Figura 42 - Editor de textos con el que se elaboró este trabajo**

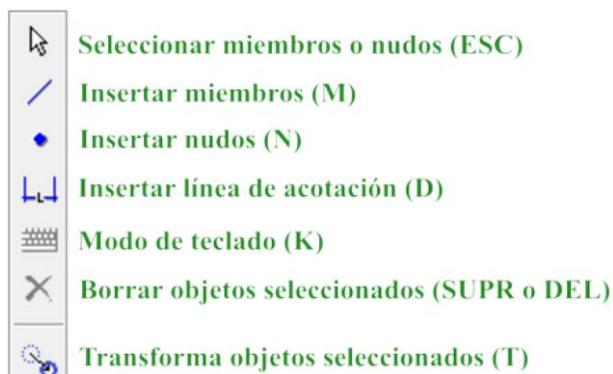
⇒ Editar la figura pegada. Se puede hacer que las líneas sean más gruesas (1/2 pt o 3/4 pt son buenas opciones), cambiar los colores de las líneas, etc. Si está imprimiendo en una impresora en blanco y negro, se obtienen los mejores resultados si se selecciona la opción *Pantalla > Primer Plano Negro* antes de exportar la imagen.

<sup>9</sup> Siguiendo con la filosofía que rige este trabajo de investigación, no podíamos usar (por ética y practicando lo que predicamos) un editor de textos pirata. Nos pusimos en contacto con **SoftMaker** (<http://www.softmaker.com/es/>) y nos dieron una licencia para profesores universitarios completa y gratuita.

### 3.5. CREACIÓN Y MANIPULACIÓN DE MODELOS

#### 3.5.1 LA BARRA DE HERRAMIENTAS *Edit* (Editar)

La barra de herramientas *Edit* (Editar) agrupa los botones para la creación y modificación del modelo.



**Figura 43 - Barra de herramientas verticales de *Ftool* - Editar**

Para insertar miembros, nudos o líneas de cota en *Ftool*, el programa encaja automáticamente el cursor del ratón en una unidad existente (un nudo o un miembro). El proceso de creación puede ser facilitado habilitando la cuadrícula de puntos (*Grid*) y usando la función de ajuste rápido (*Snap*) ubicada en la parte inferior derecha de la *Zona Gráfica*.



**Figura 44 - Grid/Grilla y Snap/Ajuste de *Ftool***

#### 3.5.2 MIEMBROS Y NUDOS

La creación de miembros y nudos es sencilla. Para insertar un miembro, seleccionamos el ícono  (*insert member - M*) y hacemos clic en dos puntos dentro de la *Zona Gráfica* o *Área de Visualización del Modelo*. Los nudos se crean instantáneamente en los extremos del miembro. Si el miembro insertado interseca uno existente, se crea automáticamente un nuevo nudo en la intersección de los dos miembros y los dos miembros se subdividen automáticamente.

De la misma manera, se crea un nudo seleccionando el ícono  (*insert node - N*) y haciendo clic con el ratón en un punto dentro del área de visualización del modelo. Si el punto

seleccionado se encuentra en un miembro existente, el miembro se divide en dos miembros con la inserción del nuevo nudo.

La inserción de «líneas» con el ratón para la creación de miembros se realiza con dos clics: uno para el primer nodo del miembro y el siguiente, para el segundo nodo. Por lo general, la creación de líneas utilizando el ratón sigue la regla «presione el botón - arrastre el ratón - botón de liberación». El método de «dos clics» utilizado en *Ftool* permite al usuario detener la inserción de miembros después del primer punto haciendo clic con el botón derecho del ratón o pulsando *Esc* en el teclado. Este tipo de método también permite al usuario acercarse o mover la ventana de dibujo después de entrar en el primer nodo y antes de entrar con el segundo, etc.

Las coordenadas de la posición del cursor del ratón se indican en un cuadro de texto situado en la parte inferior de la pantalla. Mientras se inserta un miembro, antes del segundo clic del ratón, una barra de mensajes en la parte superior de la pantalla muestra la longitud del miembro.

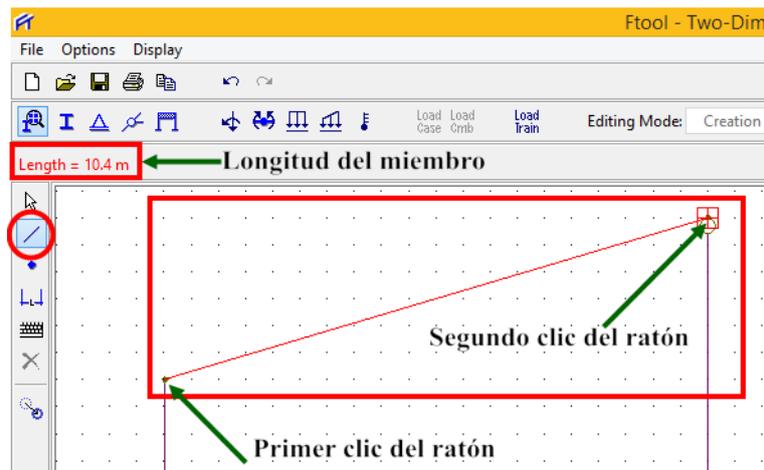


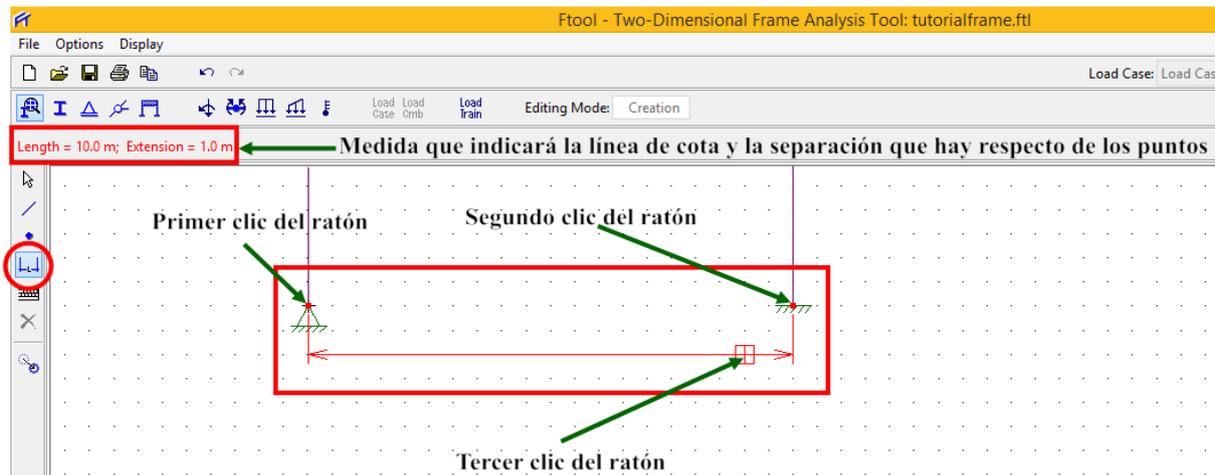
Figura 45 - Opciones en la creación de los elementos Member/Miembro en *Ftool*

### 3.5.3 CREACIÓN DE *Dimension Lines* (líneas de acotación o de cota)

*Dimension Lines* son líneas auxiliares utilizadas para indicar las distancias en el modelo estructural. Para insertar una línea de cota, seleccione el ícono  (*Insert dimension line - D*) en la barra de herramientas *Edit (Editar)* y haga clic en tres puntos en la pantalla. Los dos primeros puntos son los puntos de control para especificar la distancia a ser listada por la dimensión. El tercer punto define dónde se ubicará la línea de cota. Durante la construcción de la línea, el programa actualiza la línea de cota en la pantalla hasta que el usuario ingresa el tercer punto.

La creación de una línea de cota a través del método de «tres clics» permite al usuario

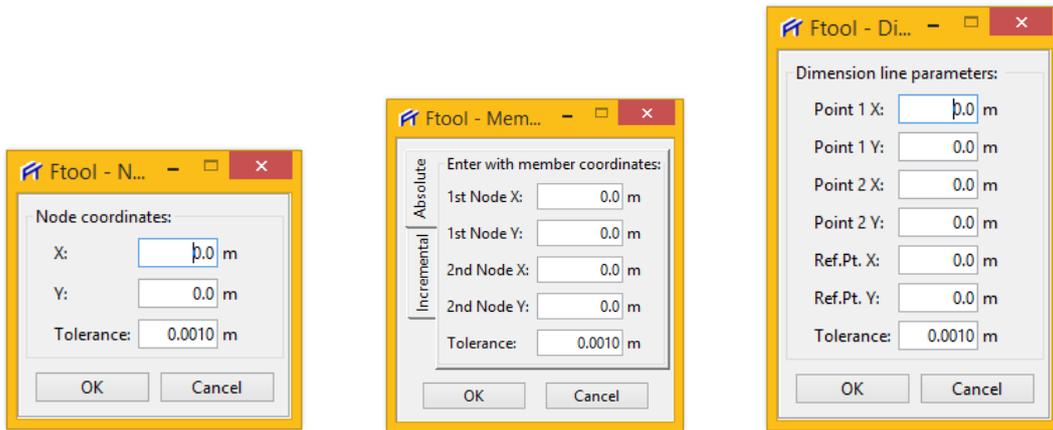
suspender la inserción de la línea antes de entrar en los puntos finales, haciendo clic con el botón derecho del ratón o pulsando **Esc** en el teclado. Este tipo de interacción también permite al usuario acercar o mover la ventana de visualización después de entrar en el primer punto o el segundo punto y antes de ingresar el tercero.



**Figura 46 - Opciones en la creación de los elementos Dimension Lines/Líneas de Acotación en *Ftool***

### 3.5.4 MODO DE TECLADO (*Keyboard Mode*)

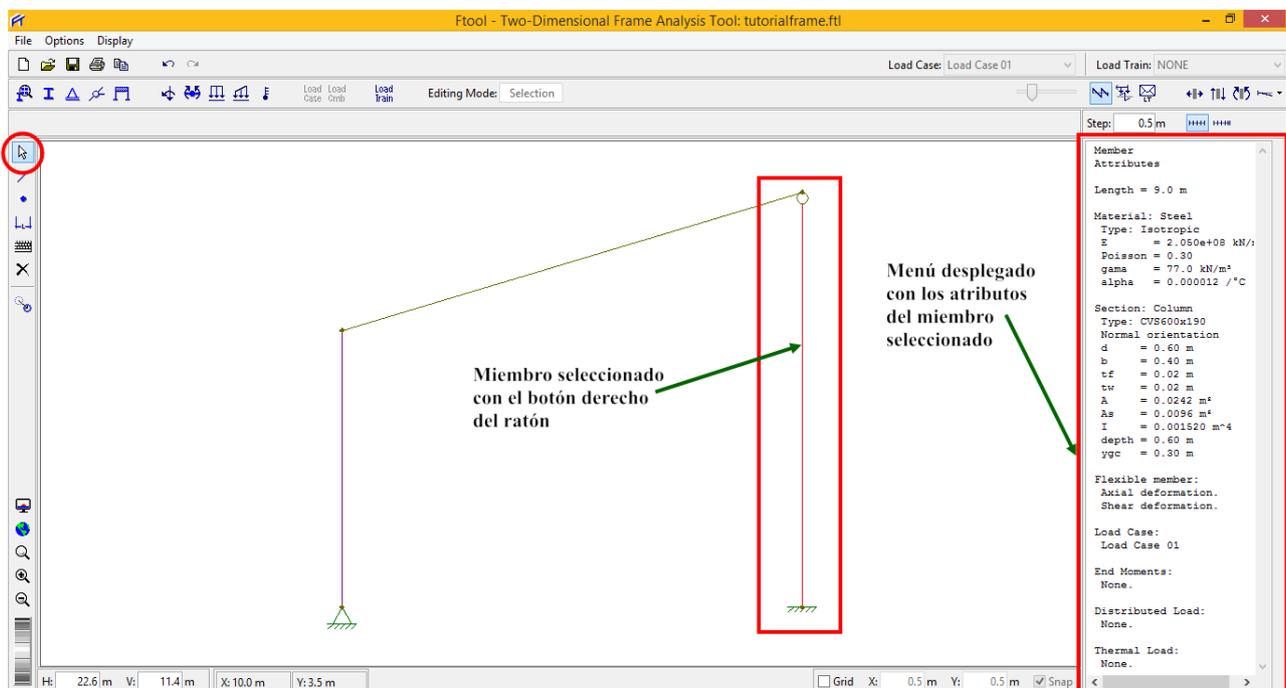
El ícono  (*Keyboard mode - K*) cambia a modo de teclado. Cuando está activo, si un usuario intenta crear un miembro, nodo o línea de cota con los métodos descritos anteriormente, aparecerá un cuadro de diálogo en el que se pueden definir las coordenadas deseadas del elemento. El valor *Tolerance* (tolerancia) se utiliza para la «atracción» de los nodos/miembros existentes (nunca utilizar el valor nulo para la tolerancia). Cuando se hace clic en *OK* (aceptar), los diálogos aparecen de nuevo, lo que permite al usuario crear otro elemento. En el caso de los miembros, el nuevo diálogo aparece con valores que describen un miembro colineal de la misma longitud, permitiendo así una rápida creación de miembros colineales secuenciales.



**Figura 46 - Ventanas para nudos, miembros y líneas de acotación de *Ftool* (de izquierda a derecha) cuando está en la opción **Keyboard Mode/Modo de Teclado****

### 3.5.5 MODO DE SELECCIÓN (*Selection Mode*)

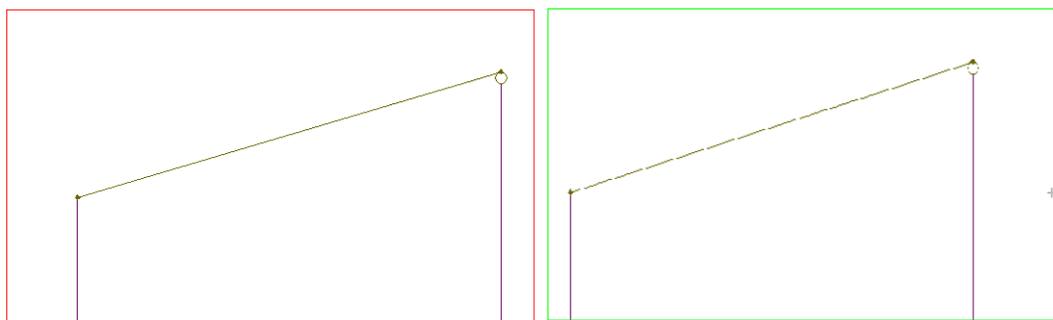
El icono  (*Select mode - ESC*) activa el modo de «selección». En este modo, al hacer clic con el botón secundario (derecho) del mouse en un miembro o nodo, se muestran sus atributos en un menú lateral en la parte derecha de la pantalla. Utilice el botón izquierdo para seleccionar un elemento (el programa nunca permite que miembros y nodos se seleccionen simultáneamente).



**Figura 47 - Elementos activados por *Ftool* al seleccionar un miembro en la opción **Selection Mode/Modo de Selección de *Ftool*****

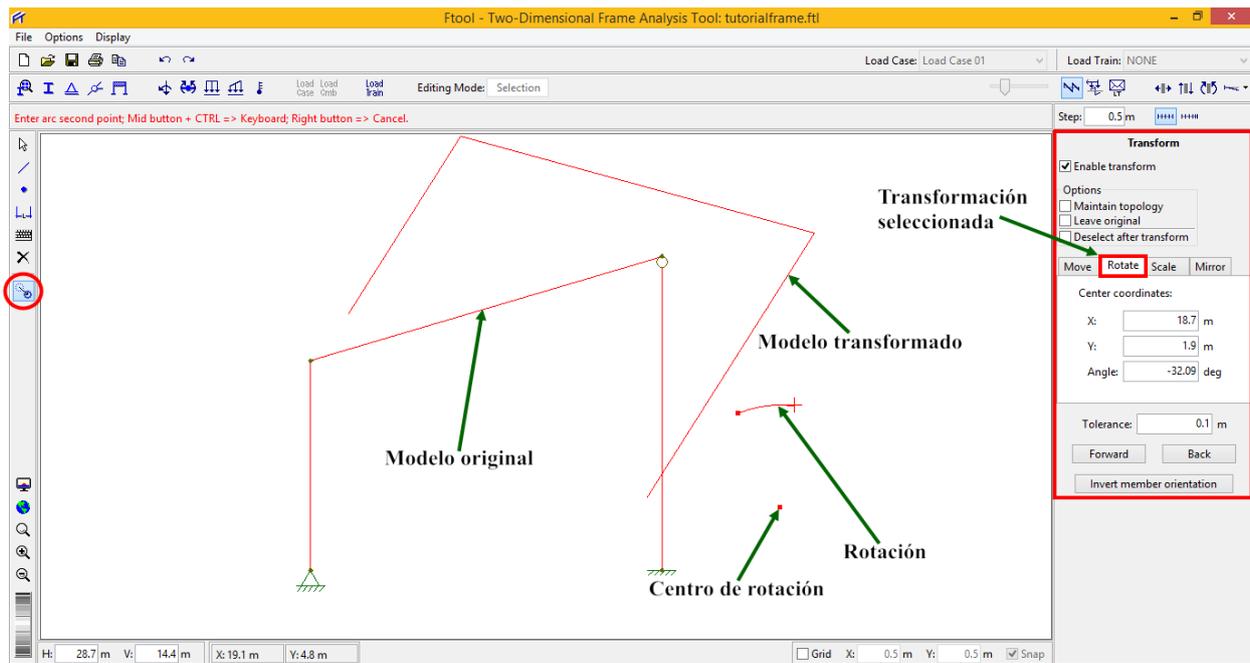
La selección de un conjunto de miembros o un conjunto de nodos se puede hacer haciendo clic en el botón izquierdo del ratón simultáneamente con la tecla MAYÚS. Con la tecla pulsada, al hacer clic en un elemento ya seleccionado, se anula su selección.

También se puede seleccionar un conjunto de miembros/nodos definiendo un rectángulo que lo rodea. Para ello, mantenga presionado el botón izquierdo del ratón y arrástrelo para definir el rectángulo. Suelte el botón del ratón para completar el rectángulo. Si el rectángulo se dibuja de izquierda a derecha, es rojo y todos los elementos contenidos totalmente en el rectángulo están seleccionados. Si se dibuja de derecha a izquierda, el rectángulo es verde y se seleccionan todos los elementos contenidos dentro o intersectados por el rectángulo. Si se pulsa la tecla MAYÚS y algunos elementos ya están seleccionados, sólo se seleccionarán elementos del mismo tipo (viga o nodo). De lo contrario, el programa primero intenta seleccionar miembros; si no se encuentran, se seleccionan los vértices contenidos en el rectángulo.



**Figura 48 - Color del rectángulo de selección de elementos en *Ftool*: rojo (cuando se lo abre de izquierda a derecha) y verde (cuando se lo abre de derecha a izquierda)**

Una vez seleccionados los nodos y miembros, se pueden ejecutar acciones sobre ellos. Para borrar entidades pulse el ícono . Para transformar las entidades seleccionadas, utilice el ícono  (*Transform - T = Transformar*). El usuario también puede aplicar atributos o cargas a los miembros o nodos seleccionados, esto se discute más adelante.



**Figura 49 - Algunas manipulaciones con los elementos de una estructura al activar la opción *Transfor/Transformación* de *Ftool***

### 3.5.6 DESHACER - REHACER (*Undo - Redo*)

La opción *Undo* (*Deshacer*) cancela las acciones anteriores. La opción *Redo* (*Rehacer*) vuelve a ejecutar la última acción cancelada. ***Undo* (*Ctrl + Z*)**  ***Redo* (*Ctrl + Y*)** 

Las acciones siguientes se pueden deshacer:

- ↶ Creación o eliminación de miembros, nodos y líneas de dimensión
- ↶ Transformaciones de miembros, nodos y líneas de dimensión
- ↶ Aplicación de una propiedad (materiales de los miembros, secciones transversales y restricciones de deformación, soportes nodales y liberaciones = *releases*) a miembros o nodos
- ↶ Aplicación de cargas estáticas (fuerzas concentradas nodales, momentos finales o de extremo de los miembros, cargas distribuidas y térmicas)
- ↶ Creación y eliminación de casos y combinaciones de carga (*Advanced Edition*)
- ↶ Modificaciones a una combinación de carga (agregar o eliminar casos de carga incluidos o

factores de edición) (Advanced Edition).

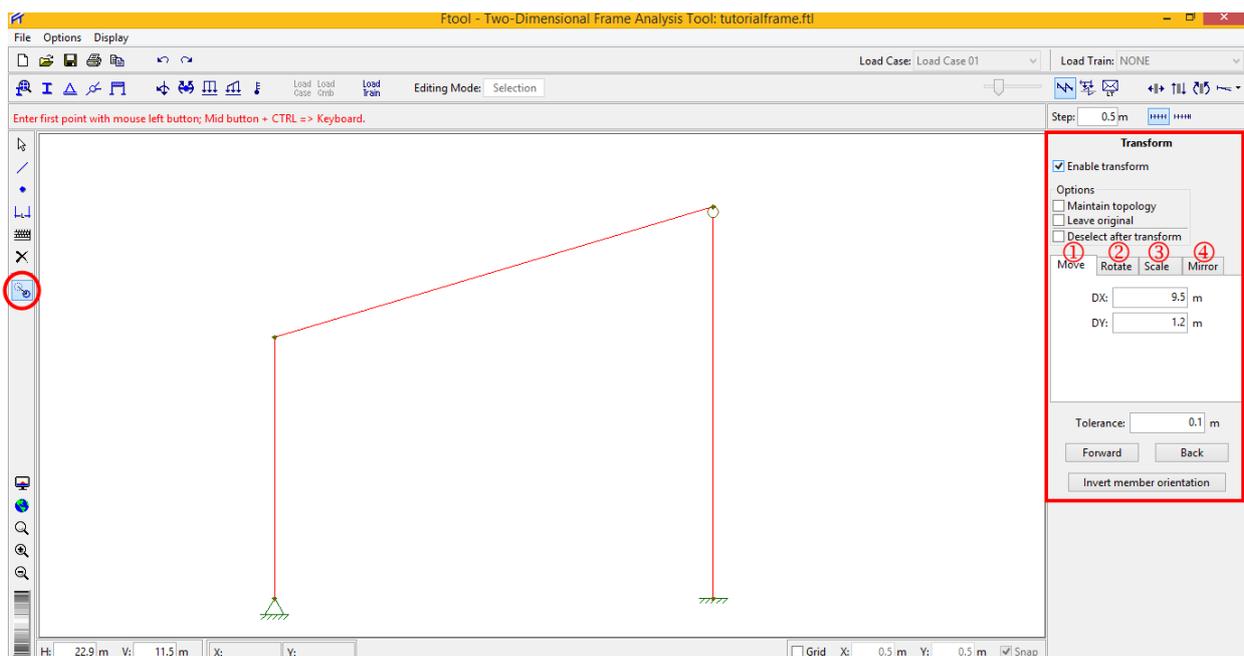
Las acciones siguientes reinicializa (*reset*) la lista de *Undo* (*deshacer*), haciendo esto no permitirá al usuario deshacer acciones anteriores, incluida la acción en sí:

- ↪ Eliminación de propiedades y cargas que antes se aplicaban a elementos del modelo.
- ↪ Entrar en el modo de visualización de resultados (acciones como transformaciones tomadas una vez que ya se visualizan los resultados ingresan a la lista).

El ícono *Redo* (*rehacer*) sólo puede ejecutar la última acción deshecha. Por lo tanto, si se deshacen varias acciones, se pierden todas las acciones excepto la última.

### 3.5.7 TRANSFORMACIONES (*Transform - T*)

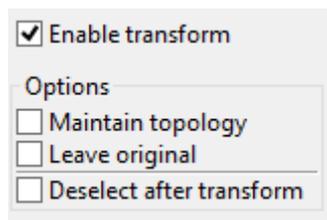
Si el usuario selecciona el ícono  (*Transform - T = Transformar*), el área multiusos a la derecha de la pantalla presenta las opciones de transformación. Si no se selecciona ningún objeto (miembro, nodo o línea de cota), el área se desactivará. Si el usuario selecciona uno o más objetos, la opción *Enable Transform/Habilitar transformación* estará disponible para la selección. Una vez activado, el usuario puede comenzar a realizar transformaciones en los objetos seleccionados.



**Figura 50 - Opción Transform/Transformación de *Ftool***

Se dispone de cuatro transformaciones: ① = **Move** (*Mover o trasladar*), ② = **Rotate** (*Rotación*), ③ = **Scale** (*Escalado*) y ④ = **Mirror** (*Reflejo o espejo*). La transformación que se va a emplear, se define seleccionando la pestaña apropiada.

Las transformaciones presentan tres opciones, dos de las cuales son mutuamente excluyentes. Estos son: prohibir la transformación de alterar la topología de la estructura (por lo tanto prohibir nuevas intersecciones, por ejemplo) (*Maintain the topology/Mantener la topología*), y dejar el objeto original (por lo tanto crear una copia en la nueva posición) (*Leave original/Dejar original*). El usuario puede optar por desactivar ambas opciones o activar una (no es posible que ambas se seleccionen simultáneamente). Si se selecciona *Maintain the topology/Mantener la topología*, el usuario no puede realizar transformaciones de reflejo. Otra opción es anular la selección de todos los objetos después de la transformación (*Deselect after transform/Deseleccionar después de la transformación*). De forma predeterminada, esta opción está desactivada, lo que significa que los objetos permanecerán seleccionados después de la transformación.

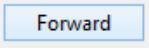


**Figura 50 - Detalle de la opción Transformor/Transformación de *Ftool***

Las transformaciones pueden realizarse mediante el ratón o el teclado. El «modo de teclado» definido en la columna a la izquierda de la pantalla no es relevante para las transformaciones. La operación a realizar depende de la transformación deseada:

#### ① **Move (Mover o trasladar):**

↳ *Ratón*: El usuario hace clic una vez en la pantalla para definir el origen de la traslación, arrastra el ratón y luego hace clic otra vez para definir el final de la traslación.

↳ *Teclado*: El usuario define la traslación horizontal (**DX**) y vertical (**DY**) y luego hace clic en el botón *Forward*  para aplicar la transformación.

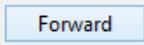
### ② Rotate (Rotación):

↳ *Ratón:* El usuario hace clic una vez para definir el origen de la rotación, arrastra el ratón, vuelve a hacer clic para definir el inicio del arco de rotación, arrastra el ratón y hace clic una vez más para definir el final del arco rotación).

↳ *Teclado:* El usuario define las coordenadas del centro de rotación (**X** e **Y**) y el ángulo y luego hace clic en el botón *Forward*  para aplicar la transformación.

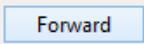
### ③ Scale (Escalada):

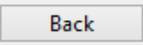
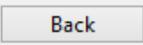
↳ *Ratón:* El usuario hace clic una vez para definir el origen de la escala, arrastra el ratón, vuelve a hacer clic para definir un vector de referencia, arrastra el ratón y hace clic una vez más para definir el vector transformado y por lo tanto el factor de escala (igual a la proporción de las longitudes de los vectores transformados y de referencia).

↳ *Teclado:* El usuario define las coordenadas del centro de escala (**X** e **Y**) y el factor de escala y luego hace clic en el botón *Forward*  para aplicar la transformación.

### ④ Mirror (Reflejo o espejo)

↳ *Ratón:* El usuario hace clic una vez para definir un punto, arrastra el ratón y luego hace clic una vez más para definir la línea de reflejo.

↳ *Teclado:* El usuario define las coordenadas de dos puntos a lo largo de la línea de reflejo (**X1**, **Y1**, **X2** e **Y2**) y luego hace clic en el botón *Forward*  para aplicar la transformación.

Otra opción disponible al realizar transformaciones con el teclado es utilizar el botón *Back*  (*Atrás*), que aplica la transformación inversa (por ejemplo, si el usuario define una rotación de  $15^\circ$  y hace clic en *Back* , la rotación será de  $-15^\circ$ ).

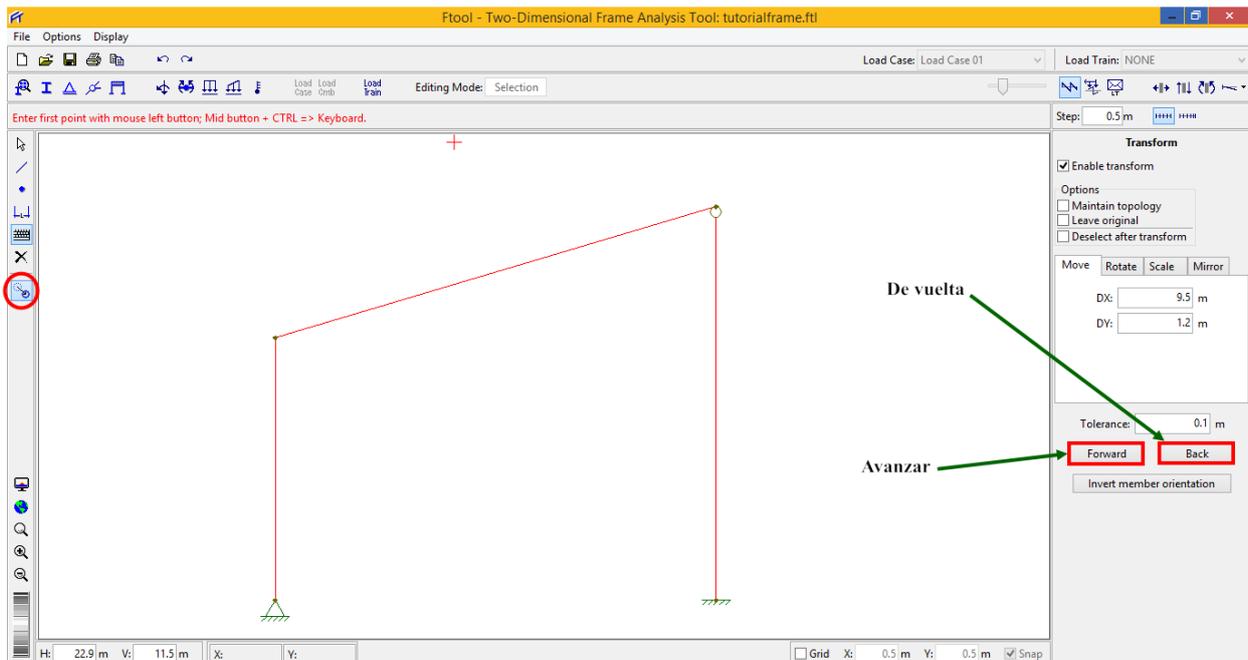
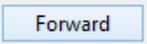
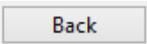


Figura 51 - Ubicación de  y  la opción Transform/Transformación

Si la función *Maintain the topology*/Mantener la topología está deshabilitada, al realizar transformaciones con el ratón, el usuario verá una realimentación que muestra las posiciones finales de los objetos transformados. Sin embargo, los objetos mismos no se modifican hasta el final de la transformación. Además, si se selecciona *Maintain the topology*/Mantener la topología, los objetos se transforman inmediatamente y, por lo tanto, «siguen» al ratón. Con esta opción seleccionada, se sugiere que el usuario mueva el ratón lentamente.

Cada transformación debe respetar una tolerancia dada. Si la transformación se define a través del teclado, la tolerancia adoptada debe definirse en el cuadro de texto dado. En este caso, la tolerancia por defecto es igual al menor valor posible para el formato de longitud actual (1, 0.1, 0.01, 0.001, etc.) o, en el caso de los formatos exponenciales,  $1.0e-4$ . Si la transformación se realiza a través del ratón, el cuadro de texto *Tolerance*/Tolerancia se ignora y la tolerancia se define internamente como una función de la escala de zoom de la pantalla.

Con uno de los cuadros de texto (por ejemplo, **DX** o **DY** de la traslación), también se pueden usar los siguientes métodos abreviados de teclado: **Enter** para aplicar la transformación actual o **Ctrl + Enter** para la transformación inversa.

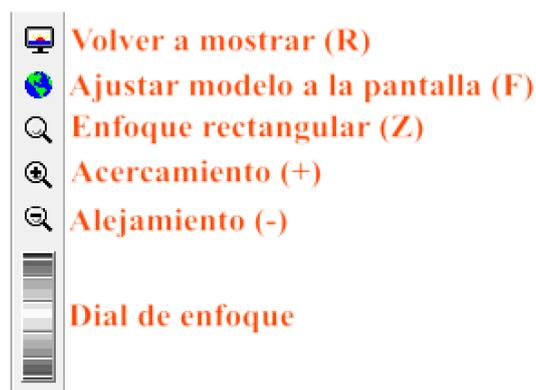
Las transformaciones también se pueden hacer mientras se muestran resultados estáticos, la configuración deformada de la estructura o las líneas de influencia. En estos casos, la

transformación debe mantener la topología de la estructura. Todos los diagramas se actualizan automáticamente manteniendo su escala.

Otra transformación disponible es modificar las orientaciones de los miembros (*Invert member orientation/Invertir orientación del miembro*) . Cuando se seleccionan miembros (sin mostrar resultados), esta opción se vuelve disponible y permite invertir las orientaciones de los miembros. Esta opción puede ser útil cuando se trata de cargas aplicadas en los ejes locales de los miembros.

### 3.6. CONTROLES DE VISUALIZACIÓN

#### 3.6.1 LA BARRA DE HERRAMIENTAS DE CONTROL DE VISUALIZACIÓN



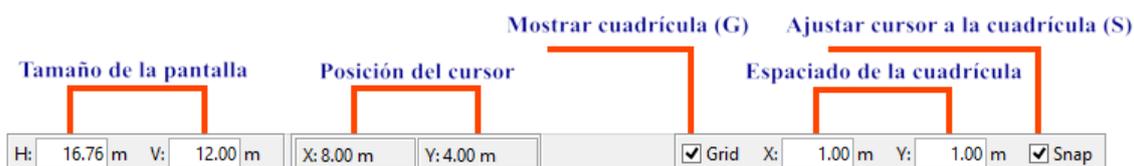
**Figura 52 - Barra de herramientas verticales de *Ftool* - visualiación**

La opción *Fit world on screen (F)/Ajustar y centrar en la pantalla* a la que puede accederse mediante un clic en el ícono  escala la imagen de la estructura para llenar la pantalla. La escala de la imagen en la pantalla puede modificarse de varias maneras, la primera de las cuales se basa en un rectángulo de zoom definido cuyo ícono es  (*Zoom in given recatengle/Definir un rectángulo para enfocar la pantalla*). La entrada de dos esquinas opuestas del rectángulo de zoom se completa con «dos clics» del ratón. El enfoque de «dos clics» permite al usuario cancelar el área de visualización después del primer punto del rectángulo haciendo clic con el botón derecho del ratón o pulsando **Esc**. Si los dos clics del ratón están en el mismo punto en la pantalla habrá un zoom «central» en este punto. El ícono  *Zoom In/Acercamiento* aumenta el tamaño del modelo en la pantalla,

mientras que el ícono  *Zoom Out/Alejamiento* disminuye el tamaño. El dial en la base de la barra de herramientas permite el control de zoom en tiempo real del modelo.

### 3.6.2 CONTROL DE COORDENADAS

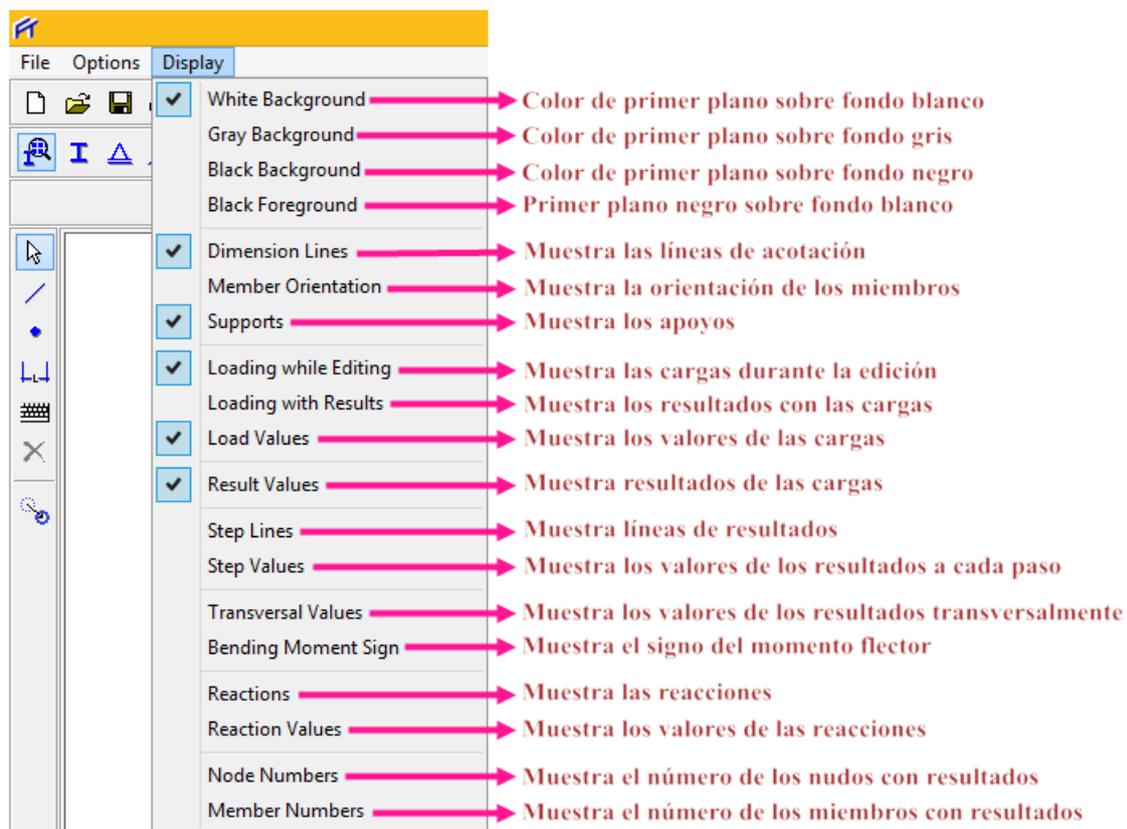
En esta barra de herramientas ubicada en la parte inferior de la pantalla, los campos de texto  $H$  y  $V$  muestran el tamaño de la ventana de visualización y permiten al usuario alterar estos valores. Los campos  $X$  e  $Y$  muestran la posición del cursor en la pantalla. La casilla de verificación *Grid/Cuadrícula* activa la opción para mostrar una cuadrícula de puntos en la pantalla y la casilla de verificación *Snap /Ajustar* activa la atracción del cursor a los puntos de la cuadrícula.



**Figura 53 - Controles del tamaño de pantalla, coordenadas, grilla y ajuste**

### 3.6.3 EL MENÚ *Display (Mostrar)*

Este menú enumera todos los elementos que se pueden mostrar. El usuario puede elegir el color de fondo, por ejemplo. Una marca de verificación indica que la cantidad de pantalla está activa. Simplemente hacer clic en los elementos de la lista con el ratón. Para cada color de fondo seleccionado hay diferentes colores relacionados con los miembros y nodos del modelo. Otra opción aquí es trabajar con todos los miembros del modelo en blanco y negro. Por lo tanto, la imagen del modelo se puede imprimir con eficacia en una impresora en blanco y negro. Además, es posible especificar qué atributos se deben mostrar en la pantalla durante el uso del programa. Es importante enfatizar que ciertas opciones sólo se aplican al pre-procesamiento y otras sólo al post-procesamiento.



**Figura 54 - Menú Display/Mostrar**

### 3.7. OPCIONES

#### 3.7.1 EL MENÚ *Options* (Opciones)

En *Ftool* es posible configurar:

- ↪ Tamaño de apoyos o soportes, rótulas o bisagras, cargas y textos de un modelo en la pantalla.
- ↪ Opción de considerar o no los resultados de la carga estática en el cálculo de las envolventes de fuerzas internas debido a trenes de carga.
- ↪ Opción de guardar archivo auxiliar (extensión **.pos**) que se utiliza internamente para vincular el programa con el módulo de análisis (*solver/solucionador*). De forma predeterminada, esta opción no se activa y se restablece cuando se inicializa un nuevo modelo o se abre desde el archivo.
- ↪ Sistemas unitarios y el formato para valores numéricos.

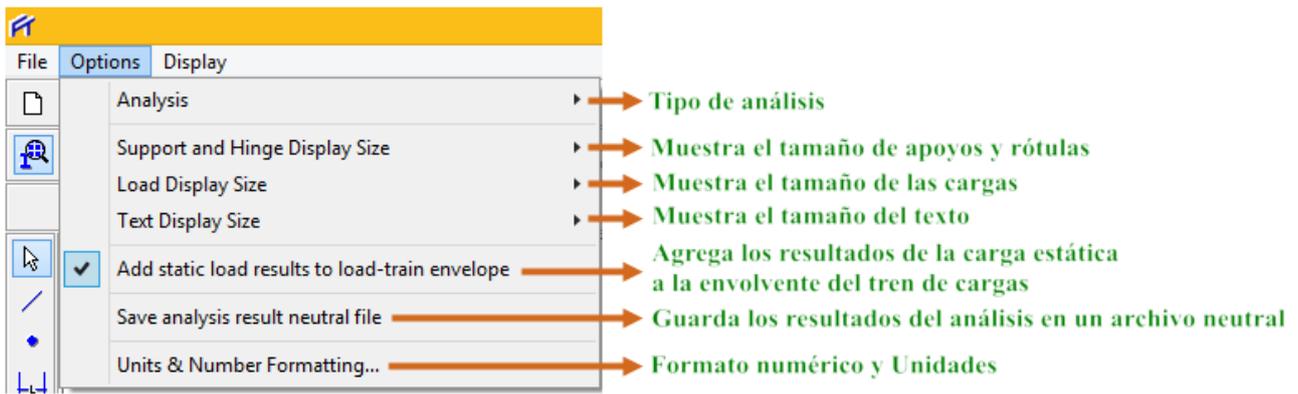


Figura 54 - Menú Options/Opciones

### 3.7.2 TIPO DE ANÁLISIS (*Analysis*)

En la versión actual de *Ftool*, el único tipo de análisis es *lineal-elástico*:

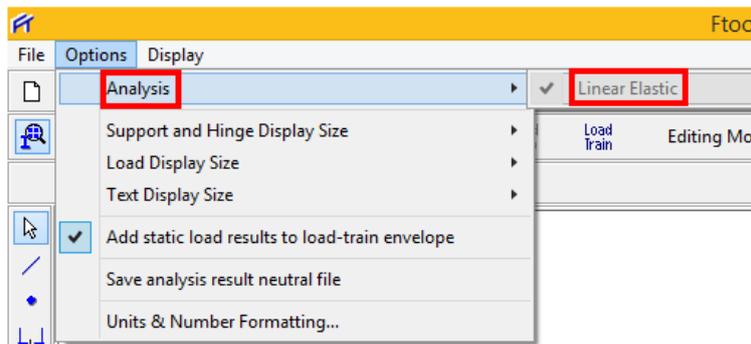


Figura 54 - Análisis lineal elástico es el único que puede realizar *Ftool*

### 3.7.3 MOSTRAR TAMAÑO DE SOPORTES, RÓTULAS, CARGAS Y TEXTO

Hay elementos en el menú *Options/Opciones* que permiten la configuración del tamaño de apoyos, rótulas, cargas y texto en la pantalla de un modelo:

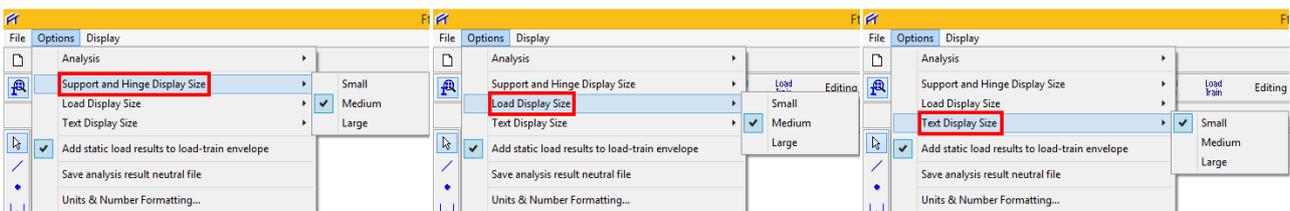
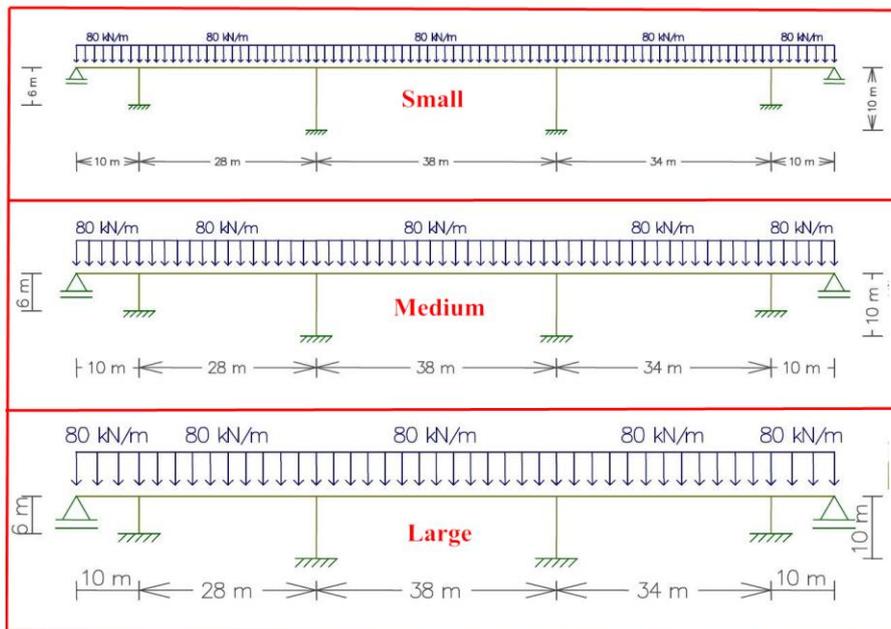


Figura 55 - Tamaño de los apoyos, cargas y textos (de izquierda a derecha) en el menú Options/Opciones de *Ftool*

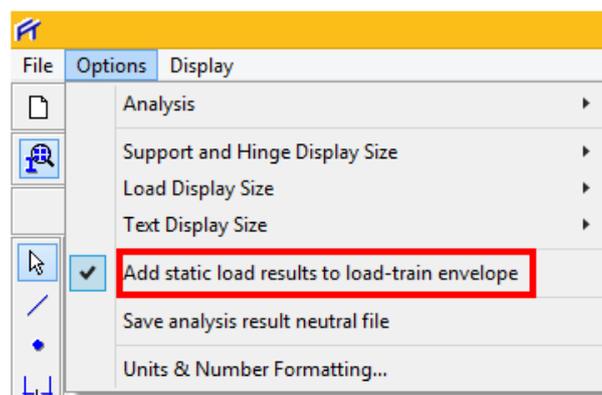
Para cada tipo de entidad, el tamaño de la pantalla puede ser *Small/Pequeño*, *Medium/Medio* o *Large/Grande*. Un ejemplo de los resultados de esta configuración de tamaño de visualización puede verse en el modelo de un puente:



**Figura 56 - Ejemplo de tamaño de los apoyos, cargas y textos (de izquierda a derecha) en el menú Options/Opciones de *Ftool***

### 3.7.4 SUPERPOSICIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA CARGA ESTÁTICA Y EL TREN DE CARGAS

*Ftool*, por defecto, añade efectos de la carga estática al cálculo de las envolventes de fuerza interna debidas a los trenes de carga. Esta opción puede desactivarse a través de un elemento del menú *Options/Opciones*. La configuración predeterminada se restablece cuando se crea o se abre un nuevo modelo desde un archivo.



**Figura 57 - Superposición de Cargas Estáticas y Tren de Cargas**

### 3.7.5 ARCHIVO SOLUCIONADOR

*Ftool* dispone de un módulo interno para realizar el análisis (*solver*) del modelo actual. Es posible guardar un archivo auxiliar con los datos que se pasan al módulo de análisis. En la versión anterior a la 3.00, este archivo era la única opción para alimentar el análisis. Después de la versión 3.00, esta comunicación se realiza a través de la memoria *RAM*. Sin embargo, hay un elemento en el menú *Options/Opciones* que permite guardar este archivo. El archivo tiene el mismo nombre que el nombre del archivo de modelo actual, pero con la extensión **.pos**. Esta opción se desactiva cuando se crea un nuevo modelo o se abre desde un archivo.

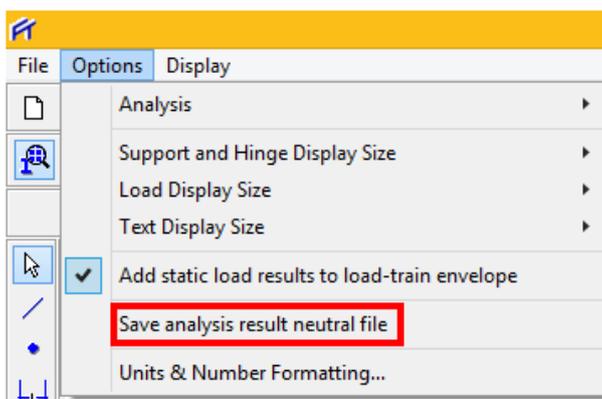


Figura 58 - Opciones de guardado de los resultados de *Ftool*

### 3.7.6 FORMATO NUMÉRICO Y UNIDADES

A través del submenú *UnitS & Number Formatting/Unidades y Formato Numérico*, el usuario selecciona las unidades físicas para los parámetros utilizados en el análisis estructural y el formato para la visualización de valores numéricos para estos parámetros. Existen opciones para especificar unidades en el *SI (Sistema Internacional)*, *US (Sistema Norteamericano)* o unidades en *kilo-Newtons y metros* (a veces llamado el *Sistema Técnico*). Para especificar un sistema de unidades y el formato de visualización, seleccione el botón correspondiente en la parte superior del cuadro. El usuario siempre puede cambiar el sistema de unidades o el formato, según sea necesario, durante un análisis.

