

4

Mecânica Computacional no Balanceamento

4.1 Histórico

A grande maioria das técnicas existentes para se fazer balanceamento de seções geológicas é baseada em metodologias empíricas, ou seja, parte-se de premissas geológicas e através de algoritmos geométricos busca-se simular tais premissas. A aproximação em geral varia em função dos esforços tectônicos atuantes no terreno em estudo. Em função disso, neste trabalho, será denominada essa linha empírica, de balanceamento tradicional ou convencional.

No balanceamento convencional, aplicado à tectônica compressiva, o mais comum é utilizar-se de uma metodologia baseada na preservação, tanto dos comprimentos individuais das camadas dos blocos deformados, quanto das suas respectivas espessuras. Foi desta forma que Bally *et al.* [3], em 1966 e Dalhstron [21], em 1969 inicialmente aplicaram tal técnica a cinturões compressivos.

A aplicação das técnicas de balanceamento em terrenos distensivos, apesar de mais recente, é amplamente encontrada na literatura. A aplicação de cisalhamento puro em planos verticais foi inicialmente utilizada por Gibbs [30] [31] e ao longo de planos inclinados por White *et al.* [67] em 1986, Rowan [51] em 1989, Dula [24] em 1991 e Ferraz [27] em 1993. No balanceamento de terrenos dessa natureza busca-se em geral preservar as áreas dos blocos deformados, tanto na construção como na restauração da seção, utilizando-se a geometria da falha para modelar o processo deformacional. [3].

Ao longo das décadas de 70 e 80 vários estudos indicaram que, em diversas situações, a concepção tradicional de balanceamento não era a mais adequada. O deslizamento em falhas principais representam apenas uma fração da totalidade das deformações (Fischer

[29], em 1982, e Protzman [47], em 1990). Em 1988 Kautz e Sclater [36], utilizando-se de modelos físicos simulando crostas extensionais, compararam os deslocamentos produzidos nas falhas aos já conhecidos deslocamentos extensionais e observaram que as deformações internas nos blocos instáveis apresentavam uma parcela de contribuição de aproximadamente 60% em relação ao total de extensão sofrida no modelo de argila e 30% em relação a modelos feitos a base de areia. Em ambos os casos os blocos que sofreram deformações internas não apresentaram as suas áreas preservadas ao longo de suas seções deformadas e o mesmo observou-se com relação ao comprimento das camadas da seção, onde também foi possível verificar variações.

Esses estudos indicaram que as deformações internas do bloco são parâmetros que precisavam ser melhor compreendidos e, que, portanto, novas técnicas de balanceamento deveriam ser desenvolvidas de forma que tais deformações pudessem ser incorporadas à essas metodologias. Para que essas deformações possam ser medidas computacionalmente, é necessário discretizar o domínio do bloco deformado, ou seja, discretizar o campo contínuo de deformações em um bloco submetido a esforços tectônicos e gravitacionais.

A idéia de se utilizar técnicas de discretização para obter deformações no contínuo através de interpolação por mínimos quadrados dos elementos de tamanhos finitos foi originalmente desenvolvida por Etchecopar [26], em 1974, que usou tal aproximação em translações, rotações e deslizamento interno dos elementos para estudar deformações em um agregado cristalino.

Cobbold [15], em 1979, também utilizando-se de uma aproximação por mínimos quadrados em translações e rotações, desenvolveu um método para obter o estado não deformado de regiões finitas onde a deformação era conhecida a priori, reconstruindo desta forma o estado inicial do bloco.

Schwerdtner [52], Woodward [69], Howard [33] e Wickham & Moeckel [68] também consideraram as deformações em blocos com presença de falhas em seu contorno como

dados de entrada já conhecidos, a priori, em cada ponto da seção transversal. O problema entretanto dessas estratégias consistia no fato de que nem sempre era possível saber qual seria a deformação inicial.

Com uma técnica similar Bourgeois *et al.* [7] fizeram a restauração de camadas terciárias na depressão de *Tajik* (Ásia Central). Aqui aplicado para cinturões compressivos, o princípio do método é reconstruir o estado inicial não deformado de uma camada estratificada que se encontra atualmente com dobramentos. Cada horizonte é representado em mapa e apresenta espaços, ao longo do seu domínio, que representam as discontinuidades provocadas pelas falhas, formando assim um mosaico de blocos limitados por falhas. Nesse mosaico os blocos podem ser contínuos, separados por vazios, ou podem apresentar-se até mesmo sobrepostos uns aos outros, tudo isso em função da natureza das falhas. Em seguida, ao desdobrar os blocos, são introduzidas alterações nas formas dos blocos bem como nas espessuras das sobreposições e/ou vazios entre os blocos. Finalmente a técnica une os blocos por meio de translações e rotações, sempre de corpo rígido, visando minimizar a área total de vazios e sobreposições, o que determina finalmente o mosaico restaurado. Comparando este com o mosaico original é possível então obter os campos de deformação de cada camada. As hipóteses fundamentais envolvidas no trabalho em questão são, primeiro, considerar as superfícies a serem restauradas como sendo planares horizontais e contínuas antes de serem deformadas, e segundo, dividir a região em um número finito de blocos, cada um apresentando falhas em seu contorno. Ainda com relação a tal discretização tem-se que nem todas essas falhas são originais, na realidade algumas são introduzidas em tempo de pré-processamento e, finalmente, a terceira hipótese envolvida é a de que os blocos são considerados rígidos.

Antes disso, Rouby *et al.* [50] haviam aplicado a mesma técnica acima descrita na Bacia de Campos, onde os esforços tectônicos são de natureza extensional. Erickson *et al.* [25] também utilizou a mesma técnica de interpolação dos blocos citada em [7] para terrenos extensionais, porém ao invés de discretizar camadas usando estruturas baseadas em visualização de mapa, discretizou as seções transversais. O método é iterativo e busca a

minimização de um certo valor D , onde D é definido como a soma dos quadrados de todas as distâncias entre blocos inicialmente contíguos. A seção é inicialmente separada em domínios definidos como blocos de falhas, ou seja, blocos que apresentam falhas em seu contorno. Para cada bloco, seus contornos são individualmente subdivididos em segmentos de retas. Para cada um desses segmentos são definidos os vetores dt , distância entre o seu ponto médio e o ponto médio do segmento, de um outro bloco, mais próximo deste. É também definido dr , a distância entre o ponto extremo de cada segmento e suas projeções ortogonais no bloco vizinho mais próximo. Os blocos são compactados através de uma série de translações e rotações, em torno dos centróides dos blocos de falha, de forma a minimizar D , onde as translações são medidas pela média dos vetores dt , e as rotações são definidas de forma a minimizar D , até que se obtenha um valor deste, menor que uma dada tolerância. Para que seja possível obter o estado de deformações da seção, cada bloco de falha é, por sua vez, discretizado em elementos triangulares.