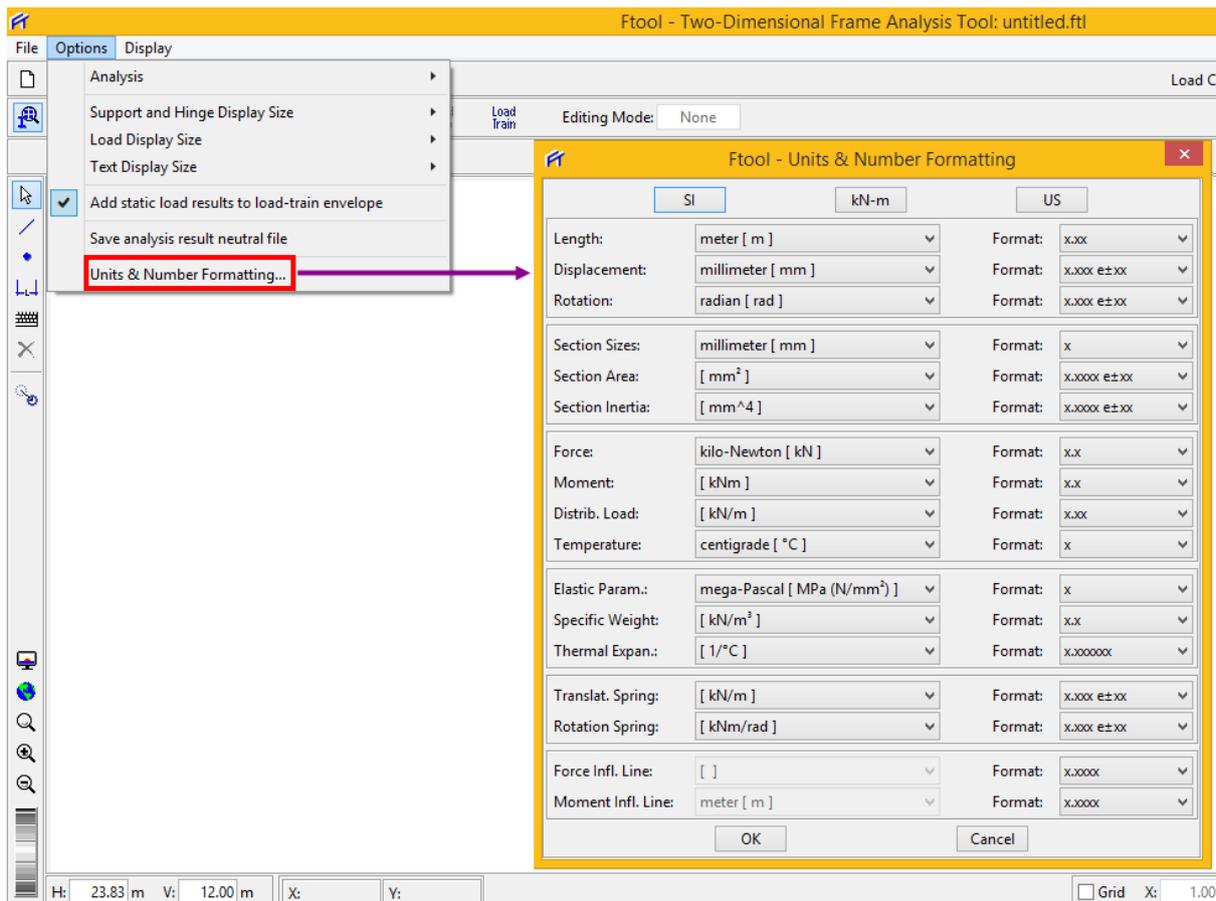


Figura 59 - Unidades y Formato Numérico de *Ftool*

### 3.7.7 SISTEMA DE UNIDADES

Las tablas siguientes muestran los sistemas de unidades implementados en *Ftool* para cada parámetro y los factores de conversión correspondientes para las unidades utilizadas internamente por el programa (indicadas en **negrita**).

La primera unidad de cada parámetro aparece automáticamente cuando el usuario selecciona unidades *SI* (*Sistema Internacional*) o *US* (*Unidades Estadounidenses = Sistema Norteamericano*).

La conversión para las unidades que tienen *tonelada - fuerza (tf)* es  $1\text{ tf} = 10^3\text{ kg} \times g$ . La aceleración de la gravedad adoptada es  $g = 9.81\text{ m/s}^2$ . Algunas unidades múltiplos de Pascal empleadas:

$$\begin{aligned}
 1\text{ Pa} &= 1\text{ N/m}^2 \\
 1\text{ kPa} &= 10^3\text{ N/m}^2 = 1\text{ kN/m}^2 \\
 1\text{ MPa} &= 10^6\text{ N/m}^2 = 10^3\text{ kN/m}^2 = 1\text{ N/mm}^2 \\
 1\text{ GPa} &= 10^9\text{ N/m}^2 = 10^6\text{ kN/m}^2 = 1\text{ kN/mm}^2
 \end{aligned}$$

Dimensión	SI		US	
	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
Longitud	m	1	ft	0.3048
	cm	0.01	in	0.0254
	mm	0.001		
Rotación	rad	1	rad	1
	deg	$\pi/180$	deg	$\pi/180$
Área	mm <sup>2</sup>	0.000001	in <sup>2</sup>	0.02542
	cm <sup>2</sup>	0.0001	ft <sup>2</sup>	0.30484
	m <sup>2</sup>	1		
Momento de Inercia	mm <sup>4</sup>	1.0E-12	in <sup>4</sup>	0.02542
	cm <sup>4</sup>	1.0E-08	ft <sup>4</sup>	0.30484
	m <sup>4</sup>	1		
Fuerza	kN	1	kip	4.448
	N	0.001	lb	0.004448
	tf	9.81		
Momento	kN.m	1	ft.k	1.356
	N.m	0.001	ft.lb	0.001356
	tf.m	9.81	in.k	0.11298
	KN.cm	0.01	in.lb	0.00011298
	N.cm	0.00001		
	tf.cm	0.0981		
	kN.mm	0.001		
	N.mm	0.000001		
	tf.mm	0.00981		
Cargas Distribuidas y Rigidez Transversal de Muelle	kN/m	1	k/ft	14.593
	N/m	0.001	lb/ft	0.014593
	tf/m	9.81	k/in	175.1
	kN/cm	100	lb/in	0.1751
	N/cm	0.1		
	tf/cm	981		
	kN/mm	1000		
	N/mm	1		
	tf/mm	9810		
Temperatura	° C	1	° F	5(C-32)/9
Módulo de Elasticidad	MPa	1000	ksi	6895
	GPa	1000000	psi	6.895
	tf/mm <sup>2</sup>	9810000	k/ft <sup>2</sup>	47.878
	N/cm <sup>2</sup>	10	lb/ft <sup>2</sup>	0.047878
	kN/cm <sup>2</sup>	10000		
	tf/cm <sup>2</sup>	98100		
	Pa	0.001		
	kN/m <sup>2</sup>	1		
	tf/m <sup>2</sup>	9.81		
Peso Específico	kN/m <sup>3</sup>	1	pcf	0.1571
	N/m <sup>3</sup>	0.001	k/ft <sup>3</sup>	157.1
	tf/m <sup>3</sup>	9.81	lb/in <sup>3</sup>	271.434
	kN/cm <sup>3</sup>	1000000	k/in <sup>3</sup>	271434
	N/cm <sup>3</sup>	1000		

	$tf/cm^3$	9810000		
	$kN/mm^3$	1.00E+09		
	$N/mm^3$	1000000		
	$tf/mm^3$	9.81E+09		
<b>Expans. Térm.</b>	$1/^\circ C$	1	$1/^\circ F$	1.8
<b>Rigidez Rotacional de Muelle</b>	$kN.m/rad$	1	$ft.k/rad$	1.356
	$N.m/rad$	0.001	$ft.lb/rad$	0.001356
	$tf.m/rad$	9.81	$in.k/rad$	0.11298
	$kN.cm/rad$	0.01	$in.lb/rad$	0.00011298
	$N.cm/rad$	0.00001	$ft.k/deg$	$244.08/\pi$
	$tf.cm/rad$	0.0981	$ft.lb/deg$	$0.24408/\pi$
	$kN.m/deg$	0.001	$in.k/deg$	$20.3364/\pi$
	$N.m/deg$	0.000001	$in.lb/deg$	$0.0203364/\pi$
	$tf.m/deg$	0.00981		
	$kN.m/deg$	$180/\pi$		
	$N.m/deg$	$0.18/\pi$		
	$tf.m/deg$	$1765.8/\pi$		
	$kN.cm/deg$	$1.8/\pi$		
	$N.cm/deg$	$0.0018/\pi$		
	$tf.cm/deg$	$17.658/\pi$		
	$kN.m/deg$	$0.18/\pi$		
	$N.m/deg$	$0.00018/\pi$		
	$tf.m/deg$	$1.7658/\pi$		

Tabla 3 - Unidades y factores de conversión usados por *Ftool*

### 3.8. ATRIBUTOS DE NUDO Y DE MIEMBRO

#### 3.8.1 CONTROL DE NUDO Y ATRIBUTOS DE MIEMBRO

Los botones de esta barra de herramientas muestran un conjunto de submenús para crear y asignar propiedades para nodos y miembros del modelo. Estos submenús aparecen a lo largo de la parte lateral de la pantalla.

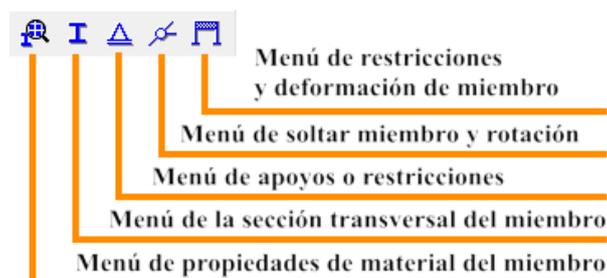
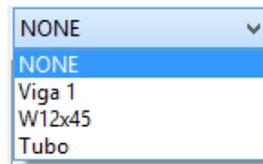


Figura 60 - Propiedades del material, sección transversal, apoyos, rótulas y restricciones (de izquierda a derecha) en *Ftool*

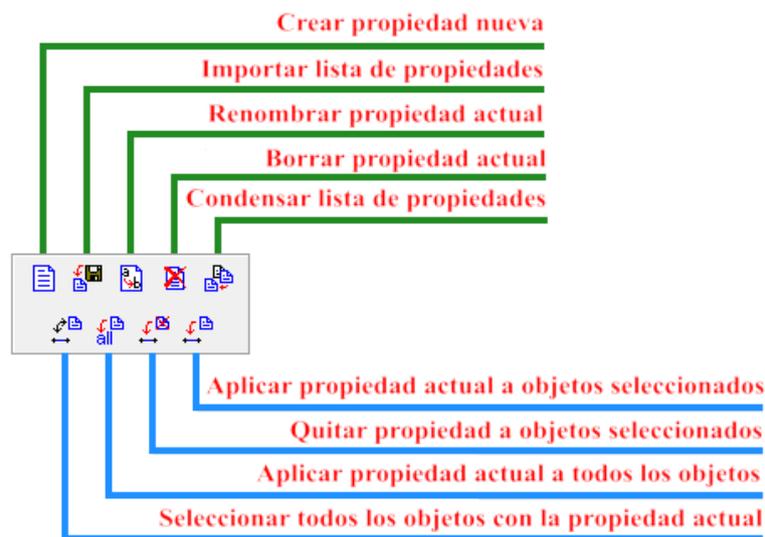
### 3.8.2 CARACTERÍSTICAS COMUNES A SUBMENÚS

Los submenús para la manipulación de los parámetros del material, las propiedades de la sección transversal del miembro y los valores de las cargas tienen características comunes. La lista desplegable muestra un conjunto de propiedades que está definido por un nombre único. Estos valores de propiedad se muestran automáticamente en los submenús para su edición.



**Figura 61 - Creación de materiales en *Ftool***

Los iconos mostrados en la siguiente figura permiten al usuario administrar estos conjuntos de propiedades:



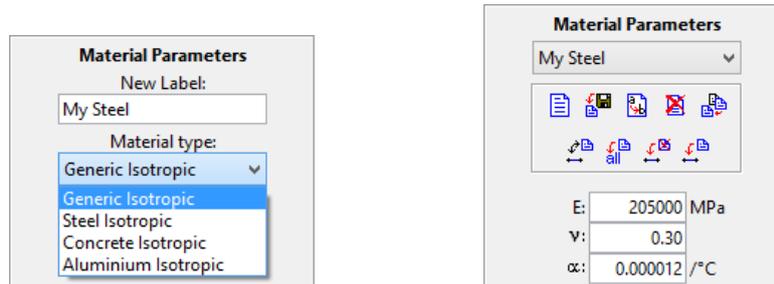
**Figura 62 - Opciones para la creación de materiales y su asignación a los miembros**

Para crear un nuevo conjunto de propiedades, seleccionar el ícono  y asignar un nombre único al nuevo conjunto. El ícono  importa una lista de conjuntos de propiedades de otro archivo generado por *Ftool*. Los conjuntos de propiedades duplicados en el archivo importado se ignoran. La función interna que comprime los conjuntos de propiedades sólo elimina aquellos que no están en uso en el modelo actual.

### 3.8.3 PARÁMETROS DEL MATERIAL

Para crear un nuevo conjunto de parámetros de material, seleccionar el ícono  y

especifique un nombre único (figura a continuación a la izquierda). Los valores predeterminados de los parámetros del material están disponibles para un material isotrópico genérico, acero, hormigón o aluminio.

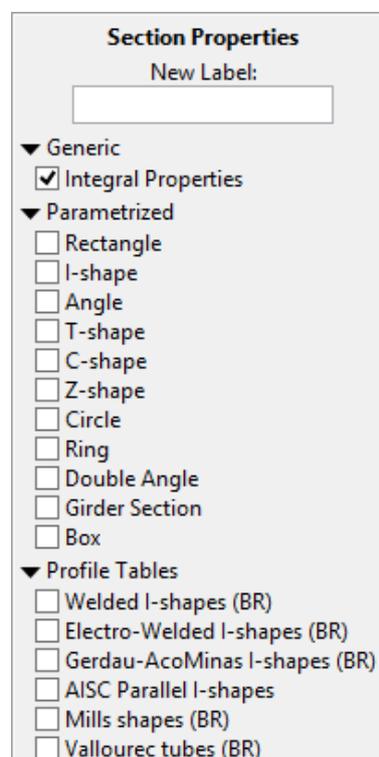


**Figura 63 - Parámetros del material en Ftool**

Los parámetros de los materiales son el módulo de Young (módulo de elasticidad  $E$ ), la relación de Poisson ( $\nu$ ) - utilizada para miembros con deformación por cizallamiento y el coeficiente de dilatación térmica ( $\alpha$ ) - utilizada en caso de que se apliquen cargas de temperatura.

### 3.8.4 PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL MIEMBRO

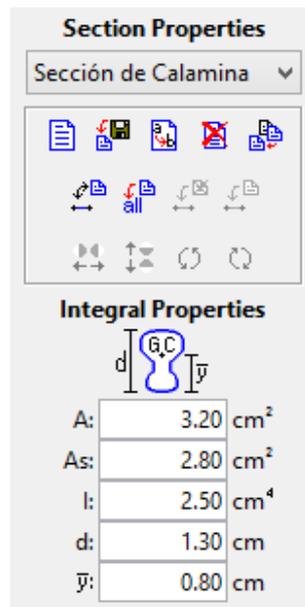
El ícono  crea un nuevo conjunto de propiedades de sección transversal. Se muestran los tipos de sección disponibles. Debe seleccionarse uno de los siguientes:



**Figura 64 - Propiedades de la sección transversal en Ftool**

Basándose en el tipo de sección seleccionada, los parámetros que definen las características de esa sección se definen a continuación en el lado de la pantalla bajo el dibujo esquemático. Existen básicamente dos tipos de secciones: parametrizadas (incluyendo las secciones genéricas) y tabuladas.

En el caso de secciones parametrizadas, se deben definir los parámetros de la sección transversal. En el caso de la sección *Generic/Genérica* (mostrada aquí) los parámetros listados son las siguientes propiedades geométricas:



**Figura 65 - Propiedades de la sección transversal en la opción Generic/Genérica**

- ↪ A : área
- ↪ As : área efectiva de corte
- ↪ I : momento de inercia (segundo momento de área)
- ↪ d : peralte o altura de la sección
- ↪  $\bar{y}$  : posición del centroide

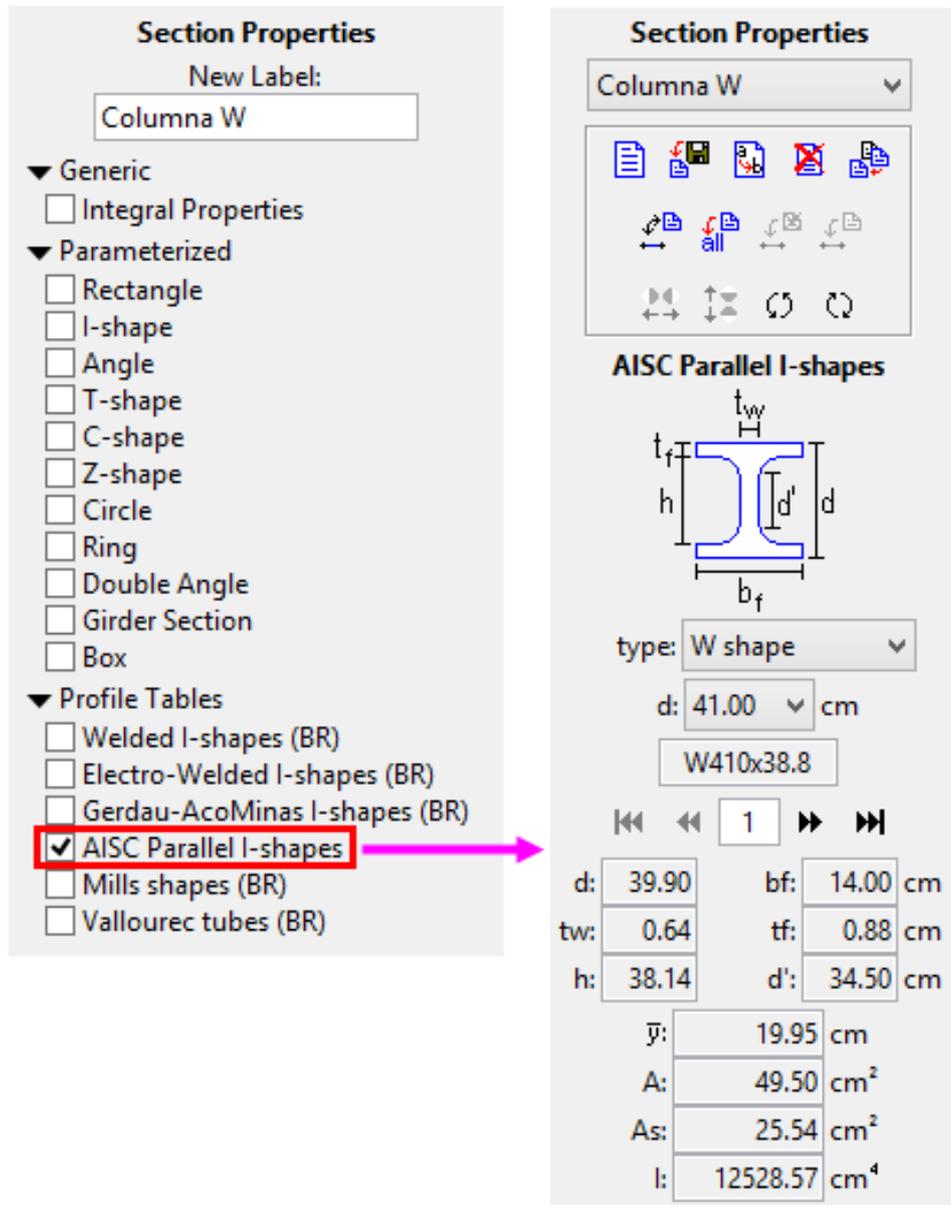
Cada propiedad debe ser diferente de cero:

- ↪ A : para miembros con deformación axial
- ↪ As : para miembros con deformación por corte
- ↪ I : siempre
- ↪ d e  $\bar{y}$  : para miembros con cargas térmicas

Para otras secciones parametrizadas, el usuario define las dimensiones de la sección

(como el ancho y la altura) y sus propiedades geométricas se calculan automáticamente. Todas las dimensiones son necesarias, pero pueden ser iguales a cero (siempre y cuando las propiedades geométricas requeridas sean distintas de cero).

En el caso de las tablas de perfiles, el usuario sólo necesita seleccionar el perfil deseado.



**Figura 66 - Propiedades de secciones estándares del ASID**

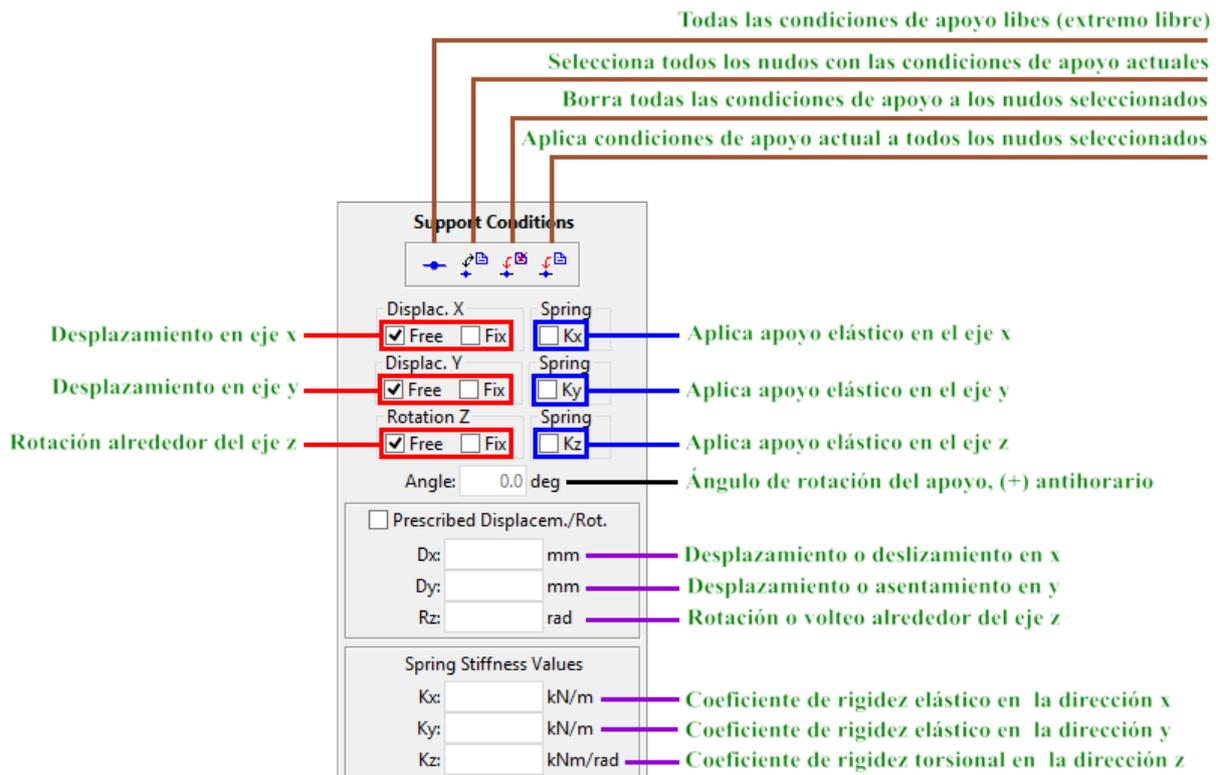
En el caso de la sección tipo *Profile - Welded - I (BR)*/*Perfil - Soldado-I (BR)*, seleccione el tipo de perfil (Viga, Columna o Viga-Columna) y la profundidad o peralte «d» de sección. A continuación, utilizar los botones de flecha para elegir el perfil deseado dentro de ese grupo de profundidad o peralte.

**Ftool** contiene datos de perfiles estándar NBR (brasileros), así como perfiles tabulados de diferentes fabricantes. El usuario sólo necesita seleccionar los requisitos específicos a través de las listas desplegables.

Dependiendo del tipo de sección elegido, (todos, ninguno o algunos de) los íconos , ,  y  estarán disponibles. Los íconos  y  reflejan la sección alrededor de sus ejes verticales y horizontales, respectivamente. Los íconos  y  giran la sección en sentido antihorario y en el sentido de las agujas del reloj, respectivamente.

### 3.8.5 CONDICIONES DE APOYO

A través de este submenú, el usuario define restricciones sobre componentes de desplazamientos en las direcciones *x* e *y*, y la rotación alrededor del eje *z*. También se define el ángulo de orientación del apoyo (para apoyos inclinados), así como cualquier valor prescrito de desplazamiento o rotación. Los apoyos no rígidos pueden modelarse especificando valores para la rigidez correspondiente de muelles elásticos lineales.



**Figura 67 - Condiciones de apoyo**

### 3.8.6 CONECCIÓN DE LOS EXTREMOS DE LOS MIEMBROS A LOS NUDOS

Este submenú permite introducir rótulas en los extremos de los miembros o en los nodos del modelo. Por defecto, los miembros están rígidamente conectados a los nodos de estructura.

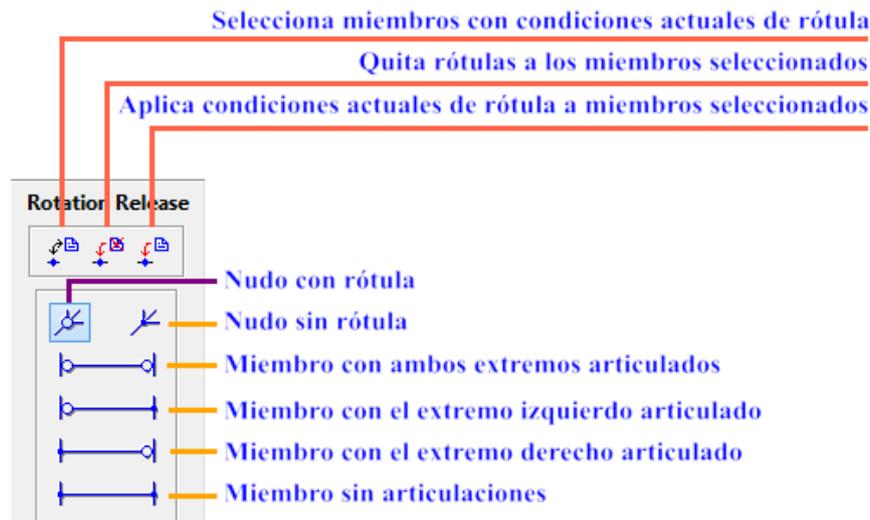


Figura 68 - Conexión entre miembros

### 3.8.7 RESTRICCIONES A LAS DEFORMACIONES DE LOS MIEMBROS

Este submenú restringe las deformaciones dentro de los miembros. Hay dos opciones principales exclusivas: miembro flexible y miembro infinitamente rígido. Para el miembro flexible, hay dos opciones no exclusivas: alternar para la deformación axial y para la deformación por corte o cizalladura. Cuando se crea un nuevo modelo, las opciones de conmutación predeterminadas son miembros flexibles con deformación axial sin deformación por cizallamiento. Si se lee un modelo de un archivo, y todos sus miembros tienen deformación por cizalladura permitida, se activa la palanca de deformación por cizallamiento.

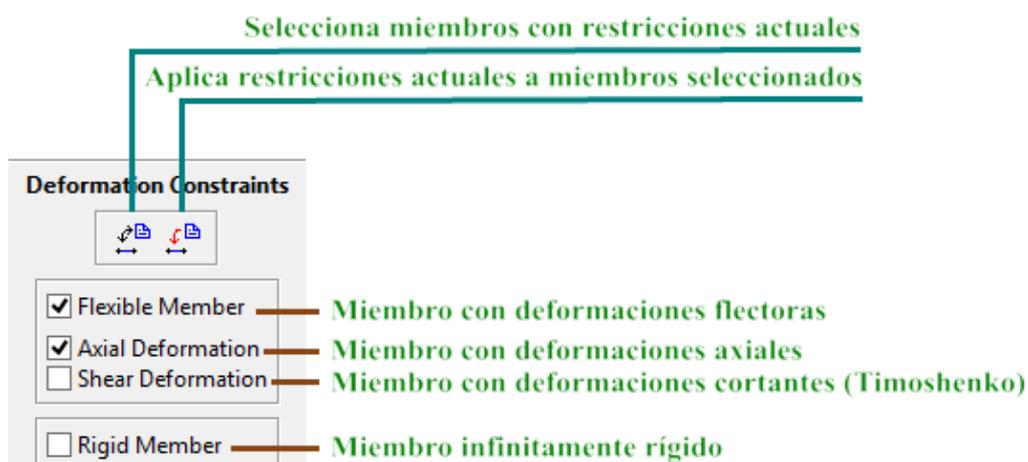


Figura 69 - Restricción a las deformaciones del miembro

### 3.9. DEFINIENDO LAS CARGAS APLICADAS

#### 3.9.1 LA BARRA DE HERRAMIENTAS *Load Control (Control de Cargas)*

También hay submenús disponibles para definir o modificar varias cargas nodales y de miembros. Estos submenús aparecen a lo largo de la parte lateral de la pantalla. Los tipos de cargas disponibles son los siguientes: cargas concentradas en los nudos, momentos aplicados en los nudos, momentos aplicados en los extremos de los miembros, cargas uniforme o linealmente distribuidas a lo largo de los miembros, variaciones de temperatura aplicadas a los miembros y trenes de carga globales para puentes).

Los botones de menú *Load Case / Casos de Carga* Load Case y *Load combinations / Combinación de cargas* Load Cmb sólo están activos en la Edición Avanzada.

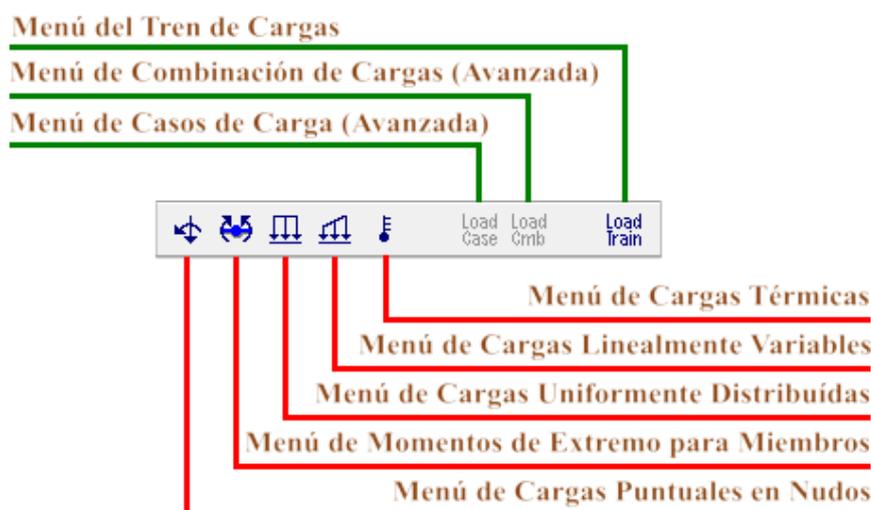
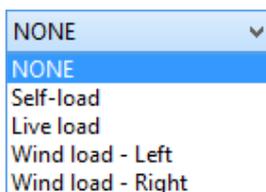


Figura 70 - Control de cargas

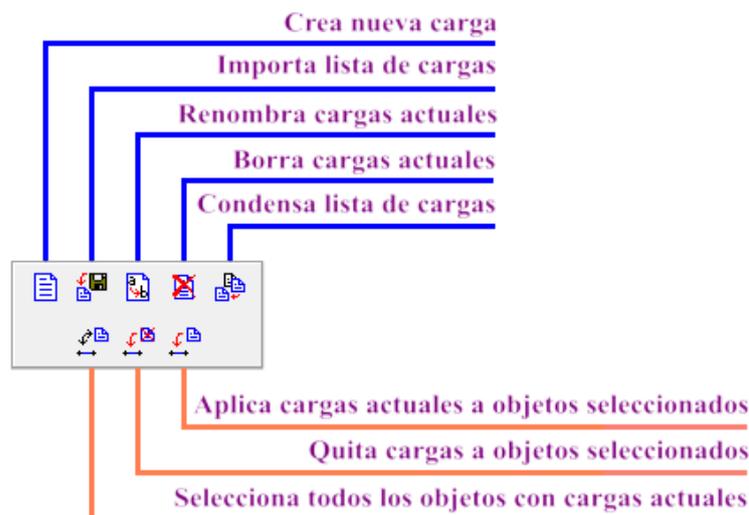
#### 3.9.2 INFORMACIÓN GENERAL

↪ **Definición de Cargas:** El sistema de definición de cargas sigue los mismos procedimientos que el que define las propiedades de los miembros. Se crea un tipo de carga asociado con un nombre proporcionado por el usuario y se agrega a la lista de carga correspondiente. La siguiente figura muestra una lista desplegable de cargas distribuidas definidas por el usuario en un análisis específico. Los valores de carga asociados con el nombre seleccionado se muestran automáticamente en los campos del submenú y se pueden editar.



**Figura 71 - Creación de cargas en *Ftool***

Los iconos que se muestran en la figura a continuación se utilizan para manipular la carga en una lista:



**Figura 72 - Creación y asignación de cargas en *Ftool***

La carga actual se aplicará a los elementos seleccionados (miembros o nodos). Los miembros de interés deben ser seleccionados y la carga se aplica a través del ícono  para los miembros, o el ícono  para los nodos.

↪ **Sistema de Coordenadas en *Ftool*:** Hay un sistema de ejes globales estructurales en *Ftool* y un sistema de ejes locales para cada uno de los miembros. En el sistema global, el eje  $X$  global es horizontal y positivo de izquierda a derecha; el eje  $Y$  global es vertical y positivo desde la parte inferior hasta la parte superior; y el eje  $Z$  global siempre es positivo hacia fuera desde la pantalla. En el sistema de coordenadas local de un miembro, el eje  $x$  local coincide con el eje longitudinal del miembro, con la dirección positiva después de la creación del elemento; es decir, desde el nodo inicial hasta el nodo final. La dirección local del eje  $X$  se puede visualizar seleccionando la opción *Member Orientation/Orientación de miembro* en el menú *Display*. El eje  $Y$  local es perpendicular al eje  $x$ . El eje  $z$  de un elemento siempre es positivo hacia fuera desde la pantalla. La dirección positiva del eje local  $y$  sigue entonces la regla de la mano derecha de los productos cruzados vectoriales  $y = z \times x$ .

↪ **Aplicación de Cargas Concentradas:** Las cargas concentradas (fuerzas y momentos) sólo se

pueden aplicar en los nodos de la estructura. Por supuesto, las cargas concentradas podrían aplicarse a lo largo del tramo de un miembro. Sin embargo, para simplificar de interfaz de usuario, se adoptó la política de sólo aplicar cargas concentradas en los nodos. Si es necesario aplicar una carga concentrada sobre un elemento, inserte un nuevo nodo en la posición deseada, dividiendo de este modo el miembro en dos. Las cargas concentradas se aplican siempre en direcciones de los ejes globales de la estructura, positivas cuando las fuerzas tienen direcciones del eje global, y negativas cuando tienen la dirección opuesta. Los momentos concentrados positivos se aplican en sentido contrario a las agujas del reloj.

- ↪ **Orientación para las cargas distribuidas de los miembros:** Las cargas distribuidas a lo largo de un miembro pueden especificarse en el marco de coordenadas globales o en el marco de coordenadas locales de miembros. Las cargas son positivas si coinciden con la dirección de los ejes globales o locales.
- ↪ **Cargas parcialmente distribuidas en los miembros:** Se pueden introducir nuevos nodos a lo largo de un miembro para aplicar cargas distribuidas que actúan sobre una porción de la longitud del miembro. En cuanto a las cargas concentradas (véase más arriba), esto se hace para la simplicidad de la interfaz de usuario.
- ↪ **Eliminación de cargas nodales y de miembro:** Para eliminar una carga de nodos o miembros seleccionados, seleccione el primer elemento (*NONE/NINGUNO*) de la lista desplegable de carga correspondiente y aplicarlo a las entidades seleccionadas. En otras palabras, «*para eliminar una carga de entidades seleccionadas en Ftool es no aplicar nada*». El usuario también puede utilizar el ícono .

### 3.9.3 CARGAS NODALES

Este submenú permite al usuario definir las cargas concentradas en los nodos de la estructura. Utiliza el sistema de coordenadas global.

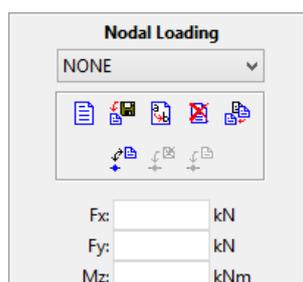


Figura 73 - Creación de cargas nodales en *Ftool*

### 3.9.4 MOMENTOS ACTUANTES EN LOS EXTREMOS DE UN MIEMBRO

Este submenú permite al usuario definir momentos concentrados en los extremos de los miembros. Los momentos aplicados en sentido antihorario son positivos. « $M_a$ » denota el momento aplicado en el nodo «inicial» del miembro, mientras que « $M_b$ » es el momento aplicado en el nodo «final» del miembro.

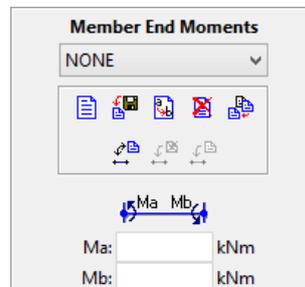


Figura 74 - Asignación de momentos en los extremos de miembro en *Ftool*

### 3.9.5 CARGAS DISTRIBUIDAS LINEALMENTE Y UNIFORMES

Este submenú permite al usuario definir cargas linealmente variables o uniformemente distribuidas sobre un miembro. El usuario puede especificar el sistema de coordenadas de miembros globales o locales para la dirección de carga.

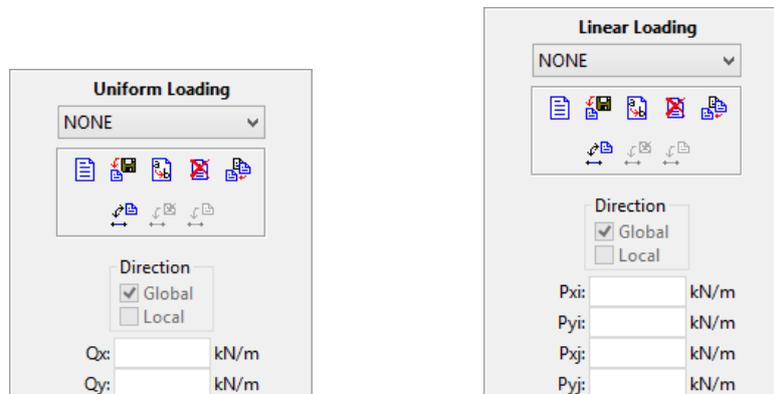
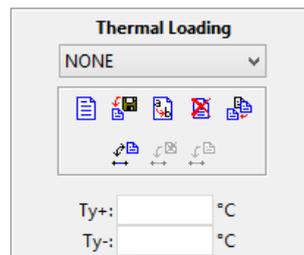


Figura 75 - Creación de cargas distribuidas en *Ftool* uniformes (izquierda) y linealmente variables (derecha)

### 3.9.6 CARGAS TÉRMICAS (CAMBIOS DE TEMPERATURA)

Este submenú permite al usuario definir un gradiente de temperatura lineal sobre la profundidad o altura del miembro. El usuario especifica la temperatura en el borde superior de la sección (es decir, en el lado positivo del eje  $y$  local) y en el borde inferior (es decir, en el lado negativo del eje  $y$  local). *Ftool* debe tener acceso a la profundidad de sección para imponer esta carga, incluso para las secciones «genéricas».



**Figura 76 - Creación de cargas térmicas**

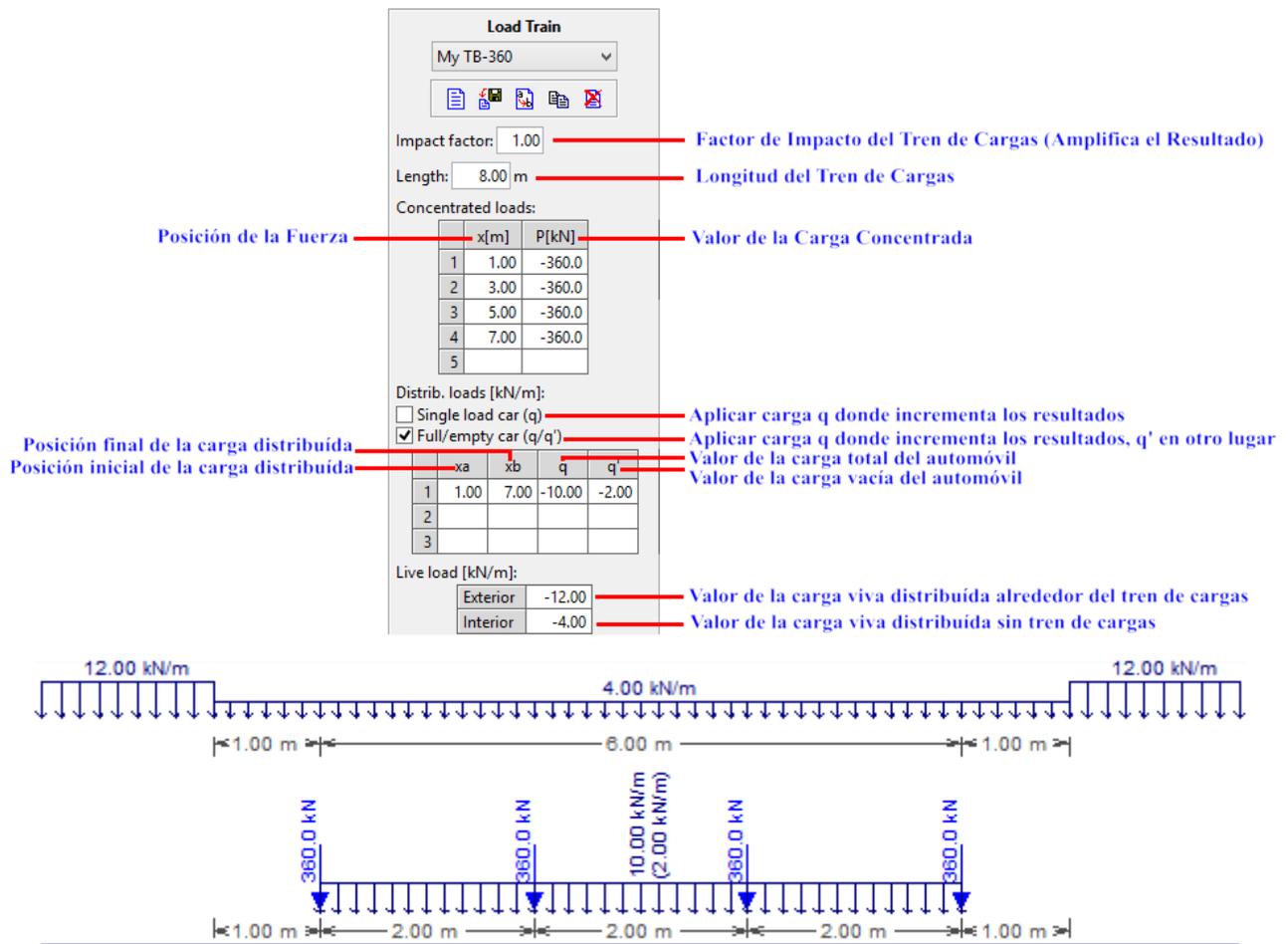
### 3.9.7 TRENES DE CARGA (CARGAS VIVAS DE VEHÍCULOS SOBRE PUENTES)

Este submenú permite la creación de cargas vivas (en puentes, por ejemplo) que se utilizan para calcular sobres de fuerzas internas. Un tren de carga se compone de fuerzas concentradas, fuerzas uniformemente distribuidas y cargas vivas (que representan la población de vehículos pequeños en un puente).

Las cargas concentradas y distribuidas se asumen en la dirección vertical superior-inferior. Por lo tanto, de acuerdo con la convención de signos de *Ftool*, todos los valores de carga son negativos. En caso de que el usuario no introduzca un signo negativo para un valor de carga, el programa cambiará automáticamente el signo de este valor.

Las matrices de carga concentrada y distribuida se redimensionan automáticamente: una vez que el usuario comienza a llenar la última fila de cada matriz, se crea una nueva fila debajo de ella. Las cargas pueden eliminarse estableciendo los valores de carga en cero o seleccionando las filas deseadas y presionando la tecla *Suprimir* del teclado. La matriz también se redimensionará en consecuencia.

El tren de carga seleccionado actualmente se puede definir con la lista desplegable en la esquina superior derecha de la ventana del programa. Esta lista desplegable sólo está habilitada cuando se encuentre en los modos de resultado de *Influence Line/Línea de Influencia* o *Load Train Envelope/Envolvente del tren de cargas* y/o en el menú de definición del tren de carga.



**Figura 77 - Creación y asignación de trenes de carga en Ftool**

- ↪ **Factor de Impacto:** Este es un factor de amplificación que multiplica globalmente todos los efectos de un tren de cargas y permite la consideración de un efecto dinámico sobre la estructura. El valor de este factor debe ser siempre mayor que uno.
- ↪ **Longitud del Tren de Cargas:** Esta longitud de extensión limita la aplicación de cargas vivas concentradas, distribuidas e internas.
- ↪ **Fuerzas Concentradas:** Las fuerzas concentradas del tren de cargas se especifican utilizando una matriz con dos columnas, con los siguientes parámetros:
  - **x** - posición de la fuerza concentrada en relación con el inicio del tren de cargas.
  - **P** - valor de una fuerza concentrada.

No está permitido crear más de una fuerza concentrada en una sola posición, o fuera

de los límites del tren de carga (especificado por su longitud). Para añadir una fuerza concentrada al tren de carga actual, primero ingrese la posición de fuerza, luego su valor. A medida que se insertan otras fuerzas concentradas, se ordenan según su posición.

↪ **Fuerzas Uniformemente Distribuidas:** La matriz de fuerzas distribuidas varía según el tipo de tren de cargas. En el caso de un tren de cargas que tiene valores únicos de fuerzas distribuidas, la matriz tiene tres columnas para los siguientes parámetros:

- **$x_a$**  - posición inicial de la fuerza distribuida en relación con el inicio del tren de cargas
- **$x_b$**  - posición de la fuerza distribuida final en relación con el inicio del tren de cargas
- **$q$**  - valor de una fuerza distribuida. En el caso de un tren de cargas que tiene automóviles llenos y vacíos,  $q$  se convierte en el valor de la fuerza distribuida para un coche completo y la matriz tiene una columna adicional para el parámetro siguiente.
- **$q'$**  - valor de una fuerza distribuida para un automóvil vacío en un tren de cargas del ferrocarril.

No se permite la superposición de fuerzas distribuidas. Las posiciones inicial y final de las fuerzas distribuidas deben estar dentro de la extensión del tren de cargas (longitud). Para añadir una fuerza distribuida al tren de cargas, introduzca primero sus posiciones inicial y final, luego el valor de carga. En el caso de un tren de cargas del ferrocarril, el primer valor de carga a insertar es  **$q$**  y luego  **$q'$** . A medida que se insertan otras fuerzas distribuidas, se ordenan de acuerdo con sus posiciones inicial y final. Cuando  **$x_a$**  es mayor que  **$x_b$** , o  **$q$**  es menor que  **$q'$** , estos valores se invierten automáticamente. Es posible modificar el tipo de tren de carga, incluso después de haber insertado fuerzas distribuidas. Al transformar un tren de carga con una fuerza distribuida de un solo valor a un tren de carga con doble valor de carga distribuido,  **$q'$**  se establece igual a  **$q$** .

↪ **Cargas Vivas:** Hay dos tipos de cargas vivas que representan la población de pequeños vehículos en un puente:

- *Exterior:* Se aplica fuera de los límites (longitud) del tren de cargas actual
- *Interior:* Se aplica dentro de los límites (longitud) del tren de cargas actual.

Las cargas vivas pueden aplicarse parcialmente a lo largo de la trayectoria del tren de cargas en la estructura. Las porciones de la trayectoria en la que se aplican las cargas vivas dependen de las líneas de influencia. Estas porciones se definen para maximizar o minimizar un efecto objetivo. El valor máximo de un efecto se obtiene aplicando la carga viva solamente en las porciones positivas de la línea de influencia de ese efecto; y el valor mínimo se obtiene aplicando la carga viva solamente en las porciones negativas de la línea de influencia.

### 3.10. RESULTADOS

#### 3.10.1 MODOS DE RESULTADO

Existen tres modos para obtener y visualizar resultados de análisis para estructuras en *Ftool*. Estos son los modos de *Diagrama*, *Línea de Influencia* y *Envolvente de Tren de Cargas*. Seleccionando el modo de operación deseado con los botones de las barras de resultados, como se describe a continuación.



**Figura 78 - Barra de herramientas de resultados de *Ftool***

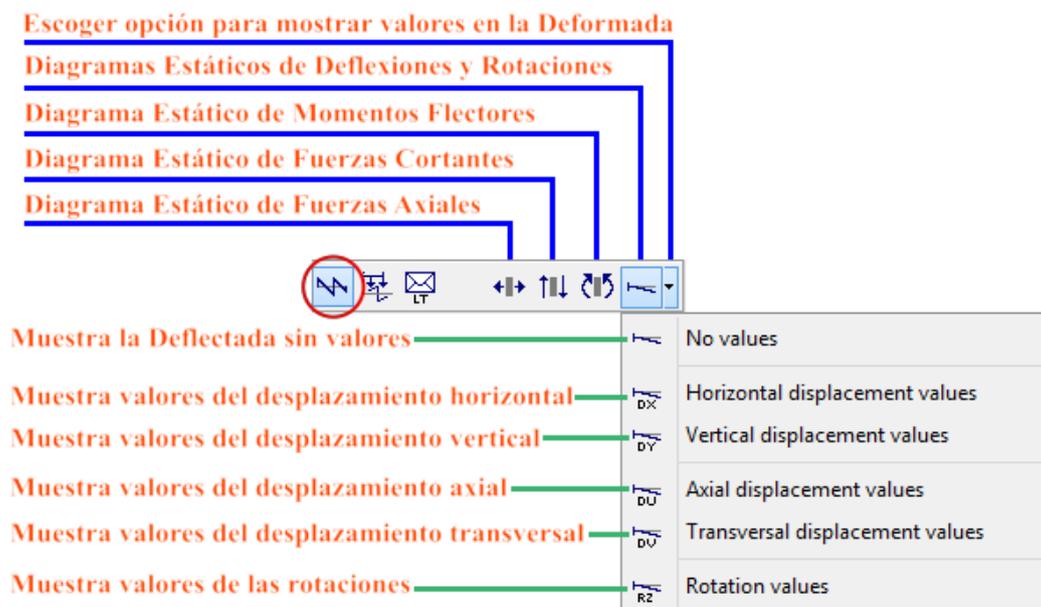
En los modos *Diagrama* y *Envolvente del Tren de Cargas*, *Ftool* analiza automáticamente la estructura utilizando el método de rigidez para construir los diagramas solicitados. Simplemente haciendo clic en el botón apropiado cambia la pantalla para mostrar el resultado deseado. En el modo *Línea de Influencia*, el programa pide al usuario que indique una sección transversal en un miembro para mostrar la línea de influencia deseada.

Si la opción de visualización de valores de resultados está activa, los diagramas se representarán con valores nodales impresos. Los máximos y mínimos locales también se imprimirán si están presentes. Si la opción de visualización de valores de paso está activa, los valores se

imprimirán a lo largo del diagrama según el tamaño de paso de resultado definido.

### 3.10.2 BARRA DE HERRAMIENTAS DE DIAGRAMA

El modo de *Diagram results/Resultado del diagrama*, , considera la visualización de los diagramas de fuerzas internas (fuerzas axiales, fuerzas cortantes y momentos flectores) y la configuración deformada o elástica bajo cargas estáticas.



**Figura 79 - Barra de herramientas de diagramas de *Ftool***

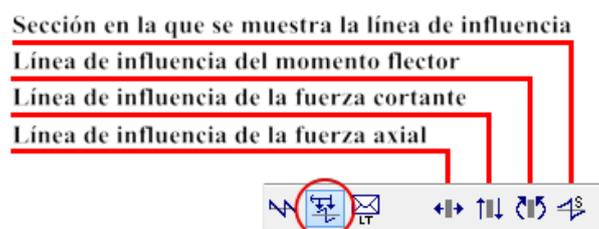
Para el diagrama de configuración deformado, el usuario debe seleccionar cuál de las componentes de deflexión desea imprimir con el diagrama: la rotación, desplazamiento horizontal, vertical o ninguna. El diagrama trazado es el mismo independientemente del valor seleccionado.

Para obtener resultados numéricos de un diagrama, mover el cursor del ratón a una posición en un miembro y haga clic con el botón izquierdo del ratón. Los valores deseados se mostrarán en el mensaje de la línea superior. Se pueden consultar resultados adicionales haciendo clic con el botón derecho del ratón. Estos resultados se mostrarán en el área lateral de la pantalla.

En este modo, el usuario puede aplicar transformaciones que no alteran la topología de la estructura (ver Transformaciones). Para ello, el usuario debe abrir la ventana de transformaciones, seleccionar los objetos deseados y luego aplicar las transformaciones. Los resultados se actualizan automáticamente, manteniendo su escala.

### 3.10.3 BARRA DE LÍNEAS DE INFLUENCIA

En el modo *Line influence results/Resultados de línea de influencia*, , primero hacer clic en un botón para el tipo de línea de influencia deseada (por ejemplo, fuerza cortante o momento flector). Luego coloque el cursor del ratón en algún punto a lo largo de un miembro y haga clic con el botón izquierdo del ratón. **Ftool** impone el desplazamiento unitario o la discontinuidad de rotación requeridos para crear la línea de influencia deseada, que se muestra en el modelo estructural. Para mostrar una línea de influencia, el programa ignora las cargas aplicadas en la estructura. Una línea de influencia representa el efecto de una fuerza vertical unitaria que atraviesa los miembros de la estructura. La fuerza unitaria tiene siempre una orientación vertical hacia abajo, sin importar la orientación de un miembro sobre el cual pasa la fuerza.



**Figura 80 - Barra de herramientas de líneas de influencia de *Ftool***

En caso de que haya un tren de carga actualmente seleccionado (carga viva del vehículo para puentes), las posiciones críticas de este tren de carga se visualizan por encima y por debajo de la línea de influencia mostrada. Estas posiciones críticas son las que causan los valores de resultado objetivo mínimo (negativo) y máximo (positivo) en la sección transversal deseada. En este caso, la línea de influencia sólo se muestra a lo largo de los miembros de la estructura que pertenecen a la trayectoria del tren de cargas.

Cuando no es posible definir automáticamente una trayectoria del tren de cargas de elementos a lo largo de la estructura, el programa pide al usuario que vaya al modo de selección y seleccione un grupo de miembros que forman una trayectoria continua y suave para el tren de cargas. Cuando el usuario proporciona una trayectoria del tren de cargas válido, el programa almacena el grupo de miembros correspondiente y el usuario volverá a pedir de nuevo especificar una trayectoria del tren de cargas sólo en caso de que se modifique el modelo.

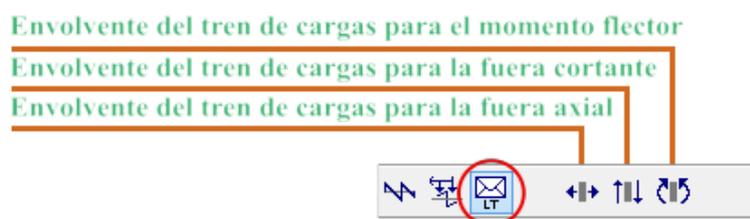
Siempre que el botón para seleccionar una sección transversal (botón más a la derecha de la barra de herramientas) esté activo, **Ftool** muestra una nueva línea de influencia para cada sección seleccionada. Para evitar la selección de otra sección, desactive este botón. Cuando este botón no está activo, los resultados de los puntos a lo largo de la línea de influencia se pueden consultar

simplemente seleccionando una posición de destino con el botón izquierdo del ratón. El valor deseado se mostrará en la barra de mensajes superior. Se pueden consultar resultados de miembros adicionales con el botón derecho del ratón.

En este modo, el usuario puede aplicar transformaciones que no alteran la topología de la estructura. Para ello, el usuario debe definir una línea de influencia para algún punto y luego abrir la ventana de transformaciones, seleccionar los objetos deseados y aplicar las transformaciones. Las líneas de influencia se actualizan automáticamente, manteniendo su escala. Si se desea comprobar otra línea de influencia, simplemente se debe seleccionar el resultado deseado (o el botón para seleccionar una nueva sección) del menú una vez más. Si se desea aplicar nuevas transformaciones (con la ventana de transformación ya abierta), se debe presionar el botón *Select/Seleccionar* para permitir la selección de objetos antes de su transformación.

### 3.10.4 BARRA DE HERRAMIENTAS DE LÍNEAS DE INFLUENCIA

El modo *Load-train Envelope/Envolvente del tren de cargas*, , se utiliza para mostrar las envolventes de los valores de fuerzas internas limitantes a lo largo de una estructura bajo cargas móviles. Las envolventes son diagramas de valores mínimos y máximos de una fuerza interna (axial, cortante o de momento flector) para el tren de cargas actual (carga viva del vehículo para puentes). Si no hay un tren de cargas actual, o si no se ha definido ninguna trayectoria del tren de cargas, el programa no activa el modo de envolvente de tren de cargas. La trayectoria del tren de cargas, si no se define automáticamente, tiene que ser definida por el usuario seleccionando una cadena continua y suave de miembros antes de obtener un resultado de envolvente.



**Figura 81 - Barra de herramientas de la envolvente de líneas de influencia de *Ftool***

Las envolventes de las fuerzas internas se pueden calcular sumando los efectos de las cargas estáticas a los efectos actuales del tren de carga (carga viva del vehículo). El diagrama de fuerzas estáticas internas debidas a cargas estáticas se muestran como líneas discontinuas en la imagen del sobre. En el menú *Options/Opciones*, hay un elemento para activar y desactivar la superposición de los efectos de la carga estática y del vehículo en el cálculo de la envolvente. De forma predeterminada, esta superposición se activa. Esta opción se restablece cuando se crea un nuevo

modelo o cuando se abre un modelo desde un archivo.

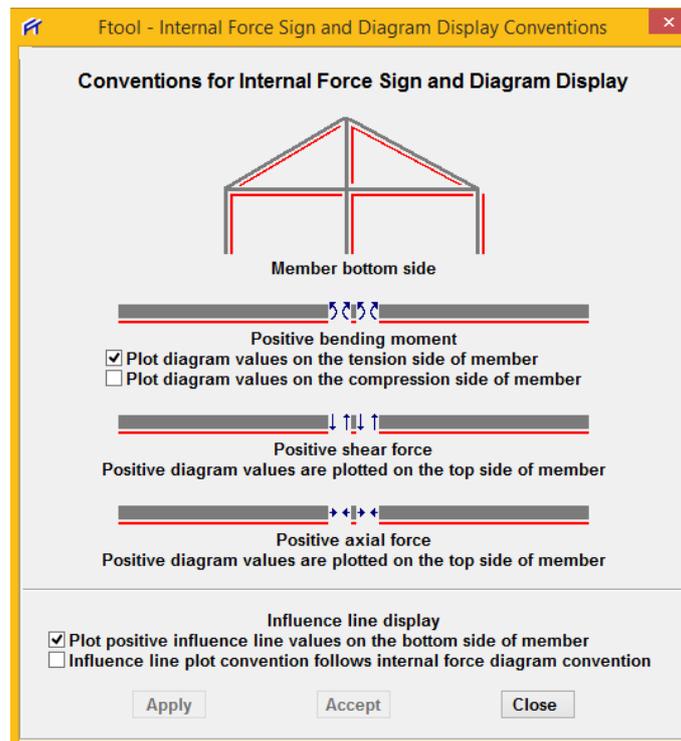
La construcción de las envolventes del tren de cargas interpola los resultados mínimos y máximos calculados en secciones seleccionadas automáticamente a lo largo de los miembros de la estructura. Para cada sección seleccionada, *Ftool* construye la línea de influencia correspondiente y encuentra las posiciones críticas del tren de cargas actual que causan los valores mínimo y máximo en esa sección. Las envolventes son diagramas que interpolan linealmente los valores mínimo y máximo calculados en las secciones seleccionadas. El mismo paso utilizado para construir diagramas de fuerza interna, configuración deformada o líneas de influencia se adopta para seleccionar las secciones transversales para la construcción de envolventes del tren de cargas. Si la opción correspondiente está activa (ver arriba), las envolventes se superponen en el diagrama de carga estática.

Los resultados puntuales de las envolventes del tren de cargas se pueden obtener simplemente seleccionando una posición de destino con el botón izquierdo del ratón. Los valores mínimo y máximo en ese punto se muestran en la barra de mensajes superior.

En este modo no es posible realizar transformaciones de objetos.

### **3.10.5 CONVENCION DE FUERAS INTERNAS Y MOMENTOS**

La convención de signos para fuerzas internas y momentos se puede mostrar en el programa seleccionando la opción *Sign Convention/Convención de Signos* en el menú *File/Archivo*. Aparecerá una ventana en la pantalla que muestra la convención de signos. El usuario puede alterar la convención de signos para los diagramas resultantes y las líneas de influencia.



**Figura 82 - Convención de signos para momentos y líneas de influencia de *Ftool***

↪ **Fibras superiores e inferiores:** La convención de signos para fuerzas internas y momentos depende de la definición de las fibras «inferior» y «superior» de los miembros. En los miembros horizontales e inclinados, las fibras inferiores están en el fondo cuando se mira la pantalla con el eje vertical en su posición natural (arriba). En los miembros verticales, las fibras inferiores están a la derecha. La figura en la parte superior de la pantalla de la convención de signos indica fibras inferiores de una estructura que contiene miembros con todas las direcciones posibles.

↪ **Convención de Signos para Diagramas:** *Ftool* adopta la siguiente convención para los signos de las fuerzas y momentos internos y para el dibujo de diagramas:

- *Fuerzas normales (axiales):* Las fuerzas positivas normales son fuerzas de tracción o tensión.



- *Fuerzas cortantes (de corte):* Las fuerzas cortantes son positivas en el siguiente diagrama.



- *Momentos flectores:* Se adopta la convención de signos que se muestra a continuación: momentos positivos que causan compresión en las fibras superiores de los elementos y tensión o tracción en las fibras inferiores. Los diagramas de momentos flectores se pueden visualizar

en el lado de tensión o tracción (convención brasileña) o en el lado de compresión (convención común de los Estados Unidos) de los miembros. Utilizar el menú *File/Archivo* → *Sign Convention/Convención de Signos* para seleccionar la convención "tensión" o "compresión" para el trazado de los diagramas de momentos flectores. Cuando se adopta la opción de lado de tensión, se muestran momentos flectores positivos en la parte inferior; y, al adoptar la opción de lado de compresión, se muestran momentos flectores positivos en la parte superior.



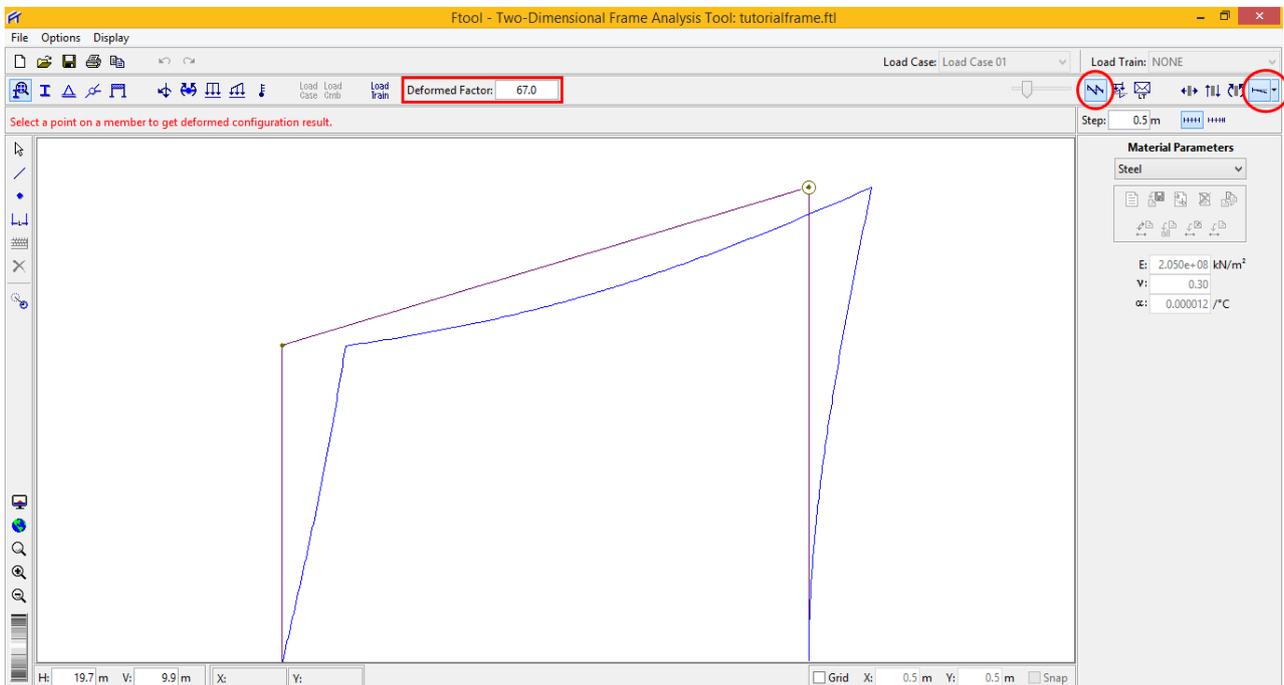
- ↪ **Trazar Líneas de Influencia:** Las líneas de influencia de fuerzas internas en las secciones seleccionadas siguen la convención de signos explicada anteriormente. El estándar para trazar las líneas de influencia se puede definir en el submenú de convenciones de signos. Hay dos opciones: Plotear los valores de la línea de influencia positiva en el lado inferior del miembro o la convención del diagrama de línea de influencia sigue la correspondiente convención del diagrama de fuerza interna.
- ↪ **Trazado de Envoltentes:** Cada envolvente de fuerza y momento interno sigue la convención de signos definida anteriormente para el diagrama correspondiente.

### 3.10.6 ESCALADO DE DIAGRAMAS, LÍNEAS DE INFLUENCIA Y ENVOLVENTES

Los diagramas de fuerza internas, la configuración deformada, las líneas de influencia y las envolventes tienen una escala inicial predeterminada en la pantalla para crear una imagen razonable. Esta escala se puede modificar usando la barra deslizante  situada a la izquierda de los botones de las barras de resultados. Utilice la barra deslizante para modificar la escala de los diagramas visualizados según se desee.

La escala de los resultados también puede ser ajustada por el usuario modificando su valor en un cuadro de texto en la barra de herramientas superior, entre los botones de atributo de carga y la diapositiva de escala de resultados. En los modos *Diagram results/Resultado de diagrama* y *Load train envole results/Resultados de la envolvente del tren de cargas*, el factor de escala de resultado se define en términos de unidades de la fuerza interna correspondiente por unidad de longitud. En la configuración deformada, el factor de escala es un factor de amplificación de desplazamiento (Factor Deformado). En las líneas de influencia, el factor de escala es un parámetro adimensional que controla la escala de visualización de la línea de influencia en relación con el modelo.

Las imágenes de las siguientes secciones resaltan el cuadro de texto en la interfaz gráfica que se utiliza para editar el factor de escala de resultados y los botones que se utilizan para obtener la visualización de resultados deseada.



**Figura 83 - Deflectadas y factor de escala de la visualización**

### 3.10.7 VISUALIZACIÓN NUMÉRICA DE RESULTADOS

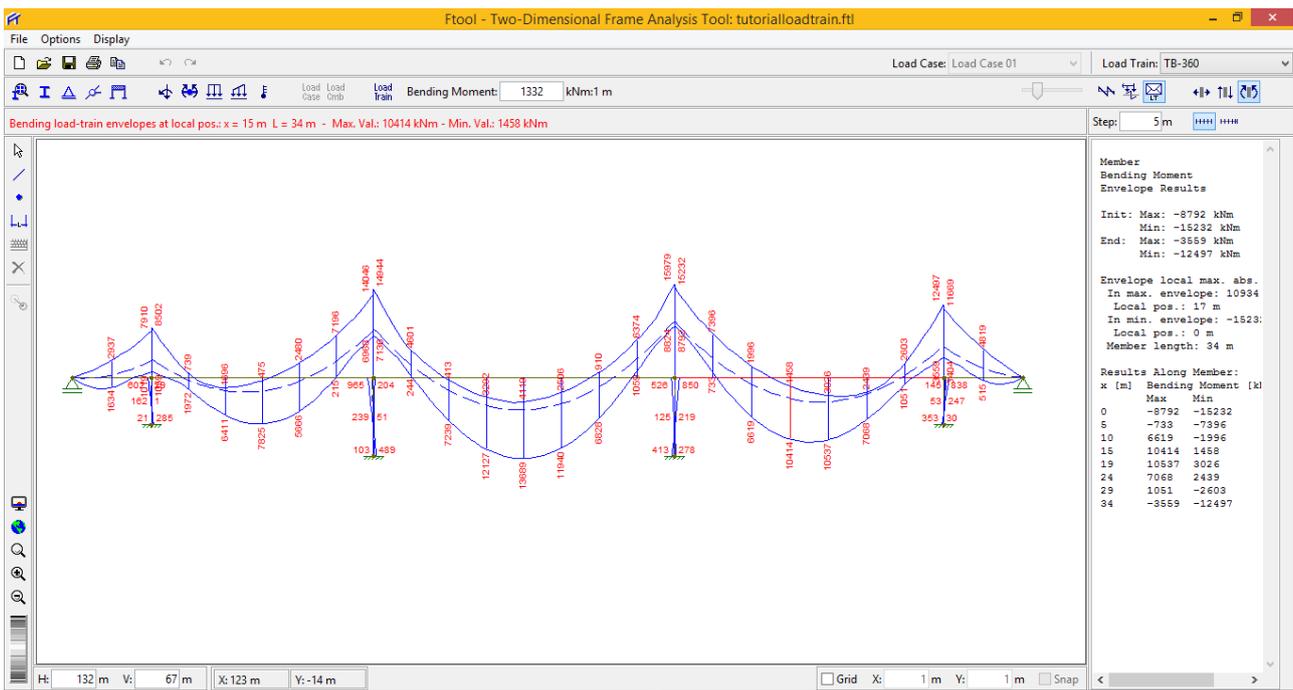
En el modo *Diagram/Diagrama*, al hacer clic en un punto de un miembro con el botón izquierdo del ratón se muestra el valor del diagrama correspondiente para ese punto en la barra de mensajes superior sobre el área de dibujo. En este modo, al hacer clic en un nodo con el botón derecho del ratón se muestra información de resultado, como desplazamientos, rotación o fuerzas de reacción, relacionadas con el nodo seleccionado en el área de la derecha de la pantalla.

En el modo *Influence Lines/Línea de Influencia*, si la opción para seleccionar una nueva sección transversal NO está activa, al hacer clic en un punto de un miembro con el botón izquierdo del ratón se muestra el valor de la línea de influencia correspondiente en la barra de mensajes superior.

En el modo *Envelope/Envolvente*, los valores de envolvente mínimo y máximo en el punto seleccionado se muestran en la barra de mensajes superior.

En todos los modos, si se utiliza el botón derecho del ratón, aparece información adicional relacionada con los resultados de los miembros seleccionados en el área de la derecha de la pantalla. Si se define un paso para el resultado visualizado a través de la opción *Step values/Valores de paso* del menú *Display/Visualización*, los resultados del paso del diagrama del miembro seleccionado se mostrarán en esta área.

La imagen siguiente muestra un ejemplo de la visualización de un diagrama de momento flector con valores de paso indicados en la pantalla y en el área lateral para el miembro seleccionado.



**Figura 84 - Visualización de resultados para la envoltura de los momentos flectores de un tren de cargas aplicado a un puente**

## Capítulo 4

### PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN MANUAL DE ALGUNOS PROBLEMAS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y SU CORRESPONDIENTE SOLUCIÓN POR Ftool

**Problema 01.** Dos barras de acero  $AB$  y  $BC$  soportan una carga  $P = 30 \text{ kN}$ , como se indica en la **Figura 85 - a**. La sección de  $AB$  es  $300 \text{ mm}^2$  y la de  $OC$  es  $500 \text{ mm}^2$ . Si  $E = 200 \text{ GPa}$ , determinar el desplazamiento horizontal y vertical del punto  $B$  [Pytel-Singer2011, Prob. 202].

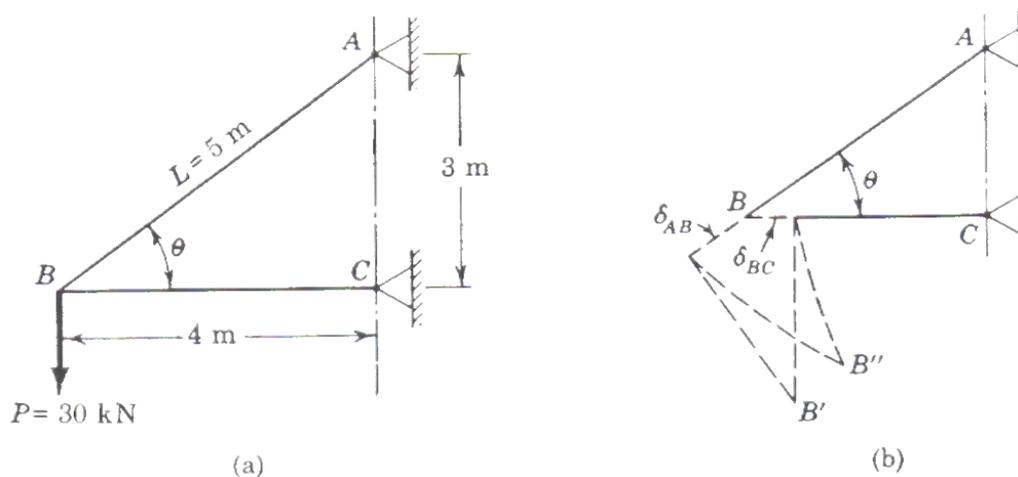


Figura 85

↪ **Solución Clásica o Tradicional.** Empezaremos por determinar las deformaciones totales producidas en cada barra por la acción de  $P$ . Del equilibrio se obtiene  $P_{AB} = 50 \text{ kN}$  a tensión y  $P_{BC} = 40 \text{ kN}$  a compresión. Las deformaciones correspondientes son:

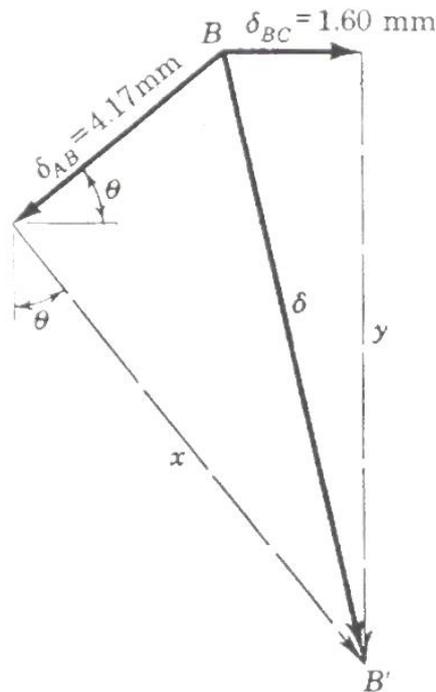
$$\left[ \delta = \frac{PL}{EA} \right]$$

$$\delta_{AB} = \frac{(+50 \times 10^3 \text{ N})(5000 \text{ mm})}{(200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2)(300 \text{ mm}^2)} = +4.17 \text{ mm (alargamiento)}$$

$$\delta_{BC} = \frac{(-40 \times 10^3 \text{ N})(4000 \text{ mm})}{(200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2)(500 \text{ mm}^2)} = -1.60 \text{ mm (acortamiento)}$$

Para analizar el efecto de estas deformaciones en el movimiento de  $B$ , imaginemos que

se desconectan entre sí las barras  $AB$  y  $OC$  de manera que puedan acortarse y alargarse, tal como se indica exageradamente en la **Figura 85 - b**. Para reunir sus extremos  $B$  hay que girarlas alrededor de  $A$  y de  $C$  hasta que se encuentren en  $B''$ . Ahora bien, los arcos engendrados por estas rotaciones son tan pequeños que se pueden remplazar, sin error apreciable, por rectas perpendiculares a  $AB$  y  $OC$ ; estas rectas, que se cortan en  $B'$ , determinan la posición final de  $B$ . En la **Figura 86** se representan, a mayor escala, las deformaciones  $\delta_{AB}$  y  $\delta_{OC}$ . El desplazamiento total de  $B$  es el vector  $BB'$  o  $\delta$  dirigido como se indica.



**Figura 86**

En la **Figura 86** se observa que el desplazamiento horizontal de  $B$ , o componente horizontal de  $\delta$ , es  $\delta_h = \delta_{BC} = 1.60$  mm (hacia la derecha)

Como  $\delta_h$  es igual, por otra parte, a la suma algebraica de las componentes horizontales de  $\delta_{AB}$  y de la longitud desconocida  $x$ :

$$\delta_h = x \cdot \text{sen}\theta - \delta_{AB} \cdot \text{cos}\theta \text{ de donde } 1.60 = x \cdot \left(\frac{3}{5}\right) - 4.17 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)$$

Finalmente:  $x = 8.23$  mm

Con este valor de  $x$  se puede determinar  $y$ , es decir,  $\delta_v$ , que es la suma de las componentes verticales de  $\delta_{AB}$  y de  $x$ :

$$\delta_v = \delta_{AB} \cdot \text{sen}\theta + x \cdot \text{cos}\theta = 4.17 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) + 8.23 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = 9.09\text{mm (hacia abajo)}$$

Volviendo a la **Figura 85 - b** se puede determinar la magnitud de los ángulos que giran las barras **AB** y **OC**

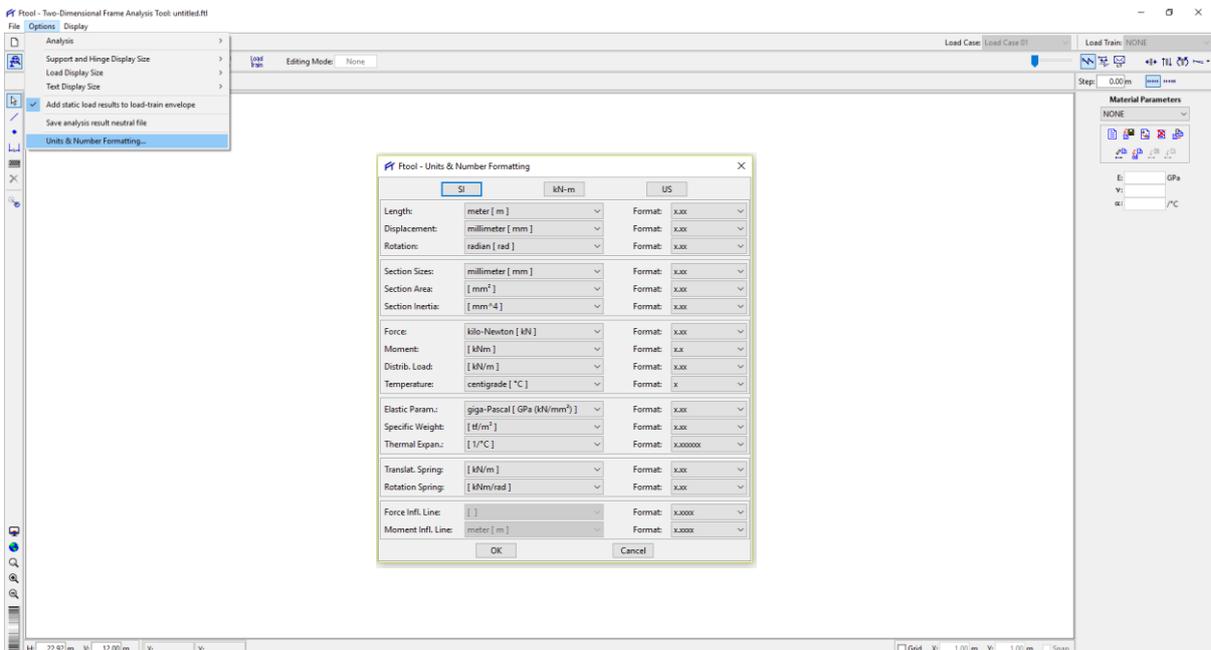
$$\left[ \theta = \frac{s}{r} \right]$$

$$\alpha_{AB} = \frac{x}{L_{AB}} = \frac{8.23\text{mm}}{5000\text{mm}} = 1.65 \times 10^{-3} \text{ rad} = 0.0945^\circ$$

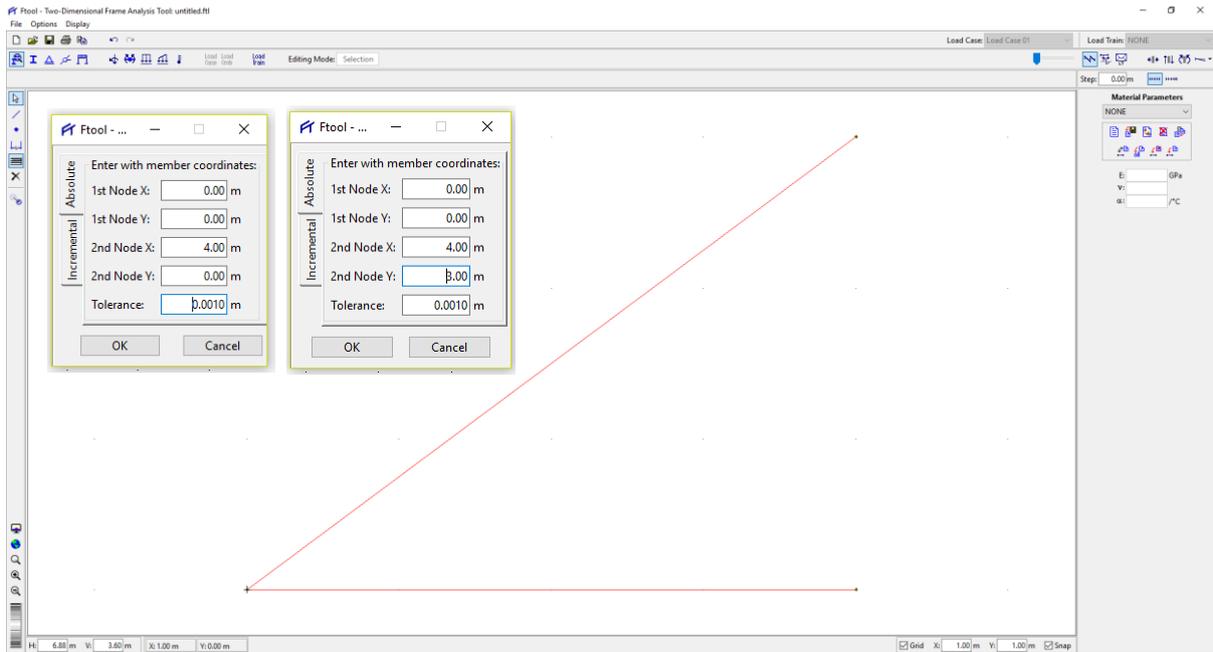
$$\alpha_{BC} = \frac{y}{L_{BC}} = \frac{9.09\text{mm}}{4000\text{mm}} = 2.27 \times 10^{-3} \text{ rad} = 0.130^\circ$$

Estas rotaciones son tan pequeñas que justifican plenamente la simplificación hecha al sustituir los arcos por las perpendiculares a **AB** y a **OC** que se cortan en **B'** (**Figura 85 - b**) y suponer que las direcciones de  $\delta_{AB}$  y  $\delta_{OC}$  coinciden con las iniciales de las barras **AB** y **OC**

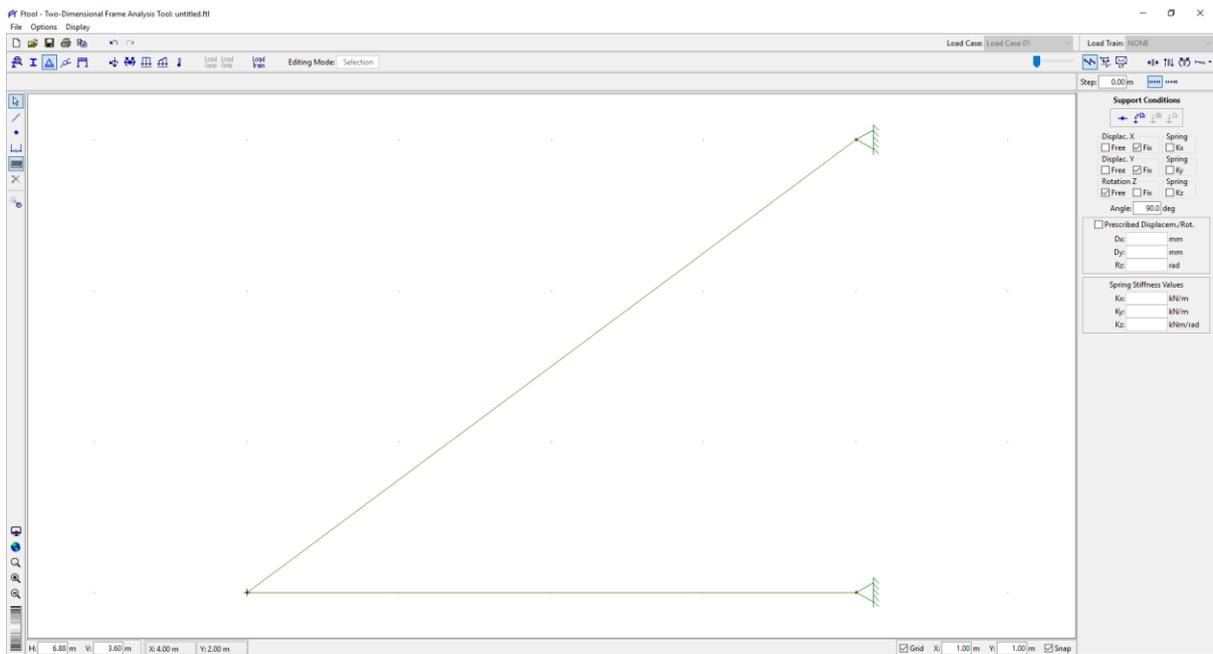
↪ **Solución por Ftool.** Picamos en el ícono de **Ftool**  y seguimos los pasos detallados:



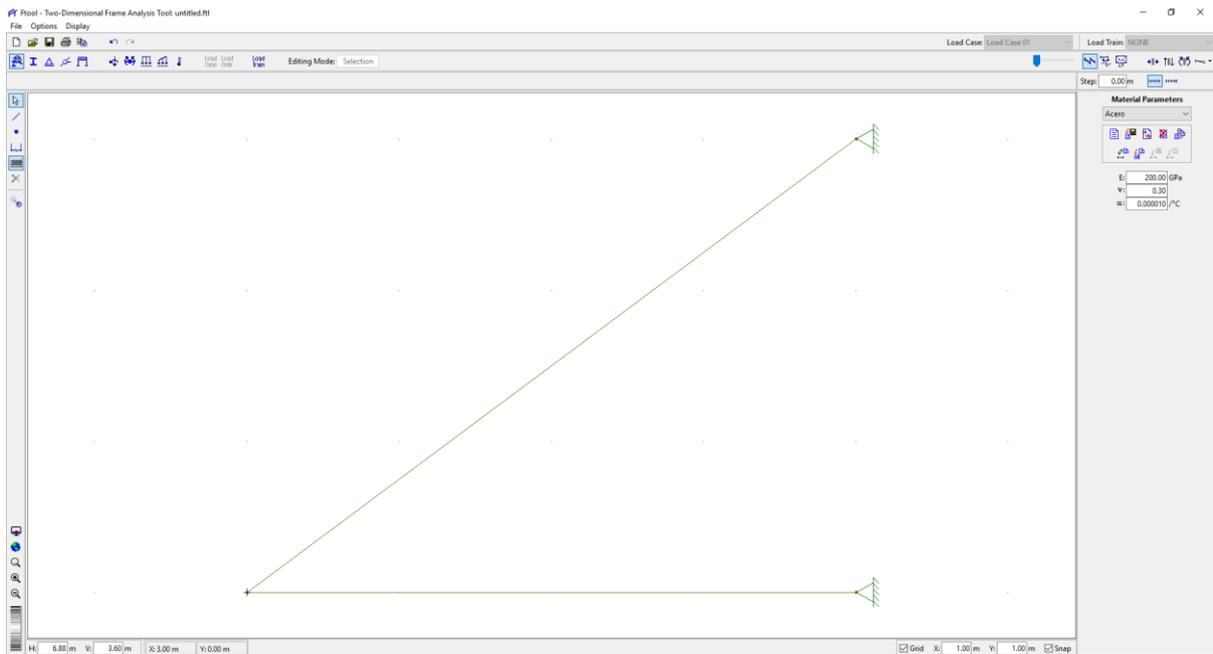
**Figura 87 - Configuración de Unidades y Formato Numérico**



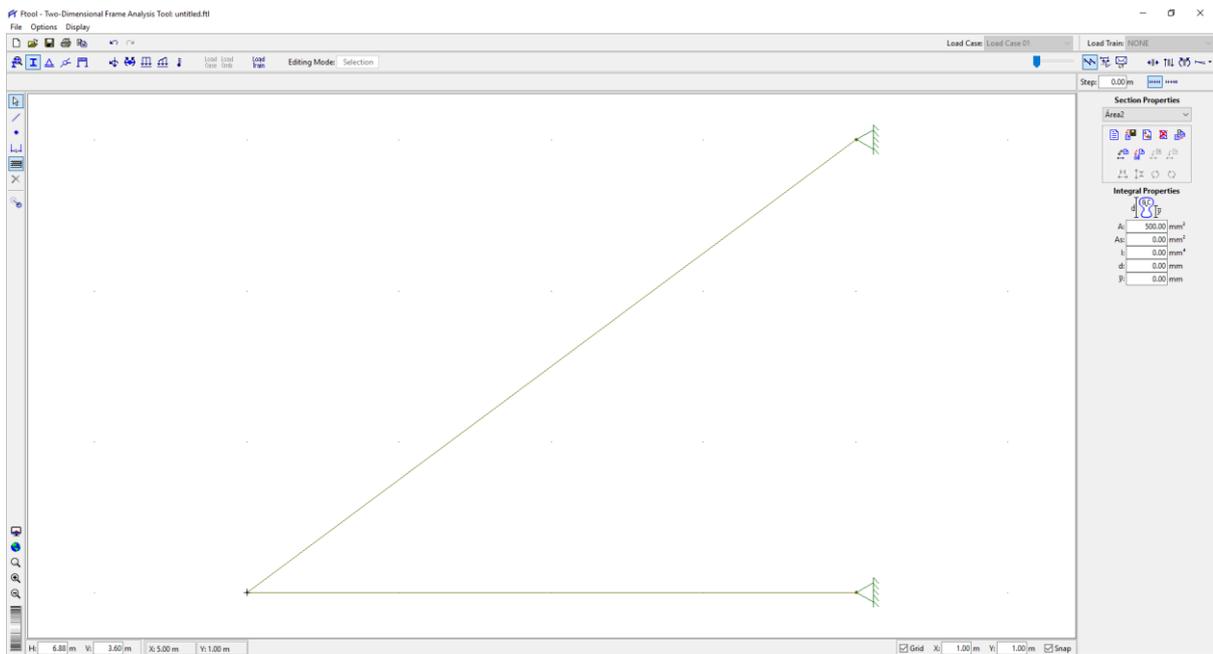
**Figura 88 - Asignación de Barras**



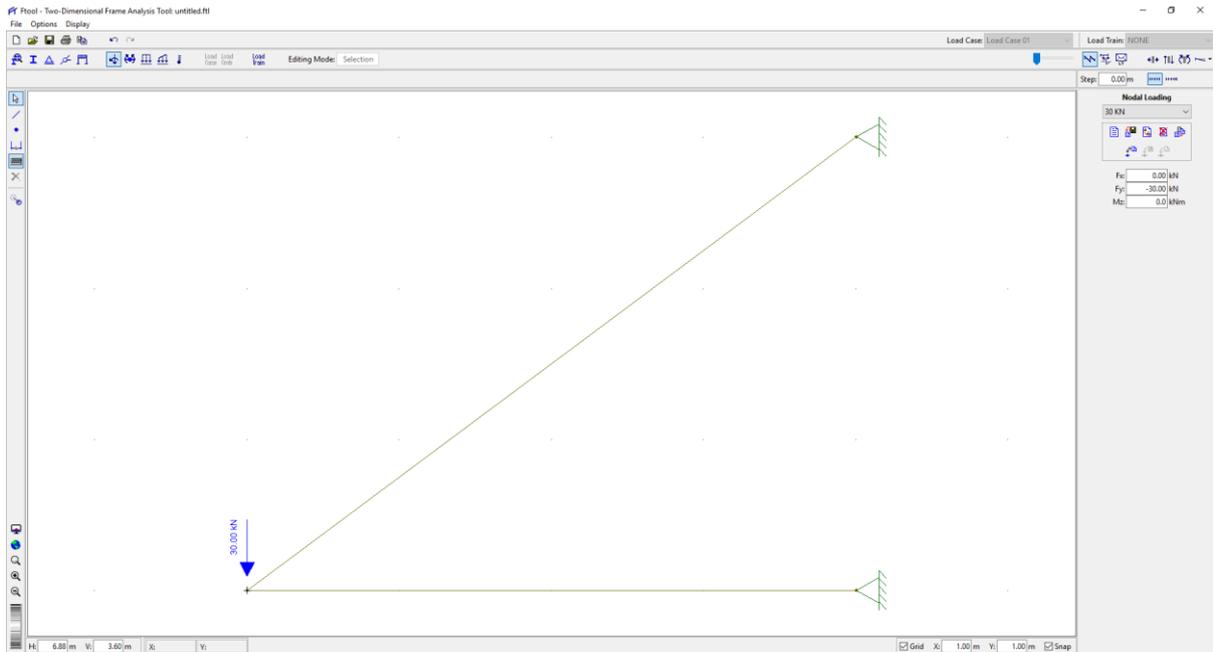
**Figura 89 - Asignación de Restricciones, Vínculos o Apoyos**