Cada incremento no processo de restauração é determinado através da remoção da camada estratigráfica superior e o material que acomoda a camada removida é restaurado em dois passos distintos. Durante o primeiro passo considera-se que os blocos se deslocam rigidamente por intermédio de translações e rotações, sendo assim reagrupados de forma a se ajustarem de acordo com uma dada geometria horizontal imposta, o que simula a busca da estratigrafia original da seção. Acompanhando o movimento dos blocos, os seus elementos triangulares são transladados e rotacionados, o que introduz provisoriamente na seção vazios e sobreposições. Em um segundo passo, os blocos de falha são deformados com o objetivo de eliminar os vazios e as sobreposições introduzidas no referido passo anterior. As deformações internas dos blocos são acomodadas pelos elementos triangulares, que são re-agrupados através mais uma vez da interpolação por mínimos quadrados já descrita. Após obter-se o ajuste dos elementos triangulares, os vértices, inicialmente coincidentes, são trazidos para um mesmo ponto comum, no caso um ponto médio, devolvendo a continuidade da malha e introduzindo deformações em cada elemento triangular fruto da variação de suas respectivas formas originais. Com isso, através do mapeamento entre as duas geometrias, para cada triângulo é medida a sua deformação, dada como constante.

4.2 Uma Outra Abordagem

Dentro deste apanhado observa-se que a evolução em torno das técnicas de balanceamento geológico busca cada vez mais abandonar o conjunto de incertezas das metodologias tradicionais e caminhar na direção de modelagens que busquem acrescentar medidores relacionados com o fenômeno físico envolvido na formação das estruturas geológicas. Muito embora sejam de pequena escala quanto as suas magnitudes, inserir medidas de deformação ao processo é certamente um ganho, já que permite uma restauração um pouco mais precisa e sobretudo mais sensível. A obtenção de magnitudes e direções de deformação nos blocos ajudam a predição de intensidade, orientação e tempo de fraturas [25].

Para que esse incremento de realismo possa ter continuidade, no entanto, faz-se necessária a inserção de parâmetros outros a este processo. As metodologias apresentadas até então, mesmo considerando deformação como parte do processo, não deixam de representar ferramentas basicamente geométricas para o balanceamento. Uma modelagem fundamentada na mecânica do processo requer *a priori* que se lance mão das relações constitutivas do material deformado, o que implica em definir as suas propriedades físicas tais como módulo de elasticidade longitudinal, peso próprio, coeficiente de Poisson, etc. Se for considerado que as técnicas mais recentes são baseadas em discretização do domínio e análise de deformações, nada mais natural do que utilizar-se de algum método numérico capaz de fazer essa simulação.

Em outras palavras, um dos objetivos deste trabalho é estudar as deformações inerentes ao balanceamento geológico tendo como base os princípios da mecânica do contínuo, e de forma não tão empírica obter a geometria de um bloco deformado mediante sua movimentação sobre uma falha. Para tanto, o método de transformação move-sobre-falha, que na forma convencional é obtido pela combinação de uma translação com um cisalhamento simples, é revisitado utilizando-se um método numérico que considera as propriedades físicas dos materiais geológicos e suas respectivas leis constitutivas.

No capítulo 5 são apresentadas as ferramentas e os algoritmos implementados afim de viabilizar a modelagem física dentro de um sistema de balanceamento único. Como pode ser observado no capítulo 4, as ferramentas para se fazer o balanceamento de seções geológicas no sistema *Recon*, adotado como plataforma de desenvolvimento, são convencionais, ou seja, baseadas na preservação da área e dos comprimentos e espessuras das camadas e composto de algoritmos puramente geométricos.

4.3 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) pode ser definido, de uma forma simplificada, como um método no qual divide-se um determinado meio contínuo em um conjunto de pedaços ou elementos, que por sua vez são definidos por seus nós e suas conectividades [16]. Em todas as suas aplicações busca-se sempre obter o campo de uma determinada grandeza (calor, tensão, deformação, etc) no domínio de um meio contínuo. Formula-se o comportamento do elemento de acordo com a grandeza em estudo, e após processados individualmente, os elementos são unidos de forma a manter a continuidade do modelo (sem lacunas). Esse processo resulta num conjunto de equações algébricas simultâneas.

A solução que o método obtém são os valores nodais referentes a grandeza em estudo. Para cada elemento, esses resultados nodais são extrapolados para o seu domínio, através de interpolações em geral polinomiais. Ao unir os elementos, esses valores são interpolados, desta feita em todo o domínio do meio contínuo, por intermédio de expressões polinomiais associadas a cada um desses elementos. Os valores ótimos nodais são aqueles que minimizam alguma função, como por exemplo a energia total do meio. O processo de minimização gera um conjunto de equações algébricas simultâneas para esses valores nodais. De uma forma bem geral, o conjunto dessas equações pode ser expresso em sua forma matricial de acordo com a expressão (4.1):

$$[K][D] = [R] \quad (4.1)$$

Onde $\{D\}$ representa o vetor com as incógnitas nodais do problema, $\{R\}$ o vetor nodal de carregamento e $[K]$ a matriz de valores constantes que determina as características do material, relacionando $\{D\}$ com $\{R\}$.

4.3.1. Formulação Para Análises Tensão Deformação Planas

Para análises de tensão e deformação, objetivo desse trabalho, $[K]$ representa a matriz de rigidez do meio, que determina as suas propriedades físicas e o comportamento do material quando submetido a algum carregamento. A matriz de rigidez associa forças a deslocamentos, no caso a incógnita do problema. As dimensões das matrizes e vetores da expressão (4.1) depende exclusivamente do número de nós da malha e do número de graus de liberdade para o deslocamento.