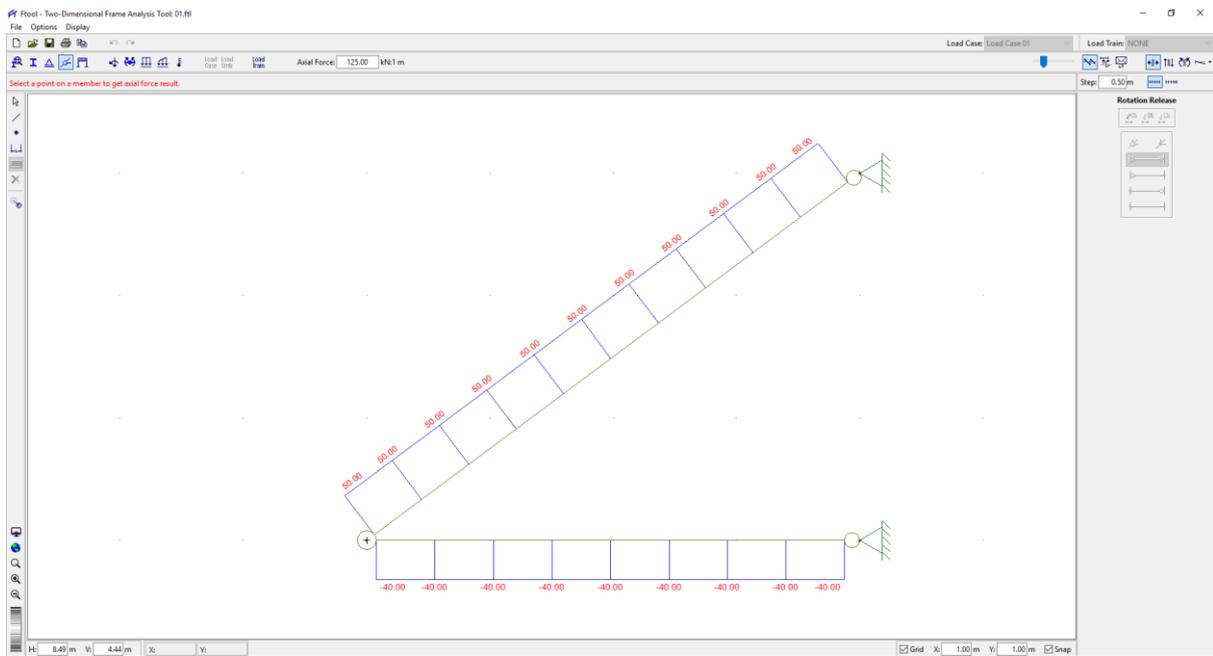
**Figura 90 - Asignación de Material**



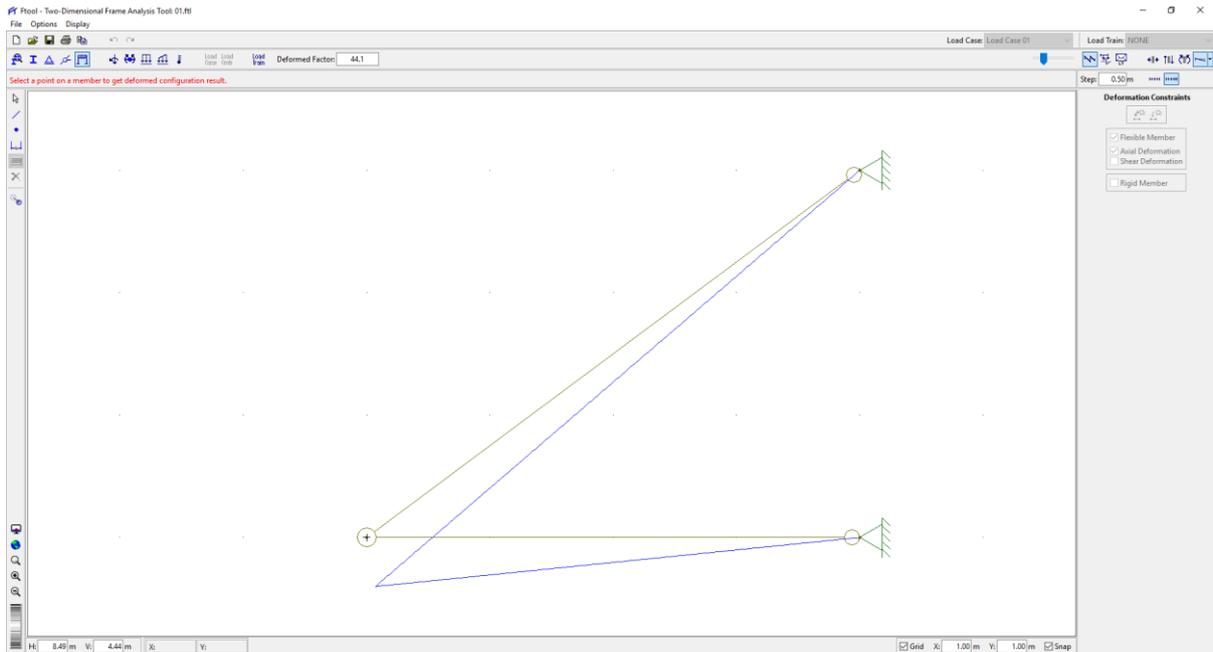
**Figura 91 - Asignación de Áreas**



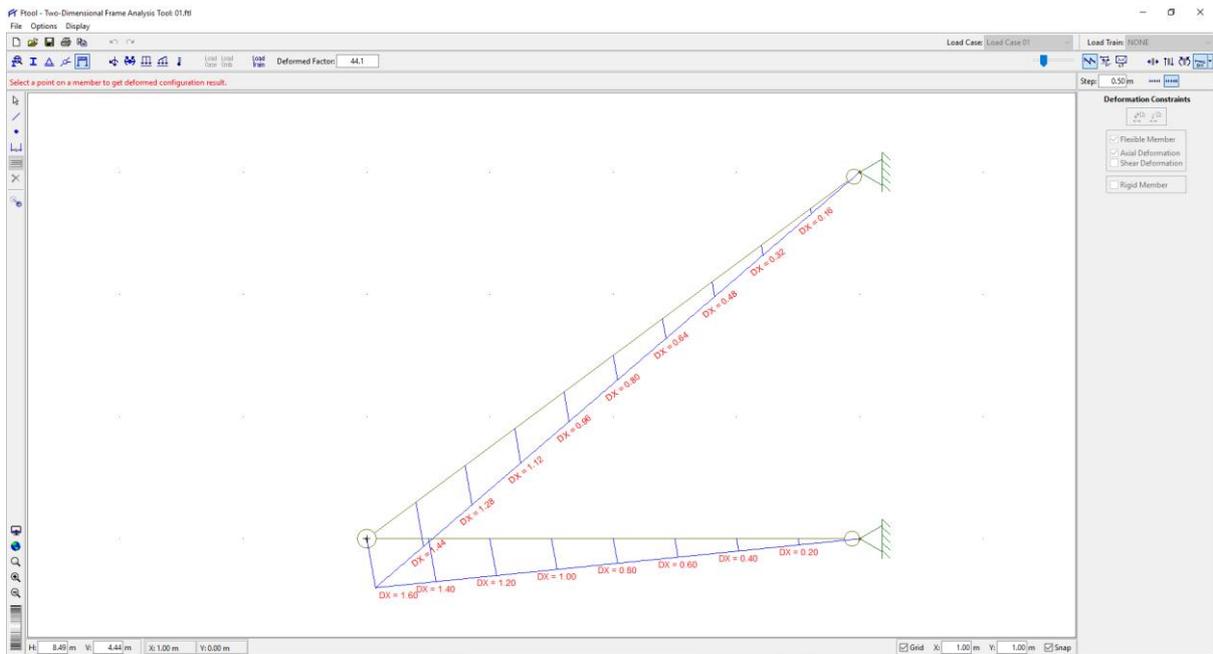
**Figura 92 - Asignación de Cargas**



**Figura 93 - Fuerzas Axiales en cada Barra**



**Figura 94 - Deformada**



**Figura 95 - Desplazamiento Horizontal = 1.60 mm**

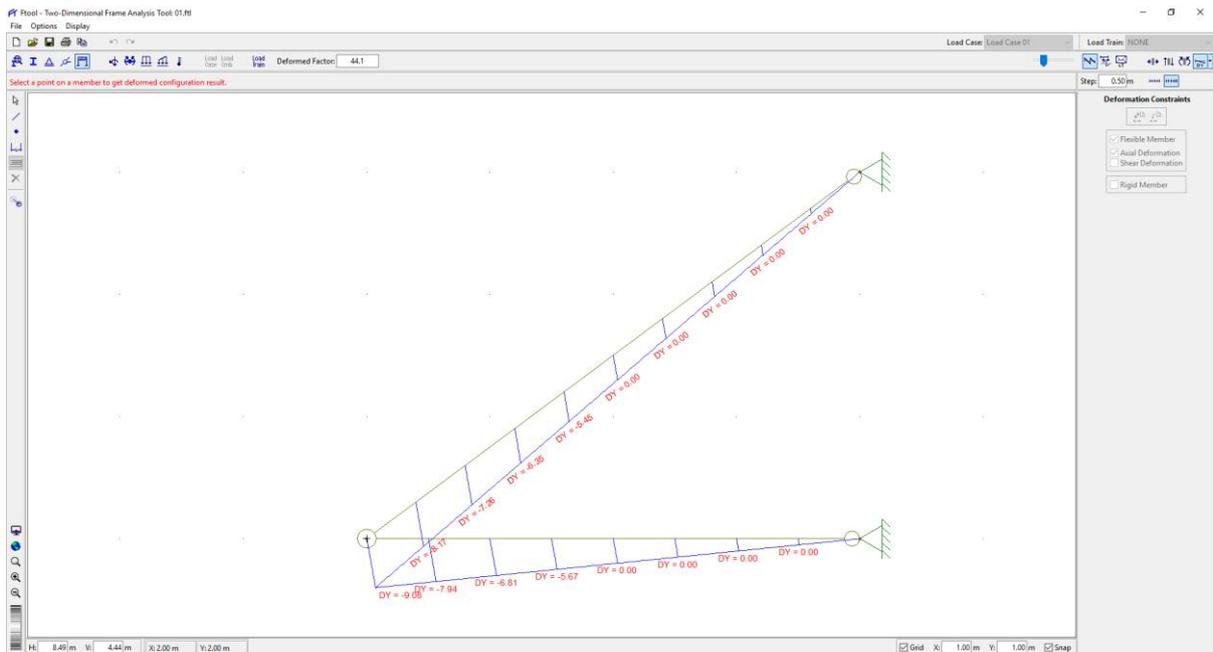


Figura 96 - Desplazamiento Vertical = 9.08 mm

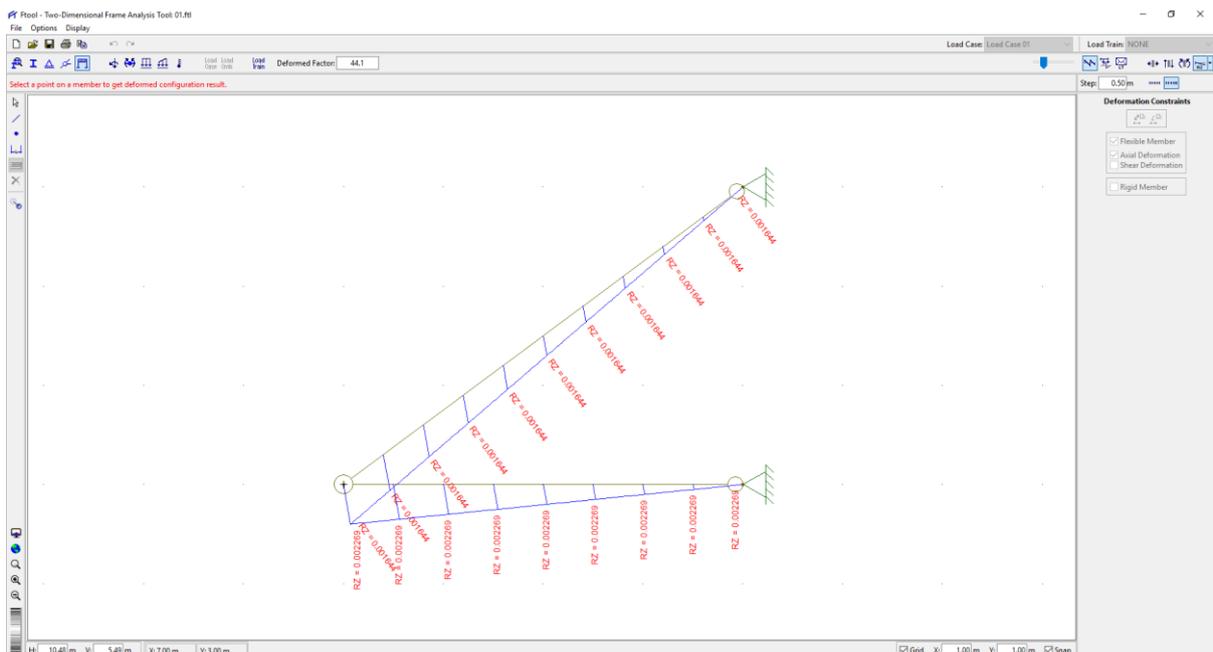


Figura 97 - Rotaciones en los miembros 0.001644 rad y 0.002269 rad

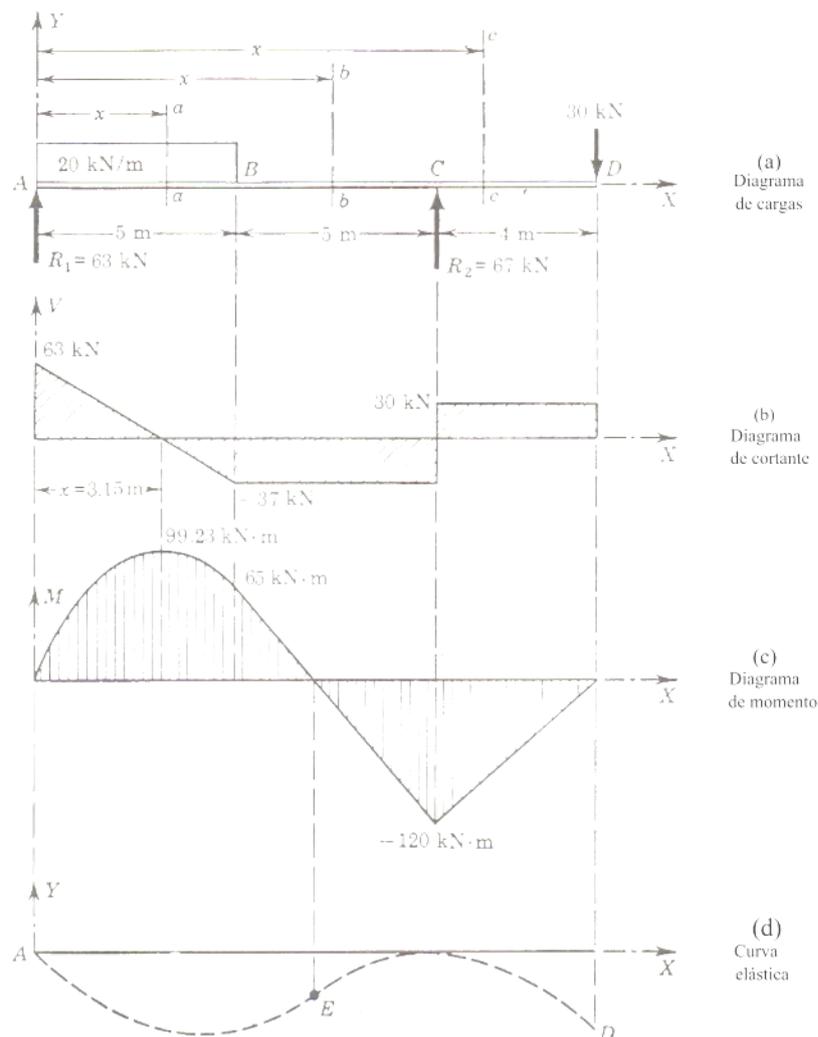
⇒ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados manualmente y usando *Ftool* son prácticamente iguales en fuerzas, desplazamientos y rotaciones como se muestra en la tabla:

	$\delta_h$ (mm)	$\delta_v$ (mm)	$\alpha_{AB}$ (rad)	$\alpha_{OC}$ (rad)
Manual	1.60	9.09	0.001650	0.002270
Ftool	1.60	9.08	0.001644	0.002269
Error (%)	0.00	0.11	0.36	0.04

**Tabla 4 - Comparación de las deformaciones**

**Problema 02.** Escribir las ecuaciones de momentos flexionante y fuerza cortante de la viga cargada que se muestra en la **Figura 98 - a** y trazar los diagramas correspondientes [Pytel-Singer2011, Prob. 401].

↪ **Solución Tradicional.** Calculemos, en primer lugar, las reacciones. De la condición  $\Sigma M_C = 0$  se obtiene  $R_1 = 63 \text{ kN}$ , y de  $\Sigma M_A = 0$  resulta  $R_2 = 67 \text{ kN}$ . Estos valores se comprueban hallando  $\Sigma F_y = 0$ . Las secciones de la viga en las que varían las condiciones de carga se llaman puntos de cambio o puntos de discontinuidad (en las cargas), y se nombran con las letras **A, B, C y D**:

**Figura 98**

En una sección cualquiera  $a-a$  entre **A** y **B** las fuerzas aplicadas a considerar son las que aparecen en la **Figura 99**. Teniendo en cuenta las expresiones de la fuerza cortante y del momento flexionante se tiene:

$$\left[ V = \left( \Sigma F_y \right)_{\text{izq}} \right] \quad V_{AB} = (63 - 20x) \text{ kN} \dots (a)$$

$$\left[ M = (\Sigma M)_{izq} \right] \quad M_{AB} = 63x - 20x\left(\frac{x}{2}\right) = (63x - 10x^2) \text{KN} \cdot \text{m} \dots (b)$$

Estas expresiones son válidas solamente desde  $x = 0$  hasta  $x = 5 \text{ m}$ , es decir, entre los puntos **A** y **B**. Para obtener las expresiones de **V** y **M** entre los puntos **B** y **C** supongamos una sección cualquiera *b-b* entre ambos puntos. Su posición está definida por la abscisa  $x$  a partir del mismo origen **A** considerado anteriormente, por lo que  $x$  varía entre  $x = 5 \text{ m}$  y  $x = 10 \text{ m}$ . Los efectos de las fuerzas exteriores en esta sección se determinan aplicando las mismas expresiones, pero a la **Figura 100**. Se tiene:

$$\left[ V = (\Sigma F_y)_{izq} \right] \quad V_{AB} = 63 - 100 = -37 \text{KN} \dots (c)$$

$$\left[ M = (\Sigma M)_{izq} \right] \quad M_{AB} = 63x - 100(x - 2.5) = (-37x + 250) \text{KN} \cdot \text{m} \dots (d)$$

Las leyes de fuerza cortante y momento flexionante en el intervalo **CD** resultan de la misma forma, considerando una sección cualquiera *c-c* entre ambos puntos. Las fuerzas a la izquierda son las indicadas en la **Figura 101**, con lo que resulta:

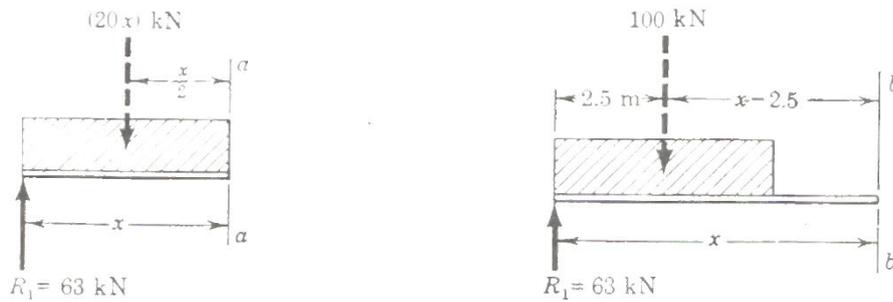
$$\left[ V = (\Sigma F_y)_{izq} \right] \quad V_{AB} = 63 - 100 + 67 = +30 \text{KN} \dots (e)$$

$$\left[ M = (\Sigma M)_{izq} \right] \quad M_{AB} = 63x - 100(x - 2.5) + 67(x - 10) = (30x - 420) \text{KN} \cdot \text{m} \dots (f)$$

También se puede deducir esta última distribución de momentos en el intervalo **CD** considerando las fuerzas que actúan a la derecha de la sección *c-c*, como se observa en la **Figura 102**, de la que se obtiene, con el criterio dado de signos:

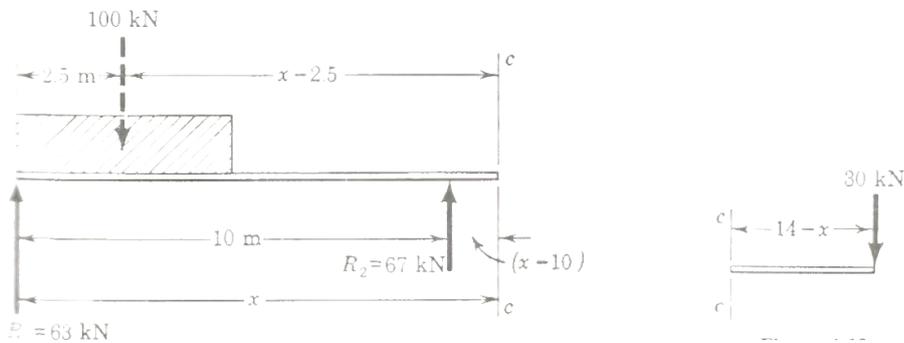
$$\left[ M = (\Sigma M)_{der} \right] \quad M_{CD} = -30(14 - x) + 67(x - 10) = (30x - 420) \text{KN} \cdot \text{m} \dots (f')$$

Resumiendo, en el cálculo de **V** se consideran las fuerzas exteriores aplicadas a la izquierda de la sección, mientras que **M** puede calcularse tomando momentos, con respecto a la sección considerada, de las fuerzas exteriores aplicadas a la izquierda o a la derecha. Se ha tenido sumo cuidado en asignar signo más a **V** y **M** producidos por fuerzas que actúan hacia arriba, y signo menos en caso contrario.



**Figuras 99 (Izq) - 100 (Der)**

Obsérvese finalmente que las **Figuras 99, 100, 101 y 102** se han utilizado solamente para la explicación, pero se acostumbra uno rápidamente a distinguir tales diagramas directamente dentro de la viga total, y no es preciso trazarlos aparte.



**Figuras 101 (Izq) - 102 (Der)**

**Diagramas de fuerza cortante y momento flexionante**

Son simplemente la representación gráfica de las distribuciones correspondientes, dibujadas en los sistemas de ejes coordenados  $V-x$  y  $M-x$ , y suelen colocarse debajo del diagrama de cargas, como en (b) y (c) de la **Figura 98**.

Las discontinuidades en el diagrama de fuerza cortante, **Figura 98 - b**, se unen mediante líneas verticales que representan el cambio brusco de aquélla producido por las fuerzas concentradas. Una última observación: **los máximos y mínimos del diagrama de momentos corresponden siempre a secciones de fuerza cortante nula**, los valores de  $x$  que hacen máximo  $M_{AB}$  se pueden obtener igualando a cero la derivada de  $M_{AB}$  con respecto a  $x$ . Esta derivada da, como se puede comprobar en cada tramo, la distribución correspondiente de fuerza cortante y, por tanto, el máximo momento corresponde a la sección de fuerza cortante nula.

La fuerza cortante y el momento flexionante, en los puntos de discontinuidad, se determinan sustituyendo los correspondientes valores de  $x$  en las ecuaciones (a) a (f) aunque, en general, es más sencillo determinar estos valores directamente aplicando las definiciones de  $V$  y  $M$  a estas

secciones. Por ejemplo, la sección entre **A** y **B** de fuerza cortante nula es aquella en la que el peso de  $x$  metros de carga aplicada a razón de 20 kN/m contrarreste la fuerza cortante positiva de 63 kN que existe en **A**. Por tanto:

$$63 = 20x \text{ o bien } x = 3.15\text{m}$$

El momento flexionante en esta sección se calcula tomando momentos de las fuerzas a la izquierda. Estas son la reacción  $R_I = 63 \text{ kN}$  hacia arriba y la carga de 63 kN hacia abajo que ha sido necesaria para anular  $V$ . Por la definición de momento flexionante:

$$\left[ M = (\Sigma M)_{izq} \right]$$

$$\text{En } x = 3.15 \text{ m, } M = 63 \times 3.15 - 10 \times 3.15^2 = 99.23 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Un último punto de gran interés es el que se expone a través de la **Figura 98 - d**, que muestra la forma que adquiere la viga bajo la acción de las cargas aplicadas, suponiendo que fuera muy flexible. Entre **A** y **E** es cóncava hacia arriba y entre **E** y **D** es cóncava hacia abajo. Puesto que cualquier magnitud a la que se asocie el adjetivo «*hacia arriba*» se considera, por conveniencia, con signo positivo, no debe extrañar que el diagrama de momentos tenga signo más entre **A** y **E**, mientras que entre **E** y **D**, en donde la viga vuelve su concavidad hacia abajo, tenga signo menos. Trazando, pues, la forma aproximada de la deformación de la viga, sirve de confrontación con los signos obtenidos para el momento flexionante.

En el punto **E** en que la viga cambia de forma, de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo, se tiene un *punto de inflexión* y corresponde a la sección de momento flexionante nulo. Su posición se determina igualando a cero la expresión ( $d$ ):

$$\left[ M_{BC} = 0 \right] \quad -37x + 250 = 0 \quad x = 6.76 \text{ m}$$

↪ **Solución por Ftool**<sup>10</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool**  y seguimos los pasos detallados:

<sup>10</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.

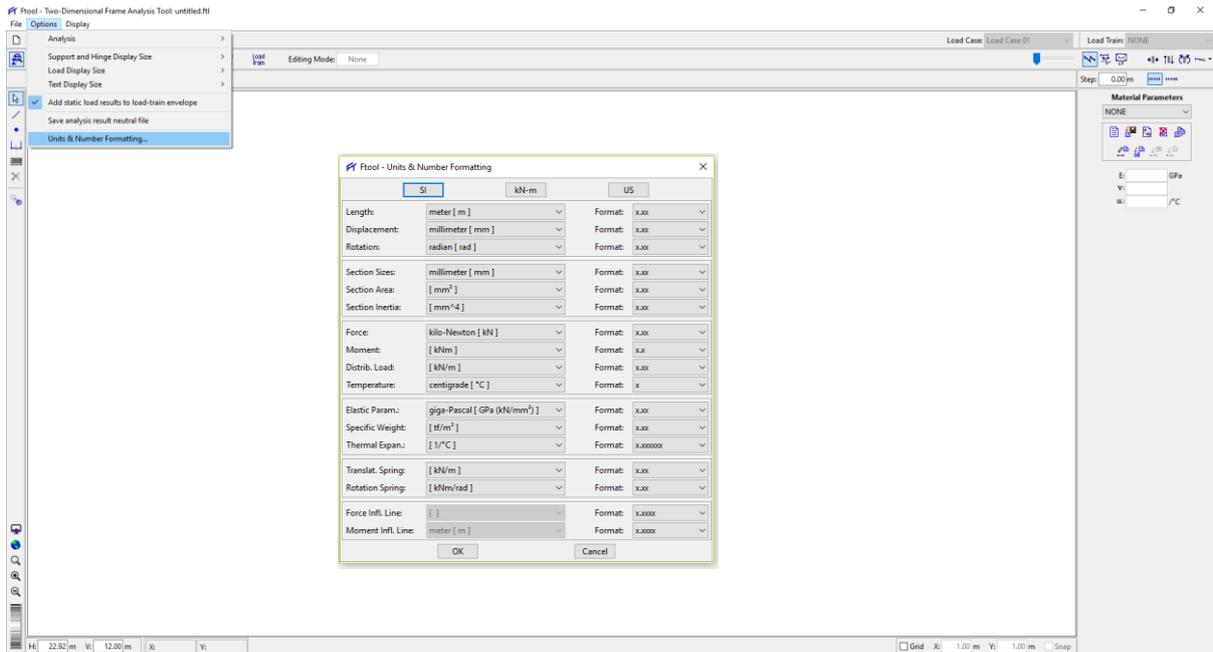


Figura 103 - Configuración de Unidades y Formato Numérico

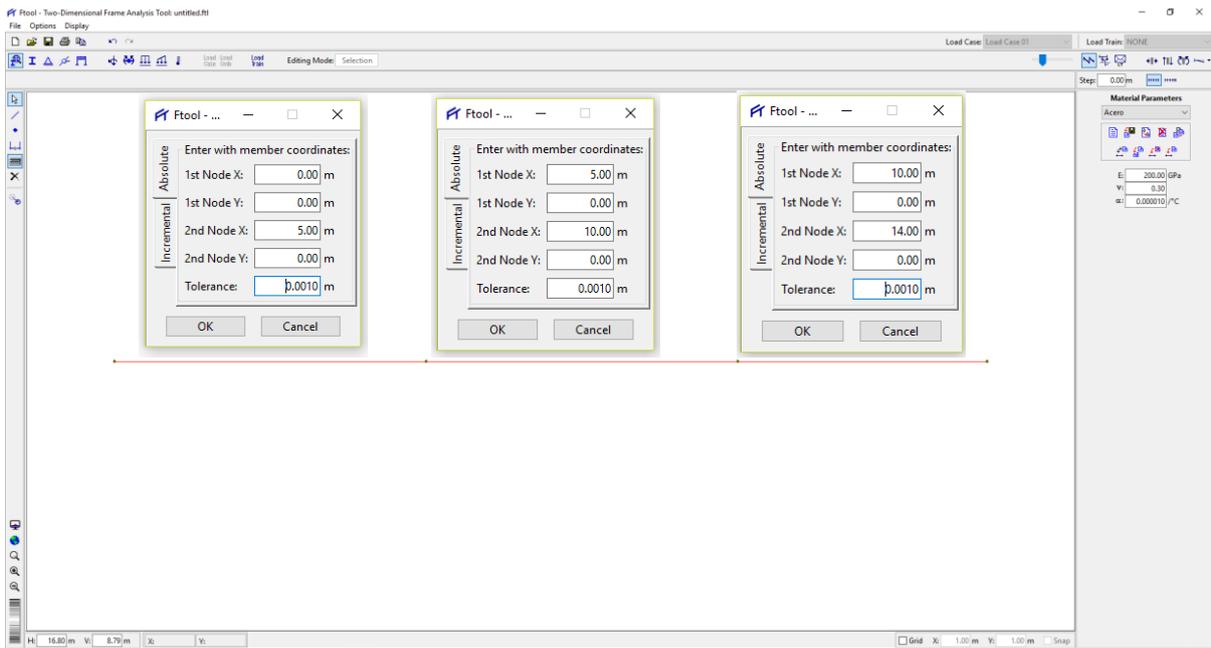
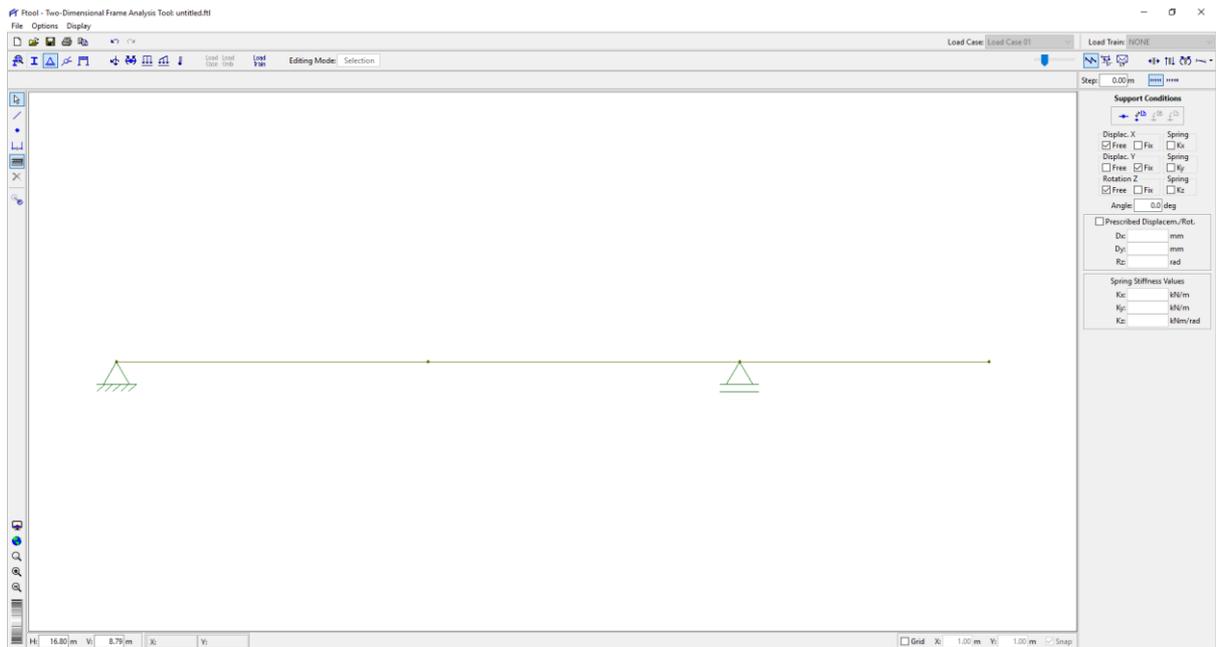
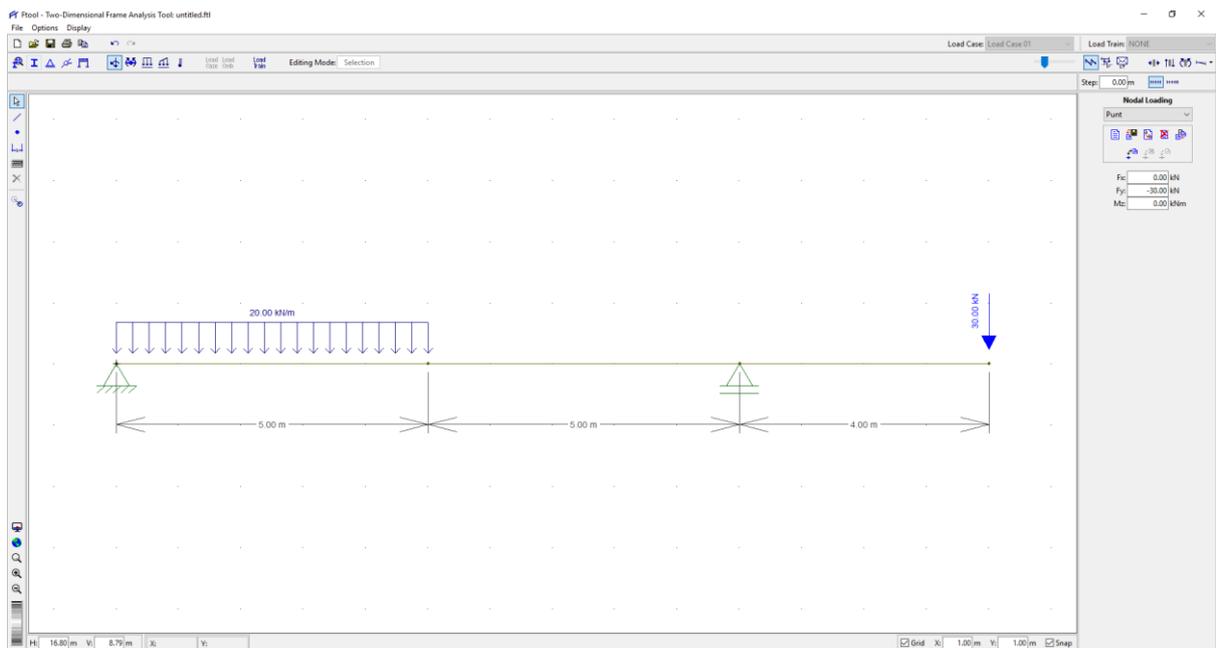


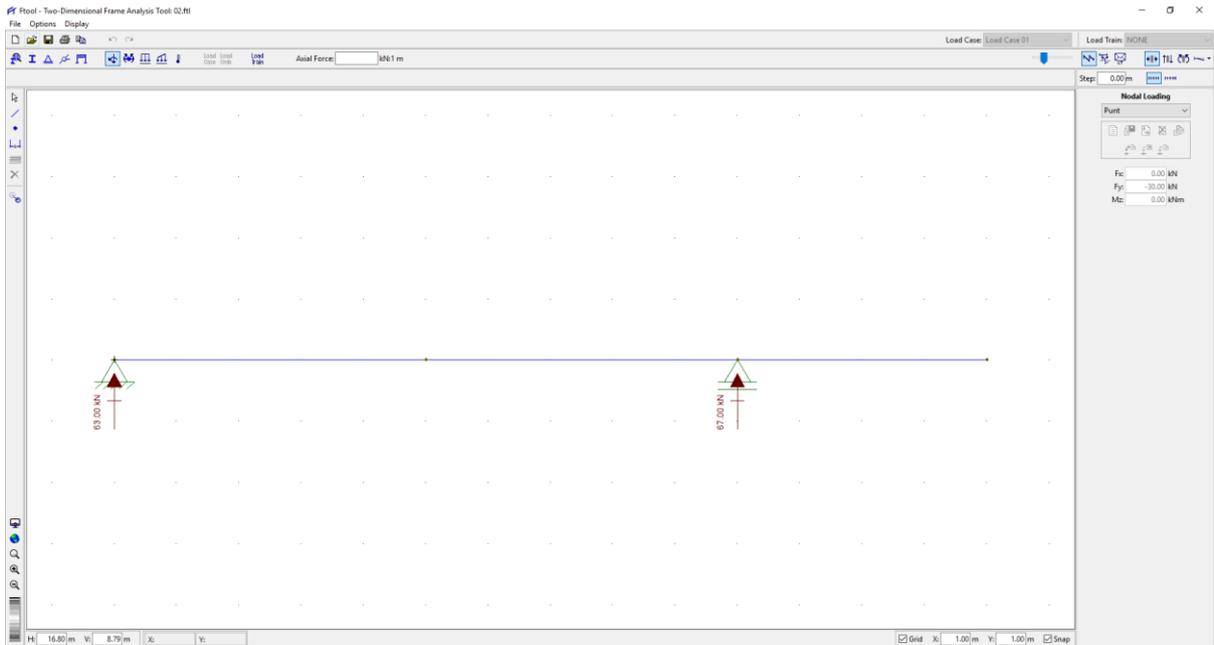
Figura 104 - Asignación de los tramos de la viga



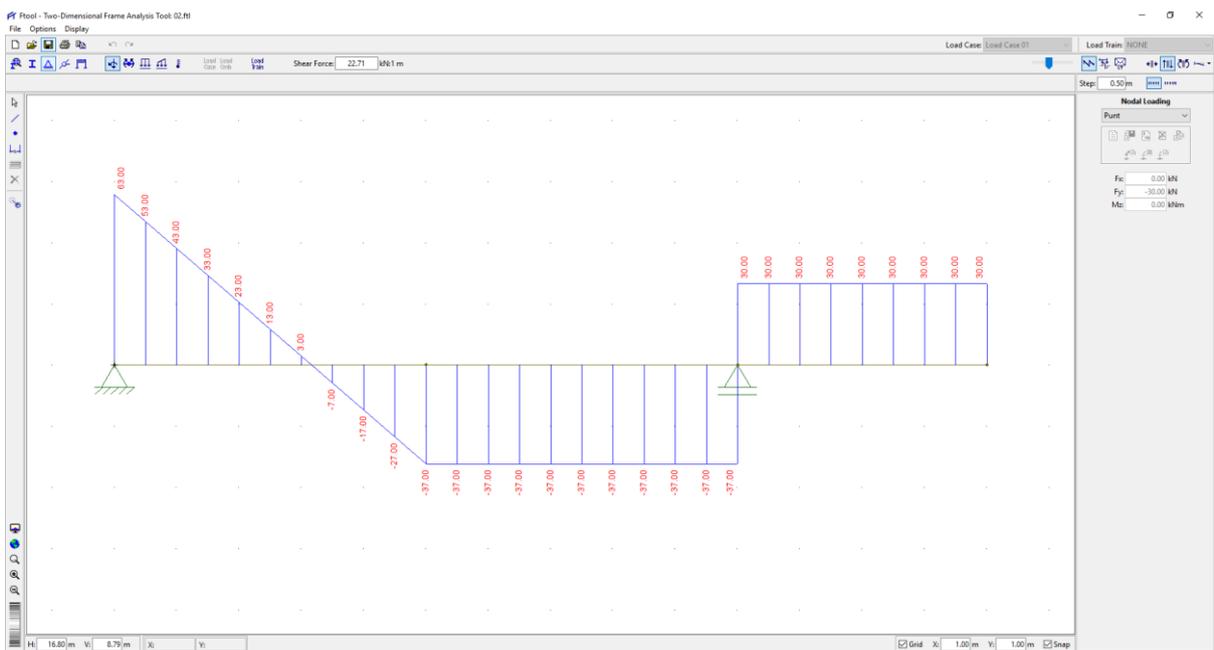
**Figura 105 - Asignación de Restricciones, Vínculos o Apoyos**



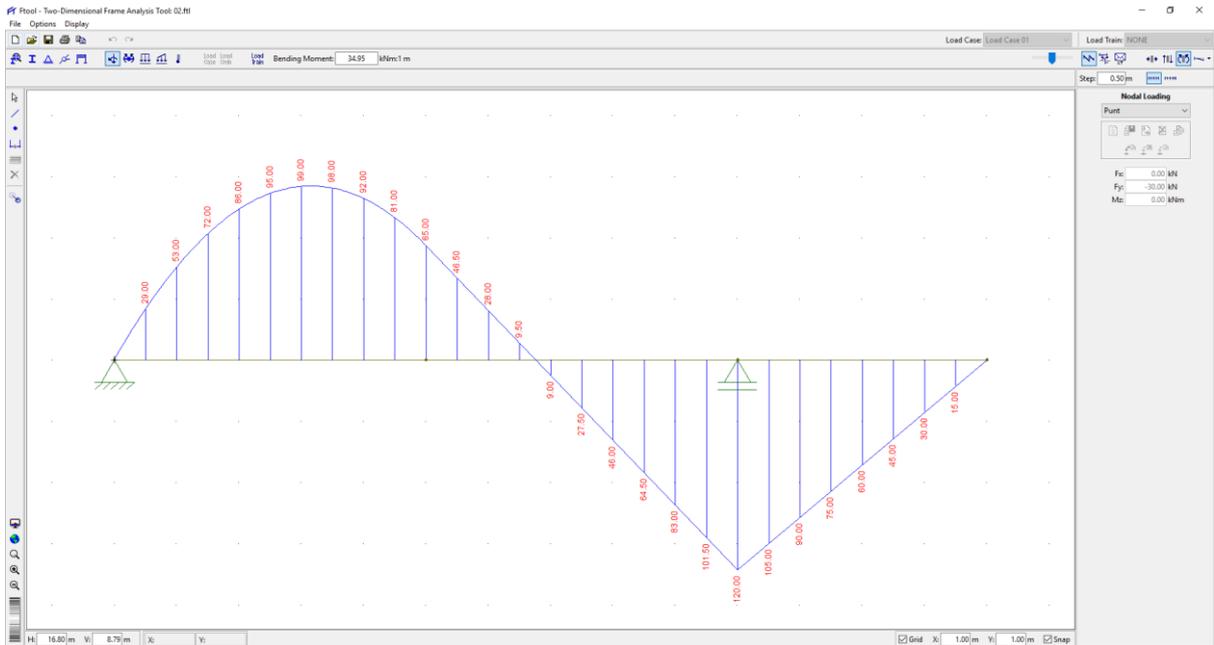
**Figura 106 - Asignación de Cargas**



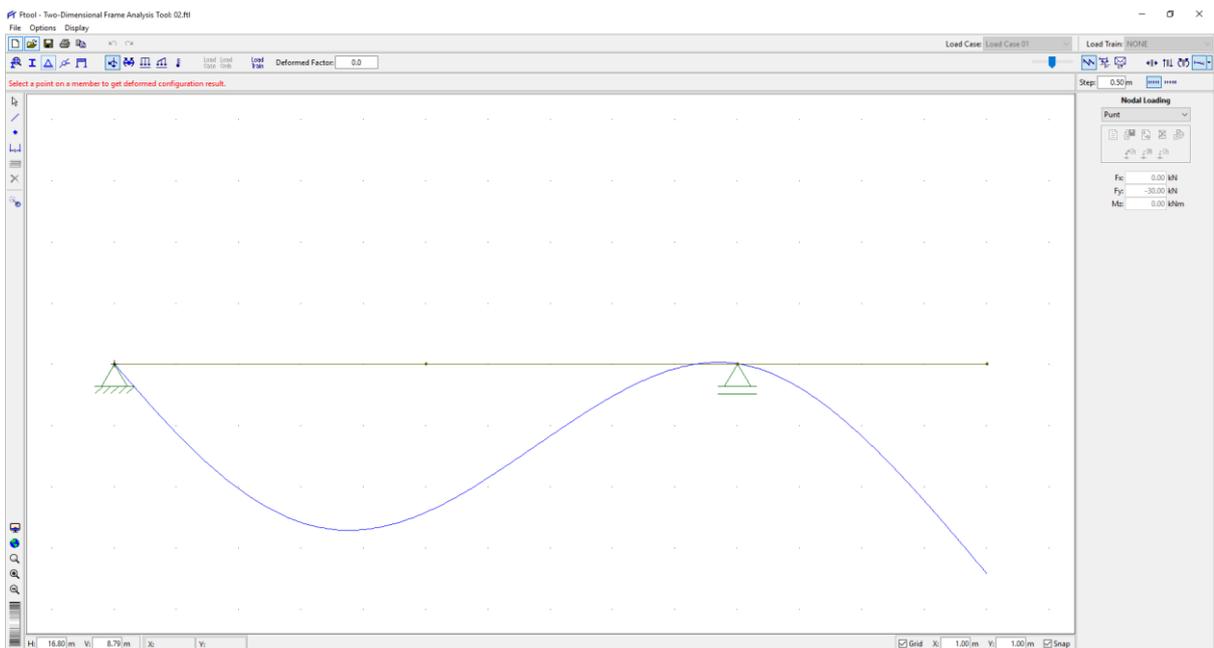
**Figura 107 - Reacciones en los apoyos**



**Figura 108 - Diagrama de Fuerzas Cortantes**



**Figura 109 - Diagrama de Momentos Flectores**



**Figura 110 - Elástica, Deflectada o Deformada de la Viga**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos son exactamente iguales :

<i>x (m)</i>	<i>V (manual)</i>	<i>V (Ftool)</i>	<i>M (manual)</i>	<i>M (Ftool)</i>	<i>Error (%)</i>
0.00	63.00	63.00	0.00	0.00	0.00
0.50	53.00	53.00	29.00	29.00	0.00
1.00	43.00	43.00	53.00	53.00	0.00
1.50	33.00	33.00	72.00	72.00	0.00
2.00	23.00	23.00	86.00	86.00	0.00
2.50	13.00	13.00	95.00	95.00	0.00
3.00	3.00	3.00	99.00	99.00	0.00
3.50	-7.00	-7.00	98.00	98.00	0.00

4.00	-17.00	-17.00	92.00	92.00	0.00
4.50	-27.00	-27.00	81.00	81.00	0.00
5.00	-37.00	-37.00	65.00	65.00	0.00
5.50	-37.00	-37.00	46.50	46.50	0.00
6.00	-37.00	-37.00	28.00	28.00	0.00
6.50	-37.00	-37.00	9.50	9.50	0.00
7.00	-37.00	-37.00	-9.00	-9.00	0.00
7.50	-37.00	-37.00	-27.50	-27.50	0.00
8.00	-37.00	-37.00	-46.00	-46.00	0.00
8.50	-37.00	-37.00	-64.50	-64.50	0.00
9.00	-37.00	-37.00	-83.00	-83.00	0.00
9.50	-37.00	-37.00	-101.50	-101.50	0.00
10.00	-37.00	-37.00	-120.00	-120.00	0.00
10.50	30.00	30.00	105.00	105.00	0.00
11.00	30.00	30.00	90.00	90.00	0.00
11.50	30.00	30.00	75.00	75.00	0.00
12.00	30.00	30.00	60.00	60.00	0.00
12.50	30.00	30.00	45.00	45.00	0.00
13.00	30.00	30.00	30.00	30.00	0.00
13.50	30.00	30.00	15.00	15.00	0.00
14.00	30.00	30.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5 - Comparación de las fuerzas internas

**Problema 03.** Determinar la ecuación de la elástica o deflectada de la viga con un extremo volado que se muestra en la *Figura 111*, también hallar los valores tabulados a cada **25cm**. La sección transversal es rectangular de **10cm×15cm** y es de concreto  $f_c = 21MPa$ . Despreciar su peso propio [Pytel-Singer2011, Prob. 602].

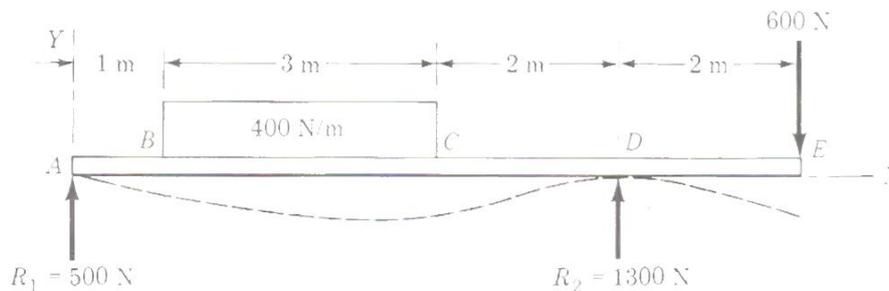


Figura 111

↪ **Solución Tradicional.** Aplicando la ecuación diferencial de la elástica e integrando dos veces resulta:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = \left( 500x - \frac{400}{2} \langle x-1 \rangle^2 + \frac{400}{2} \langle x-4 \rangle^2 + 1300 \langle x-6 \rangle \right) N.m$$

$$EI \frac{dy}{dx} = \left( 250x^2 - \frac{200}{3} \langle x-1 \rangle^3 + \frac{200}{3} \langle x-4 \rangle^3 + 650 \langle x-6 \rangle^2 + C_1 \right) N.m^2$$

$$EIy = \left( \frac{250}{3} x^3 - \frac{50}{3} \langle x-1 \rangle^4 + \frac{50}{3} \langle x-4 \rangle^4 + \frac{650}{3} \langle x-6 \rangle^3 + C_1 x + C_2 \right) N.m^3$$

Para determinar  $C_2$  observemos que para  $x = 0, y = 0$ , lo que da  $C_2 = 0$ . No se tiene en cuenta los términos entre paréntesis angulares si son negativos. Aplicando la otra condición de apoyo, para  $x = 6, y = 0$ , resulta<sup>11</sup>:

$$0 = \frac{250}{3}6^3 - \frac{50}{3}5^4 + \frac{50}{3}2^4 + \frac{650}{3}0^3 + 6C_1 \text{ o } C_1 = -\frac{3925}{3} \text{ N.m}^2$$

De donde la ecuación de la elástica queda:

$$y = \frac{1}{EI} \left( \frac{250}{3}x^3 - \frac{50}{3}\langle x-1 \rangle^4 + \frac{50}{3}\langle x-4 \rangle^4 + \frac{650}{3}\langle x-6 \rangle^3 - \frac{3925}{3}x \right) \text{ N.m}^3 \dots(a)$$

Según la NTP E-060 de Concreto Armado, el valor del Módulo de Elasticidad es:

$$E = E_c = 4700\sqrt{f'c} = 4700\sqrt{21} = 21538.11 \text{ MPa}$$

El valor del Momento de Inercia es  $I = \frac{0.10\text{m} \times (0.15\text{m})^3}{12} = 0.000028125\text{m}^4$

Separando la ecuación de la elástica o deflectada por tramos, tenemos:

Tramo	Intervalo	Elástica
AB	$0 \leq x \leq 1$	$y = \frac{1}{EI} \left( \frac{250}{3}x^3 - \frac{3925}{3}x \right)$
OC	$1 \leq x \leq 4$	$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{250}{3}x^3 - \frac{50}{3}(x-1)^4 - \frac{3925}{3}x \right] = \frac{1}{EI} \left( -\frac{50}{3}x^4 + 150x^3 - 100x^2 - \frac{3725}{3}x - \frac{50}{3} \right)$
CD	$4 \leq x \leq 6$	$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{250}{3}x^3 - \frac{50}{3}(x-1)^4 + \frac{50}{3}(x-4)^4 - \frac{3925}{3}x \right] = \frac{1}{EI} \left( -\frac{350}{3}x^3 + 1500x^2 - \frac{16525}{3}x + 4250 \right)$
DE	$6 \leq x \leq 8$	$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{250}{3}x^3 - \frac{50}{3}(x-1)^4 + \frac{50}{3}(x-4)^4 + \frac{650}{3}(x-6)^3 - \frac{3925}{3}x \right] = \frac{1}{EI} \left( 100x^3 - 2400x^2 + \frac{53675}{3}x - 42550 \right)$

**Tabla 6 - Ecuación de la Elástica por tramos**

Realizando el tabulado para los valores de la elástica a cada 25 cm tenemos:

Tramo	x (m)	y (m)	y (mm)
AB	0.00	0.0000000	0.000000
	0.25	-0.0005378	-0.537807
	0.50	-0.0010627	-1.062716
	0.75	-0.0015618	-1.561831
	1.00	-0.0020223	-2.022256
OC	1.00	-0.0020223	-2.022256
	1.25	-0.0024312	-2.431199
	1.50	-0.0027772	-2.777162
	1.75	-0.0030511	-3.051117
	2.00	-0.0032466	-3.246614
	2.25	-0.0033598	-3.359786

<sup>11</sup> En el libro hay un error por redondeo para  $C_1$  pues se da -1308 siendo el correcto de  $-3925/3 \approx -1308.33$

	2.50	-0.0033893	-3.389342
	2.75	-0.0033366	-3.336571
	3.00	-0.0032053	-3.205344
	3.25	-0.0030021	-3.002108
	3.50	-0.0027359	-2.735892
	3.75	-0.0024183	-2.418302
	4.00	-0.0020635	-2.063526
CD	4.00	-0.0020635	-2.063526
	4.25	-0.0016882	-1.688222
	4.50	-0.0013103	-1.310339
	4.75	-0.0009479	-0.947932
	5.00	-0.0006191	-0.619058
	5.25	-0.0003418	-0.341772
	5.50	-0.0001341	-0.134129
DE	5.75	-0.0000142	-0.014187
	6.00	-0.0000000	-0.000000
	6.00	0.0000000	0.000000
	6.25	-0.0001040	-0.104036
	6.50	-0.0003164	-0.316407
	6.75	-0.0006216	-0.621637
	7.00	-0.0010042	-1.004249
	7.25	-0.0014488	-1.448767
	7.50	-0.0019397	-1.939715
	7.75	-0.0024616	-2.461615
	8.00	-0.0029990	-2.998991

Tabla 7 - Valores de la flecha de la viga a cada 25 cm

➤ **Solución por Ftool.** Picamos en el ícono de **Ftool** y seguimos los pasos detallados:

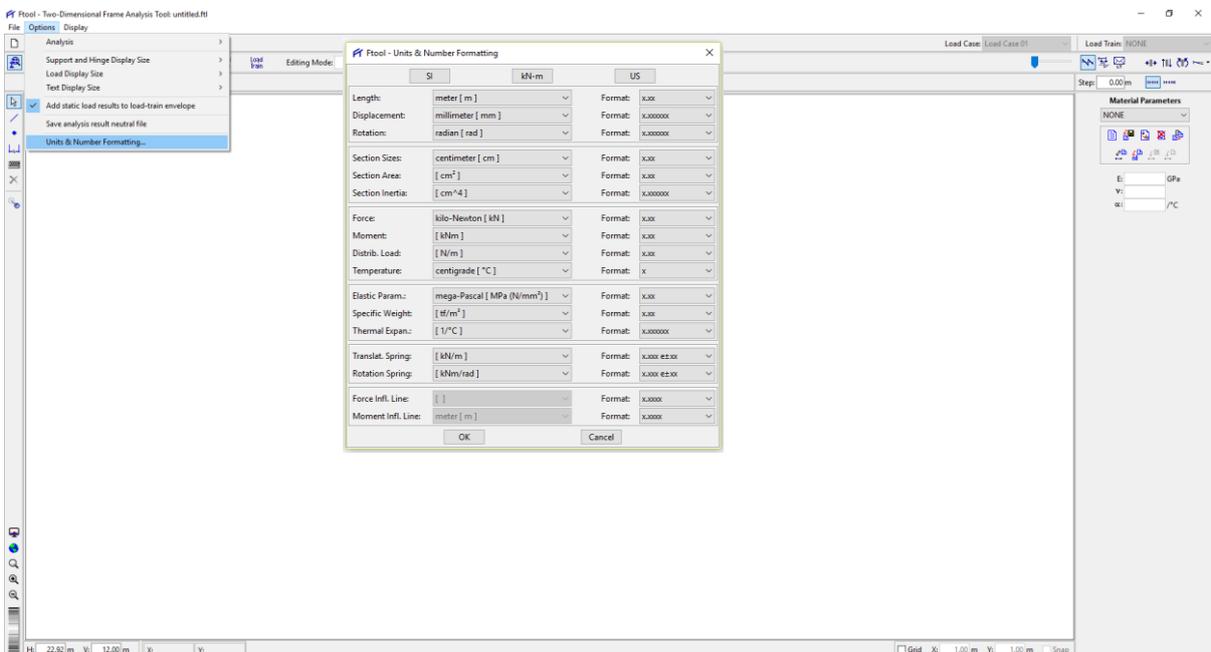


Figura 112 - Configuración de Unidades y Formato Numérico

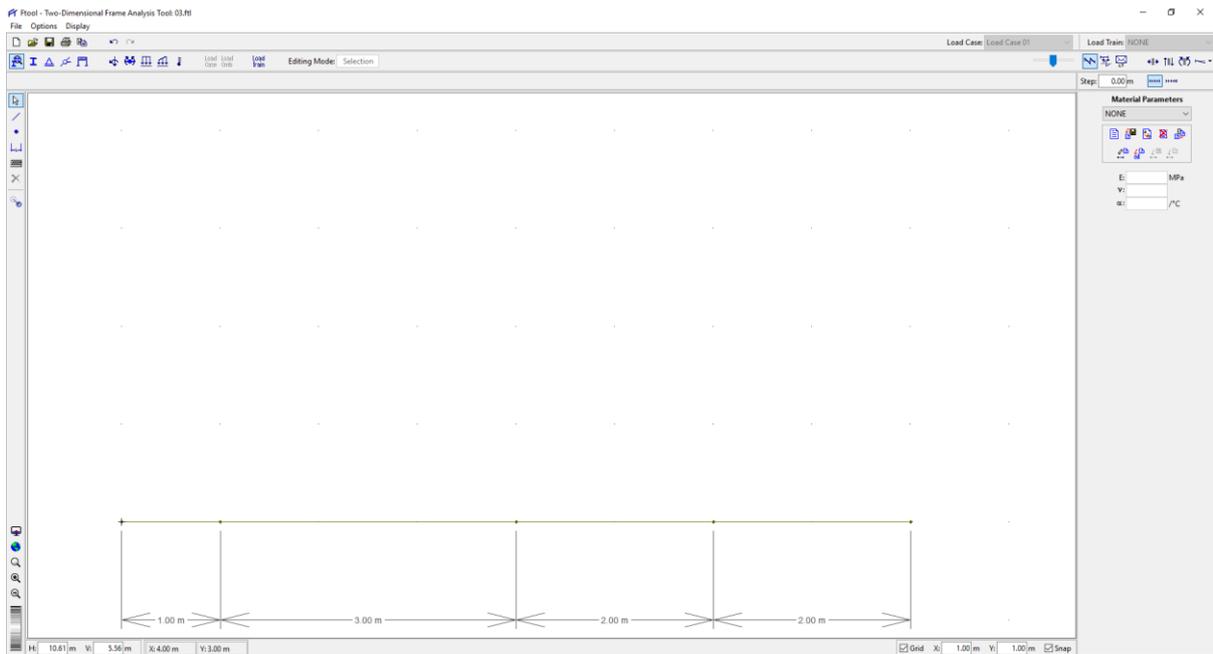


Figura 113 - Asignación de los tramos de la viga

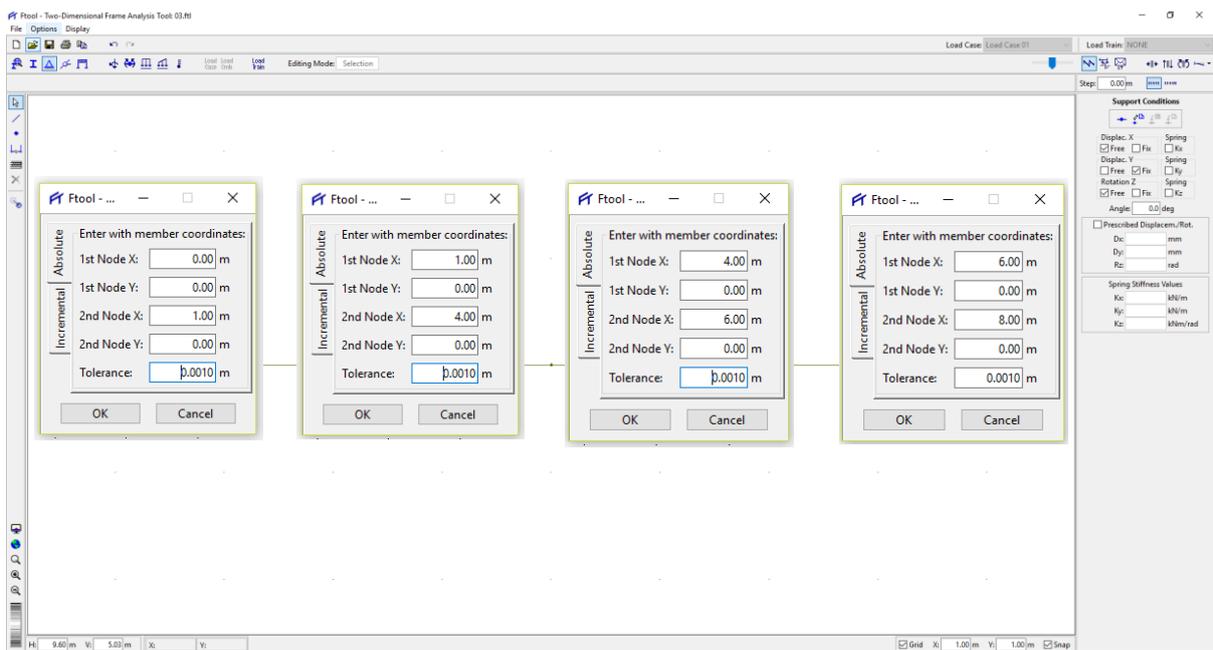


Figura 114 - Asignación de Restricciones, Vínculos o Apoyos



Figura 115 - Asignación de Cargas

**Material Parameters**

Concreto

---

E: 21538.11 MPa

$\nu$ : 0.30

$\alpha$ : 0.000010 /°C

**Section Properties**

Rect

---

**Rectangle**

d:	15.00	cm
b:	10.00	cm
$\bar{y}$ :	7.50	cm
A:	150.00	cm <sup>2</sup>
As:	125.00	cm <sup>2</sup>
I:	2812.50	cm <sup>4</sup>

Figura 116 - Asignación del Material y la Sección Transversal

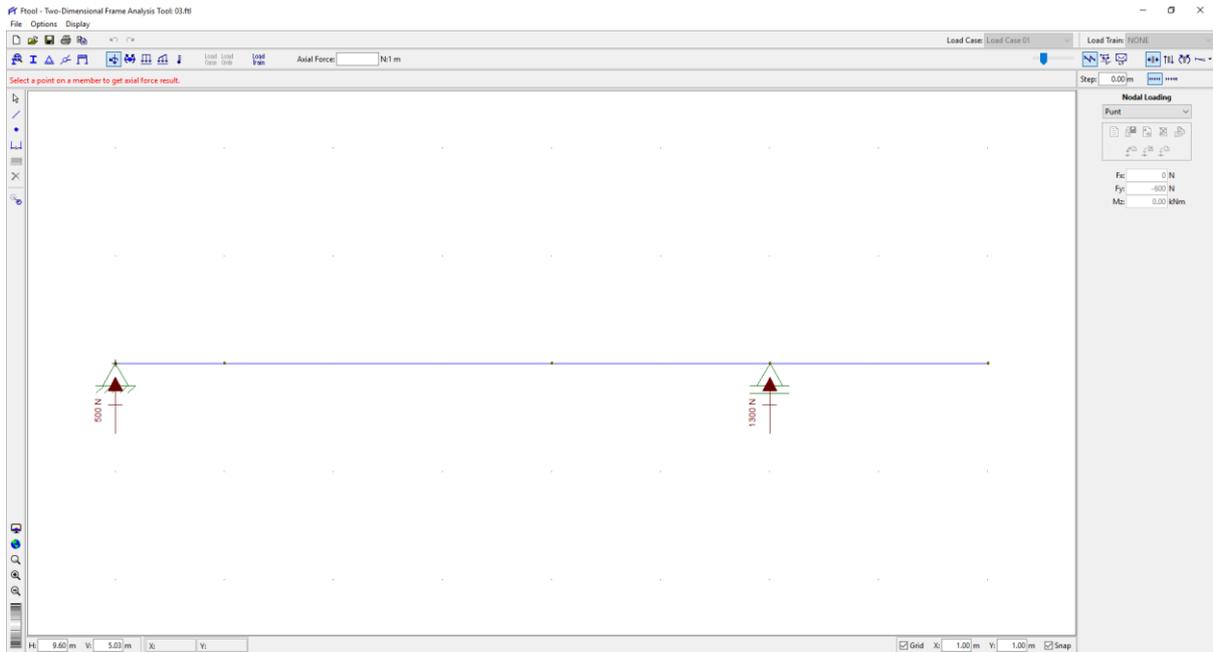


Figura 117 - Reacciones en los apoyos

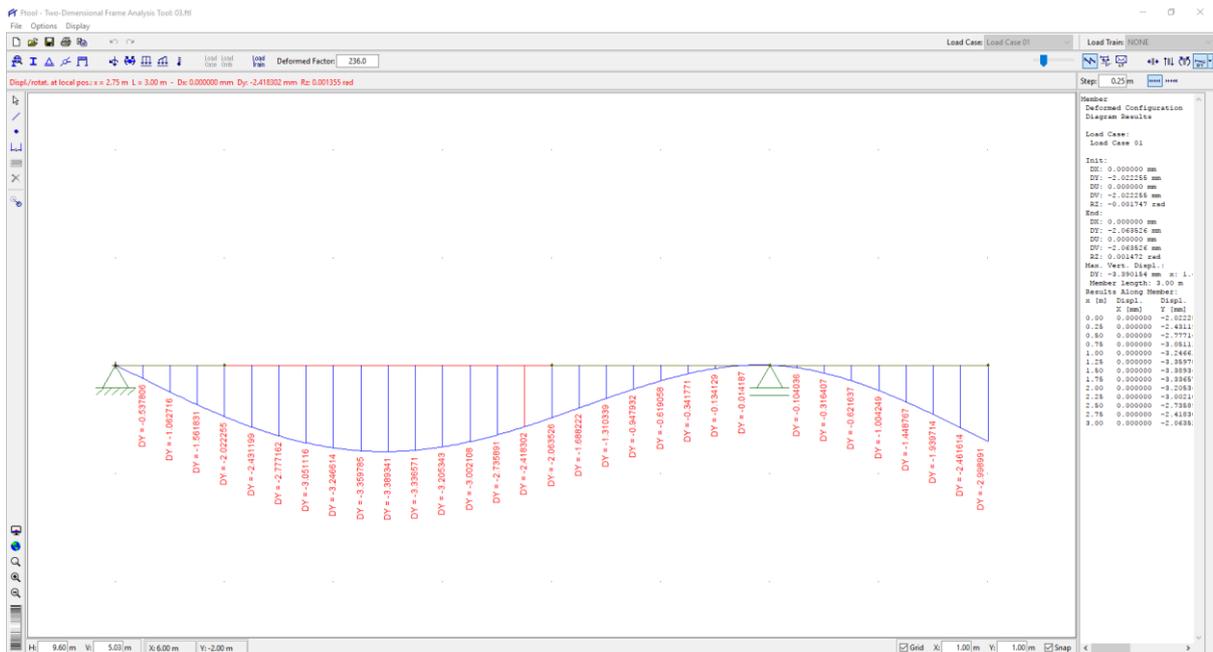


Figura 118 - Valores de la Flecha (en mm) a cada 25 cm

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son prácticamente iguales en fuerzas y desplazamientos, como se puede observar en la siguiente tabla comparativa.

$x$ (m)	Manual	Ftool	Error (%)
0.00	0.000000	0.000000	0.00
0.25	-0.537807	-0.537806	0.00
0.50	-1.062716	-1.062716	0.00
0.75	-1.561831	-1.561831	0.00

1.00	-2.022256	-2.022255	0.00
1.25	-2.431199	-2.431199	0.00
1.50	-2.777162	-2.777162	0.00
1.75	-3.051117	-3.051116	0.00
2.00	-3.246614	-3.246614	0.00
2.25	-3.359786	-3.359785	0.00
2.50	-3.389342	-3.389341	0.00
2.75	-3.336571	-3.336571	0.00
3.00	-3.205344	-3.205343	0.00
3.25	-3.002108	-3.002108	0.00
3.50	-2.735892	-2.735891	0.00
3.75	-2.418302	-2.418302	0.00
4.00	-2.063526	-2.063526	0.00
4.25	-1.688222	-1.688222	0.00
4.50	-1.310339	-1.310339	0.00
4.75	-0.947932	-0.947932	0.00
5.00	-0.619058	-0.619058	0.00
5.25	-0.341772	-0.341771	0.00
5.50	-0.134129	-0.134129	0.00
5.75	-0.014187	-0.014187	0.00
6.00	0.000000	0.000000	0.00
6.25	-0.104036	-0.104036	0.00
6.50	-0.316407	-0.316407	0.00
6.75	-0.621637	-0.621637	0.00
7.00	-1.004249	-1.004249	0.00
7.25	-1.448767	-1.448767	0.00
7.50	-1.939715	-1.939714	0.00
7.75	-2.461615	-2.461614	0.00
8.00	-2.998991	-2.998991	0.00

Tabla 8 - Comparación de los valores de las flechas por el cálculo manual y por Ftool

**Problema 04.** Determinar los momentos en los apoyos en la viga continua de la *Figura 119* [Pytel-Singer2011, Prob. 812].

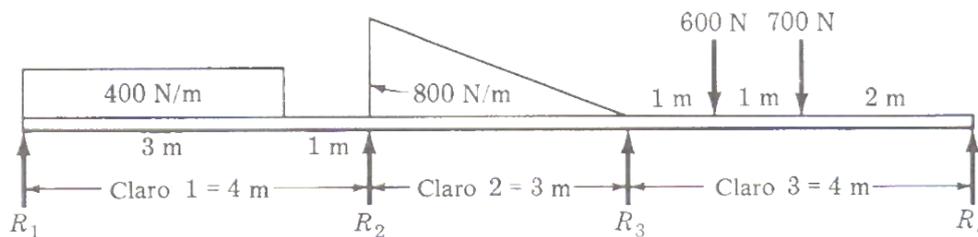


Figura 119

*Preliminares.* Aplicando la ecuación de los tres momentos a los tramos 1 y 2 y después a los claros 2 y 3 se tiene:

$$\left[ M_1 L_1 + 2M_2(L_1 + L_2) + M_3 L_2 + \frac{6A_1 \bar{a}_1}{L_1} + \frac{6A_2 \bar{b}_2}{L_2} = 6EI \left( \frac{h_1}{L_1} + \frac{h_3}{L_2} \right) \right]$$

$$M_1 L_1 + 2M_2(L_1 + L_2) + M_3 L_2 + \frac{6A_1 \bar{a}_1}{L_1} + \frac{6A_2 \bar{b}_2}{L_2} = 0 \dots (a)$$

$$M_2L_2 + 2M_3(L_2 + L_3) + M_4L_3 + \frac{6A_2\bar{a}_2}{L_2} + \frac{6A_3\bar{b}_3}{L_3} = 0 \dots (b)$$

De acuerdo con la definición de momento flexionante,  $M_1$  y  $M_4$  son nulos, por lo que las ecuaciones (a) y (b) forman un sistema con dos incógnitas  $M_2$  y  $M_3$ , que puede resolverse si se conocen los valores de  $\frac{6A\bar{a}}{L}$  y  $\frac{6A\bar{b}}{L}$  para cada tramo, correspondientes a las cargas dadas. Utilizando

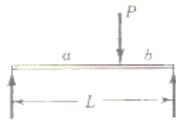
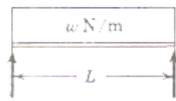
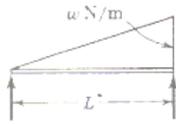
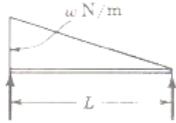
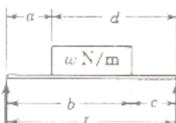
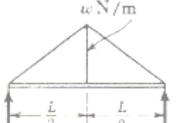
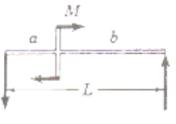
la **Tabla 9** se calculan estos valores como sigue:

$$\frac{6A_1\bar{a}_1}{L_1} = \frac{wb^2}{4L}(2L^2 - b^2) = \frac{400 \times 3^2}{4 \times 4}(2 \times 4^2 - 3^2) = 5175 \text{N.m}^2$$

$$\frac{6A_2\bar{b}_2}{L_2} = \frac{8}{60}wL^3 = \frac{8}{60} \times 800 \times 3^3 = 2880 \text{N.m}^2$$

$$\frac{6A_2\bar{a}_2}{L_2} = \frac{7}{60}wL^3 = \frac{7}{60} \times 800 \times 3^3 = 2520 \text{N.m}^2$$

$$\frac{6A_3\bar{b}_3}{L_3} = \Sigma \frac{Pb}{L}(L^2 - b^2) = \frac{600 \times 3}{4}(4^2 - 3^2) + \frac{700 \times 2}{4}(4^2 - 2^2) = 7350 \text{N.m}^2$$

CASO No.	TIPO DE CARGA SOBRE EL TRAMO	$\frac{6A\bar{a}}{L}$	$\frac{6A\bar{b}}{L}$
1		$\frac{Pa}{L} (L^2 - a^2)$	$\frac{Pb}{L} (L^2 - b^2)$
2		$\frac{wL^3}{4} = \frac{WL^2}{4}$	$\frac{wL^3}{4} = \frac{WL^2}{4}$
3		$\frac{8}{60} wL^3 = \frac{8}{30} WL^2$	$\frac{7}{60} wL^3 = \frac{7}{30} WL^2$
4		$\frac{7}{60} wL^3 = \frac{7}{30} WL^2$	$\frac{8}{60} wL^3 = \frac{8}{30} WL^2$
5		$\frac{w}{4L} [b^2(2L^2 - b^2) - a^2(2L^2 - a^2)]$	$\frac{w}{4L} [d^2(2L^2 - d^2) - c^2(2L^2 - c^2)]$
6		$\frac{5}{32} wL^3 = \frac{5}{16} WL^2$	$\frac{5}{32} wL^3 = \frac{5}{16} WL^2$
7		$-\frac{M}{L} (3a^2 - L^2)$	$+\frac{M}{L} (3b^2 - L^2)$

**Tabla 9 - Valores de  $\frac{6A\bar{a}}{L}$  y  $\frac{6A\bar{b}}{L}$  (Fuente [Pytel-Singer2011])**

↪ **Solución Tradicional.** Sustituyendo los valores calculados en las ecuaciones (a) y (b) resulta:

$$2M_2(4 + 3) + 3M_3 + 5175 + 2880 = 0$$

$$3M_2 + 2M_3(3 + 4) + 2520 + 7350 = 0$$

Simplificando:

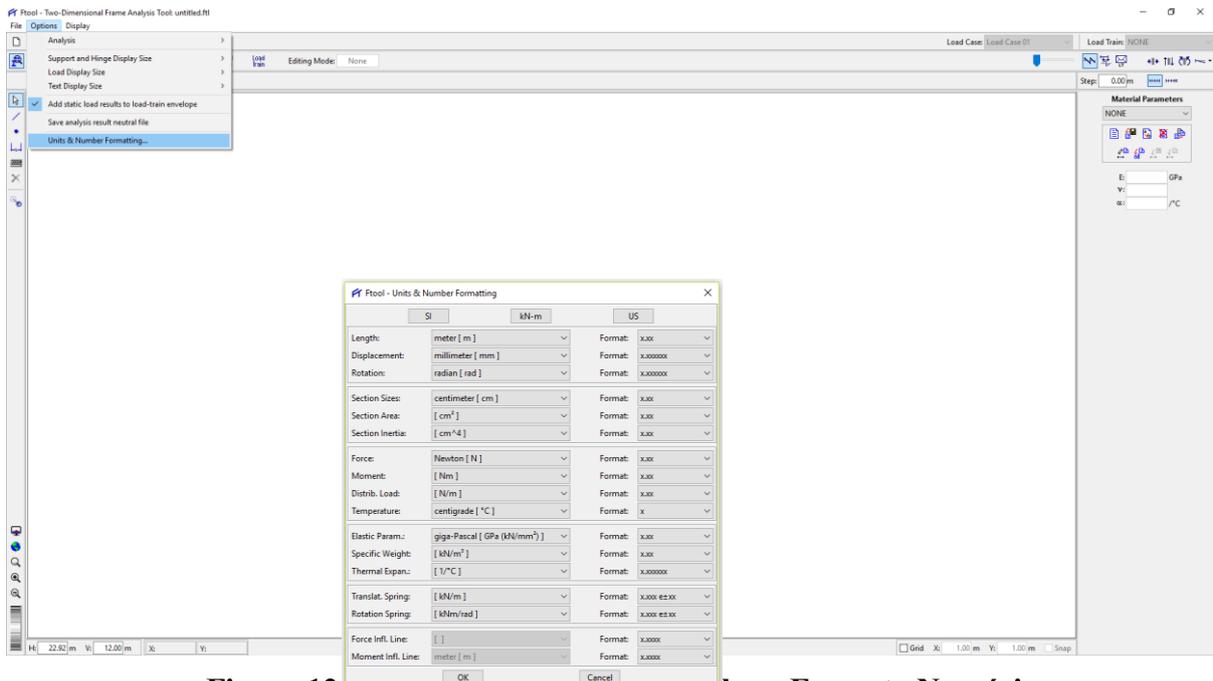
$$14M_2 + 3M_3 + 8055 = 0$$

$$3M_2 + 14M_3 + 9870 = 0$$

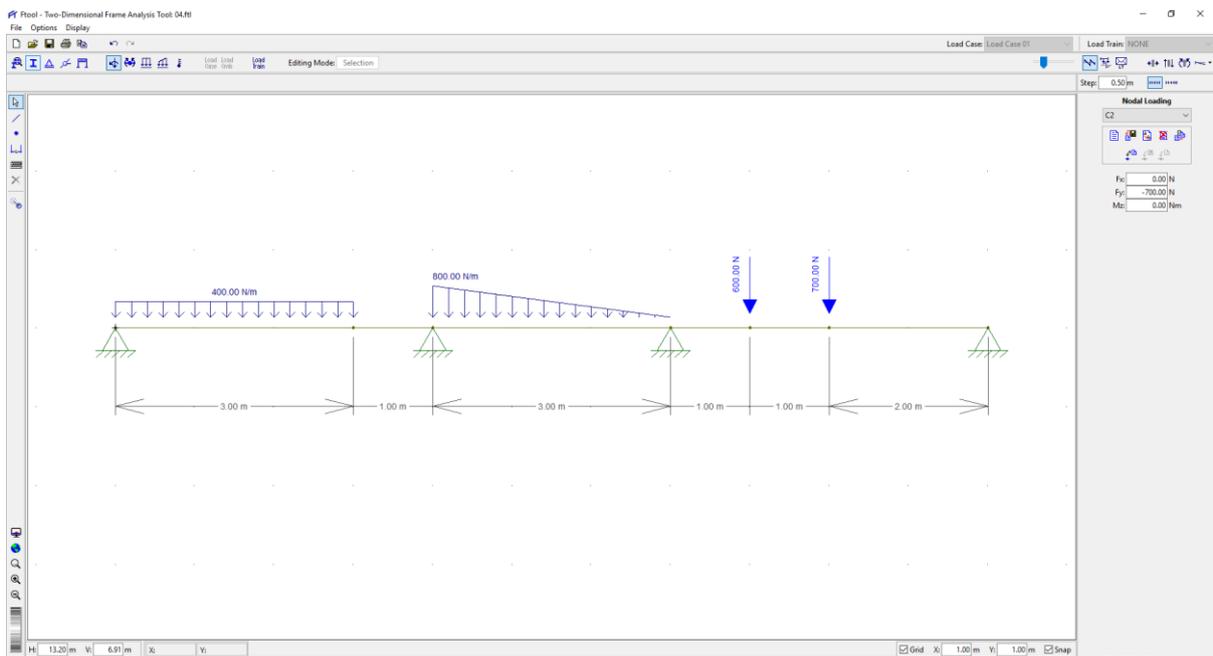
Resolviendo el sistema se obtiene:

$$M_2 = -\frac{7560}{17} \approx -444.71\text{N.m} \text{ y } M_3 = -\frac{10365}{17} \approx -609.71\text{N.m}$$

↪ **Solución por Ftool.**<sup>12</sup> Picamos en el ícono de **Ftool** y seguimos los pasos detallados:



**Figura 120 - Configuración de Unidades y Formato Numérico**



**Figura 121 - Configuración completa del modelo (geometría, apoyos, cargas, material y sección transversal)**

<sup>12</sup> Como en este ejemplo no son necesarios los valores del momento de inercia de la sección transversal, se asumirán valores cualesquiera.

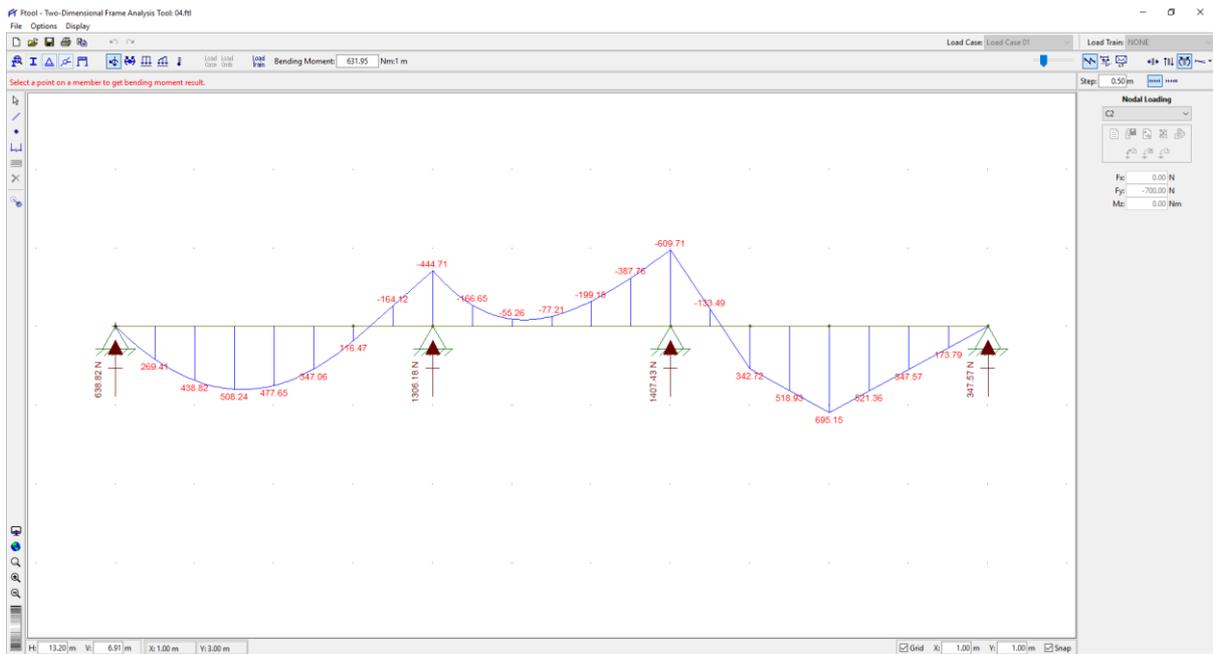


Figura 122 - Cálculo de las reacciones y diagrama de momentos flectores

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se puede observar en la siguiente tabla comparativa:

Momento	Manual	Ftool	Error (%)
2	-444.71	-444.71	0.00
3	-609.71	-609.71	0.00

Tabla 10 - Comparación del cálculo de los momentos flectores

**Problema 05.** Determinar los diagramas de fuerzas internas para la estructura mostrada:

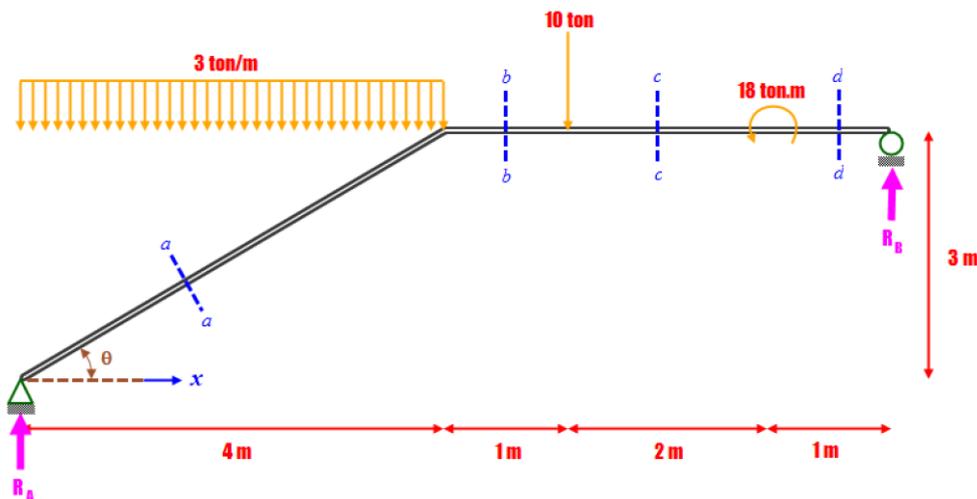


Figura 123

↪ **Solución Tradicional.** Tomando momentos sucesivamente en *B* y en *A* hallamos las reacciones:

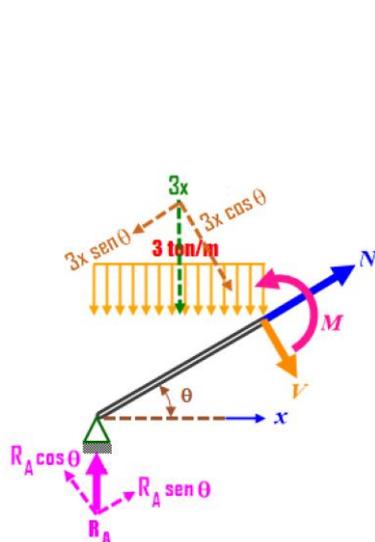
$$R_A = \frac{6 \times 3 \times 4 + 10 \times 3 + 18}{8} = 15 \text{ ton} \quad \text{y} \quad R_B = \frac{2 \times 3 \times 4 + 10 \times 5 - 18}{8} = 7 \text{ ton}$$

*Sección a - a.* Observando que  $0 \leq x \leq 4$  y de la **Figura 123 - a** tenemos:

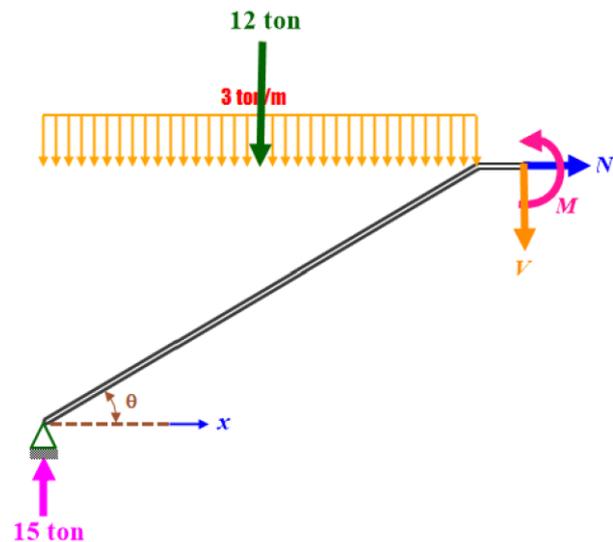
$$\Sigma F_N = N + R_A \sin \theta - 3x \sin \theta = 0 \quad \text{de donde} \quad N = \frac{9x}{5} - 9 \dots (a)$$

$$\Sigma F_V = V - R_A \cos \theta + 3x \cos \theta = 0 \quad \text{de donde} \quad V = -\frac{12x}{5} + 12 \dots (b)$$

$$\Sigma M_O = M - R_A x + 3x \frac{x}{2} = 0 \quad \text{de donde} \quad M = 15x - \frac{3x^2}{2} \dots (c)$$



**Figura 123 - a (Izq)**



**Figura 123 - b (Der)**

*Sección b - b.* Observando que  $4 \leq x \leq 5$  y de la **Figura 123 - b** tenemos:

$$\Sigma F_N = N + 0 = 0 \quad \text{de donde} \quad N = 0 \dots (d)$$

$$\Sigma F_V = V + 15 - 12 = 0 \quad \text{de donde} \quad V = -3 \dots (e)$$

$$\Sigma M_O = M - 15x + 12(x - 2) = 0 \quad \text{de donde} \quad M = 3x + 24 \dots (f)$$

*Sección c - c.* Observando que  $5 \leq x \leq 7$  y de la **Figura 123 - c** tenemos:

$$\Sigma F_N = N + 0 = 0 \quad \text{de donde} \quad N = 0 \dots (g)$$

$$\Sigma F_V = V + 15 - 12 - 10 = 0 \quad \text{de donde} \quad V = 7 \dots (h)$$

$$\Sigma M_O = M - 15x + 12(x - 2) + 10(x - 5) = 0 \quad \text{de donde} \quad M = -7x + 74 \dots (i)$$

*Sección d - d.* Observando que  $7 \leq x \leq 8$  y de la **Figura 123 - d** tenemos:

$$\Sigma F_N = N + 0 = 0 \text{ de donde } N = 0 \dots (j)$$

$$\Sigma F_V = V - 15 + 12 + 10 = 0 \text{ de donde } V = -7 \dots (k)$$

$$\Sigma M_O = M - 15x + 12(x - 2) + 10(x - 5) + 18 = 0 \text{ de donde } M = -7x + 56 \dots (l)$$

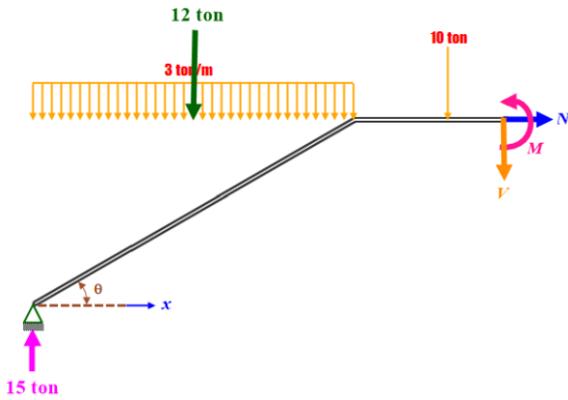


Figura 123 - c (Izq)

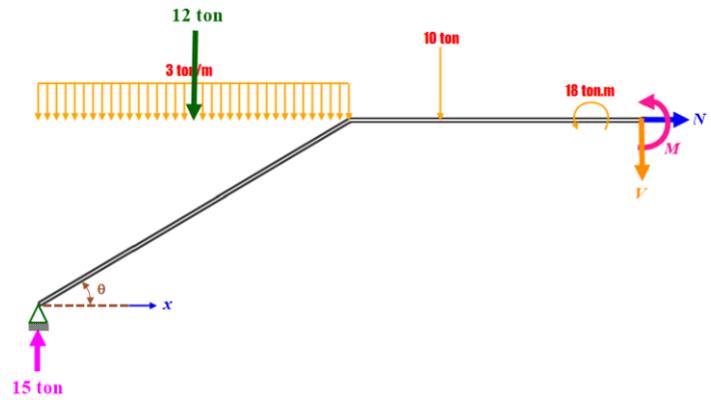


Figura 123 - d (Der)

Graficando las relaciones correspondientes (ecuaciones desde la a hasta la l), obtenemos:

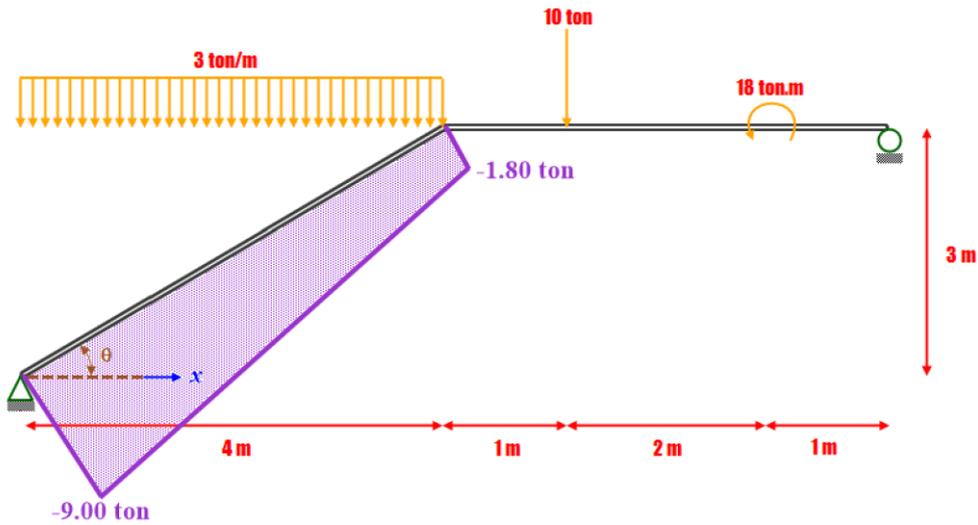


Figura 124 - Diagrama de Fuerzas Axiales o Normales

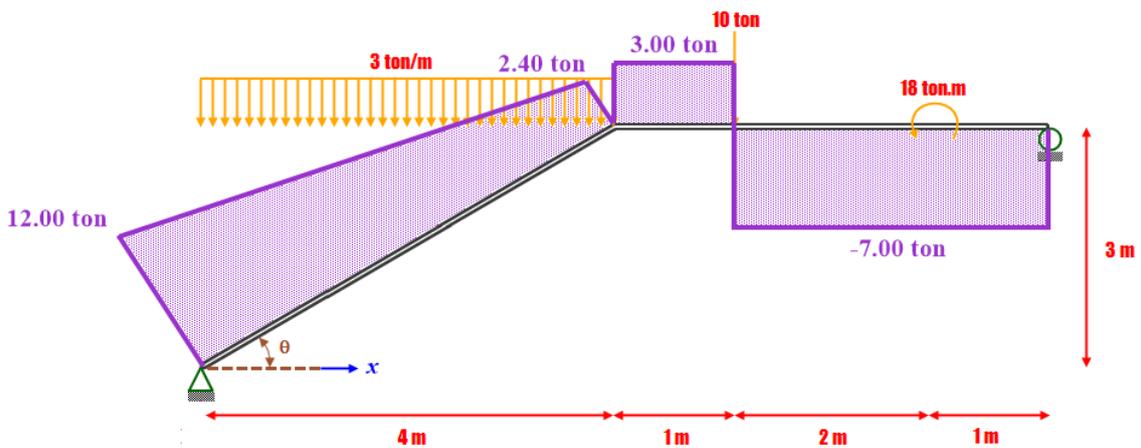


Figura 125 - Diagrama de Fuerzas Cortantes

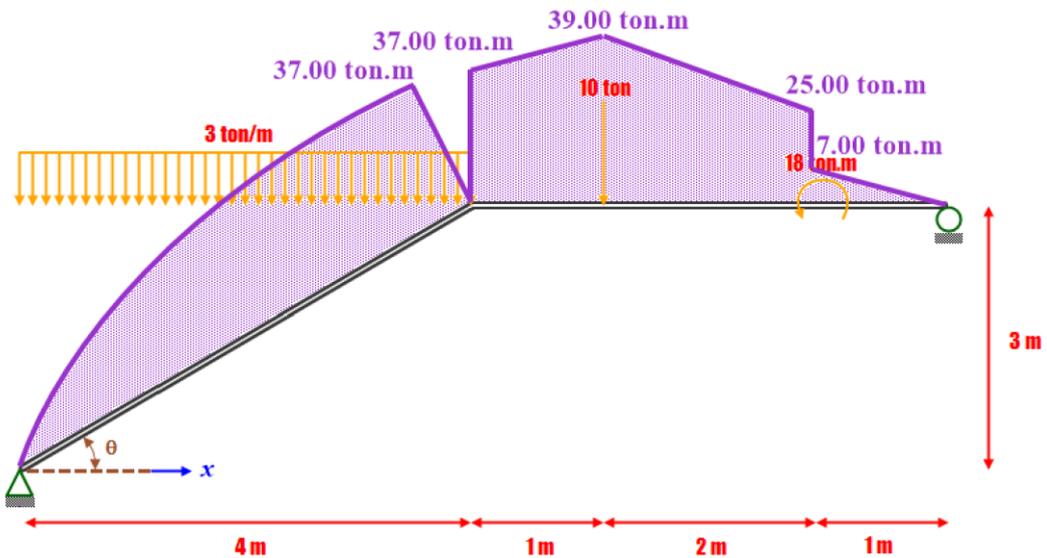


Figura 126 - Diagrama de Momentos Flectores

➤ **Solución por Ftool**<sup>13</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool** y seguimos los pasos detallados:

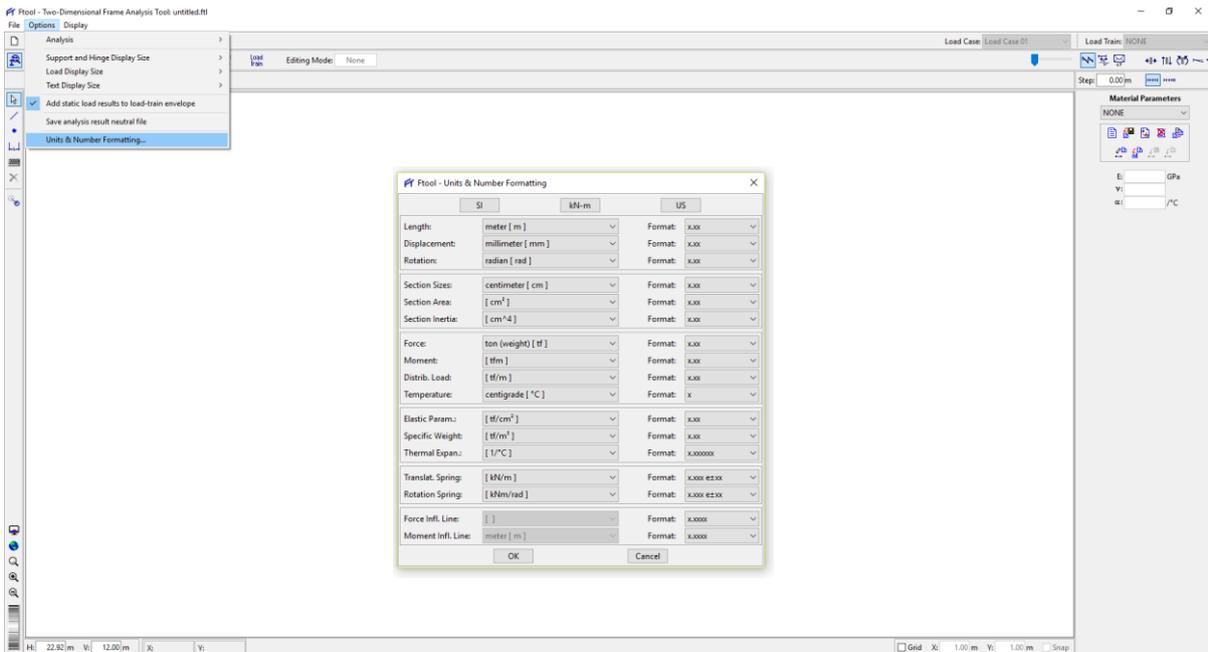


Figura 127 - Configuración de Unidades y Formato Numérico

<sup>13</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.