A teoria do MEF inclui manipulação matricial, integração numérica, solução de equações, entre outros. O usuário do método em geral o usa através de sistemas computacionais, principalmente em função da quantidade de equações envolvidas que é tão maior quanto mais refinada for a malha.

Para que o programa possa executar uma análise, é necessário que sejam estruturados os seus dados de entrada, como por exemplo definir carregamentos, apoios, propriedades dos materiais envolvidos, além da geração da malha. Além disso, uma vez encerrada a análise, novas ferramentas são necessárias para a visualização das respostas obtidas.

Os nós de um elemento, representados na Figura 4.1 por pontos amarelos, aparecem em sua fronteira e funcionam como conectores que fixam os elementos uns aos outros. De uma forma geral os elementos podem ser triangulares, como na Figura 4.1, ou quadriláterais.

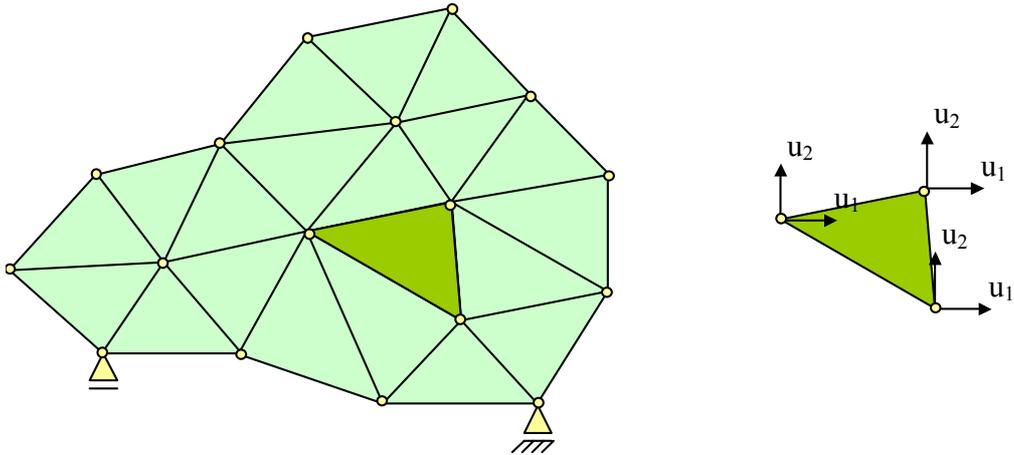


Figura 4.1 – Discretização do Meio Contínuo Por Elementos T3.

Todos os elementos que compartilham um mesmo nó apresentam as mesmas componentes de deslocamentos nesse nó, o que garante a não existência de vazios ao longo do domínio.

Para o elemento em destaque na Figura 4.1, pode-se definir o seu campo de deslocamentos de acordo com:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1(x, y) \\ u_2(x, y) \end{Bmatrix} = [N] \{d\} \quad (4.2)$$

Onde u_1 e u_2 são os campos de deslocamentos respectivamente nas direções x e y, o vetor $\{d\}$ é composto dos deslocamentos nos nós dos elementos em ambas as direções e $[N]$ representa a matriz contendo as funções de forma ou polinômios de interpolação. Assim a expressão (4.3) também pode ser definida como:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1(x, y) \\ u_2(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Com N_i representando as funções de interpolação, chamadas de funções de forma para cada nó do elemento. Por outro lado, as deformações ε_x , ε_y e γ_{xy} , quando definidas infinitesimalmente, podem ser obtidas de acordo com:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial u_2}{\partial y} \quad (4.5)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad (4.6)$$

Ou matricialmente, conforme:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(x, y) \\ u_2(x, y) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

De forma mais simplificada, a equação (4.7) pode ser reescrita conforme a equação (4.8) abaixo, onde $[D]$ representa a matriz de operações diferenciais que associa o campo de deslocamentos às deformações

$$\{\varepsilon\} = [D][u] \quad (4.8)$$

Juntando-se as expressões (4.3) com (4.7) pode-se obter a relação entre os deslocamentos e as deformações e que pode ser traduzida por:

$$\{\varepsilon\} = [B][d] \quad (4.9)$$

Onde $[B]$ representa a matriz que associa deslocamentos à deformações e que é definida por:

$$\{B\} = [D][N] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Com $N_{i,x}$ e $N_{i,y}$ sendo definidas como sendo as derivadas das funções de forma com relação a x e y .

O funcional de energia de um elemento, não considerando tensões e deformações residuais, pode ser expresso pela expressão (4.11) abaixo, onde $[E]$ representa a matriz das propriedades do material, ou matriz constitutiva, $[F]$ representa as forças de volume, $\{\Phi\}$ as forças de superfície.

$$\Pi_i = \int_{v_e} \frac{1}{2} \{d\}_i^t [B]_i^t [E]_i [B]_i \{d\}_i dv_e - \int_{v_e} \{d\}_i^t [N]_i^t \{F\}_i dv_e + \int_{s_e} \{d\}_i^t [N]_i^t \{\phi\}_i ds_e \quad (4.11)$$

A primeira parcela corresponde a energia interna de deformação do elemento i , integrado em todo o seu volume, a segunda parcela representa a energia das forças de volume aplicadas e a terceira a energia das forças de superfície aplicadas. Com isso é possível obter o funcional de energia de todo o contínuo através da expressão (4.12) abaixo:

$$\Pi_p = \sum_{i=1}^{n. elem} (\Pi_i) - \{D\}^t \{P\} \quad (4.12)$$

Obtido através do somatório dos funcionais de energia de cada um dos elementos individualmente mais a parcela do potencial adquirido pelas forças externas aplicadas nos nós da malha. Na equação (4.12), $\{D\}$ representa o vetor de deslocamentos globais de todo o contínuo. Substituindo (4.11) em (4.12), obtém-se a expressão para o funcional de energia:

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \{D\}^t [K] \{D\} - \{D\}^t \{R\} \quad (4.13)$$

Onde $[K]$ é a matriz de rigidez global do contínuo e é expressa pela equação::

$$[K] = \int_{V_e} [B]^T [E] [B] dV_e \quad (4.14)$$

A matriz de rigidez associa o vetor de cargas aplicadas no contínuo $\{R\}$ aos deslocamentos nodais $\{D\}$, conforme observa-se na expressão (4.1), que é o resultado da minimização do funcional de energia da expressão (4.13):

Uma vez introduzidas as condições de contorno e resolvido o sistema de equações, resta calcular as deformações e tensões em cada elemento, através das expressões:

$$\{d\}_i = [A]_i \{D\} \quad (4.15)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]_i \{D\}_i \quad (4.16)$$

$$\{\sigma\} = [E] \{\varepsilon\} \quad (4.17)$$

Onde $[A]_i$ é a matriz de incidência cinemática do elemento i e que associa os deslocamentos nodais da malha com os deslocamentos nos nós do elemento i .

O módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν , fazem parte da definição da matriz constitutiva do material $[E]$. A expressão (4.17) pode ser reescrita através da equação (4.18) para o estado plano de deformações, que é utilizado para análises cuja representação do meio é a de uma fatia de espessura unitária. Nesses casos, as deformações (ε_{zz} , ε_{yz} e γ_{zx}) no plano normal a esta fatia são nulas [4].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

O problema do MEF se resume na discretização do domínio em vários elementos e na determinação das funções de interpolação, ou de forma, em cada elemento, de forma que garanta a convergência da solução obtida [18].

4.4 Relaxação Dinâmica

4.4.1. Introdução

O sistema de equações resultantes do MEF, expresso na equação (4.1), pode ser resolvido de diversas maneiras, dependendo da complexidade do problema, como por exemplo comportamento do material (linear ou não linear), grandeza dos deslocamentos (pequenas ou grandes comparadas com as dimensões do modelo), ou condições de contorno (fixas ou variando com o tempo).

Conforme será visto na seção 4.5, um dos principais objetivos deste trabalho é simular através da mecânica do contínuo o movimento de um bloco de uma seção geológica através de uma falha. Este tipo de problema envolve grandes deslocamentos e uma modificação das condições de contorno para cada posição do bloco deformado.

Como hipóteses simplificadoras deste problema adota-se deformações infinitesimais e um comportamento elástico-linear para o material. Mesmo assim, o sistema de equações do MEF é não linear, pois a geometria do modelo tem grandes variações ao longo do processo (grandes deslocamentos) e as condições de contorno também variam dependendo da posição do bloco ao longo da falha. Para obter a solução do problema nestas condições, é empregada a técnica de Relaxação Dinâmica, que é descrita nesta seção.

De uma forma mais genérica, pode-se dizer que a idéia do algoritmo da Relaxação Dinâmica (RD) é obter a solução de regime permanente a partir de um algoritmo de análise transiente. A técnica de RD está associada a um método iterativo simultâneo, explícito no tempo, de integração das equações de movimento criticamente amortecidas e discretizadas por diferenças finitas centrais [54]. A RD está conjugada à consideração

independente das equações constitutivas, que por sua vez são também discretizadas por intermédio de um outro método aproximado qualquer, neste trabalho, o MEF.

Trata-se portanto de uma técnica iterativa de solução do problema de equilíbrio do sistema através da minimização das forças desequilibradas. Para cada iteração faz-se o uso das leis que descrevem o problema mecânico. Em sua formulação global, define-se a equação de movimento que descreve o problema dinâmico, resolvendo-a iterativamente, onde cada iteração resolve o problema estático de equilíbrio através do MEF, preparando então uma nova configuração para o passo seguinte.

4.4.2. O Algoritmo

O algoritmo avalia a cada passo as forças desequilibradas, ou seja, é avaliado o equilíbrio entre as forças externas e as forças internas do módulo em transformação. A convergência do algoritmo está associada, então, à minimização desta diferença. Portanto, para cada iteração, faz-se o uso da equação que rege as leis de movimento (segunda lei de Newton) e a equação constitutiva. O emprego que se faz das leis que descrevem o problema mecânico é feito de forma estagiada e seqüencial, o que facilita a introdução das condições de contorno mistas, isto é, em termos de deslocamentos e/ou velocidades prescritas e de forças aplicadas.

Para cada iteração, as forças desequilibradas entre elementos da malha provocam a movimentação dos nós da malha, conectando-os. Resultam deslocamentos que são obtidos por sucessivas integrações numéricas, no tempo, de acelerações e velocidades. Deslocados os pontos nodais, procede-se a determinação das deformações de cada elemento, as quais introduzidas em uma relação constitutiva fornecem as tensões correspondentes. Destas encontram-se forças internas nos nós, que devidamente descontadas das forças aplicadas à malha, originam as novas forças desequilibradas, reiniciando a iteração [28]. A Figura 4.2 apresenta de forma esquemática como funciona o algoritmo de Relaxação Dinâmica. Está acoplado portanto ao algoritmo da Relaxação

Dinâmica algum método numérico que monte a relação constitutiva do material, no caso, o MEF.

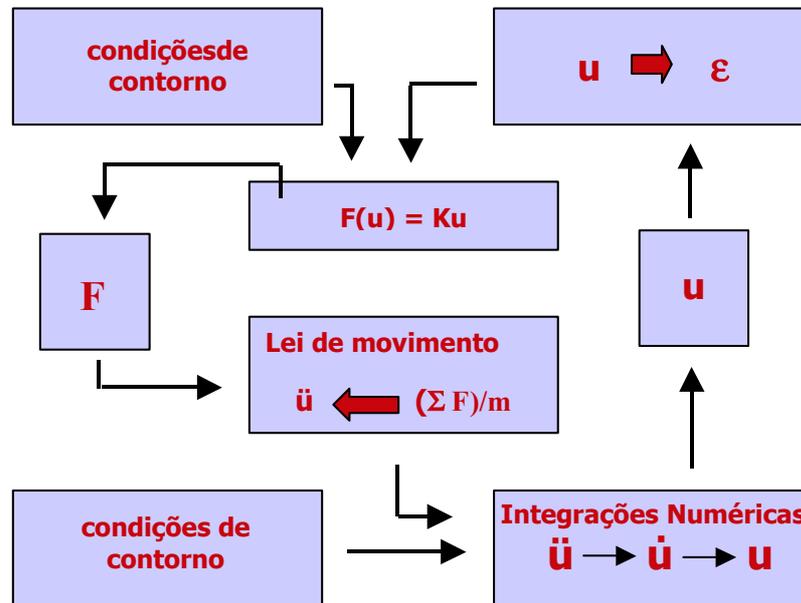


Figura 4.2 – Método da Relaxação Dinâmica.

Os deslocamentos são limitados em cada etapa em função da natureza explícita do método. Um incremento de pequena magnitude Δt é requerido de modo a impedir a comunicação física entre os nós contíguos na malha. Isto é possível por haver uma velocidade de propagação finita para vibrações mecânicas, que é função das propriedades de rigidez e inércia do meio. Esta restrição imposta ao Δt representa o desacoplamento das equações de movimento referentes a cada ponto nodal.

Por ser um método explícito no tempo, tem-se que as operações são realizadas somente com vetores e o equilíbrio é estabelecido em t com vistas a obtenção de uma configuração em $t + \Delta t$. Em outras palavras, o que interessa é a resposta estática, ou de regime permanente e portanto as massas inerciais não tem significado físico, apenas servem para a obtenção de uma convergência estável do algoritmo da Relaxação Dinâmica. Com isso e com a equação fundamental do movimento pode-se obter deslocamentos através de integrações sequenciais de acelerações e velocidades. Estas

integrações por sua vez são calculadas através de expressões de diferenças finitas centrais obtidas em relação ao tempo t . Computacionalmente, em função da diagonalidade e inversibilidade da matriz de massa, é possível obter cada um dos componentes do vetor solução computados isoladamente. Em outras palavras, não há operações matriciais e o desacoplamento nodal é garantido.

4.4.3. A Formulação

Nesta formulação parte-se da consideração de que as equações de equilíbrio para um meio discreto sejam derivadas a partir de Diferenças Finitas [54] ou elementos finitos [4]. Partindo-se da equação de equilíbrio tem-se que:

$$\{F(\{u\})\} = \{f\} \quad (4.19)$$

onde $\{F\}$ é o vetor das forças internas, u o vetor de variáveis discretas dependentes, aqui, mais especificamente o vetor de deslocamentos resultantes e $\{f\}$ representam as forças externas aplicadas. Em geral, pode-se obter $\{F\}$ através de princípios variacionais:

$$F(u) = \frac{\partial E(u)}{\partial u} \quad (4.20)$$

em que E representa a energia interna de deformação. Para problemas lineares tem-se:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (4.21)$$

Em problemas não-lineares é comum apresentar-se $\{F\}$ na forma incremental, atualizando-se a matriz de rigidez a cada passo:

$$\{\Delta F\} = [K(\{u\})]\{\Delta u\} \quad (4.22)$$

Aqui, $[K(u)]$ representa a matriz de rigidez tangente obtida de:

$$[K(u)] = \frac{\partial F(u)}{\partial u} = \frac{\partial^2 E(u)}{\partial u \partial u} \quad (4.23)$$

A equação de equilíbrio por sua vez é obtida através da seguinte expressão (4.24) abaixo:

$$[K(u)]\{u\} = \{f\} \quad (4.24)$$

onde $[K(u)]$ é a matriz de rigidez secante. A equação (4.24) representa um sistema de equações simultâneas cuja solução $\{u\}^*$ é procurada, ou seja:

$$\{u^*\} = [K]^{-1}\{f\} \quad (4.25)$$

Para obter a solução por Relaxação Dinâmica, as equações acima descritas são transformadas em equações de movimento descrevendo a resposta transiente [44] através da inserção das forças de massa e das forças de amortecimento viscosas, proporcionais a velocidade:

$$[M]\{\ddot{u}\}^n + [C]\{\dot{u}\}^n + [K]\{u\}^n = \{f\} \quad (4.26)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ é a matriz de coeficientes de amortecimento, $[K]$ é a matriz de rigidez e $\{f\}$ representa o vetor das forças externas e n compreendendo ao enésimo incremento do algoritmo. Para que seja possível desenvolver o algoritmo de integração das equações de movimento são necessários os cálculos de suas acelerações, velocidades e deslocamentos, o que é obtido através de uma interpolação por diferenças finitas centrais [54], fornecendo as seguintes respectivas expressões:

$$\{\ddot{u}\}^n = \frac{(\{\dot{u}\}^{n+1/2} - \{\dot{u}\}^{n-1/2})}{\Delta t} \quad (4.27)$$

$$\{\dot{u}\}^{n-1/2} = \frac{(\{u\}^n - \{u\}^{n-1})}{\Delta t} \quad (4.28)$$

$$\{\dot{u}\}^n = \frac{(\{u\}^{n+1} - \{u\}^n)}{\Delta t} \quad (4.29)$$

Aqui, Δt representa um passo de tempo fixado pelos requisitos de estabilidade e a velocidade no n -ésimo passo pode ser obtida através da expressão:

$$\{\dot{u}\}^n = \frac{(\{\dot{u}\}^{n-1/2} + \{\dot{u}\}^{n+1/2})}{2} \quad (4.30)$$

Substituindo as expressões (4.27) e (4.29) em (4.26) obtém-se as seguintes expressões incrementais:

$$\{\dot{u}\}^{n+1/2} = \frac{([M]/\Delta t - [C]/2)}{([M]/\Delta t + [C]/2)} \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{[f] - \{F(\{u\}^n)\}}{[M]/\Delta t + [C]/2} \quad (4.31)$$

$$\{u\}^{n+1} = \{u\}^n + \{\dot{u}\}^{n+1/2} \Delta t \quad (4.32)$$

As equações (4.31) e (4.32) constituem uma integração sequencial de acelerações e velocidades fornecendo deslocamentos. As velocidades são calculadas no centro do intervalo do tempo, enquanto que as acelerações e deslocamentos nos extremos. Estas, através da equação (4.32) fornece os deslocamentos do passo seguinte.

As forças internas são então obtidas por intermédio da relação constitutiva adotada, o que depende do método de discretização. Assim, para cada passo, as forças desequilibradas são obtidas de acordo com os deslocamentos definidos pelas integrações no tempo acima definidas. O processo é repetido até que o sistema entre em equilíbrio, ou seja, quando as forças internas forem minimizadas.