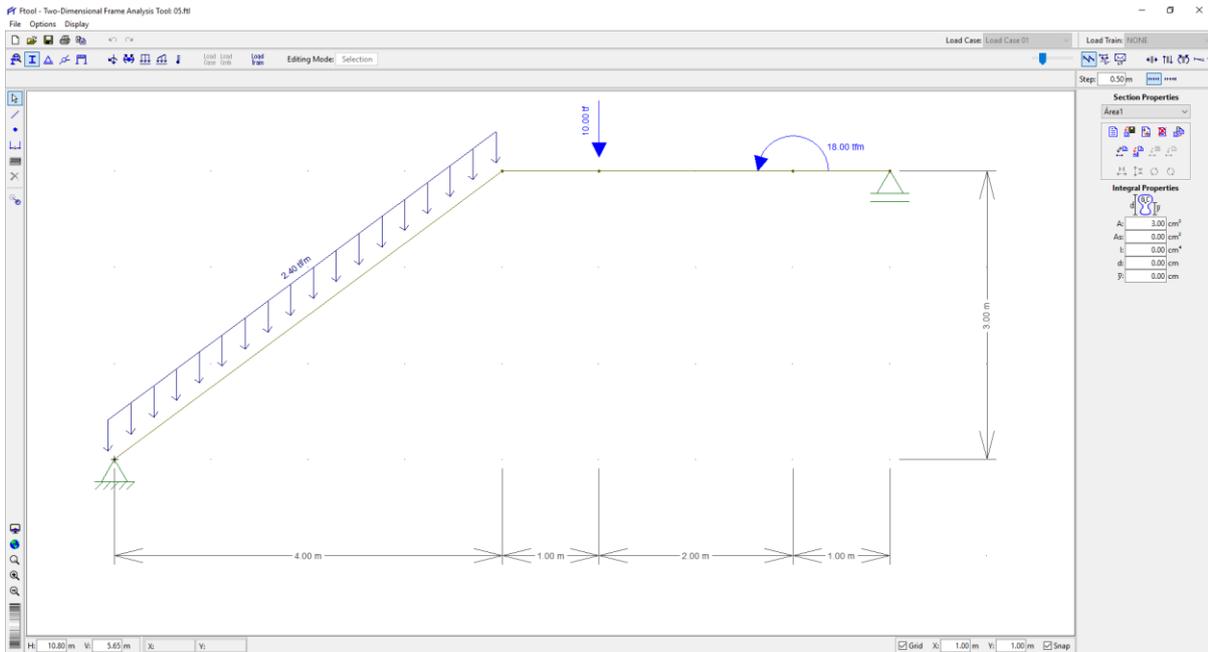


Figura 128<sup>14</sup> - Configuración completa del modelo (geometría, apoyos, cargas, material y sección transversal)

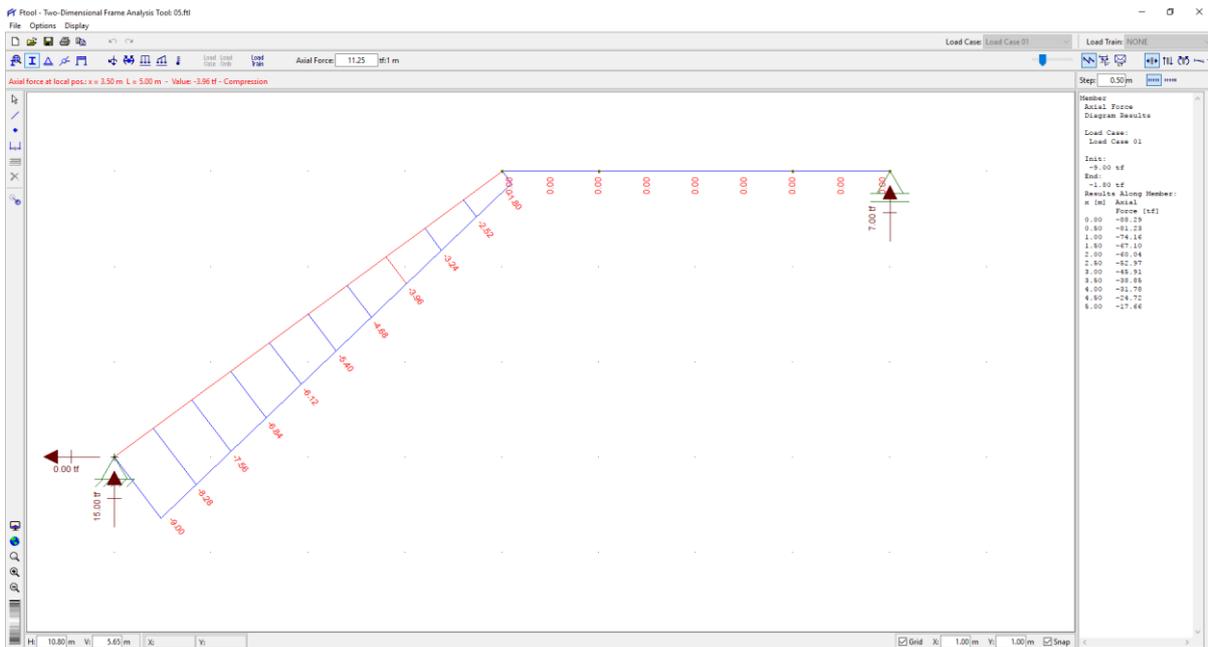


Figura 129 - Diagrama de Fuerzas Axiales o Normales

<sup>14</sup> Todos los programas de estructuras que conoce el autor (incluyendo *Ftool*) para hallar la resultante de una carga distribuida lo hacen multiplicando el valor de dicha carga por la longitud real del elemento, lo cual puede ser un grave error (como en este problema en el que se debe multiplicar por la proyección horizontal del elemento). Para corregir este defecto, simplemente a la carga distribuida se la multiplica por el coseno del ángulo de inclinación. En nuestro caso

$$\cos\theta = \frac{4}{5} \text{ por lo que su valor ya no es } 3 \text{ ton/m sino } 3 \times \frac{4}{5} = 2.4 \text{ ton/m}$$

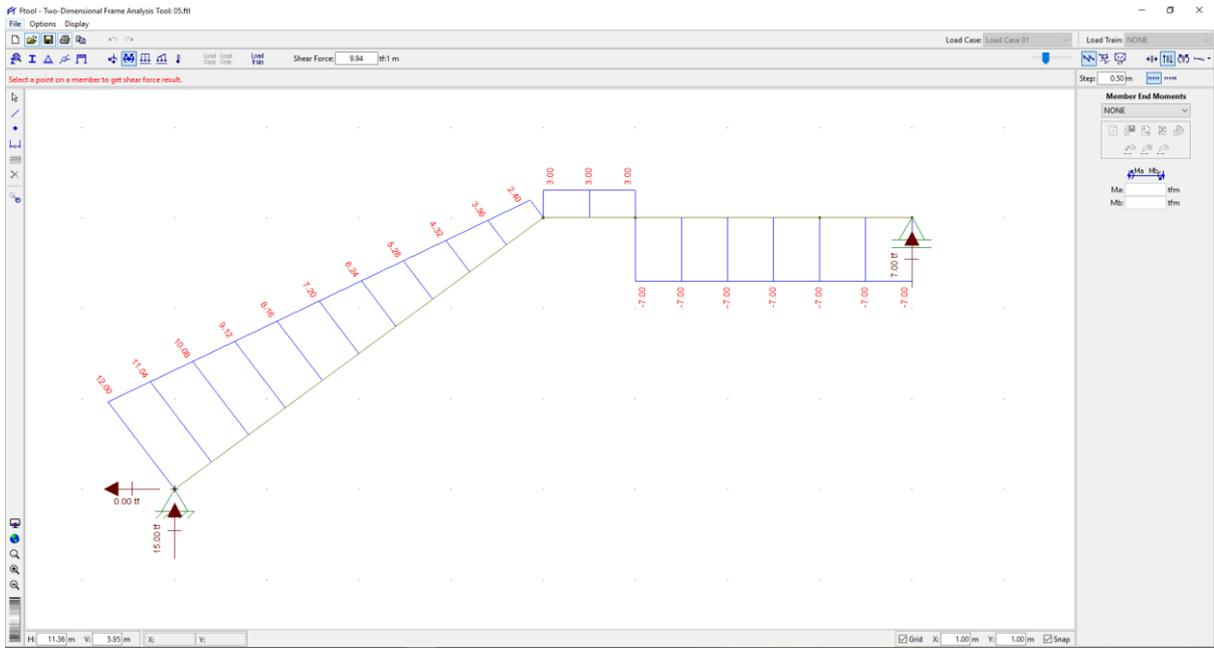


Figura 130 - Diagrama de Fuerzas Cortantes

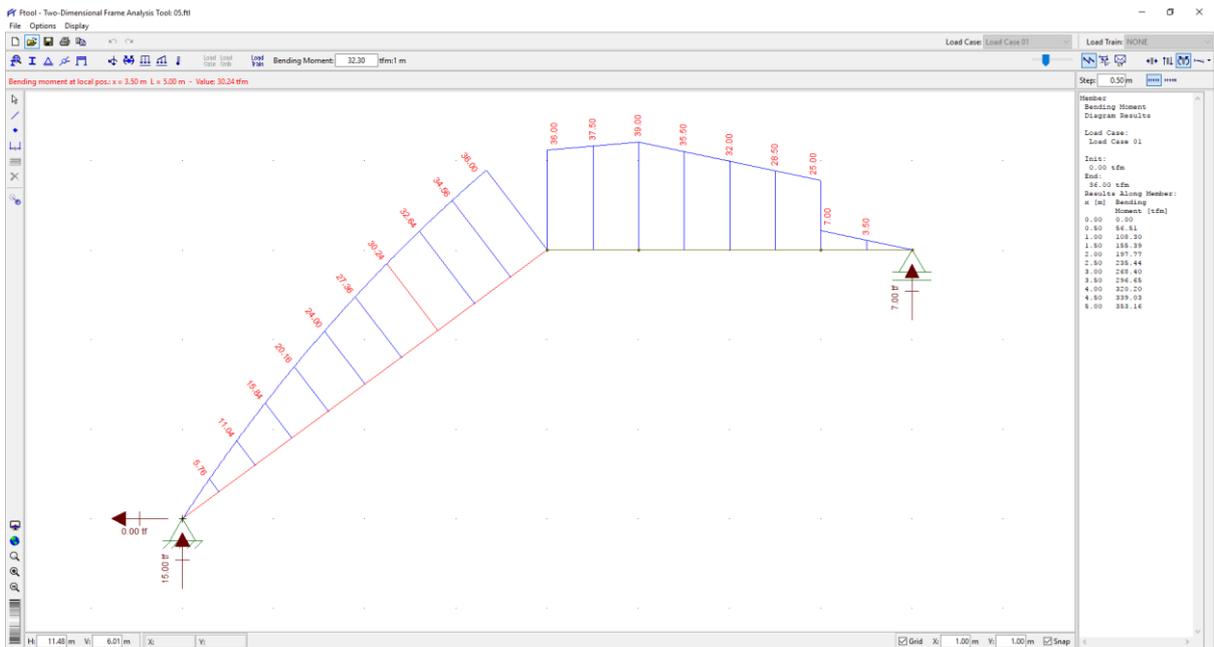
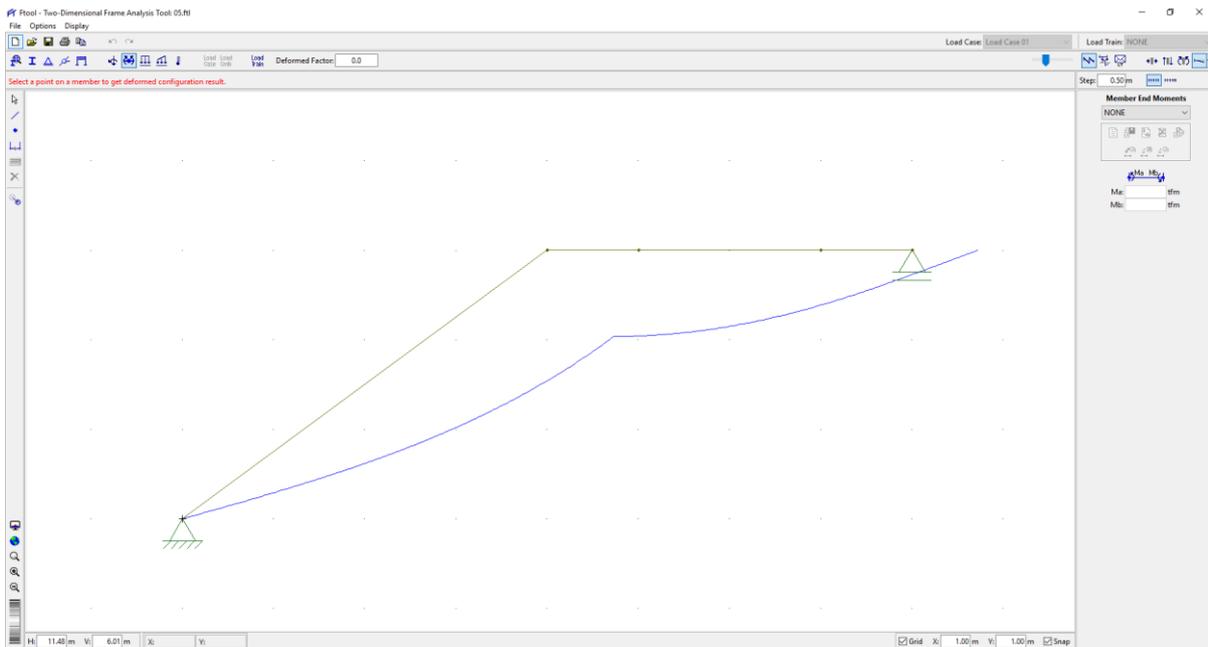


Figura 131 - Diagrama de Momentos Flectores



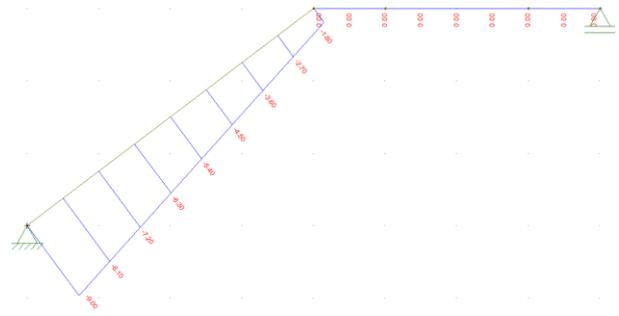
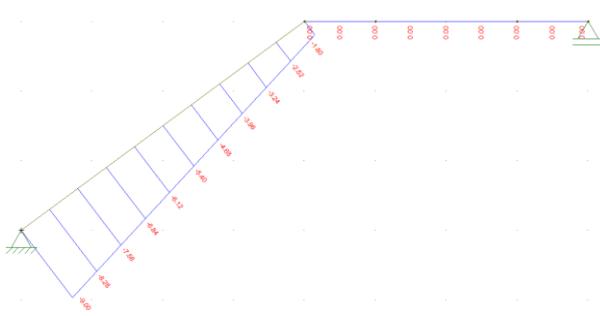
**Figura 132 - Elástica, Deflectada o Deformada**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se puede observar en la siguiente tabla comparativa:

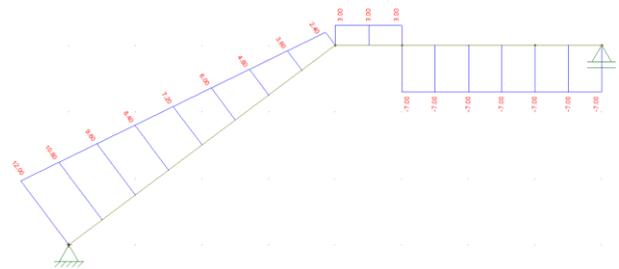
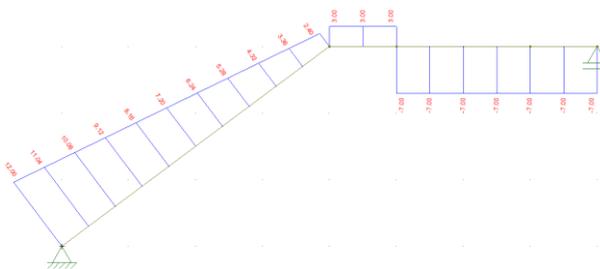
x (m)	Fuerza Axial (ton)			Fuerza Cortante (ton)			Momento Flector (ton.m)		
	Manual	Ftool	Error (%)	Manual	Ftool	Error (%)	Manual	Ftool	Error (%)
0.00	-9.00	-9.00	0.00	12.00	12.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.50	-8.10	-8.10	0.00	10.80	10.80	0.00	7.13	7.13	0.00
1.00	-7.20	-7.20	0.00	9.60	9.60	0.00	13.50	13.50	0.00
1.50	-6.30	-6.30	0.00	8.40	8.40	0.00	19.13	19.13	0.00
2.00	-5.40	-5.40	0.00	7.20	7.20	0.00	24.00	24.00	0.00
2.50	-4.50	-4.50	0.00	6.00	6.00	0.00	28.13	28.13	0.00
3.00	-3.60	-3.60	0.00	4.80	4.80	0.00	31.50	31.50	0.00
3.50	-2.70	-2.70	0.00	3.60	3.60	0.00	34.13	34.13	0.00
4.00	-1.80	-1.80	0.00	2.40	2.40	0.00	36.00	36.00	0.00
4.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	36.00	36.00	0.00
4.50	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	37.50	37.50	0.00
5.00	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	39.00	39.00	0.00
5.00	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	39.00	39.00	0.00
5.50	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	35.50	35.50	0.00
6.00	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	32.00	32.00	0.00
6.50	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	28.50	28.50	0.00
7.00	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	25.00	25.00	0.00
7.00	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	7.00	7.00	0.00
7.50	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	3.50	3.50	0.00
8.00	0.00	0.00	0.00	-7.00	-7.00	0.00	0.00	0.00	0.00

**Tabla 11 - Comparación del cálculo de las fuerzas internas**

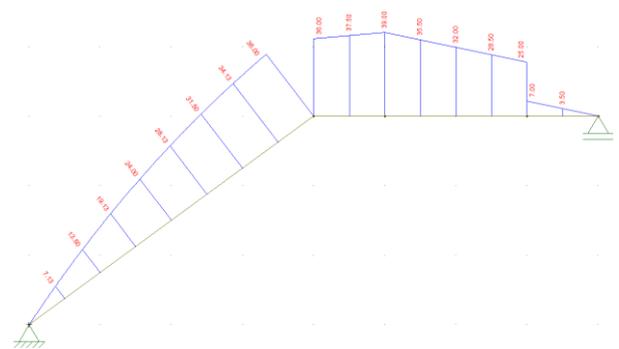
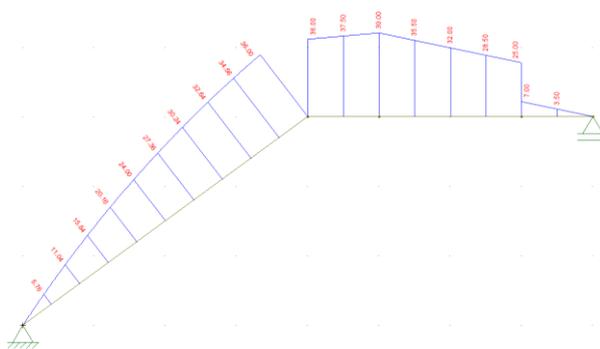
Como otra conclusión importante, se debe notar que, aunque a *Ftool* inicialmente se le pidió que arrojara los valores a cada 0.50 m, lo hizo, pero como el elemento inclinado mide 5 m arrojó valores dividiéndolo en 10 partes, para obtener los valores de la *Tabla 11*, se tuvo que colocar a un paso de  $5/8 = 0.625$  m y al hacerlo, recién arrojó los valores señalados en la mencionada Tabla.



*Diagrama de Fuerzas Axiales*



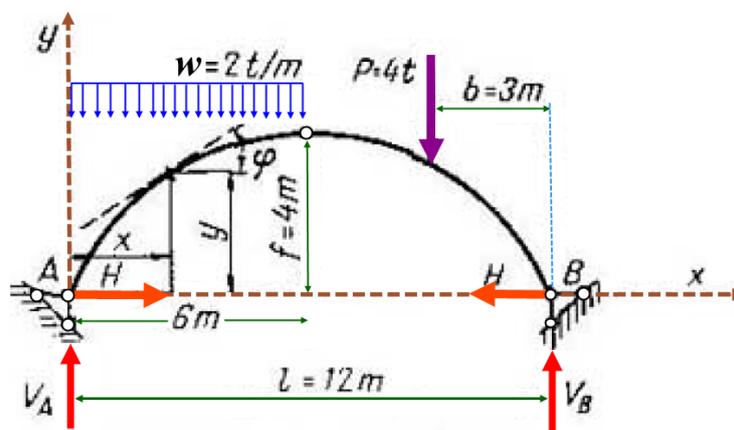
*Diagrama de Fuerzas Cortantes*



*Diagrama de Momentos Flectores*

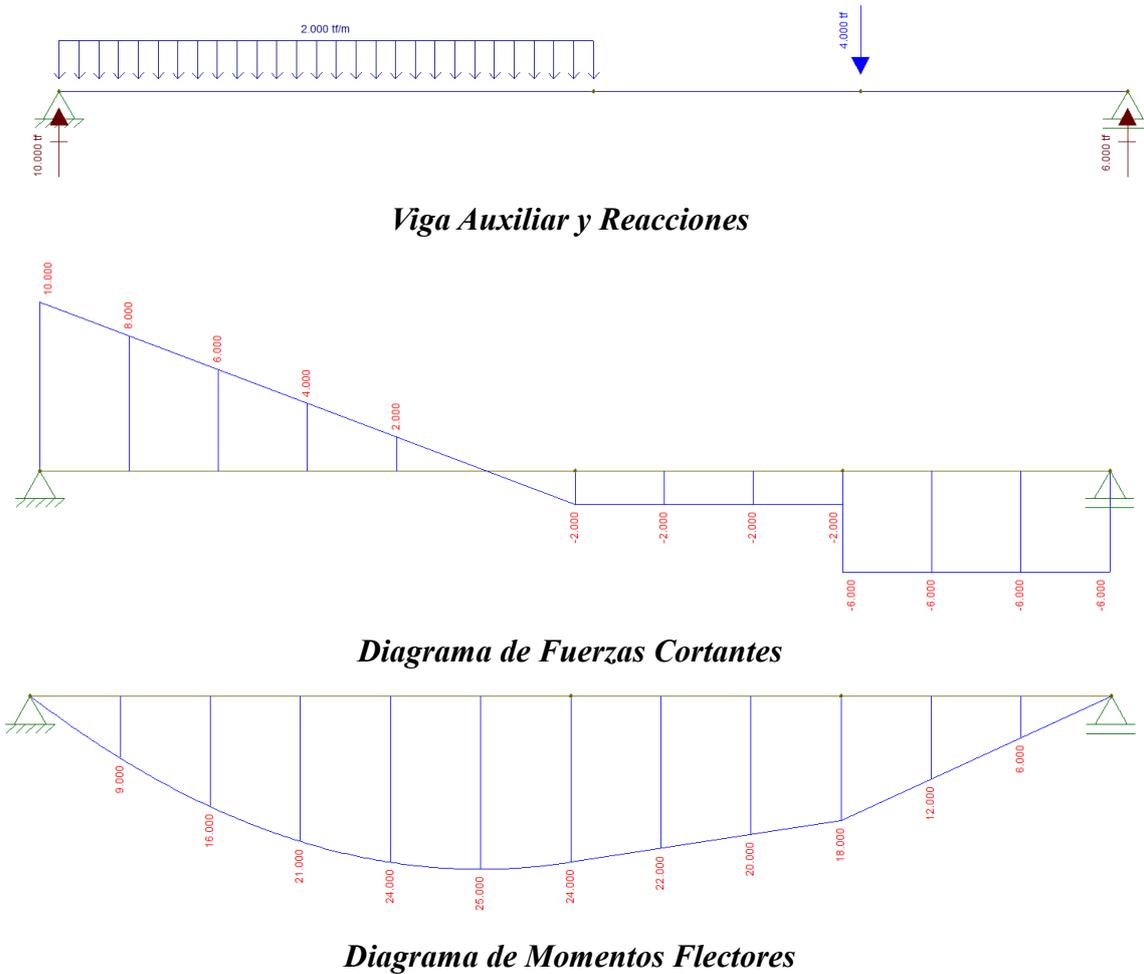
**Figura 133 - Izquierda: step = 0.50 m, Derecha: step = 0.625 m**

**Problema 06.** Construir el diagrama de fuerzas axiales, de fuerzas cortantes y de momentos flectores para el arco parabólico triarticulado mostrado en la *Figura 134* (Adaptado de [Darkov-Kuznetsov1969]).



**Figura 134**

↪ **Solución Tradicional.** Trazamos la viga auxiliar con sus respectivos diagramas de fuerzas internas:



**Figura 135 - Viga Auxiliar del Arco Parabólico de la Figura 134**

Determinamos las reacciones del arco:

$$\sum M_B = V_A l - \frac{wl}{2} \times \frac{3l}{4} - Pb = 0 \text{ de donde } V_A = \frac{3}{8} wl + \frac{b}{l} P = 10 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - w \frac{l}{2} - P = 0 \text{ de donde } V_B = w \frac{l}{2} + P - V_A = 6 \text{ ton}$$

Es de notar que las reacciones del arco son las mismas que las de la viga auxiliar. Para hallar el empuje  $H$ , sólo tomamos momentos en la articulación central del extremo derecho del

arco:  $\sum M_{C_{izq}} = V_A \frac{l}{2} - \frac{wl}{2} \times \frac{l}{4} - Hf = 0$  de donde  $H = \frac{V_A \frac{l}{2} - \frac{wl^2}{8}}{f} = 6 \text{ ton} \dots (a)$

El mismo valor se pudo obtener dividiendo el valor del momento a la altura de la articulación en la viga auxiliar y dividiendo este valor entre la flecha del arco:

$$H = \frac{M_{viga}}{f} = \frac{24 \text{ ton.m}}{4m} = 6 \text{ ton}$$

Las expresiones que permiten calcular las fuerzas internas de un arco *sometido únicamente a cargas verticales* están dadas por las siguientes expresiones:

$$N = V_{va} \text{sen}\varphi + H \text{cos}\varphi \dots (b)$$

$$V = V_{va} \text{cos}\varphi - H \text{sen}\varphi \dots (c)$$

$$M = M_{va} - Hy \dots (d)$$

Donde:

**N** = Fuerza Axial en el arco (se considera arbitrariamente positiva a la compresión)

**V** = Fuerza Cortante en el arco

**M** = Momento Flector en el arco

**V<sub>va</sub>** = Fuerza Cortante en la viga auxiliar calculada en la misma abscisa que para el arco

**M<sub>va</sub>** = Momento Flector en la viga auxiliar calculada en la misma abscisa que para el arco

**H** = Empuje horizontal izquierdo del arco

**φ** = Ángulo de la recta tangente al arco en el punto donde se evalúan las fuerzas internas

**y** = Ordenada del punto en el arco donde se evalúan las fuerzas internas

La ecuación de la parábola con las características de la mostrada en la **Figura 134** es:

$$y = \frac{4f}{l^2}(l-x)x = \frac{4 \times 4}{12^2}(12-x)x = \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{9} \dots (e)$$

Por Análisis Matemático sabemos que la pendiente de la recta tangente a una curva es:

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{9} \right) = \frac{4}{3} - \frac{2x}{9} \dots (f)$$

1	2	3	4	5	6	7	8
x (m)	y (m)	tan φ	Vva (ton)	Mva (ton.m)	N (ton)	V (ton)	M (ton.m)
0.00000	0.00000	1.33333	10.00000	0.00000	11.60000	1.20000	0.00000
1.00000	1.22222	1.11111	8.00000	9.00000	9.96014	0.89195	1.66667
2.00000	2.22222	0.88889	6.00000	16.00000	8.47064	0.49827	2.66667
3.00000	3.00000	0.66667	4.00000	21.00000	7.21110	0.00000	3.00000
4.00000	3.55556	0.44444	2.00000	24.00000	6.29515	-0.60921	2.66667
5.00000	3.88889	0.22222	0.00000	25.00000	5.85712	-1.30158	1.66667
6.00000	4.00000	0.00000	-2.00000	24.00000	6.00000	-2.00000	0.00000
7.00000	3.88889	-0.22222	-2.00000	22.00000	6.29098	-0.65079	-1.33333
8.00000	3.55556	-0.44444	-2.00000	20.00000	6.29515	0.60921	-1.33333
9.00000	3.00000	-0.66667	-2.00000	18.00000	6.10170	1.66410	0.00000
10.00000	2.22222	-0.88889	-6.00000	12.00000	8.32050	-1.66410	0.00000
11.00000	1.22222	-1.11111	-6.00000	6.00000	8.47064	-0.49827	-1.33333
12.00000	0.00000	-1.33333	-6.00000	0.00000	8.47355	0.44598	-1.33333
					8.40000	1.20000	0.00000

**Tabla 12 - Cálculo de las fuerzas internas en el arco**

El valor de las fuerzas internas (fuerzas axiales o normales **N**, fuerzas cortantes **V** y

momentos flectores  $M$ ) en el arco en función a los valores de sus abscisas está tabulado en la **Tabla 12** que se ha construido de la siguiente manera:

*Columna 1:* Se han tomado abscisas desde 0 hasta 12 con separación de 1 m

*Columna 2:* Ordenadas de los puntos del arco parabólico y calculadas mediante la ecuación (e)

*Columna 3:* Pendiente de la recta tangente en los puntos del arco y calculadas mediante (f)

*Columna 4:* Valores de la fuerza cortante de la viga auxiliar hallados en la **Figura 135**

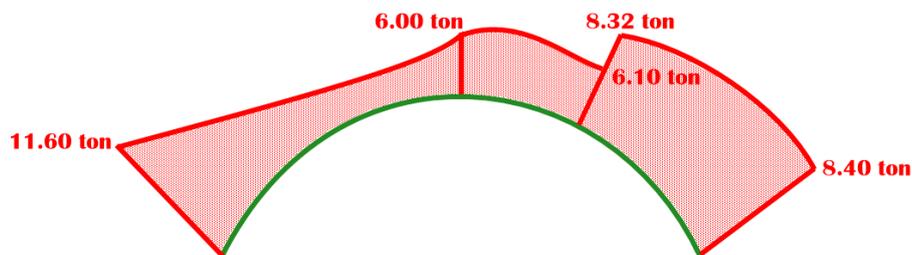
*Columna 5:* Valores del momento flector de la viga auxiliar hallados en la **Figura 135**

*Columna 6:* Valores de la fuerza axial o normal en el arco y calculadas mediante la ecuación (b)

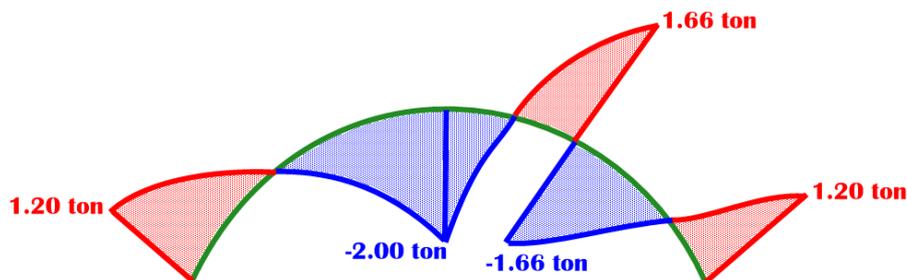
*Columna 7:* Valores de la fuerza cortante en el arco y calculadas mediante la ecuación (c)

*Columna 8:* Valores del momento flector en el arco y calculadas mediante la ecuación (d)

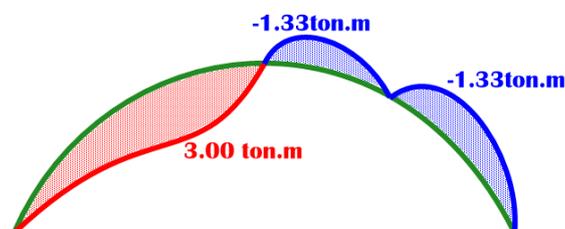
Graficando los valores de las columnas 6, 7 y 8 de la **Tabla 12** tenemos:



**Figura 136 - Diagrama de Fuerzas Axiales o Normales**



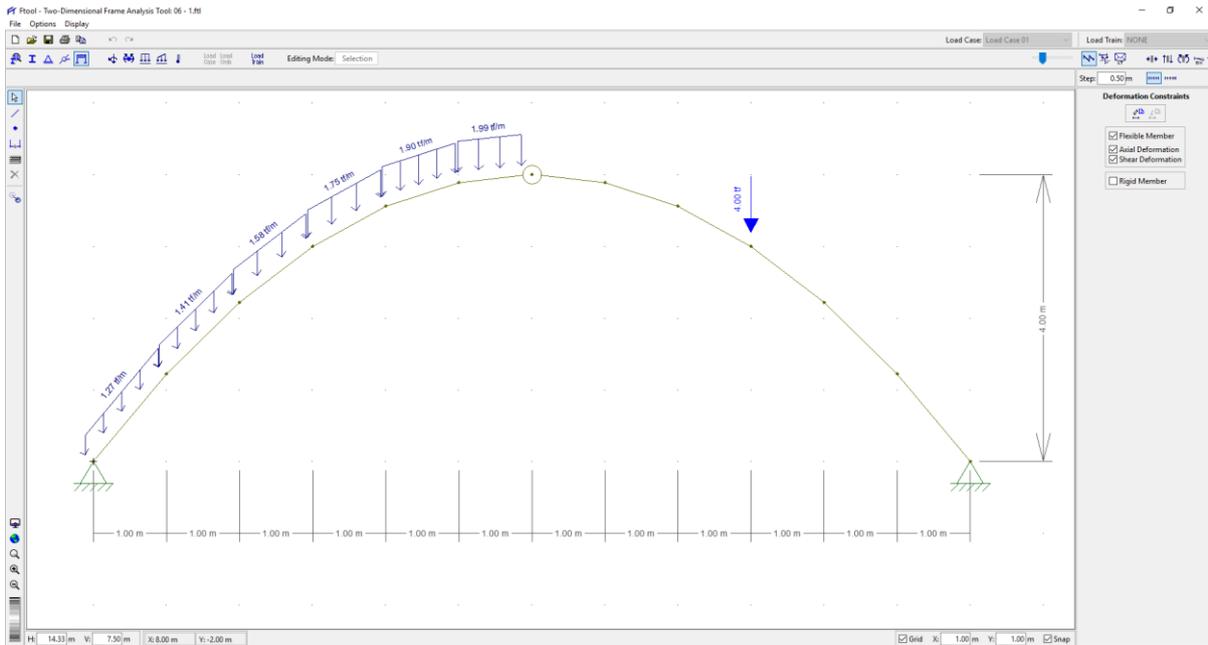
**Figura 137 - Diagrama de Fuerzas Cortantes**



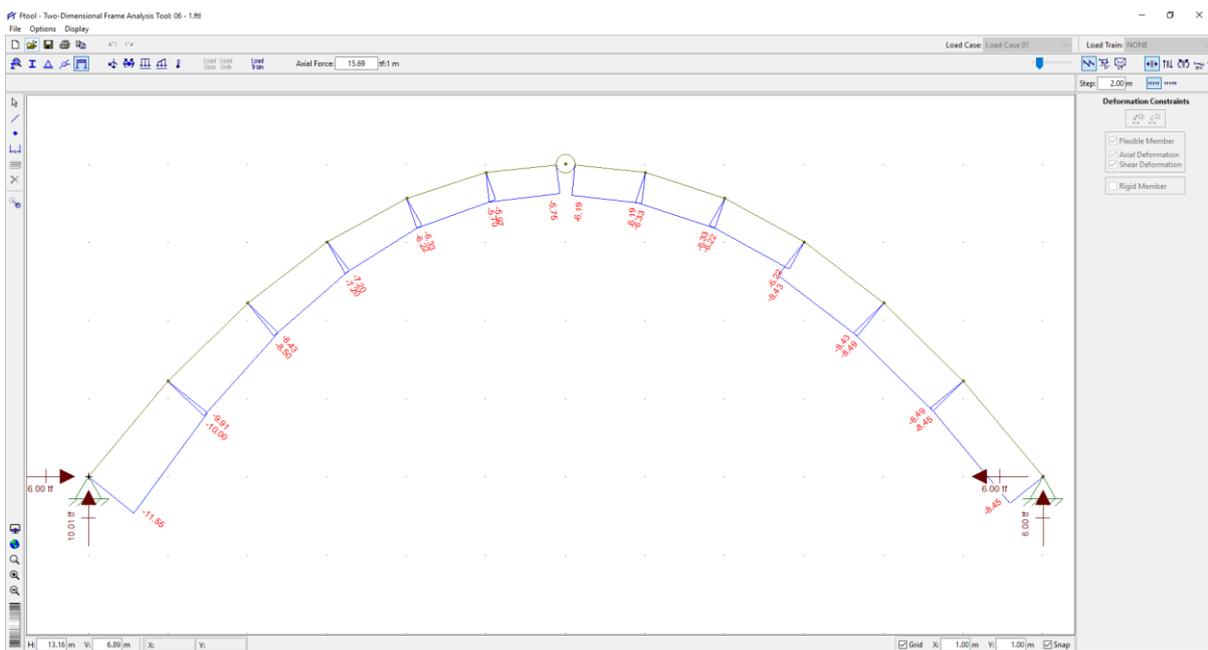
**Figura 138 - Diagrama de Momentos Flectores**

↪ **Solución por Ftool**<sup>15</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool**  y seguimos los pasos detallados:

<sup>15</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará



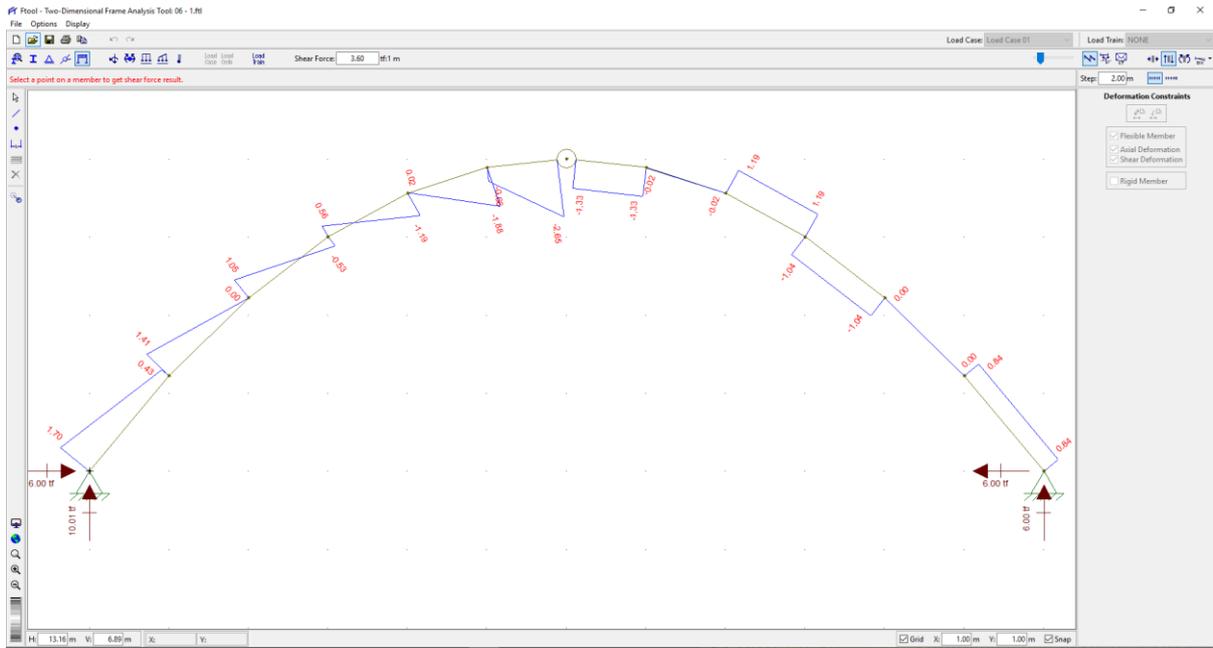
**Figura 139<sup>16</sup> - Configuración completa del modelo (geometría, apoyos, cargas, material y sección transversal) con puntos separados a  $x = 1.00\text{ m}$**



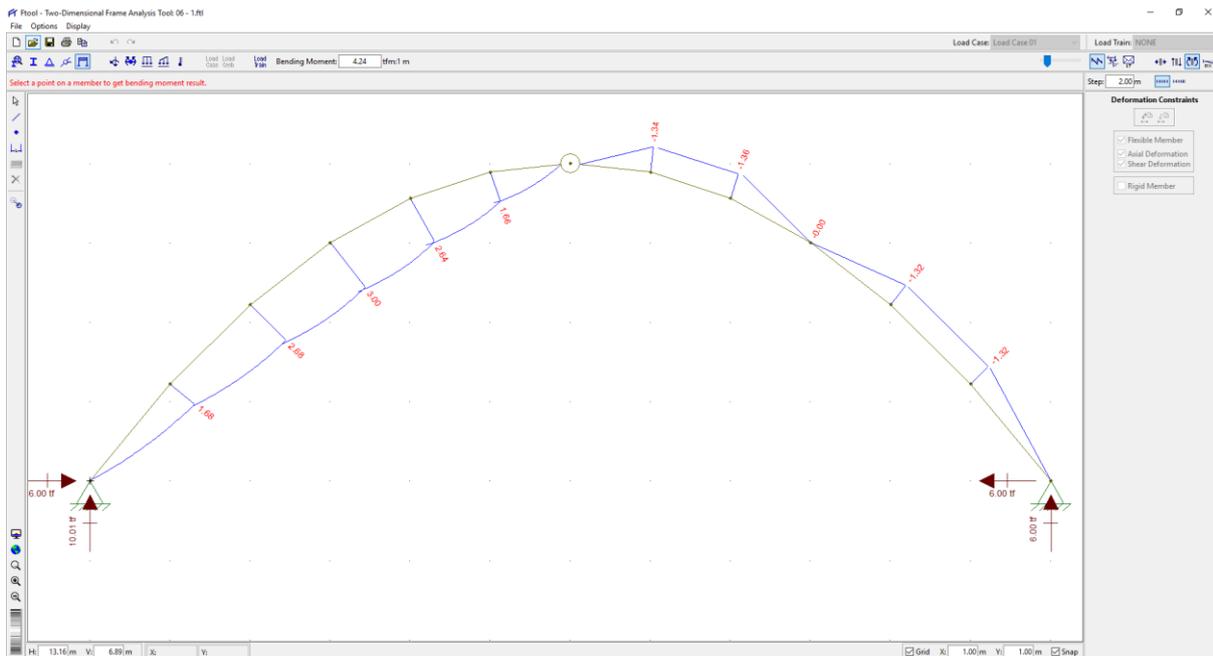
**Figura 140 - Diagrama de Fuerzas Axiales o Normales**

cualquier sección transversal y cualquier material.

<sup>16</sup> *Ftool* (como muchos programas) no trabaja elementos curvos, razón por la cual para dibujar aproximadamente el arco trazamos una poligonal graficando las coordenadas  $x$  y  $y$  (columnas 1 y 2 de la **Tabla 12**) y recordando el pie de página 18, corregimos la carga uniforme de cada tramo recto multiplicando por el coseno del ángulo de inclinación.

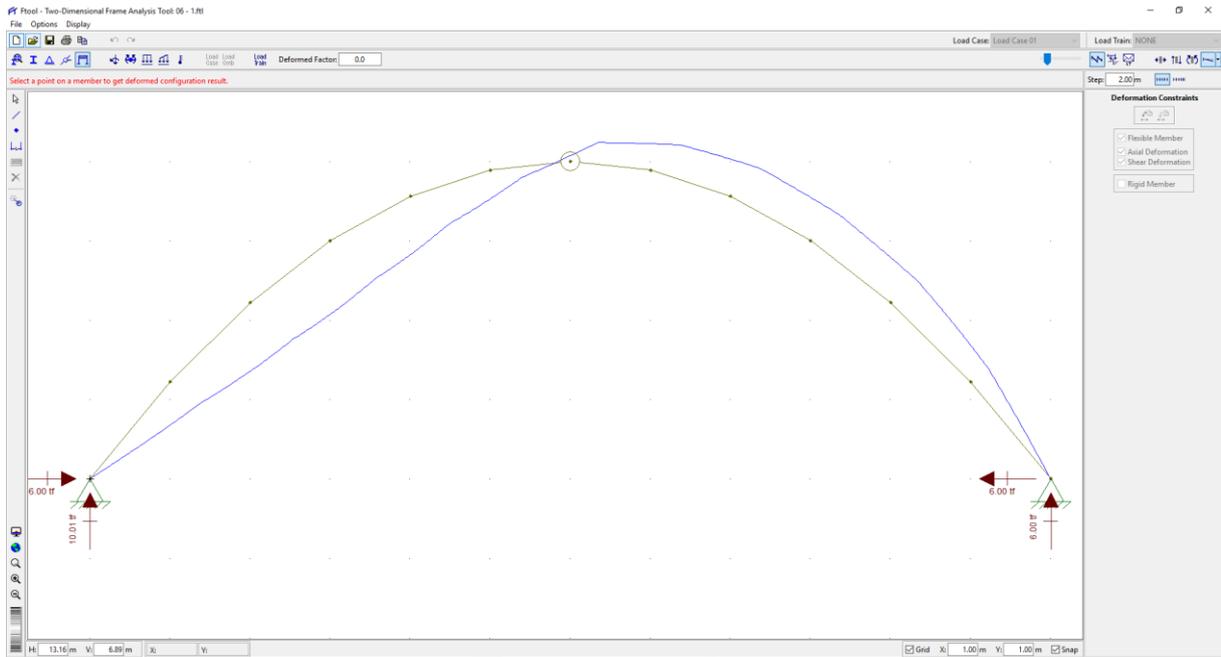


**Figura 141 - Diagrama de Fuerzas Cortantes**



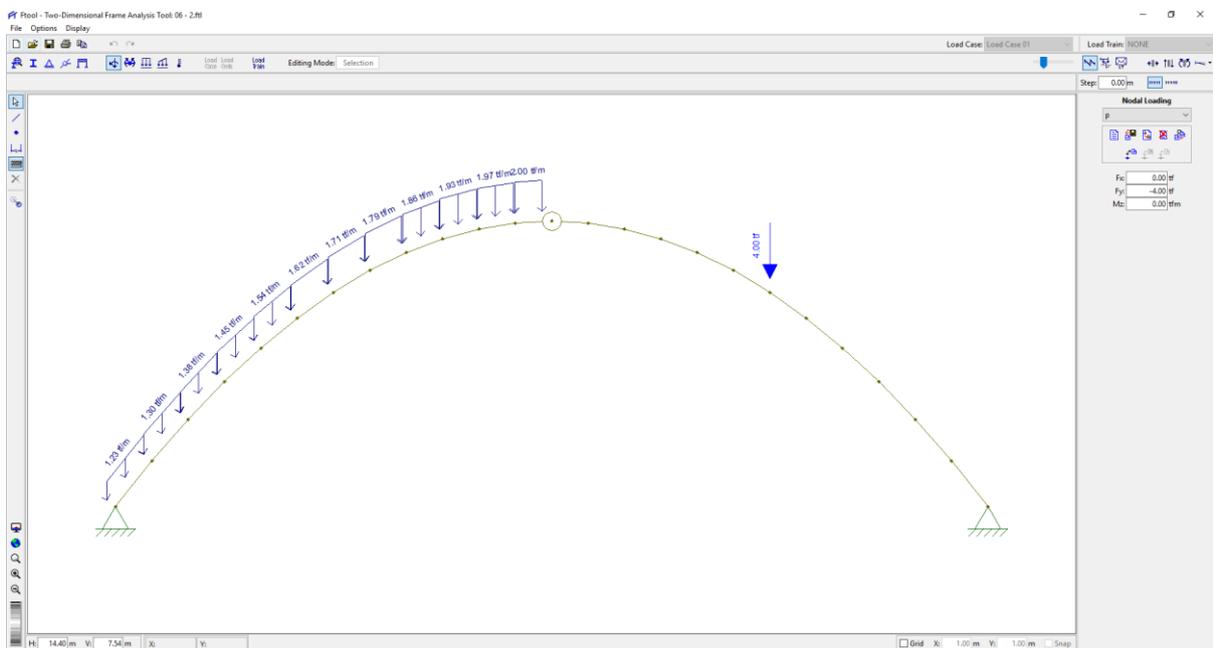
**Figura 142 - Diagrama de Momentos Flectores**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Difieren en mayor magnitud que en los problemas anteriores, quizá por el hecho de haber sustituido los elementos curvos del arco por segmentos rectos, aunque esto también debe de hacerse en todos los programas de, al menos, el autor conoce. Es importante resaltar que la mayor dispersión de valores se obtuvo en el diagrama de fuerzas cortantes como se discute detenidamente a continuación.



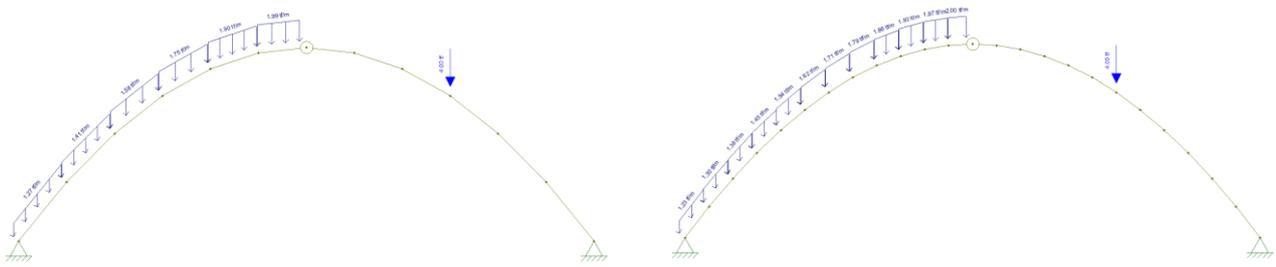
**Figura 143 - Deformada**

Debido a la imprecisión en algunos resultados (sobre todo del diagrama de fuerzas cortantes), se procedió a realizar otro modelo pero graficando los puntos más cerca (a una separación de 0.50 m):

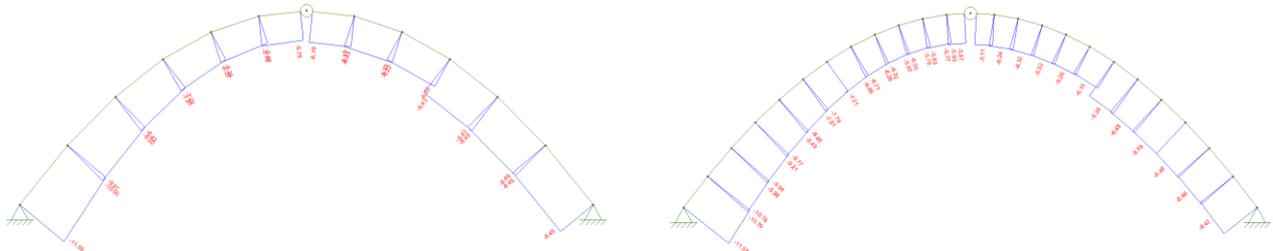


**Figura 144 - Configuración completa del modelo (geometría, apoyos, cargas, material y sección transversal) con puntos separados a  $x = 0.50$  m**

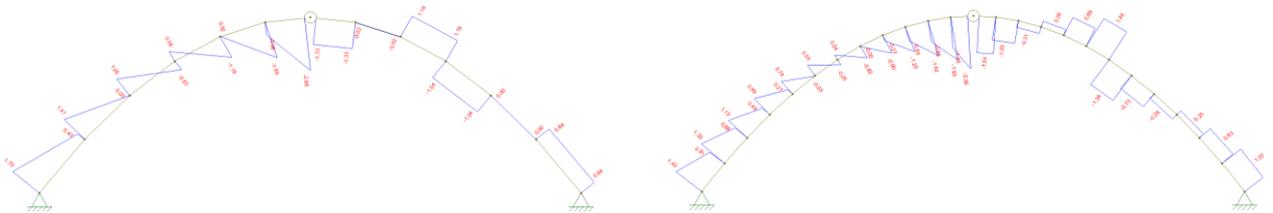
Con este modelo más preciso se obtuvieron los siguientes resultados:



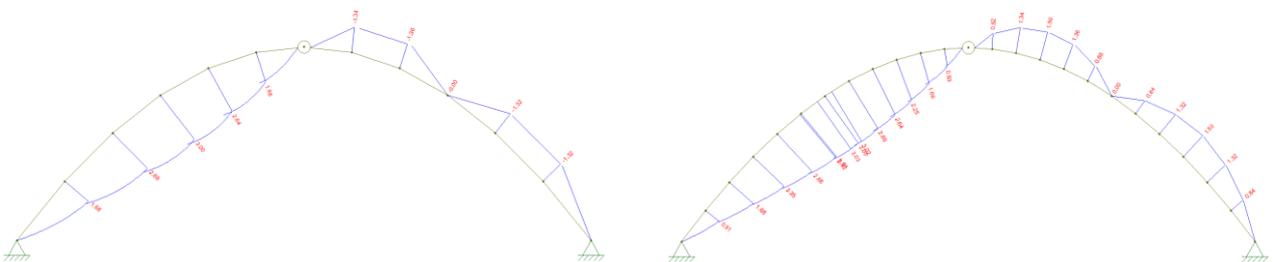
**Modelo con 13 puntos (Izq.) y 25 puntos (Der.)**



**Diagrama de Fuerzas Axiales o Normales**



**Diagrama de Fuerzas Cortantes**



**Diagrama de Momentos Flectores**

**Figura 145 - Comparación de los resultados de dos modelos con separación entre abscisas de 1.00 m (Izq.) y de 0.50 m (Der)**

Sólo desde el punto de vista gráfico vemos que aquel que presenta más dispersión o imprecisión en los resultados es el diagrama de fuerzas cortantes<sup>17</sup> cuya tendencia es predecible a medida que se aumenta el número de puntos con el que se dibuja el arco parabólico, mientras que los otros dos diagramas (fuerzas axiales o normales y momentos flectores) siguen un patrón más o menos uniforme.

A continuación, cuantificaremos estos valores para ver la precisión de los resultados:

<sup>17</sup> Este resultado de imprecisión no es propio de *Ftool* ya que el mismo problema fue resuelto en *SAP2000* y también en *ETABS* obteniéndose la misma situación.

x (m)	Fuerza Axial o Normal (ton)			Fuerza Cortante (ton)			Momento Flector (ton.m)		
	Manual	Ftool - 1	Ftool - 2	Manual	Ftool - 1	Ftool - 2	Manual	Ftool - 1	Ftool - 2
0.00	11.60	11.55	11.58	1.20	1.70	1.43	0.00	0.00	0.00
1.00	9.96	9.96	9.96	0.89	0.92	0.91	1.67	1.68	1.68
2.00	8.47	8.47	8.48	0.50	0.53	0.51	2.67	2.68	2.68
3.00	7.21	7.20	7.21	0.00	0.02	-0.01	3.00	3.00	3.01
4.00	6.30	6.28	6.29	-0.61	-0.59	-0.59	2.67	2.64	2.64
5.00	5.86	5.84	5.86	-1.30	-1.27	-1.29	1.67	1.66	1.66
6.00	6.00	5.97	5.99	-2.00	-1.99	-2.00	0.00	0.00	0.00
7.00	6.29	6.26	6.28	-0.65	-0.68	-0.67	-1.33	-1.34	-1.34
8.00	6.30	6.28	6.29	0.61	0.59	0.58	-1.33	-1.36	-1.36
9.00	6.10	6.22	6.15	1.66	1.19	1.46	0.00	0.00	0.00
9.00	8.32	8.43	8.38	-1.66	-1.04	-1.36	0.00	0.00	0.00
10.00	8.47	8.46	8.47	-0.50	-0.52	-0.50	-1.33	-1.32	-1.32
11.00	8.47	8.47	8.47	0.45	0.42	0.44	-1.33	-1.32	-1.32
12.00	8.40	8.45	8.42	1.20	0.84	1.03	0.00	0.00	0.00

Tabla 13 - Comparación numérica de los resultados obtenidos<sup>18</sup>

Fuerza Axial o Normal		Fuerza Cortante		Momento Flector	
Error 1 (%)	Error 2 (%)	Error 1 (%)	Error 2 (%)	Error 1 (%)	Error 2 (%)
0.43	0.17	41.67	19.17	0.00	0.00
0.05	0.00	3.14	1.46	0.80	0.80
0.07	0.05	5.36	1.35	0.50	0.50
0.15	0.02	0.00	0.00	0.00	0.33
0.32	0.08	3.97	3.97	1.00	1.00
0.38	0.04	2.43	1.27	0.40	0.40
0.50	0.17	0.50	0.00	0.00	0.00
0.49	0.17	3.72	2.95	0.50	0.50
0.32	0.08	3.97	5.62	2.00	2.00
1.94	0.79	28.49	12.26	0.00	0.00
1.32	0.72	37.50	18.27	0.00	0.00
0.13	0.07	4.36	0.66	1.00	1.00
0.04	0.04	5.82	1.34	1.00	1.00
0.60	0.24	30.00	14.17	0.00	0.00

Tabla 14 - Cuantificación del error en ambos modelos

En esta última tabla vemos que, efectivamente, es para la fuerza cortante que se observa el mayor error respecto del valor obtenido manualmente (asumido como correcto) que llega a ser tan grande como el 41.67%, reduciéndose a 19.17% al reducirse a la mitad la separación entre puntos tomados para el análisis.

**Problema 07.** Construir las líneas de influencia para cada una de las reacciones en los apoyos, la fuerza cortante y el momento flector del punto «4» de la viga continua mostrada en la **Figura 146**. Se supone que está hecha del mismo material y que tiene la misma sección transversal.