Definindo-se que a matriz $[M]$ como uma matriz de massas concentradas, teremos $[M]$ diagonal. Considerando-se também que a matriz $[C]$ seja obtida através do *Amortecimento de Rayleigh*. [4]

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (4.33)$$

Isto é, a matriz $[C]$ é uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, e considerando β sendo nulo, temos então que a matriz de amortecimento é obtida através da multiplicação da matriz de massa, diagonal, por um escalar, o que garante a $[C]$ desta forma igualmente a sua diagonalidade e com isso temos:

$$[C] = \alpha [M] \quad (4.34)$$

Assim o integrador de diferenças centrais pode ser definido pela expressão:

$$\{\dot{u}\}^{n+1/2} = \frac{(1/\Delta t - \alpha/2)}{(1/\Delta t + \alpha/2)} \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{[M]^{-1} \{R(\{u\}^n)\}}{(1/\Delta t + \alpha/2)} \quad (4.35)$$

$$\{u\}^{n+1} = \{u\}^n + \{\dot{u}\}^{n+1/2} \Delta t \quad (4.36)$$

aonde $[M]^{-1}$ é a inversa da matriz de massas e $\{R(\{u\}^n)\}$ é o vetor de forças desequilibradas resultante da n -ésima iteração e pode ser obtido pela expressão:

$$\{R(\{u\}^n)\} = \{f\} - \{F(\{u\}^n)\} \quad (4.37)$$

Se for garantido que nenhum dos componentes da diagonal principal da matriz de massas é nulo, garante-se também a sua inversibilidade e a sua não singularidade, o que determina que para o integrador apresentado nas equações (4.36) e (4.37) cada componente do vetor solução possa ser computado isoladamente e as referidas equações

podem então ser reescritas de forma desacoplada como se segue nas expressões (4.38) e (4.39) abaixo:

$$\dot{u}_i^{n+1/2} = \frac{(1/\Delta t - \alpha/2)}{(1/\Delta t + \alpha/2)} \dot{u}_i^{n-1/2} + \frac{R_i(u_i^n)}{m_{ii}(1/\Delta t + \alpha/2)} \quad (4.38)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \dot{u}_i^{n+1/2} \Delta t \quad (4.39)$$

onde o índice i representa o i -ésimo componente vetorial e m_{ii} a i -ésima posição na diagonal principal de $[M]$. A menos do primeiro passo, quando é imposto um procedimento específico para inicialização das variáveis, em todos os demais passos são utilizadas as expressões acima para se obter os deslocamentos nos nós da malha. Para o primeiro passo não são conhecidas as velocidades em $t = -1/2$, mas sim em $t = 0$. Com isso, as condições iniciais podem ser dadas pelas expressões 4.40 e 4.41 abaixo:

$$u^0 \neq 0 \quad (4.40)$$

$$\dot{u}^0 = 0 \quad (4.41)$$

Recorrendo-se a (4.30) e (4.40), pode-se chegar a seguinte expressão:

$$u^{-1/2} = -u^{1/2} \quad (4.42)$$

que por vez substituída em (4.35) determina que:

$$\dot{u}^{1/2} = [M^{-1} R(u^0)] \Delta t / 2 \quad (4.43)$$

A integração completa das equações de movimento, considerando-se massas concentradas e definindo-se a matriz de amortecimento como proporcional a matriz de massa, fica composta pela equação (4.43) para o primeiro passo e por (4.17) nos demais passos. O esquema abaixo ilustra de uma forma mais global o funcionamento do algoritmo da Relaxação Dinâmica.

a. atribuição das condições iniciais

$$\forall i \begin{cases} u_i^0 \rightarrow \text{dado} \\ \dot{u}_i^0 = 0 \end{cases}$$

→ **b. seleção de parâmetros**

- $\forall i \rightarrow m_{ii}$
- $\alpha, \Delta t$

→ **c. cálculo das forças desequilibradas**

- $\forall i \rightarrow R(u^n) = f - F(u^n)$

d. condição de encerramento

- se $\forall i \rightarrow R_i \cong 0$ pare

e. cálculo das velocidades

- $\forall i \rightarrow$

se $n = 0$

$$\dot{u}_i^{1/2} = \left(\frac{R_i(u_i^0)}{m_{ii}} \right) \Delta t / 2$$

senão

$$\dot{u}_i^{n+1/2} = \frac{(1/\Delta t - \alpha / 2)}{(1/\Delta t + \alpha / 2)} \dot{u}_i^{n-1/2} + \frac{R_i(u_i^n)}{m_{ii}(1/\Delta t + \alpha / 2)}$$

f. cálculo dos deslocamentos

- $\forall i \rightarrow u_i^{n+1} = u_i^n + \dot{u}_i^{n+1/2} \Delta t$

g. incremento de passo

- $n = n + 1$

h. retorne:

- para c (análise linear)
- para b (se não linear)

Dentro da formulação da Relaxação Dinâmica as matrizes $[M]$, $[C]$ e o intervalo de tempo Δt não apresentam significado físico algum. Aqui, o que interessa é a resposta de regime permanente. Com isso as massas inerciais devem ser definidas com o único objetivo de se obter a convergência e o fato da matriz ser diagonal apenas contribui para que a integração seja mais simples e o custo computacional menor. Com relação a matriz de amortecimento $[C]$, vale a mesma observação. A consideração do amortecimento de Rayleigh é amplamente utilizada nos métodos de integração direta de análises dinâmicas de oscilações amortecidas.

Os parâmetros α e β são calculados a partir das frações, conhecidas a priori, requeridas do amortecimento crítico de ao menos dois modos de vibrações diferentes. No caso da Relaxação Dinâmica, considerar β com valor nulo significa que α corresponde a uma fração de 100% ou próxima para o respectivo modo fundamental [28]. Os critérios de convergência e estabilidade podem ser encontrados detalhadamente em [28].

Maiores detalhes da formulação do algoritmo de Relaxação Dinâmica aqui apresentado podem ser encontrados em *Underwood* [61].

É apresentado abaixo, de forma esquemática e simplificada, o algoritmo de Relaxação Dinâmica de acordo com a descrição anterior:

4.5. A Estratégia

Na presente seção apresenta-se a estratégia adotada para a utilização do algoritmo de Relaxação Dinâmica no contexto da movimentação de um bloco sobre uma falha. Detalhes de implementação podem ser encontrados nas seções 5.3 e 5.4. Antes porém, comenta-se sucintamente o algoritmo de move-sobre-falha convencional do sistema *Recon*, em especial os seus dados de entrada.