<sup>18</sup> **Ftool-1** es con una separación de 1.00 m (13 puntos), mientras que **Ftool-2** es con una separación de 0.50 m (25 puntos). Además, los valores que se presentan para ambos es el promedio simple del resultado anterior y posterior.

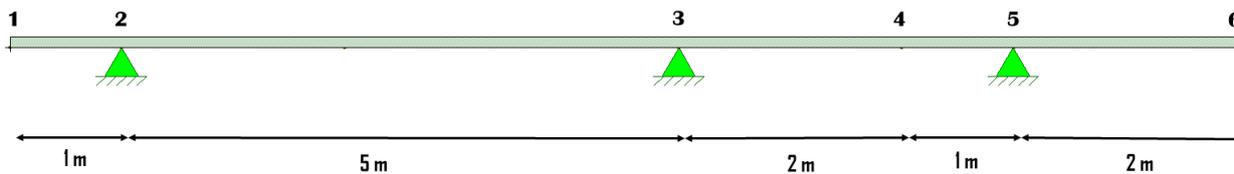


Figura 145

↪ **Solución Tradicional.** Se debe hallar las ecuaciones de las líneas de influencia de las reacciones (puntos 2, 3 y 5)

**Línea de influencia de  $R_3$ .**

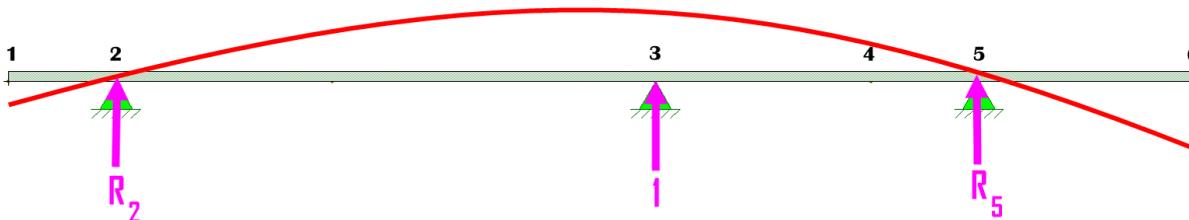


Figura 146 - Línea de Influencia de  $R_3$

Calculamos las reacciones:  $R_2 = -\frac{3}{8}$  y  $R_5 = -\frac{5}{8}$ , luego la ecuación del momento flector es:

$$M = -\frac{3}{8}\langle x-1 \rangle + 1\langle x-6 \rangle - \frac{5}{8}\langle x-9 \rangle$$

De la ecuación de la flexión:  $EIy'' = M = -\frac{3}{8}\langle x-1 \rangle + 1\langle x-6 \rangle - \frac{5}{8}\langle x-9 \rangle$

Integrando una vez:  $EIy' = -\frac{3}{16}\langle x-1 \rangle^2 + \frac{\langle x-6 \rangle^2}{2} - \frac{5}{16}\langle x-9 \rangle^2 + C_1$

Integrando otra vez:  $EIy = -\frac{1}{16}\langle x-1 \rangle^3 + \frac{\langle x-6 \rangle^3}{6} - \frac{5}{48}\langle x-9 \rangle^3 + C_1x + C_2 \dots (*)$

De las condiciones de frontera:

Quando  $x = 1 \rightarrow y = 0$  en (\*):  $0 = C_1(1) + C_2 \rightarrow C_1 + C_2 = 0 \dots (a)$

Quando  $x = 9 \rightarrow y = 0$  en (\*):  $0 = -\frac{1}{16}(8)^3 + \frac{3^3}{6} + C_1(9) + C_2 \rightarrow 9C_1 + C_2 = \frac{55}{2} \dots (b)$

Resolviendo el sistema (a) y (b) tenemos:  $C_1 = \frac{55}{16}$  y  $C_2 = -\frac{55}{16}$  quedando la deflexión como

$$y = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{16}\langle x-1 \rangle^3 + \frac{1}{6}\langle x-6 \rangle^3 - \frac{5}{48}\langle x-9 \rangle^3 + \frac{55}{16}x - \frac{55}{16} \right]$$

La flecha cuando  $x = 6$  es  $\delta_3 = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{16}(5)^3 + \frac{55}{16}(6) - \frac{55}{16} \right] = \frac{75}{8EI}$

La línea de influencia será el cociente entre la deflexión y su flecha máxima, o sea:

$$y = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{16} \langle x-1 \rangle^3 + \frac{\langle x-6 \rangle^3}{6} - \frac{5}{48} \langle x-9 \rangle^3 + \frac{55}{16} x - \frac{55}{16} \right] = -\frac{\langle x-1 \rangle^3}{150} + \frac{4 \langle x-6 \rangle^3}{225} - \frac{\langle x-9 \rangle^3}{90} + \frac{11x}{30} - \frac{11}{30}$$

Tramo	Ecuación línea de influencia de R <sub>3</sub>
1-2: 0 ≤ x ≤ 1	$y = \frac{11x}{30} - \frac{11}{30}$
2-3: 1 ≤ x ≤ 6	$y = -\frac{(x-1)^3}{150} + \frac{11x}{30} - \frac{11}{30}$
3-5: 6 ≤ x ≤ 9	$y = -\frac{(x-1)^3}{150} + \frac{4(x-6)^3}{225} + \frac{11x}{30} - \frac{11}{30}$
5-6: 9 ≤ x ≤ 11	$y = -\frac{(x-1)^3}{150} + \frac{4(x-6)^3}{225} - \frac{(x-9)^3}{90} + \frac{11x}{30} - \frac{11}{30}$

Tabla 15 - Línea de Influencia de R<sub>3</sub>

Línea de influencia de R<sub>5</sub>.

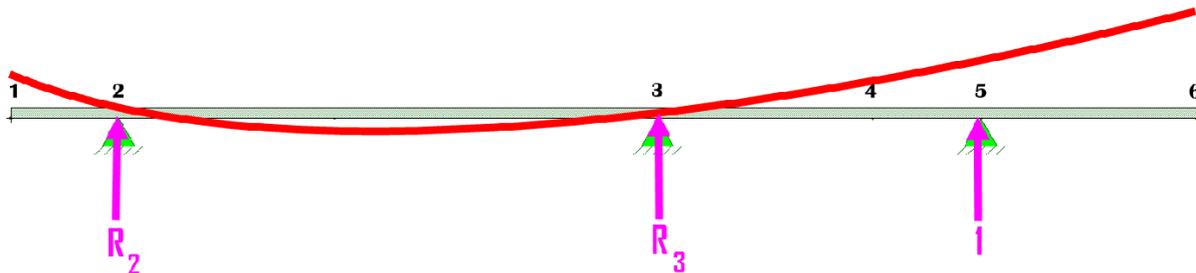


Figura 147 - Línea de Influencia de R<sub>5</sub>

Calculamos las reacciones:  $R_2 = \frac{3}{5}$  y  $R_3 = -\frac{8}{5}$ , luego la ecuación del momento flector es:

$$M = \frac{3}{5} \langle x-1 \rangle - \frac{8}{5} \langle x-6 \rangle + 1 \langle x-9 \rangle$$

De la ecuación de la flexión:  $EIy'' = M = \frac{3}{5} \langle x-1 \rangle - \frac{8}{5} \langle x-6 \rangle + 1 \langle x-9 \rangle$

Integrando una vez:  $EIy' = \frac{3}{10} \langle x-1 \rangle^2 - \frac{4}{5} \langle x-6 \rangle^2 + \frac{1}{2} \langle x-9 \rangle^2 + C_1$

Integrando otra vez:  $EIy = \frac{1}{10} \langle x-1 \rangle^3 - \frac{4}{15} \langle x-6 \rangle^3 + \frac{1}{6} \langle x-9 \rangle^3 + C_1x + C_2 \dots (*)$

De las condiciones de frontera:

Cuando  $x = 1 \rightarrow y = 0$  en (\*):  $0 = C_1(1) + C_2 \rightarrow C_1 + C_2 = 0 \dots (a)$

Cuando  $x = 6 \rightarrow y = 0$  en (\*):  $0 = \frac{1}{10}(5)^3 + C_1(6) + C_2 \rightarrow 6C_1 + C_2 = -\frac{25}{2} \dots (b)$

Resolviendo el sistema (a) y (b) tenemos:  $C_1 = -\frac{5}{2}$  y  $C_2 = \frac{5}{2}$  quedando la deflección como

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{10} \langle x-1 \rangle^3 - \frac{4}{15} \langle x-6 \rangle^3 + \frac{1}{6} \langle x-9 \rangle^3 - \frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \right]$$

La flecha cuando  $x = 9$  es  $\delta_5 = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{10}(8)^3 - \frac{4}{15}(3)^3 - \frac{5}{2}(9) + \frac{5}{2} \right] = \frac{24}{EI}$

La línea de influencia será el cociente entre la deflección y su flecha máxima, o sea:

$$y = \frac{\frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{10} \langle x-1 \rangle^3 - \frac{4}{15} \langle x-6 \rangle^3 + \frac{1}{6} \langle x-9 \rangle^3 - \frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \right]}{\frac{24}{EI}} = \frac{\langle x-1 \rangle^3}{240} - \frac{\langle x-6 \rangle^3}{90} + \frac{\langle x-9 \rangle^3}{144} - \frac{5x}{48} + \frac{5}{48}$$

Tramo	Ecuación línea de influencia de $R_5$
1-2: $0 \leq x \leq 1$	$y = -\frac{5x}{48} + \frac{5}{48}$
2-3: $1 \leq x \leq 6$	$y = \frac{(x-1)^3}{240} - \frac{5x}{48} + \frac{5}{48}$
3-5: $6 \leq x \leq 9$	$y = \frac{(x-1)^3}{240} - \frac{(x-6)^3}{90} - \frac{5x}{48} + \frac{5}{48}$
5-6: $9 \leq x \leq 11$	$y = \frac{(x-1)^3}{240} - \frac{(x-6)^3}{90} + \frac{(x-9)^3}{144} - \frac{5x}{48} + \frac{5}{48}$

Tabla 16 - Línea de Influencia de  $R_5$

No es necesario calcular la línea de influencia para  $R_2$  porque es evidente a partir de la figura siguiente que siempre se cumplirá  $R_2 + R_3 + R_5 = 1$  o sea:  $R_2 = 1 - R_3 - R_5$

⊕ Cuando  $0 \leq x \leq 8$  (Figura 148):

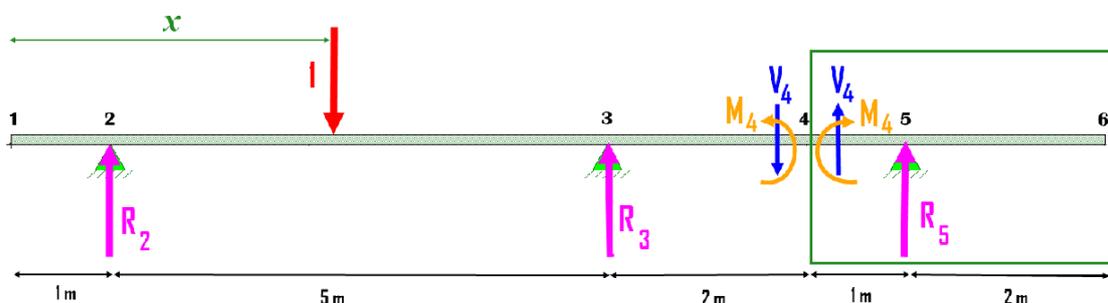


Figura 148 - Fuerzas internas en el punto «4» cuando la carga unitaria está a su izquierda

Tomamos el rectángulo verde de la:

$$\Sigma F_v = V_4 + R_5 = 0 \text{ de donde } V_4 = -R_5 \dots (I)$$

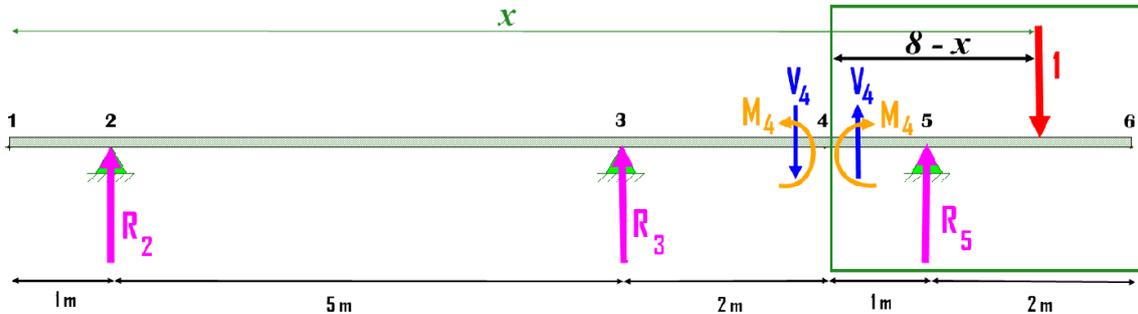
$$\Sigma M_4 = -M_4 + (1)R_5 = 0 \text{ de donde } M_4 = R_5 \dots \text{(II)}$$

Si se hubiese tomado la parte izquierda de la **Figura 148**:

$$\Sigma F_v = R_2 + R_3 - V_4 - 1 = 0 \text{ de donde } V_4 = R_2 + R_3 - 1 \dots \text{(III)}$$

$$\Sigma M_4 = 7R_2 - 1(8 - x) + 2R_3 - M_4 = 0 \text{ de donde } M_4 = 7R_2 + 2R_3 + x - 8 \dots \text{(IV)}$$

⊕ Cuando  $8 \leq x \leq 11$  (**Figura 149**):



**Figura 149 - Fuerzas internas en el punto «4» cuando la carga unitaria está a su derecha**

Tomamos el rectángulo verde de la:

$$\Sigma F_v = V_4 + R_5 - 1 = 0 \text{ de donde } V_4 = 1 - R_5 \dots \text{(V)}$$

$$\Sigma M_4 = -M_4 - (1)R_5 - 1(8 - x) = 0 \text{ de donde } M_4 = R_5 - x + 8 \dots \text{(VI)}$$

Si se hubiese tomado la parte izquierda de la **Figura 149**:

$$\Sigma F_v = R_2 + R_3 - V_4 = 0 \text{ de donde } V_4 = R_2 + R_3 \dots \text{(VII)}$$

$$\Sigma M_4 = 7R_2 + 2R_3 - M_4 = 0 \text{ de donde } M_4 = 7R_2 + 2R_3 \dots \text{(VIII)}$$

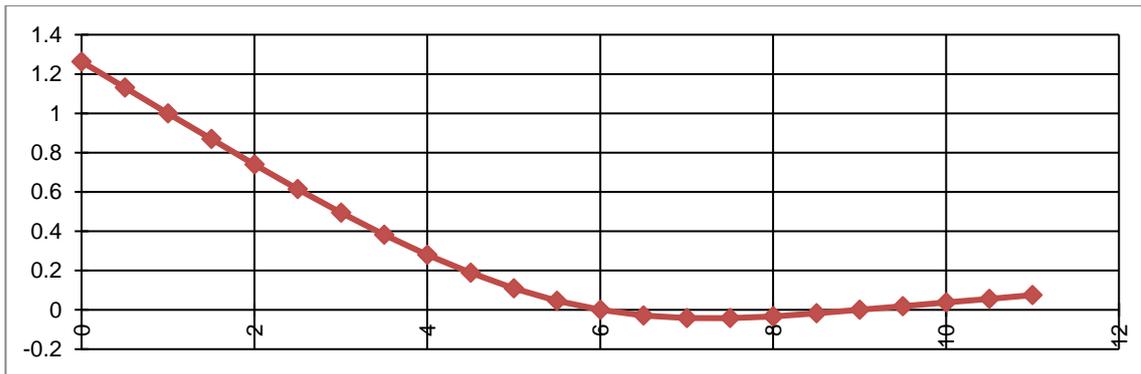
Presentamos los resultados de las ecuaciones I hasta la VII en la Tabla 17 para poder mostrarla gráficamente:

x (m)	R <sub>3</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>2</sub>	V <sub>4</sub> (Ec. I-V)	V <sub>4</sub> (Ec. III-VII)	M <sub>4</sub> (Ec. II-VI)	M <sub>4</sub> (Ec. IV-VIII)
0.00	-0.3667	0.1042	1.2625	-0.1042	-0.1042	0.1042	0.1042
0.50	-0.1833	0.0521	1.1312	-0.0521	-0.0521	0.0521	0.0521
1.00	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.50	0.1825	-0.0516	0.8691	0.0516	0.0516	-0.0516	-0.0516
2.00	0.3600	-0.1000	0.7400	0.1000	0.1000	-0.1000	-0.1000
2.50	0.5275	-0.1422	0.6147	0.1422	0.1422	-0.1422	-0.1422
3.00	0.6800	-0.1750	0.4950	0.1750	0.1750	-0.1750	-0.1750
3.50	0.8125	-0.1953	0.3828	0.1953	0.1953	-0.1953	-0.1953
4.00	0.9200	-0.2000	0.2800	0.2000	0.2000	-0.2000	-0.2000
4.50	0.9975	-0.1859	0.1884	0.1859	0.1859	-0.1859	-0.1859
5.00	1.0400	-0.1500	0.1100	0.1500	0.1500	-0.1500	-0.1500
5.50	1.0425	-0.0891	0.0466	0.0891	0.0891	-0.0891	-0.0891
6.00	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.50	0.9097	0.1189	-0.0286	-0.1189	-0.1189	0.1189	0.1189
7.00	0.7778	0.2639	-0.0417	-0.2639	-0.2639	0.2639	0.2639
7.50	0.6125	0.4297	-0.0422	-0.4297	-0.4297	0.4297	0.4297
8.00	0.4222	0.6111	-0.0333	-0.6111	-0.6111	0.6111	0.6111
8.00	0.4222	0.6111	-0.0333	0.3889	0.3889	0.6111	0.6111
8.50	0.2153	0.8030	-0.0182	0.1970	0.1970	0.3030	0.3030

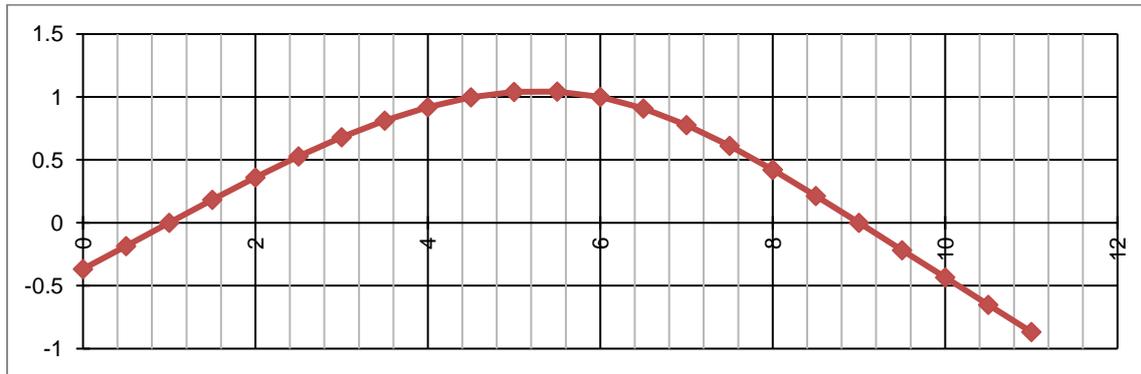
9.00	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.50	-0.2167	1.1979	0.0187	-0.1979	-0.1979	-0.3021	-0.3021
10.00	-0.4333	1.3958	0.0375	-0.3958	-0.3958	-0.6042	-0.6042
10.50	-0.6500	1.5938	0.0562	-0.5938	-0.5938	-0.9063	-0.9063
11.00	-0.8667	1.7917	0.0750	-0.7917	-0.7917	-1.2083	-1.2083

**Tabla 17 - Tabulación de las líneas de influencia de las reacciones R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>5</sub>, la fuerza cortante y momento flector en el punto «4»**

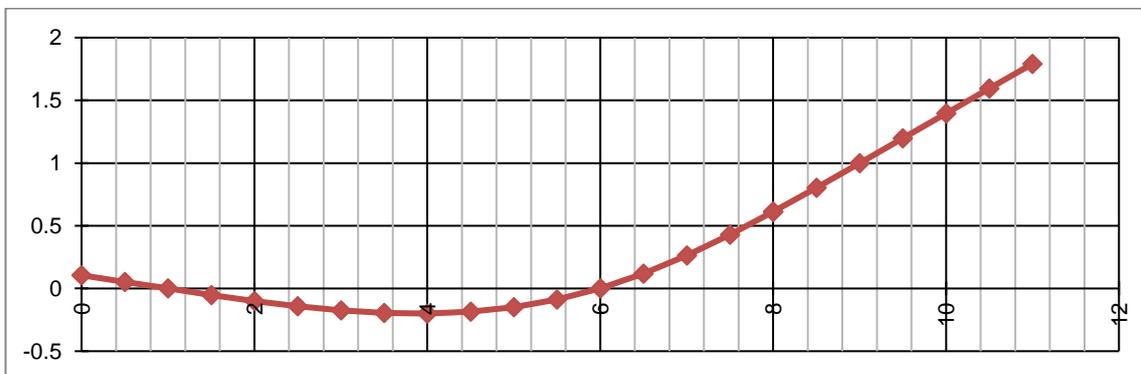
A continuación, graficamos las líneas de influencia:



**Figura 150 - Línea de influencia de la reacción R<sub>2</sub>**



**Figura 151 - Línea de influencia de la reacción R<sub>3</sub>**



**Figura 152 - Línea de influencia de la reacción R<sub>5</sub>**



Figura 153 - Línea de influencia de la fuerza cortante  $V_4$

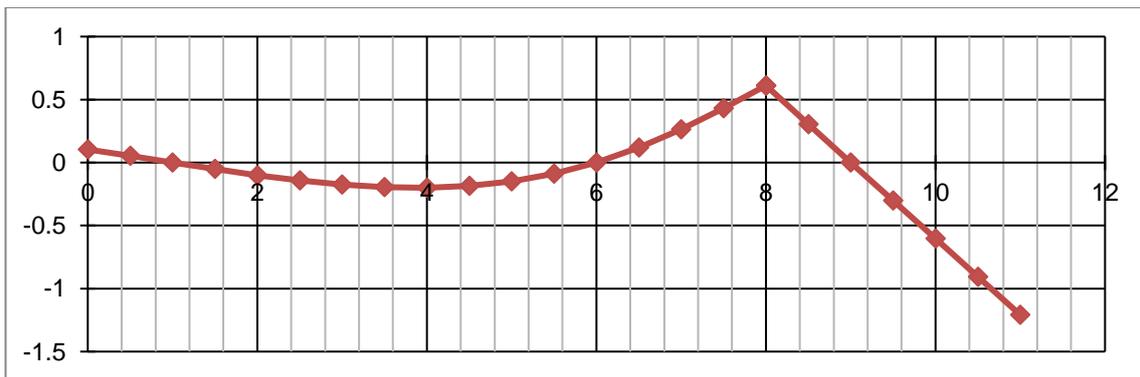


Figura 154 - Línea de influencia del momento flector  $M_4$

↪ **Solución por Ftool**<sup>19</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool** y seguimos los pasos detallados:

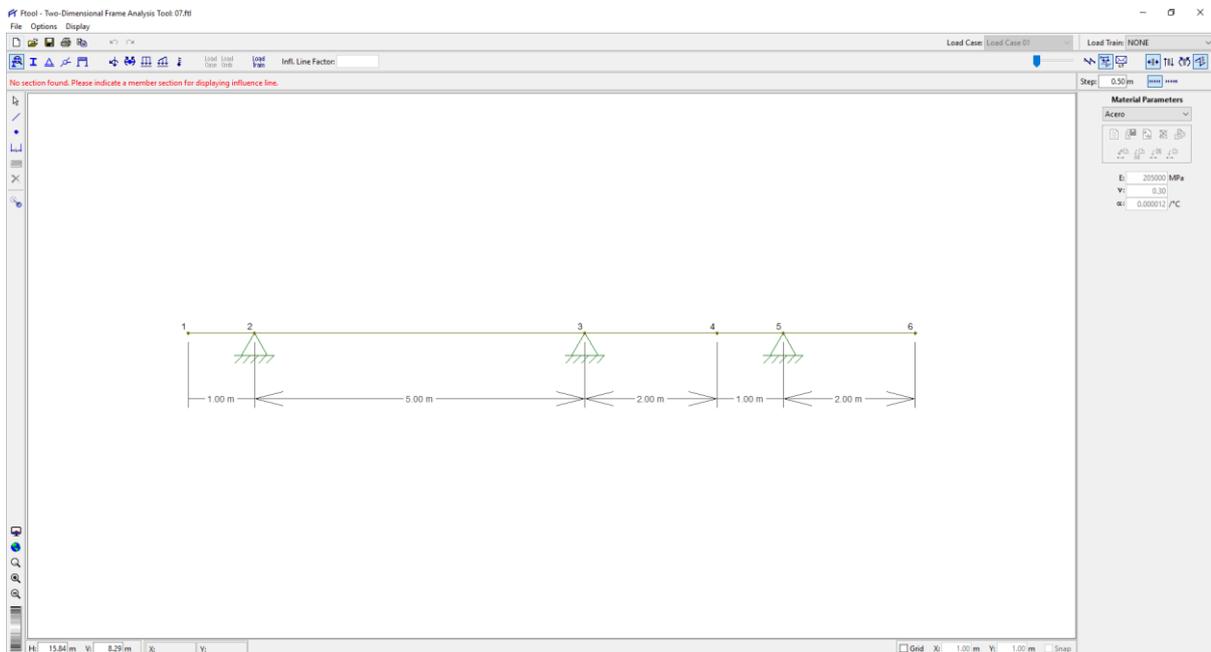
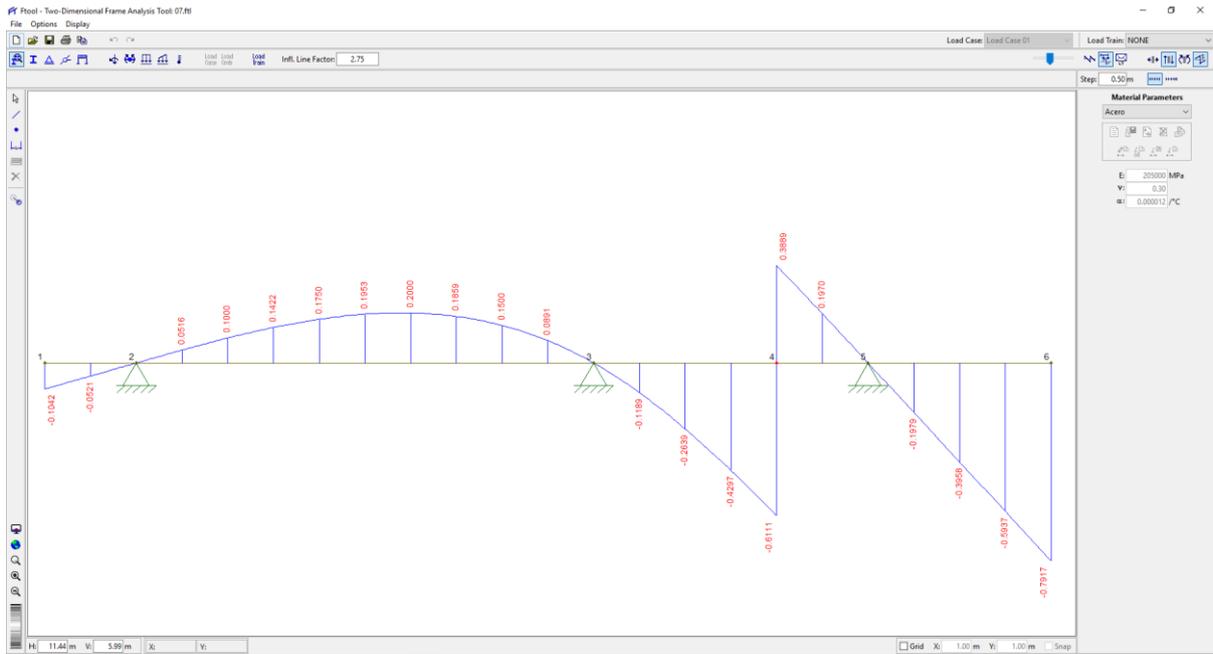
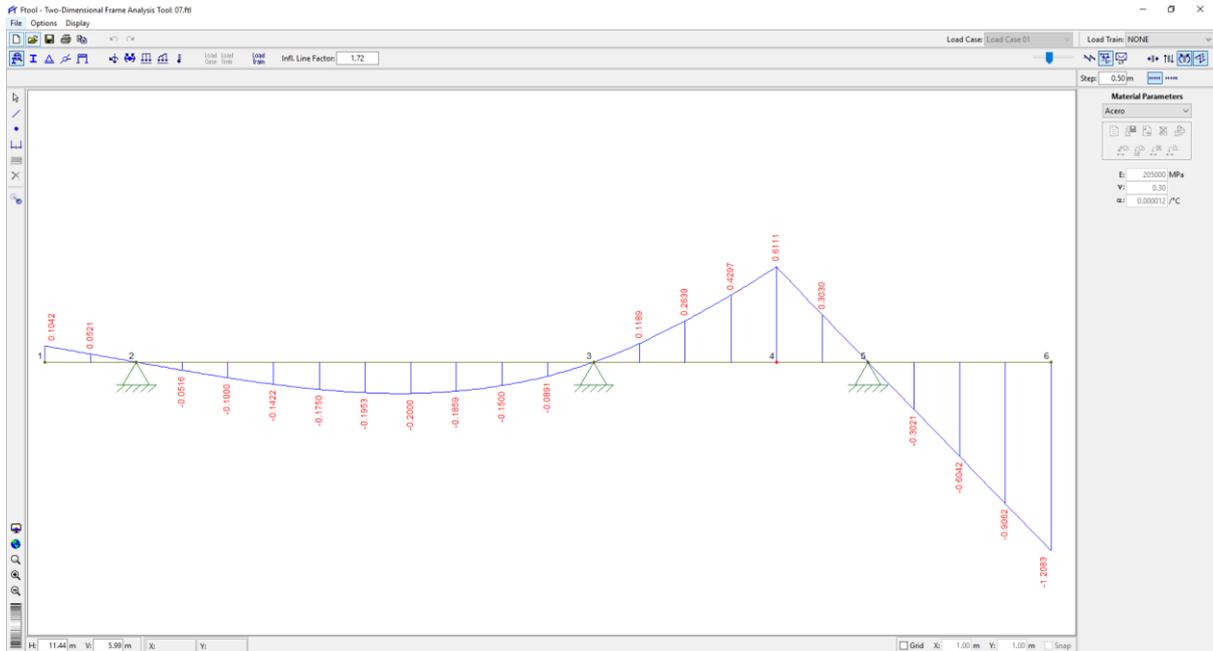


Figura 155 - Configuración completa del modelo (geometría y apoyos)

<sup>19</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.



**Figura 156 - Línea de influencia de la fuerza cortante  $V_4$**



**Figura 157 - Línea de influencia del momento flector  $M_4$**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se ve en la siguiente tabla comparativa:

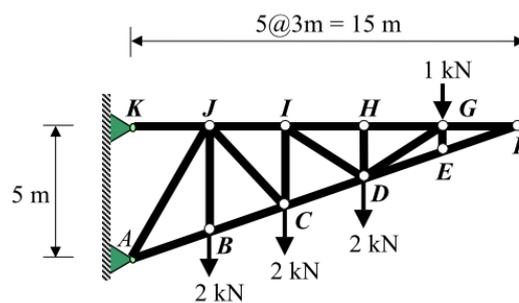
x (m)	V <sub>4</sub>		M <sub>4</sub>	
	Manual	Ftool	Manual	Ftool
0.00	-0.1042	-0.1042	0.1042	0.1042
0.50	-0.0521	-0.0521	0.0521	0.0521
1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.50	0.0516	0.0516	-0.0516	-0.0516
2.00	0.1000	0.1000	-0.1000	-0.1000

2.50	0.1422	0.1422	-0.1422	-0.1422
3.00	0.1750	0.1750	-0.1750	-0.1750
3.50	0.1953	0.1953	-0.1953	-0.1953
4.00	0.2000	0.2000	-0.2000	-0.2000
4.50	0.1859	0.1859	-0.1859	-0.1859
5.00	0.1500	0.1500	-0.1500	-0.1500
5.50	0.0891	0.0891	-0.0891	-0.0891
6.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.50	-0.1189	-0.1189	0.1189	0.1189
7.00	-0.2639	-0.2639	0.2639	0.2639
7.50	-0.4297	-0.4297	0.4297	0.4297
8.00	-0.6111	-0.6111	0.6111	0.6111
8.00	0.3889	0.3889	0.6111	0.6111
8.50	0.1970	0.1970	0.3030	0.3030
9.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.50	-0.1979	-0.1979	-0.3021	-0.3021
10.00	-0.3958	-0.3958	-0.6042	-0.6042
10.50	-0.5938	-0.5938	-0.9063	-0.9063
11.00	-0.7917	-0.7917	-1.2083	-1.2083

**Tabla 18 - Comparación de los valores de las líneas de influencia para la fuerza cortante y el momento flector en el punto «4»**

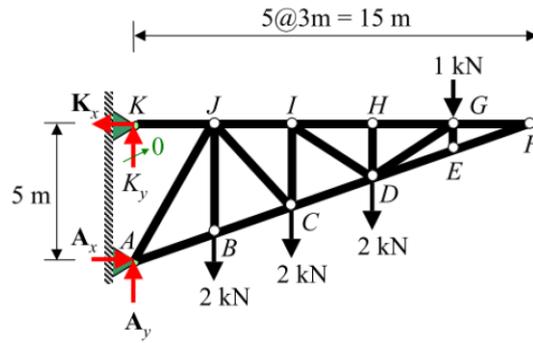
Sólo se realiza la comparación de los valores de la línea de influencia de la fuerza cortante y del momento flector en el punto «4» y no de las reacciones porque *Ftool* sólo realiza el estudio de las líneas de influencia de fuerzas axiales, fuerzas cortantes y momentos flectores pero es incapaz de hacerla para las reacciones, lo cual constituye una limitante del programa.

**Problema 08.** Determinar las reacciones de la armadura mostrada y las fuerzas en cada barra.



**Figura 158**

↪ **Solución Tradicional.** Usaremos el *Método de los Nudos* combinado con el *Método de las Secciones*, verificando la estática de la armadura  $r + b = 2j$  o sea  $4 + 18 = 2 \times 11$ , luego la armadura es *estáticamente determinada y estable*.



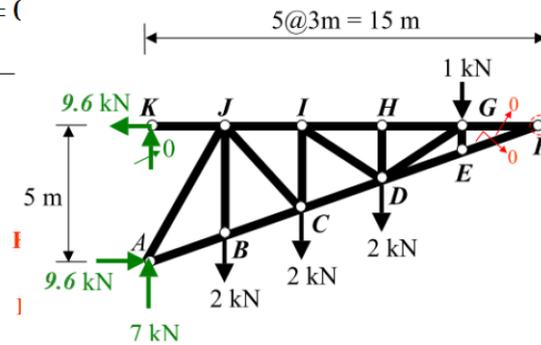
Es evidente que en el *Nudo K* la reacción vertical del apoyo es nulo porque sólo existe barra horizontal que absorba la reacción horizontal  $K_x$  pero no hay barra vertical que absorba  $K_y$ ; o sea,  $K_y = 0$

$$\Sigma M_A = 2 \times 3 + 2 \times 6 + 2 \times 9 + 1 \times 12 - K_x \times 5 = 0 \text{ de donde } K_x = 9.600 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = A_x - K_x = 0$$

$$\Sigma F_y = A_y - 2 - 2 - 2 - 1 = 0$$

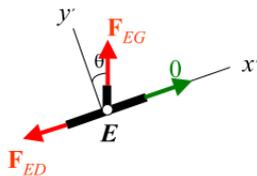
⊕ *Nudo F*



$$\Sigma F_{y'} = F_{FE} \text{ sen}\theta = 0 \text{ de donde } F_{FE} = 0$$

$$\Sigma F_{x'} = F_{FG} + F_{FE} \text{ cos}\theta = 0 \text{ de donde } F_{FG} = 0$$

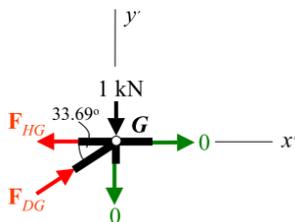
⊕ *Nudo E*



$$\Sigma F_{y'} = F_{EG} \text{ cos}\theta = 0 \text{ de donde } F_{EG} = 0$$

$$\Sigma F_{x'} = F_{ED} - F_{EG} \text{ sen}\theta = 0 \text{ de donde } F_{ED} = 0$$

⊕ *Nudo G*

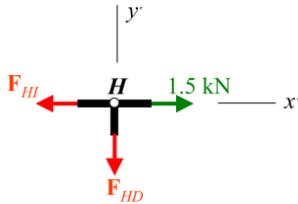


$$\tan \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\Sigma F_y = F_{DG} \text{sen} \alpha - 1 = 0 \text{ de donde } F_{DG} = 1 \times \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1.803 \text{ KN (C)}$$

$$\Sigma F_x = F_{HG} - F_{DG} \text{cos} \alpha = 0 \text{ de donde } F_{HG} = \frac{\sqrt{13}}{2} \times \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3}{2} = 1.500 \text{ KN (T)}$$

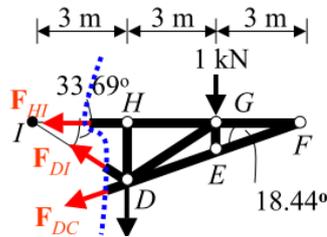
⊕ *Nudo H*



$$\Sigma F_y = F_{HD} = 0 \text{ de donde } F_{HD} = 0$$

$$\Sigma F_x = F_{HI} - 1.5 = 0 \text{ de donde } F_{HI} = 1.500 \text{ KN (T)}$$

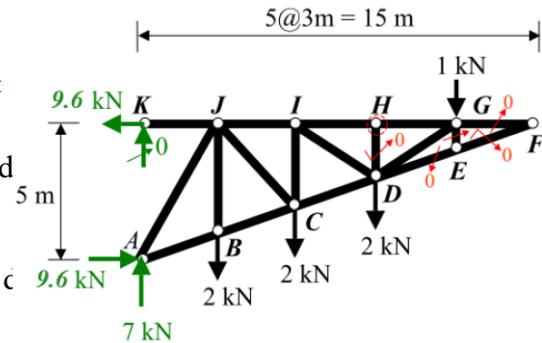
⊕ Usando el *Método de las Secciones*:



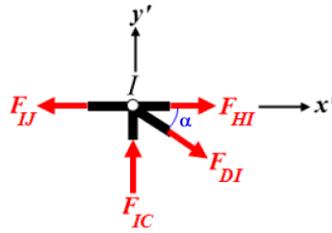
$$\Sigma M_D = F_{HI} \times 2 - 1 \times 3 = 0 \text{ de donde } F_{HI}$$

$$\Sigma M_F = -F_{DI} \text{sen} \theta \times 9 + 1 \times 3 + 2 \times 6 = 0 \text{ d (T)}$$

$$\Sigma M_I = -F_{DC} \text{sen} \alpha \times 9 - 1 \times 6 - 2 \times 3 = 0 \text{ c } 16 \text{ KN (C)}$$



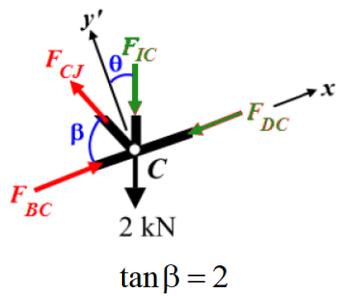
⊕ *Nudo I*



$$\Sigma F_{y'} = F_{IG} - F_{DI} \text{sen} \alpha = 0 \text{ de donde } F_{IC} = \frac{5\sqrt{13}}{6} \times \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{5}{3} \approx 1.667 \text{ KN (C)}$$

$$\Sigma F_{x'} = F_{IJ} - F_{DI} \text{cos} \alpha - F_{HI} = 0 \text{ de donde } F_{IJ} = \frac{5\sqrt{13}}{6} \times \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{3}{2} = 4.000 \text{ KN (T)}$$

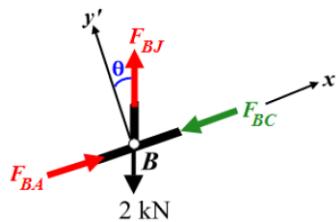
⊕ *Nudo C*



$$\Sigma F_{y'} = F_{CJ} \text{sen} \alpha - F_{CJ} \text{cos} \theta - 2 \text{cos} \theta = 0 \text{ de donde } F_{CJ} = \frac{11}{3} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{11\sqrt{2}}{4} \approx 3.889 \text{ KN (T)}$$

$$\Sigma F_{x'} = F_{BC} - F_{DC} - F_{IC} \text{sen} \theta - 2 \text{sen} \theta - F_{CJ} \text{cos} \beta = 0 \text{ de donde } F_{BC} = \frac{9\sqrt{10}}{4} \approx 7.115 \text{ KN (C)}$$

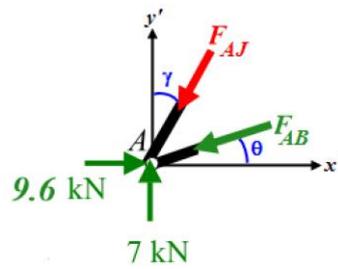
⊕ *Nudo B*



$$\Sigma F_{y'} = F_{BJ} \text{cos} \theta - 2 \text{cos} \theta = 0 \text{ de donde } F_{BJ} = 2.000 \text{ KN (T)}$$

$$\Sigma F_{x'} = F_{BA} - F_{BC} + F_{BJ} \text{sen} \theta - 2 \text{sen} \theta = 0 \text{ de donde } F_{BA} = \frac{9\sqrt{10}}{4} \approx 7.115 \text{ KN (C)}$$

⊕ *Nudo A*

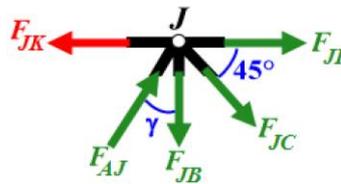


$$\tan \gamma = \frac{3}{5}$$

$$\Sigma F_{y'} = 7 - F_{AJ} \cos \gamma - F_{AB} \sin \theta = 0 \text{ de donde } F_{AJ} = \frac{19}{4} \times \frac{\sqrt{34}}{5} = \frac{19\sqrt{34}}{20} \approx 5.539 \text{ KN (C)}$$

$$\Sigma F_{x'} = 9.6 - F_{AB} \cos \theta - F_{AJ} \sin \gamma = 0 \text{ de donde } 9.6 - \frac{9\sqrt{10}}{4} \times \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{19\sqrt{34}}{20} \times \frac{3}{\sqrt{34}} = 0 \text{ (OK)}$$

⊕ *Nudo J*



$$\Sigma F_h = F_{JI} + F_{JC} \cos 45^\circ + F_{AJ} \sin \gamma - F_{JK} = 0 \text{ de donde } F_{JK} = 4 + \frac{11\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{19\sqrt{34}}{20} \times \frac{3}{\sqrt{34}} = 9.6 \text{ KN (T)}$$

$$\Sigma F_v = F_{AJ} \cos \gamma - F_{JC} \sin 45^\circ - F_{JB} = 0 \text{ de donde } \frac{19\sqrt{34}}{20} \times \frac{5}{\sqrt{34}} - \frac{11\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 = 0 \text{ (OK)}$$

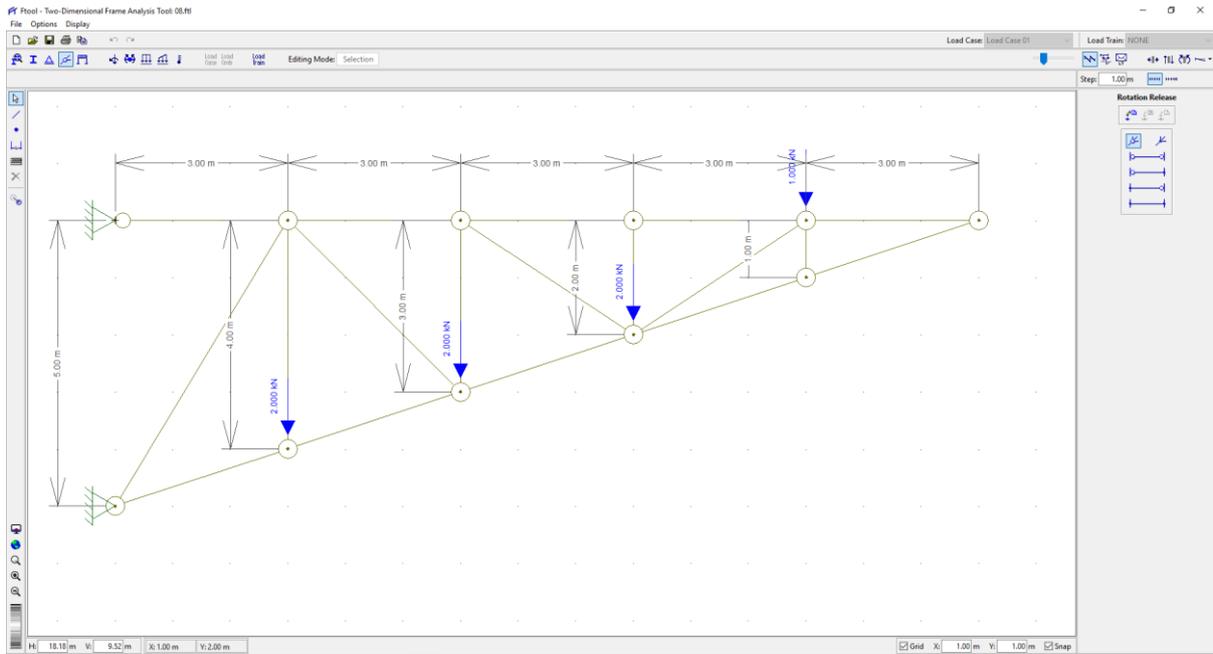
⊕ *Nudo K*



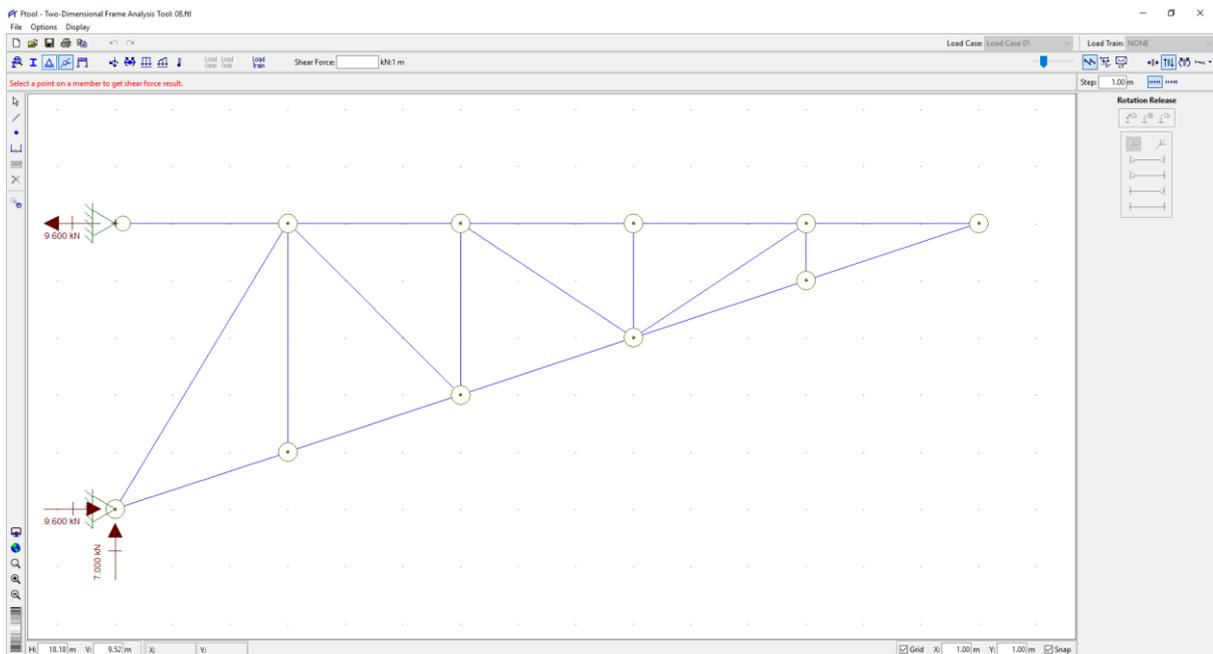
$$\Sigma F_h = 9.6 - F_{KJ} = 0 \text{ de donde } F_{KJ} = 9.6 \text{ KN (T)...OK}$$

↳ **Solución por Ftool**<sup>20</sup>. Picamos en el ícono de *Ftool* y seguimos los pasos detallados:

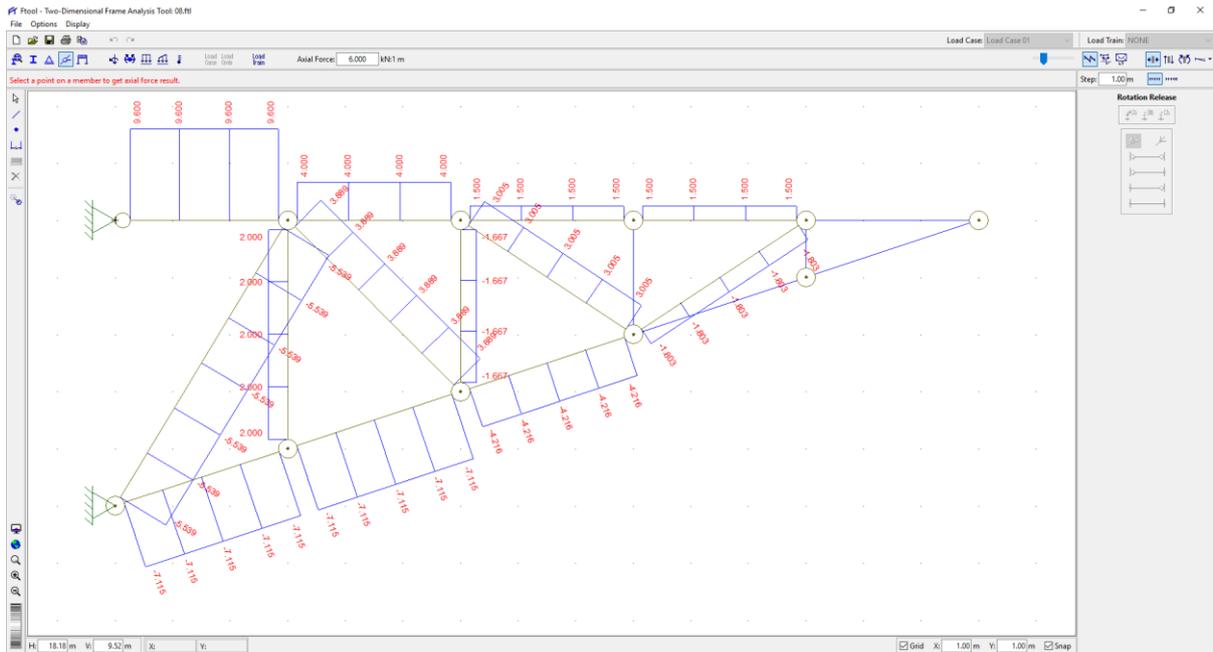
<sup>20</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.



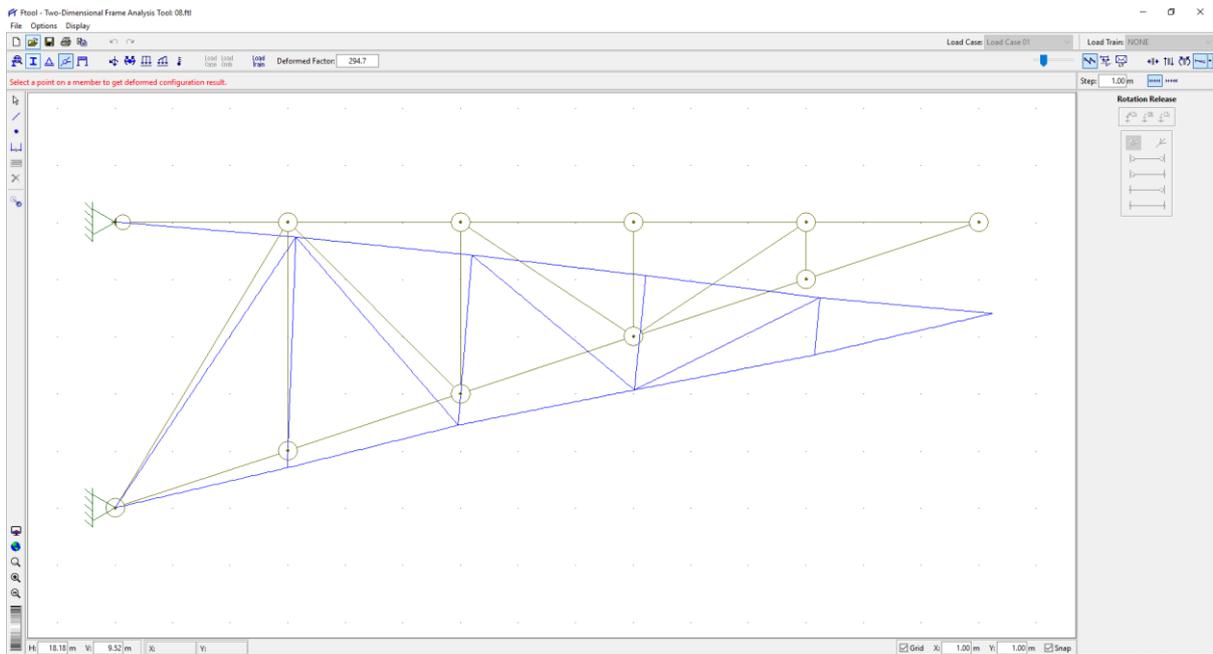
**Figura 159 - Configuración completa del modelo (geometría, rótulas y apoyos)**



**Figura 160 - Reacciones**



**Figura 161 - Fuerzas Axiales en cada barra (signo negativo es compresión y el positivo, tracción)**



**Figura 162 - Deformada de la Armadura**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se ve en las siguiente tablas comparativas:

Reacción	Manual (KN)	Ftool (KN)	Error (%)
Ax	9.600	9.600	0.000
Ay	7.000	7.000	0.000
Kx	9.600	9.600	0.000

Tabla 19 - Comparación de los valores de las reacciones

Barra	Manual (KN)	Ftool (KN)	Error (%)	Estado
AB	7.115	7.115	0.000	C
OC	7.115	7.115	0.000	C
CD	4.216	4.216	0.000	C
DE	0.000	0.000	0.000	-
EF	0.000	0.000	0.000	-
FG	0.000	0.000	0.000	-
GH	1.500	1.500	0.000	T
HI	1.500	1.500	0.000	T
IJ	4.000	4.000	0.000	T
JK	9.600	9.600	0.000	T
AJ	5.539	5.539	0.000	C
JC	3.889	3.889	0.000	T
ID	3.005	3.005	0.000	T
DG	1.803	1.803	0.000	C
JB	2.000	2.000	0.000	T
IC	1.667	1.667	0.000	C
HD	0.000	0.000	0.000	-
GE	0.000	0.000	0.000	-

Tabla 20 - Comparación de los valores de las fuerzas de cada barra

**Problema 09.** La viga continua de la figura mostrada es de sección constante, homogénea y está perfectamente empotrada en sus extremos. Calcular los momentos en los apoyos empleando el método de la distribución de momentos de Hardy – Cross (Prob. 873 de [Pytel-Singer2011])

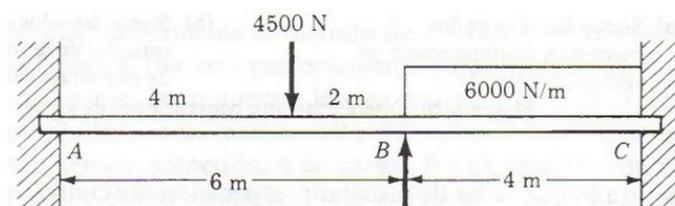


Figura 163

↪ **Solución Tradicional.** Aunque  $I$  es desconocido, conviene tomarlo como el mínimo común múltiplo de las longitudes de los claros, 12 en este caso, con lo que los valores de las rigideces relativas  $K = I/L$  serán números enteros y sencillos. Los factores de distribución se calculan y se indican en el cuadro de la figura. Suponiendo que todos los nudos son fijos, se obtienen los valores de los MEP (Momentos de Empotramiento Perfecto)

$$\oplus \text{ Tramo AB: } M_A = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{4500 \times 4 \times 2^2}{6^2} = -2000\text{N.m}$$

$$M_B = -\frac{Pa^2b}{L^2} = -\frac{4500 \times 2^2 \times 2}{6^2} = -4000\text{N.m}$$

$$\oplus \text{ Tramo OC: } M_B = M_C = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{6000 \times 4^2}{12} = -8000\text{N.m}$$

$$K = \frac{I}{L} \quad \frac{12}{6} = \textcircled{2} \quad \frac{12}{4} = \textcircled{3}$$

FD	0	0.4	0.6	0
MEP	+ 2 000	- 4 000	+ 8 000	- 8 000
Transmisión	- 800	- 1 600	- 2 400	- 1 200
Momentos finales	+ 1 200	- 5 600	+ 5 600	- 9 200

**Figura 164**

Con la convención de signos establecida, se ha supuesto signo positivo a los momentos de la izquierda del claro y signo negativo a los de la derecha. Al dejar libre el nudo B, el momento desequilibrado es  $8000 - 4000 = 4000$  N.m por lo que el momento a distribuir entre las barras es  $4000$  N.m para que la suma total de momentos en B sea nula, como se ha dicho. Utilizando los valores de los FD (Factores de Distribución), a la izquierda de B le corresponde  $0.4 \times 4000 = 1600$  N.m y a la derecha  $0.6 \times 4000 = 2400$  N.m. Ahora se transmiten la mitad de dichos valores, con su mismo signo, a los extremos opuestos. Así, pues  $-1600$  aplicado a la izquierda de B transmite  $-800$  a A y  $-2400$  aplicado a la derecha de B transmite  $-1200$  a C. Como A y C están perfectamente empotrados y así han de quedar, absorben estos momentos transmitidos y la distribución ha concluido. Los valores finales del momento en cada apoyo se obtienen sumando algebraicamente para cada uno los valores de la columna vertical que se indican en la **Figura 164**. Si se quiere, estos momentos finales se pueden convertir fácilmente en momentos flexionantes convencionales, cambiando el signo a la izquierda de cada tramo.

↪ **Solución por Ftool**<sup>21</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool**  y seguimos los pasos detallados:

<sup>21</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.

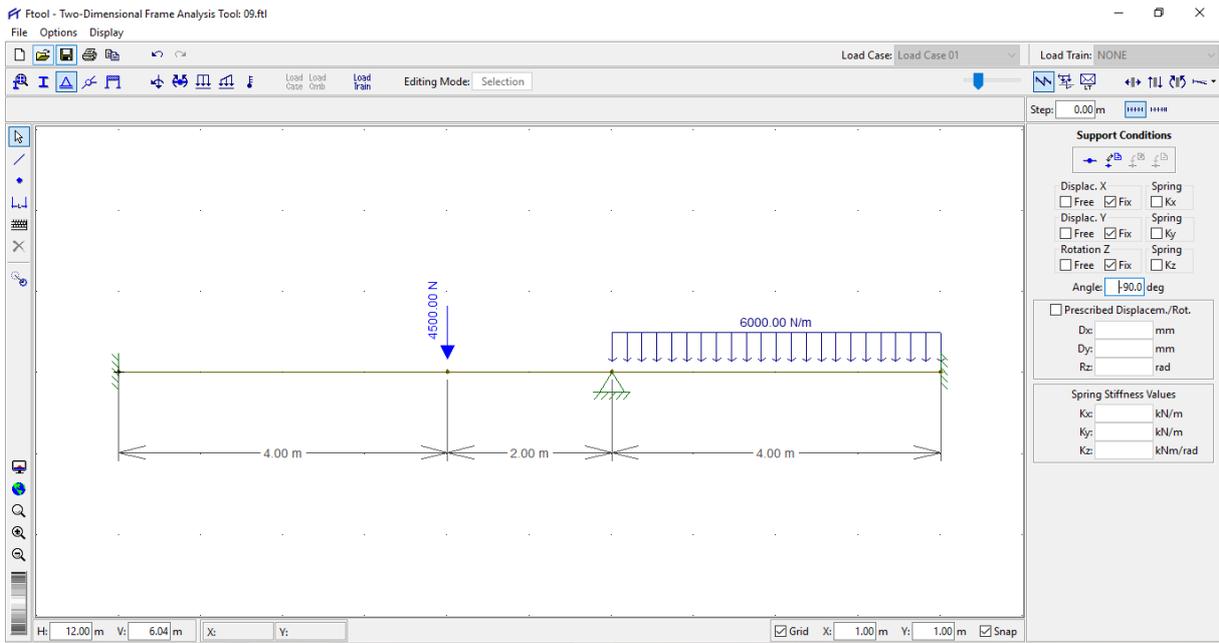


Figura 165

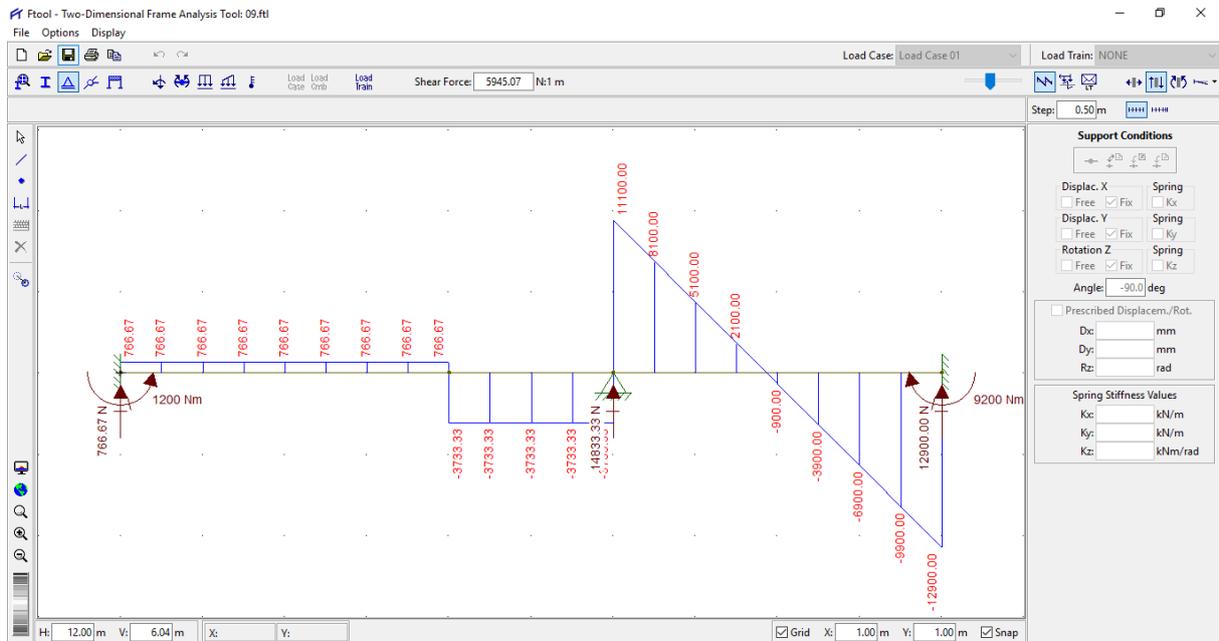
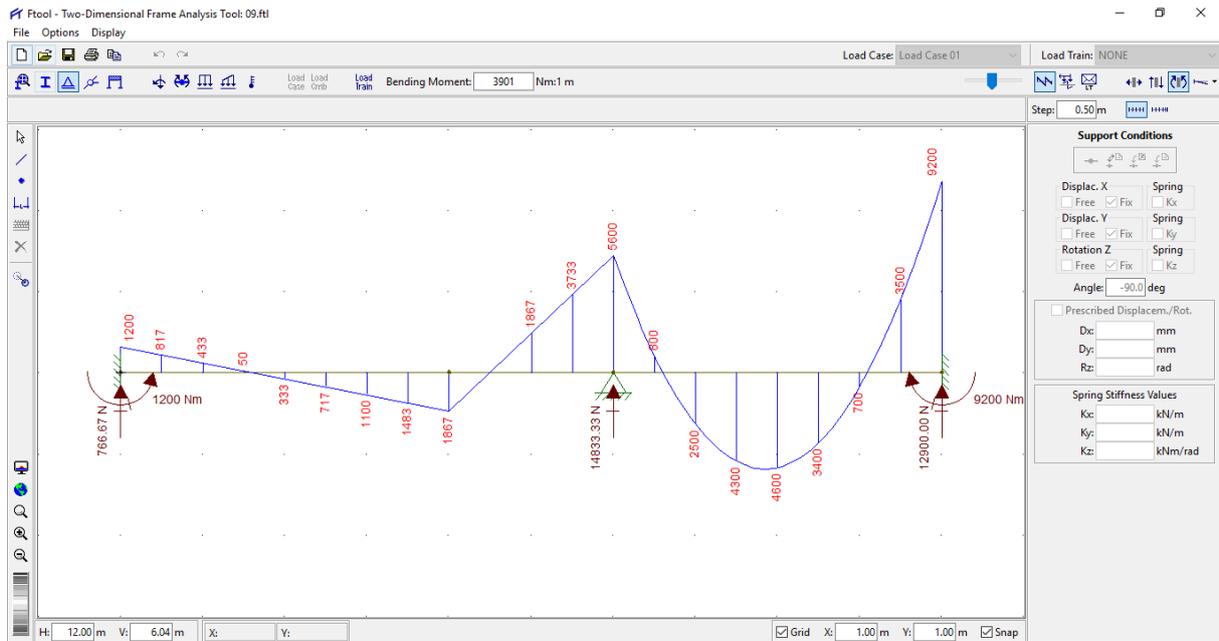
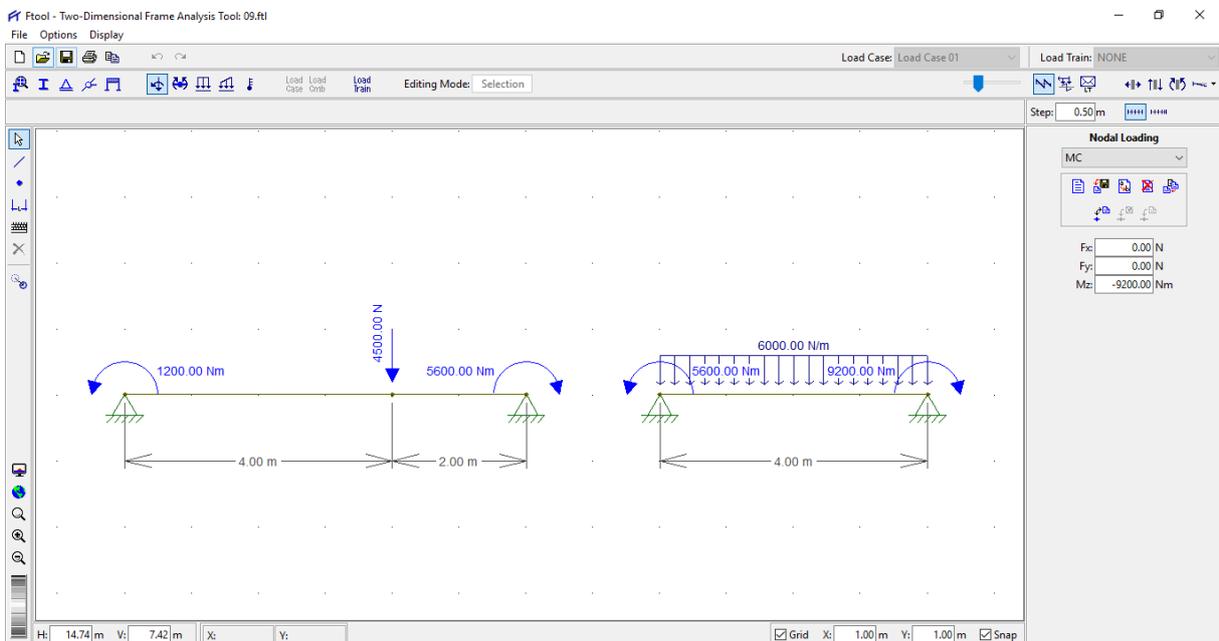


Figura 166: Diagrama de Fuerzas Cortantes

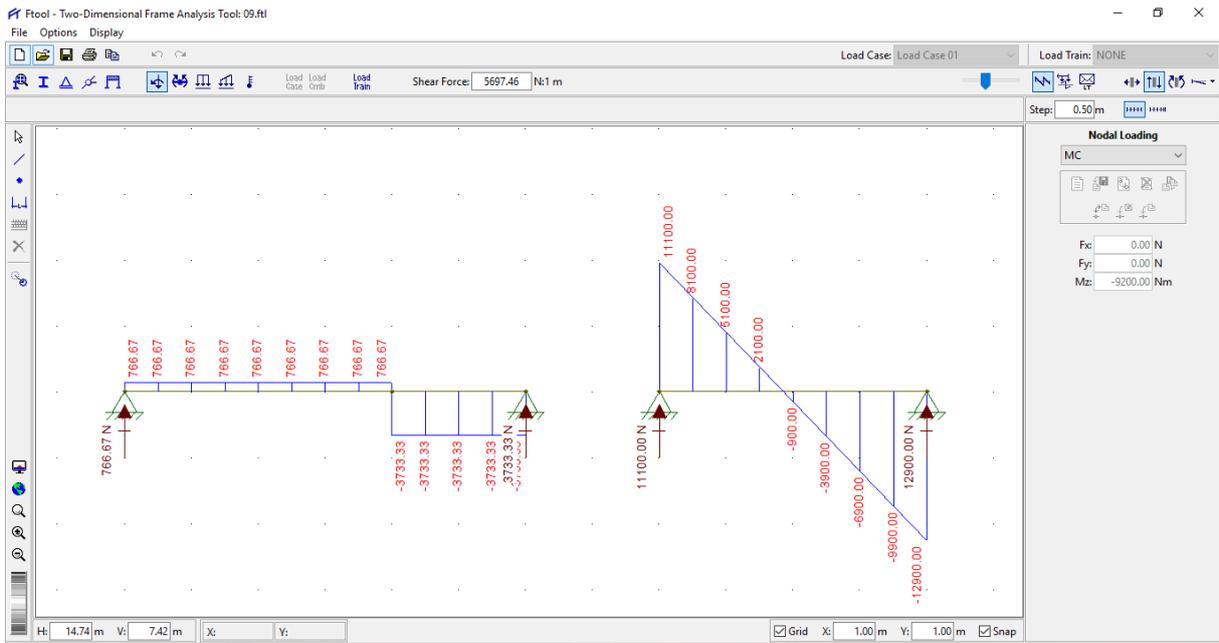


**Figura 167: Diagrama de Momentos Flectores**

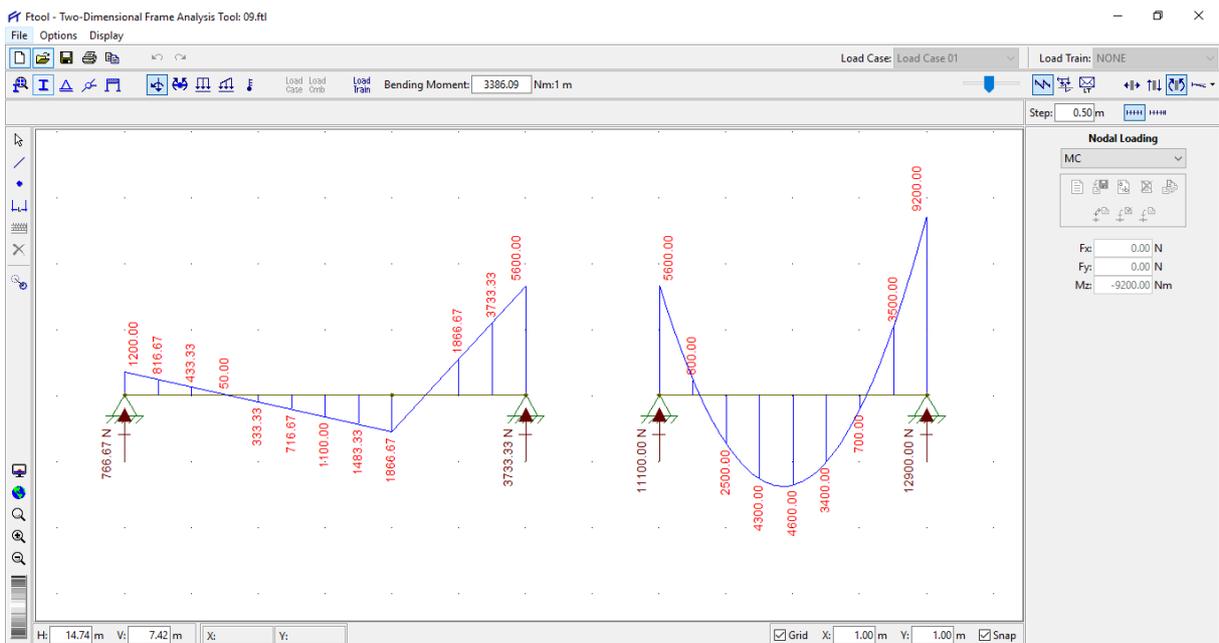
↪ **Solución alternativa combinando los dos métodos anteriores.** Picamos en el ícono de *Ftool* y seguimos los pasos detallados separando la viga continua de dos tramos en dos vigas simplemente apoyadas y que tiene cada una un momento externo igual al calculado por el esquema de *Hardy - Cross* (Figura 164) y por los del diagrama de momentos flectores de la viga continua calculada por *Ftool* (Figura 167):



**Figura 168: Separación de la viga continua en dos vigas simples con momentos en los extremos igual a los calculados por Hardy-Cross**



**Figura 169: Diagrama de Fuerzas Cortantes de las vigas independientes**



**Figura 170: Diagrama de Momentos Flectores de las vigas independientes**

↪ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se puede observar en la siguiente tabla comparativa:

Momento	Manual	Ftool	Error (%)
A	1200.00	1200.00	0.00
B	5600.00	5600.00	0.00
C	9200.00	9200.00	0.00

**Tabla 21 - Comparación del cálculo de los momentos flectores**

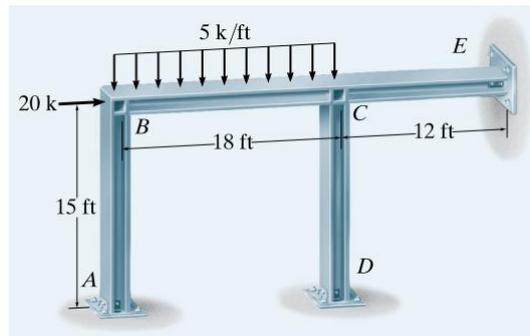
Otra conclusión muy importante es que luego de distribuir los momentos por el método de Hardy-Cross y separar una viga continua en tantas vigas simplemente apoyadas independientes como tramos tenga la primera, se obtienen reacciones, fuerzas cortantes y momentos flectores donde:

- ⊕ Los valores de las reacciones de la viga continua se obtienen sumando las reacciones de las vigas independientes.

$$R_{\text{viga continua}} = \sum R_{\text{vigas independientes}}$$

- ⊕ Tanto el diagrama de fuerzas cortantes como el de momentos flectores de la viga continua se obtienen superponiendo los correspondientes diagramas de las vigas independientes.

**Problema 10.** Determinar los momentos internos en las juntas del pórtico que se muestra. E y D están articulados y en el punto A hay un apoyo fijo. EI es constante (Ejemplo 12.5 de [Hibbeler2012])



**Figura 171**

↪ **Solución Tradicional.** Por inspección, el pasador en E evitará que el pórtico se ladee. Los factores de rigidez de CD y CE se pueden calcular utilizando  $K = 3EI/ L$  ya que los extremos están fijos. Además, la carga de 20 k no aporta un FEM (momentos en extremos fijos) ya que se aplica en la articulación B. Por lo tanto:

$$K_{AB} = \frac{4EI}{15} \quad K_{BC} = \frac{4EI}{18} \quad K_{CD} = \frac{3EI}{15} \quad K_{CE} = \frac{3EI}{12}$$

$$DF_{AB} = 0$$

$$DF_{BA} = \frac{4EI/15}{4EI/15 + 4EI/18} = 0.545$$

$$DF_{BC} = 1 - 0.545 = 0.455$$

$$DF_{CB} = \frac{4EI/18}{4EI/18 + 3EI/15 + 3EI/12} = 0.330$$

$$DF_{CD} = \frac{3EI/15}{4EI/18 + 3EI/15 + 3EI/12} = 0.298$$

$$DF_{CE} = 1 - 0.330 - 0.298 = 0.372$$

$$DF_{DC} = 1 \quad DF_{EC} = 1$$

$$(FEM)_{BC} = \frac{-wL^2}{12} = \frac{-5(18)^2}{12} = -135 \text{ k} \cdot \text{ft}$$

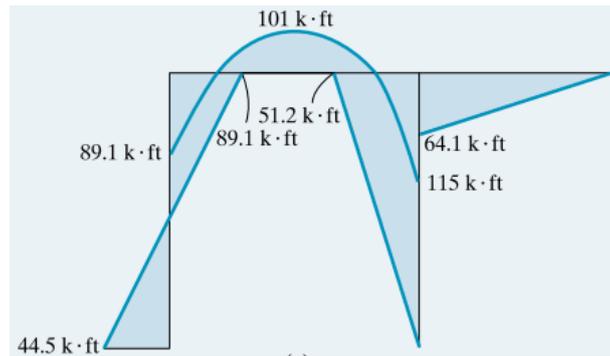
$$(FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{5(18)^2}{12} = 135 \text{ k} \cdot \text{ft}$$

Joint	A	B		C		D	E	
Member	AB	BA	BC	CB	CD	CE	DC	EC
DF	0	0.545	0.455	0.330	0.298	0.372	1	1
FEM			-135	135				
Dist.		73.6	61.4	-44.6	-40.2	-50.2		
CO	36.8		-22.3	30.7				
Dist.		12.2	10.1	-10.1	-9.1	-11.5		
CO	6.1		-5.1	5.1				
Dist.		2.8	2.3	-1.7	-1.5	-1.9		
CO	1.4		-0.8	1.2				
Dist.		0.4	0.4	-0.4	-0.4	-0.4		
CO	0.2		-0.2	0.2				
Dist.		0.1	0.1	-0.1	0.0	-0.1		
$\Sigma M$	44.5	89.1	-89.1	115	-51.2	-64.1		

**Figura 172**

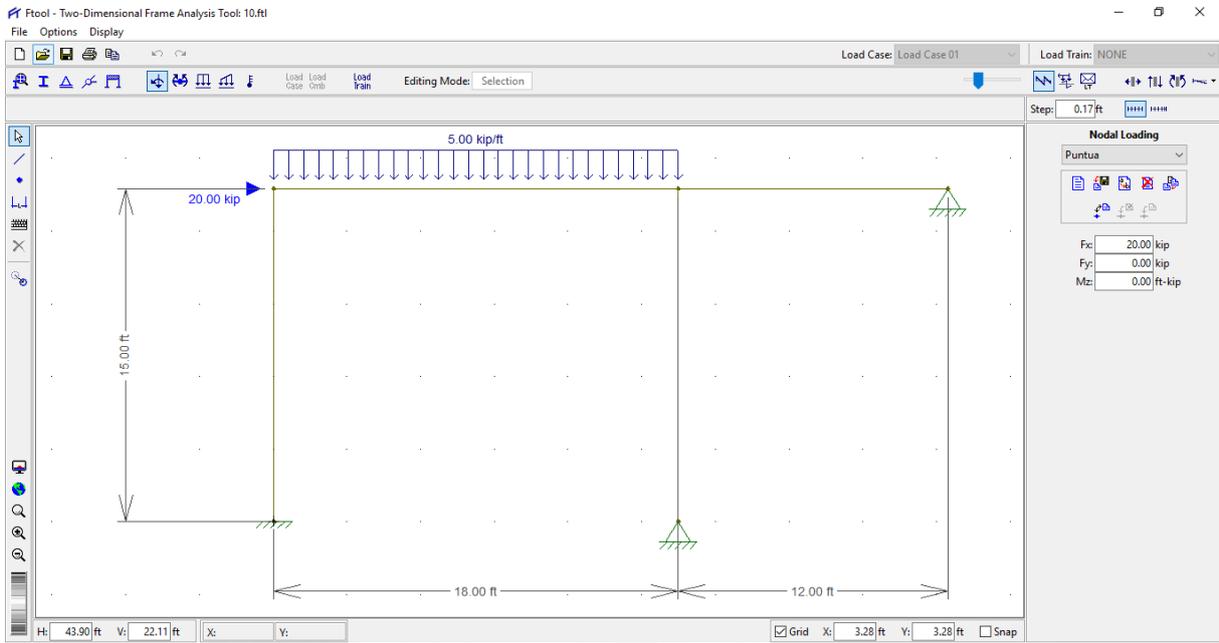
Los datos se muestran en la parte superior de la **Figura 172**. Aquí la distribución de los

momentos va sucesivamente a las articulaciones B y C. Los momentos finales se muestran en la última línea. Usando estos datos, el diagrama de momentos flectores para el pórtico es:



**Figura 173: Diagrama de Momentos Flectores**

↪ **Solución por Ftool**<sup>22</sup>. Picamos en el ícono de **Ftool**  y seguimos los pasos detallados:



**Figura 174**

<sup>22</sup> Como el problema es sólo de cálculo de fuerzas internas y no para calcular deformaciones o esfuerzos, se le asignará cualquier sección transversal y cualquier material.

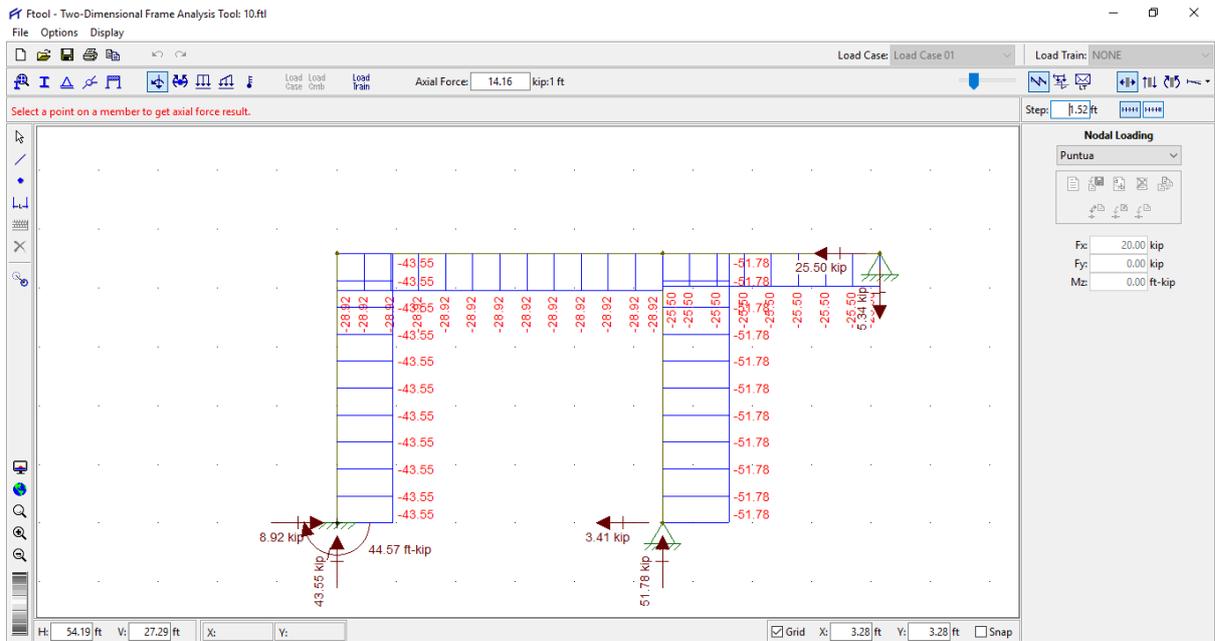


Figura 175: Diagrama de Fuerzas Axiales

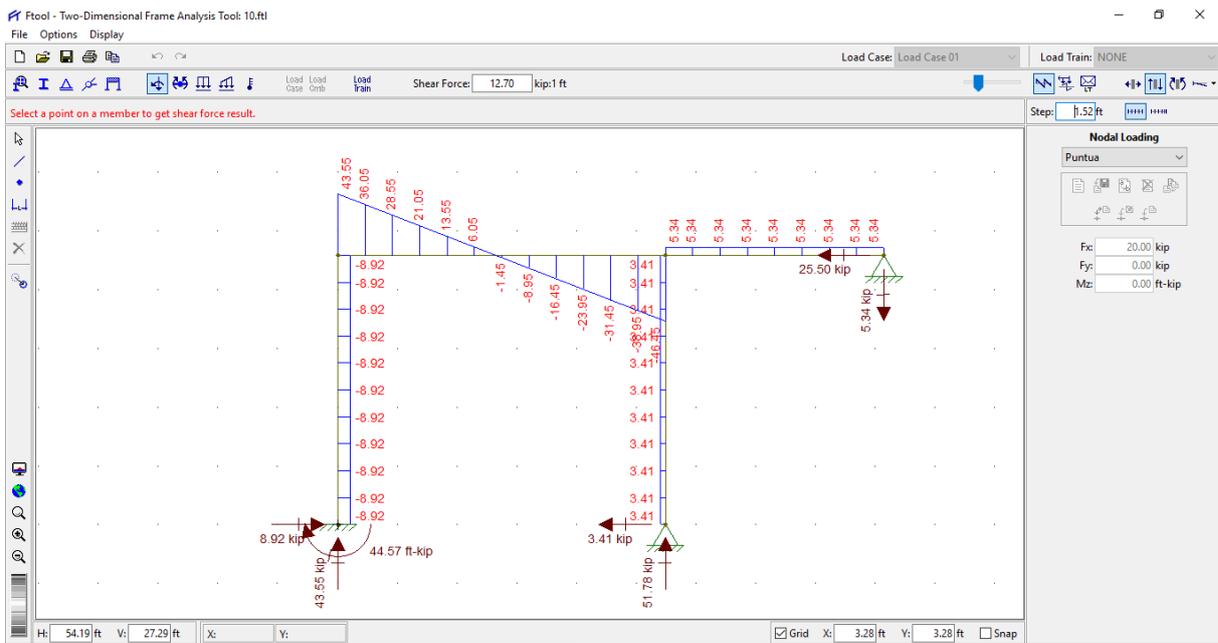
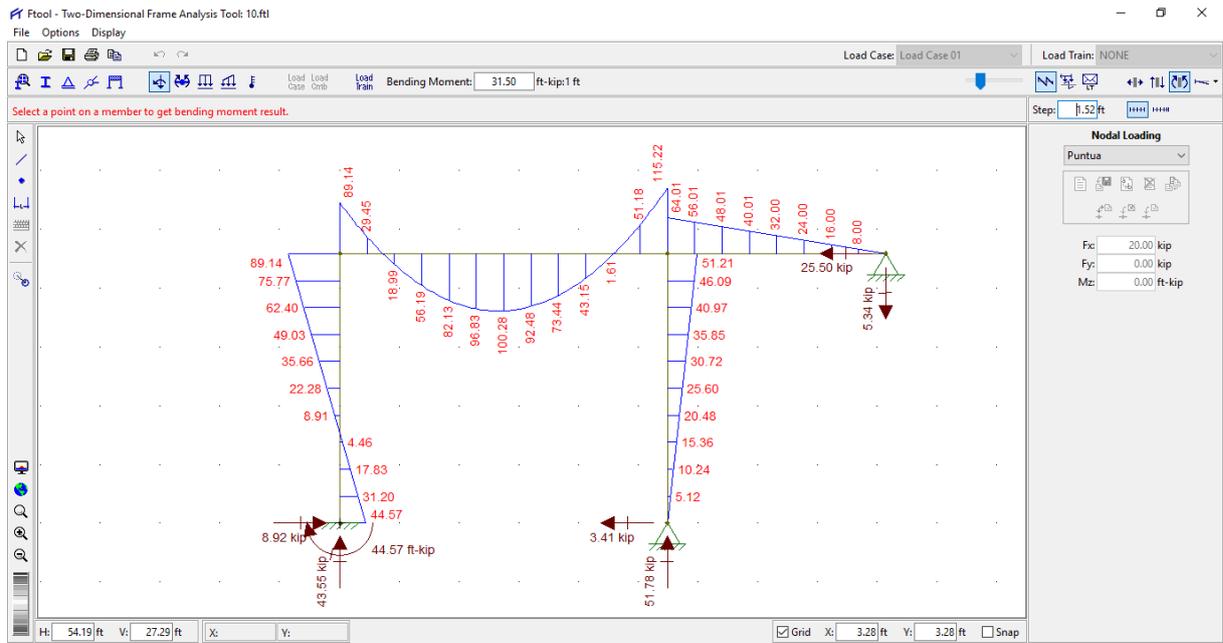


Figura 176: Diagrama de Fuerzas Cortantes



**Figura 177: Diagrama de Momentos Flectores**

⇒ **Conclusión y comparación del análisis.** Los resultados obtenidos manualmente y usando *Ftool* son exactamente iguales, como se puede observar en la siguiente tabla comparativa:

Momento	Manual	Ftool	Error (%)
A	44.50	44.57	0.16
B	89.10	89.14	0.05
C	115.00	115.22	0.19
Central	101.00	100.49	0.50
D	0.00	0.00	0.00
E	0.00	0.00	0.00

**Tabla 22 - Comparación del cálculo de los momentos flectores**

## Capítulo 5

### CONCLUSIONES

1. El programa gratuito **Ftool** es completamente eficaz en la solución de problemas de Análisis Estructural Clásico por la sencillez, rapidez y precisión de su manejo y resultados.
2. La precisión del **Ftool** es prácticamente la misma que la de la solución manual empleando los métodos clásicos del Análisis Estructural, ya que en la abrumadora mayoría de veces el error no llega al 1% salvo para la evaluación de la fuerza cortante en arcos donde llega al 41.67%
3. Sin embargo, este error no es propio de **Ftool** sino que programas más robustos y profesionales como **SAP2000** o **STAAD Pro** tienen el mismo problema de la precisión numérica en los valores numéricos para elementos curvos.
4. La razón está en que todos los programas estructurales están desarrollados para trabajar con elementos rectilíneos y un arco o cualquier elemento curvilíneo es ingresado como una poligonal, introduciéndose este error desde el principio.
5. Durante siete años en el dictado de los cursos de *Resistencia de Materiales* y *Análisis Estructural* en la *Facultad de Ingeniería Civil* de la *Universidad Nacional de Piura* se empleó **Ftool** para verificar las soluciones de los ejercicios resueltos en clase y se tuvo una buena acogida en el alumnado que se sintió estimulado para seguir estudiándolo más profundamente.
6. Se ha elaborado un manual completo y detallado del manejo de **Ftool** para ser difundido y usado por cualquier estudiante o profesional de ciencias e ingeniería que se interese por los métodos computacionales del Análisis Estructural.

## Capítulo 6

### RECOMENDACIONES

1. **Ftool** es una herramienta computacional por lo que su conocimiento o manipulación por sí solo no garantiza que se comprenda la teoría del Análisis Estructural, ya que se tendría una persona sin criterio para discernir o discutir sus resultados.
2. El desconocimiento del manejo de las funciones de **Ftool** hace peligrar cualquier resultado de un ejercicio de Análisis Estructural. O se lo debe conocer a fondo o no se debe de usar.
3. **Ftool** es un programa que sólo procesa la información que ingresa la persona que maneja el programa, luego no alerta de posibles errores erróneamente cometidos.
4. Debe ser empleado (en el caso de un estudiante) para verificar los resultados que se obtienen al resolver un ejercicio o situación problemática y no para justificar la respuesta de un problema. Eso sólo se haría cuando se tenga un gran dominio tanto de los métodos clásicos del Análisis Estructural como del manejo de **Ftool**.
5. Aunque **Ftool** ha sido empleado en la solución de cientos (o quizá miles) de ejercicios de Análisis Estructural Clásico por parte del investigador sin encontrar mayor discrepancia con resultados manuales, no exime a quien lo use para que verifique sus resultados.
6. Al trabajar con arcos o elementos curvos se acumula mayor error por la incapacidad de **Ftool** de manipular elementos con curvatura, luego para tener resultados satisfactorios hay que dividirlo en muchas partes rectilíneas para reducir el riesgo del error.

## Capítulo 7

### BIBLIOGRAFÍA

1. **AGUIAR FALCONÍ, Roberto.** «*Análisis Matricial de Estructuras*». Cuarta Edición ed. Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción. Universidad de Fuerzas Armadas ESPE. Ecuador, 2014 [**Aguiar2014**].
2. **ARBULÚ G., Biaggio.** «*Cálculo de Estructuras Hiperestáticas*». Universidad Nacional de Ingeniería, Departamento de Estructuras y Construcción, 1968 [**Arbulú1968**].
3. **ARBULÚ G., Biaggio.** «*Análisis Estructural*». Segunda Edición ed. Manuscrito de la Universidad Nacional de Ingeniería, Departamento de Estructuras y Construcción, 1998 [**Arbulú1998**].
4. **BELLUZI, Odone.** «*Ciencia de la Construcción Tomo I*». Aguilar S.A.de Ediciones, 1967 [**Belluzi.I.1967**].
5. **ORTIZ BERROCAL, Luis.** «*Resistencia de Materiales*». McGraw-Hill, 1991 [**Berrocal1991**].
6. **CARPINTERI, Alberto.** «*Structural Mechanics Fundamentals*». CRC Press Taylor & Francis Group. BOCA RATON, 2013 [**Carpinteri2013**].
7. **CELIQUETA, Juan Tomás.** «*Curso de Análisis Estructural*». EUNSA, 1998 [**Celigueta1998**].
8. **CHIÑAS DE LA TORRES, Manuel.** «*Cálculo Estructural Ingeniería Civil y Arquitectura*». Segunda Edición ed. Trillas México, 2007 [**Chiñas2007**].
9. **COOK, Robert T. & MALKUS, David S.** «*Concepts and Applications of Finite Element Analysis*». Fourth Edition ed. John Wiley & Sons New York, 2002 [**Cook-Malkus-Plesha2002**].
10. **DARKOV, Anatoly & KUZNETSOV, Vasily.** «*Structural Mechanics*». Second Edition ed. MIR Publishers - Moscow, 1969 [**Darkov-Kuznetsov1969**].

11. **FEODOSIEV, Vsévolod I.** «*Resistencia de Materiales*». Editorial MIR Moscú, 1988 [Feodosiev1988].
12. **GALLEGOS CÁZARES, Sergio.** «*Análisis de Sólidos y Estructural Mediante el Método de Elementos Finitos*». Primera Edición ed. Editorial LIMUSA S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores, 2008 [Gallegos2008].
13. **GERE, James M. y WEAVER, William Jr.** «*Análisis de Estructuras Reticulares*». Quinta Impresión ed. COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL, S. A. DE C. V. México, 1976 [Gere-y-Weaver1976].
14. **HEYMAN, Jacques.** «*Análisis de Estructuras, un Estudio Histórico*». Instituto Juan de Herrera, 2004 [Heyman2004].
15. **HIBBELER C., Russell.** «*Análisis Estructural*». Octava Edición ed. PEARSON EDUCACION México, 2012 [Hibbeler2012].
16. **HJELMSTAD D., Keith.** «*Fundamentals of Structural Mechanics*». Second Edition ed. Springer, 2005 [Hjelmstad2005].
17. **HSIE, Yuan-Yu.** «*Teoría Elemental de las Estructuras*». PRENTICE – HALL HISPANOAMERICANA S.A. México, 1986 [Hsie1986].
18. **JENKINS M., W.** «*Análisis y Mecánica de las Estructuras*». ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería S.A. México, 1985 [Jenkins1985].
19. **KARNOVSKY, Igor A. & LEBED, Olga.** «*Advanced Methods of Structural Analysis*». Springer, 2010 [Karnovsky2010].
20. **KISELIOV A., Vasili.** «*Mecánica de Construcción Tomos I y II*». Segunda Edición ed. Editorial MIR Moscú, 1976 [Kiseliov1976].
21. **KISELIOV A., Vasili.** «*Mecánica de Construcción - Curso Especial de la Dinámica y Estabilidad de las Estructuras (Obras)*». Editorial MIR Moscú, 1983 [Kiseliov1983].

22. **KISELIOV, Afanasiev.** «*Mecánica de Construcción en Ejemplos y Problemas*». Editorial MIR Moscú, 1973 [**Kiseliov1973**].
23. **LEET, Kenneth M., UANG, Chia-Ming & LANNING T., Joel.** «*Fundamentals of Structural Analysis*». Fifth Edition ed. McGraw-Hill Education, 2016 [**Leet-&-Otros2017**].
24. **HERN, Félix y MANSILLA, O.** «*Análisis Tipológico y Optimización de Estructuras Articuladas*». Primera Edición ed. BELLISCO Ediciones Técnicas y Científicas, 2015 [**Hern-y-Mansilla2015**].
25. **McCORMAC C., Jack.** «*Análisis de Estructuras - Métodos Clásico y Matricial*». Cuarta Edición ed. Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V. México, 2010 [**McCormac2010**].
26. **McGUIRE, William & GALLAGUER H., Richard.** «*Matrix Structural Analysis*». Second ed. John Wiley & Sons, Inc., 2014 [**McGuire2014**].
27. **MEGSON, T.H.G.** «*Structural and Stress Analysis*». Second Edition ed. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005 [**Megson2005**].
28. **MUÑOZ PELÁZ, Alejandro y MONTALBETTI S. Juan.** «*Curso de Didáctica Multimedia de Resistencia de Materiales*». Nueva edición, Fondo Editorial de la PUCP, Lima, 2016 [**Muñoz-Montalbetti2016**].
29. **NORRIS, Charles & WILBUR, John Benson.** «*Teoría Elemental de Estructuras*». Libros McGraw Hill de México, S.A. de C.v., 1969[**Norris1969**].
30. **OTAZZI PASINO, Gianfranco.** «*Apuntes del Curso Análisis Estructural I*». Pontificia Universidad Católica del Perú, 2010 [**Otazzi2010**].
31. **POPOV, Egor P.** «*Mecánica de Sólidos*». Segunda Edición ed. Pearson Educación México, 2000 [**Popov2000**].
32. **PYTEL, Andrew & SINGER, Ferdin.** «*Resistencia de Materiales*». Décimoprimer Reimpresión ed. Oxford University Press México S.A. de C.V., 2011 [**Pytel-Singer2011**].

33. **RIDDELL C., Rafael e HIDALGO, Pedro O.** «*Fundamentos de Ingeniería Estructural*». Tercera Edición ed. ALFAOMEGA - EDICIONES UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE, 2016 [**Riddel-e-Hidalgo2016**].
34. **SAN BARTOLOMÉ, Ángel.** «*Análisis de Edificios*». Segunda Edición ed. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 1999 [**San-Bartolomé1999**].
35. **SANTANA TAPIA, Ronald.** «*Análisis Estructural Matricial en 3D*». Primera Edición ed. International Star Student ISS Perú - Huancayo, 2013[**Santana2013**].
36. **SAOUMA, Victor E.** «*Introduction to CONTINUUM MECHANICS and Elements of Elasticity/Structural Mechanics*». University of Colorado, Boulder, CO 80309-0428. Dept. of Civil Environmental and Architectural Engineering, 1998 [**Saouma1998**].
37. **STIOPIN, Piotr A.** «*Resistencia de Materiales*». Segunda Edición Corregida y Ampliada ed. Editorial MIR Moscú, 1976 [**Stiopin1976**].
38. **TENA COLUNGA, Arturo.** «*Análisis de Estructuras con Métodos Matriciales*». Primera Edición ed. Editorial LIMUSA S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores, 2007 [**Tena2007**].
39. **TIMOSHENKO, Stephen.** «*Resistencia de Materiales: Primera Parte: Teoría Elemental y Problemas*». Novena Edición ed. Espasa-Calpe, S.A., 1961 [**Timoshenko1961**].
40. **TIMOSHENKO, Stephen.** «*Resistencia de Materiales: Segunda Parte: Teoría y Problemas más Complejos*». Séptima Edición ed. Espasa-Calpe, S.A., 1962 [**Timoshenko1962**].
41. **URIBE ESCAMILLA, Jairo.** «*Análisis de Estructuras*». Segunda Edición ed. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 2000 [**Uribe2000**].
42. **VILLAREAL CASTRO, Genner.** «*Análisis Estructural*». Lima, Perú, 2009 [**Villareal2009**].
43. **WEST, Harry H.** «*Análisis de Estructuras, una integración de los Métodos Clásicos y Modernos*». Primera Edición Tercera Reimpresión ed. COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL, S. A. DE C. V. México, 1991 [**West1991**].

44. **ZIENKIEWICZ, Olgierd C.** *«El Método de los Elementos Finitos»*. Reimpresión 2015 ed. Editorial Reverté S.A., 2015 [**Zienkiewicz2015**].