4.5.1 O Move-Sobre-Falha Convencional

A transformação de move-sobre-falha original, ilustrada na Figura 4.3, requer os seguintes parâmetros de entrada:

- geometria da falha
- vetor \mathbf{u} de deslocamento
- ângulo de cisalhamento

O resultado dessa operação é na realidade a combinação entre as transformações geométricas de translação e de cisalhamento puro. A geometria destino (o bordo superior do módulo deformado) é obtida de acordo com o ângulo de cisalhamento e não é parâ

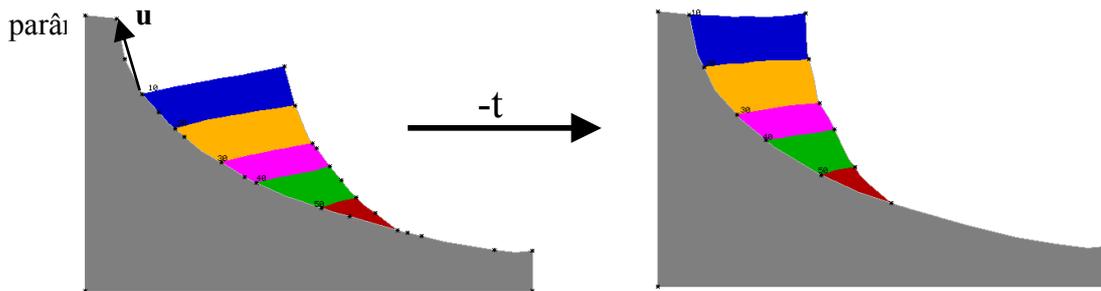


Figura 4.3 - Move sobre falha convencional.

O vetor \mathbf{u} define a translação que constitui a parcela da transformação de corpo rígido, ou seja, que não introduz deformações ao bloco. O campo de deslocamentos para a parcela de cisalhamento simples combinado com a translação define os deslocamentos dos demais vértices. O único vértice que apresenta o seu vetor de deslocamentos já definido *a priori* é o vértice mais elevado em contato com a falha. Todos os demais vértices, inclusive os do topo da última camada, terão seus valores de deslocamentos obtidos em função da matriz de transformação geométrica.

Existem cinco classes de dados que são fornecidos ao algoritmo: atributos globais da análise, atributos do meio contínuo, geometria do modelo, restrições ao deslocamento e cargas aplicadas. Dentre esses destaca-se nessa seção os dois últimos, que estão

associados a abordagem adotada para a utilização do algoritmo de Relaxação Dinâmica dentro do contexto do trabalho. Estes cinco itens são apresentados de forma detalhada na seção 5.4.1, quando são descritas as implementações envolvidas.

4.5.2. Condições de Contorno

O que se deseja é definir uma restrição aos deslocamentos dos nós da malha de elementos finitos que se encontram sobre a falha. Definido um eixo de sistemas locais para esses vértices de acordo com a inclinação do tramo da falha sobre o qual esse nó se encontra. Com isso é permitido a estes nós o deslocamento na direção longitudinal do seguimento de falha, enquanto que na direção normal, o deslocamento é restringido. De acordo com a Figura 4.4, vê-se que para a direção 1, ao longo do segmento da falha, é permitido ao nó se deslocar, enquanto que na direção normal à falha, direção 2, o deslocamento está restringido

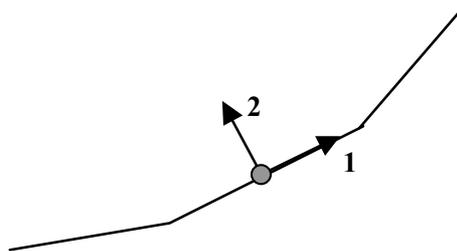


Figura 4.4 – Sistema de coordenadas locais em um tramo da falha.

Essas condições de contorno merecem um cuidado especial e na realidade são a chave para a garantia de que o deslocamento de fato ocorrerá sobre a falha, simulando assim o deslizamento do bloco alto sobre o bloco baixo. Ao longo da falha, na interface com o bloco sujeito à deformação, são impostas restrições normais ao plano de falha, conforme observado anteriormente. Com isso é montada a configuração inicial da seção antes de se iniciar a análise. Para o caso de falhas lítricas, no entanto, essa direção normal restringida pode variar ao longo do deslocamento, pois um nó pode mudar de tramo entre duas iterações. Isso significa que, ao final de cada iteração o algoritmo deve atualizar o perfil de restrições ao longo da falha. Os nós restringidos deslocam-se sempre sobre a

geometria da poligonal que define a falha, a menos de um erro provocado justamente quando um nó muda de tramo, conforme observa-se na Figura 4.5 abaixo:

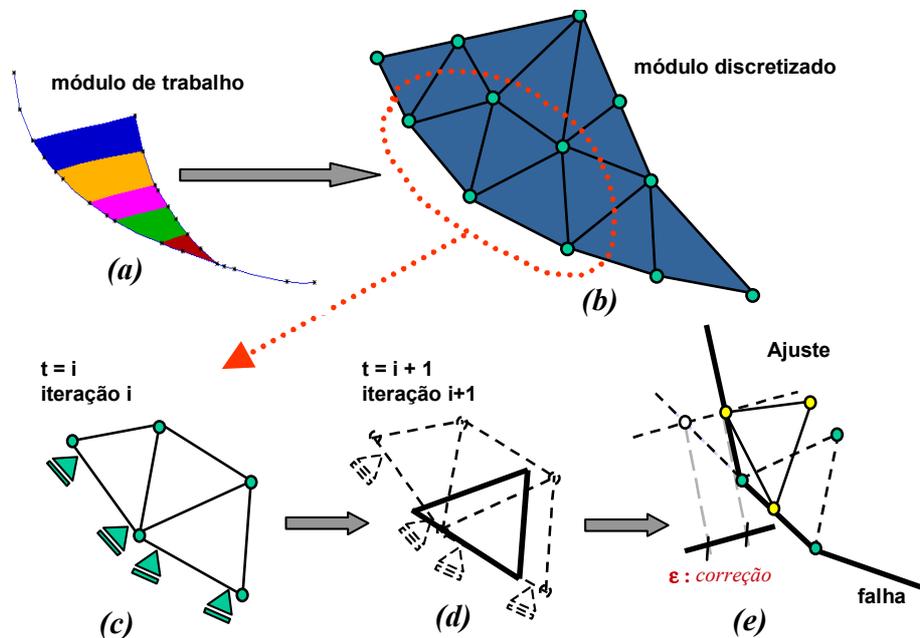


Figura 4.5 – Estratégia de utilização do algoritmo de Relaxação Dinâmica.

Nesse caso, o nó após sair do limite do tramo no qual se encontrava, mantém o seu deslocamento governado pela restrição desse tramo, perdendo contato com a geometria da falha. Para retornar o nó de volta para a falha é necessário um ajuste geométrico, no caso projetando esse nó sobre o tramo seguinte conforme pode-se observar na Figura 4.5.

A garantia de que o erro não será grande está no fato de que o algoritmo ao discretizar o tempo e obter para cada passo a sua solução em regime permanente estará trabalhando com pequenos deslocamentos ϵ , com isso, a correção do deslocamento original para o deslocamento sobre a falha será pequena o suficiente para garantir que o erro seja pequeno e a convergência seja garantida..

A Figura 4.5 resume essa operação. O módulo em destaque nas figuras anteriores é discretizado em uma malha de elementos finitos triangular (Figuras 4.5a e 4.5b). A seguir é aplicado o campo de deslocamentos ao módulo e com isso, automaticamente, o sistema

chama o módulo de análise descrito anteriormente. As Figuras 4.5c, 4.5d e 4.5e ilustram o procedimento adotado em cada iteração, quando são obtidos os deslocamentos nodais referentes a um passo i qualquer.

4.5.3. Tipos de Carregamento

São previstos dois enfoques distintos para se analisar a movimentação do bloco sobre a falha. Uma dentro da filosofia do balanceamento de seções geológicas, quando formula-se o problema inverso, ou seja, no sentido contrário do tempo e o segundo para modelar o problema de forma direta, ou seja, o deslizamento do bloco como ocorreu no passado, no sentido real do tempo.

Para resolver o problema inverso há que se definir os deslocamentos prescritos, o que inicialmente gera um campo de forças internas no bloco, para no final do processo obter-se as incógnitas do problema, ou seja, os deslocamentos e as deformações, de acordo com as expressões (4.15) e (4.16). Dentro desse enfoque, existem duas abordagens distintas para aplicar-se os deslocamentos prescritos e que podem ser melhor compreendidas através da Figura 4.6.

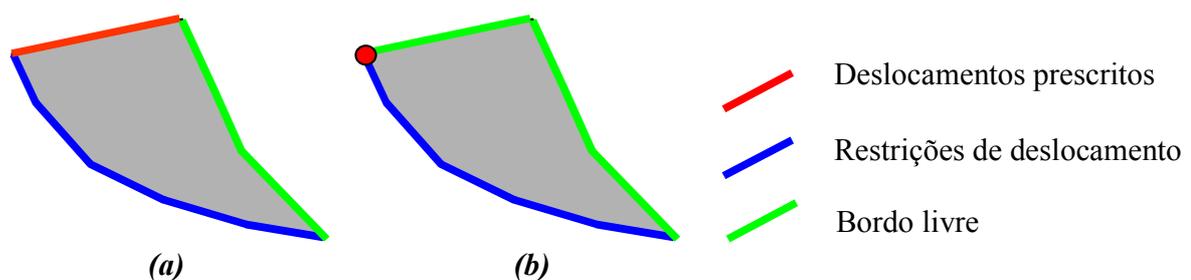


Figura 4.6 – Condições de Contorno e de Carregamento.

O bloco da Figura 4.6 é isolado e o seu contorno dividido em três regiões que estão submetidas a esforços e condições de contorno distintas. A região em azul representa o bordo do bloco em contato com a falha, igual em ambas as situações. Em verde representa-se as regiões da fronteira que não estão submetidas a nenhum tipo de carregamento ou restrição e finalmente em vermelho as regiões do contorno onde são

aplicados os deslocamentos prescritos. Na primeira (Figura 4.6a) todo o bordo superior é submetido a um campo de deslocamentos. Ou seja, o geólogo define a geometria destino do bloco como pode-se observar na Figura 4.7 abaixo:

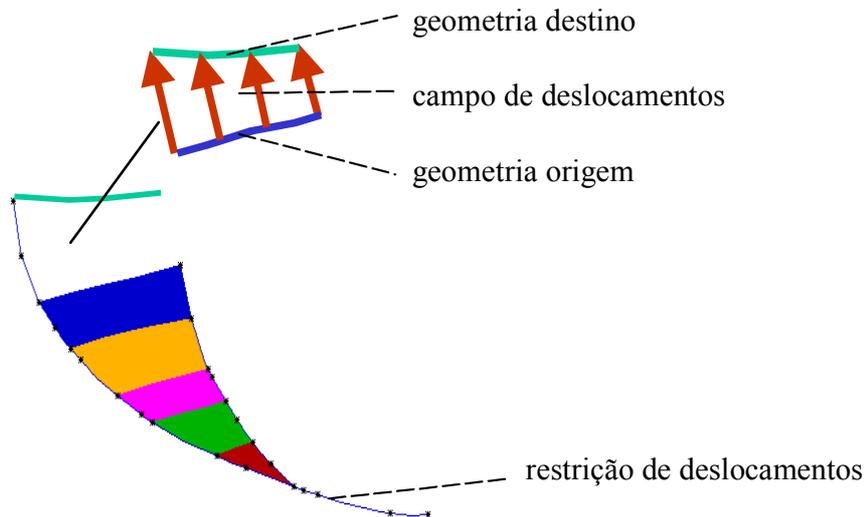


Figura 4.7 – Definição do campo de deslocamentos prescritos.

São coletados do usuário um perfil de *paleobatimetria*, que define a geometria, destino e a geometria origem quando é selecionado o bordo submetido aos deslocamentos prescritos. Esse último por sua vez é calculado em função das geometrias origem e destino, de acordo com a Figura 4.7.

A segunda opção, que é representada pela Figura 4.6b, associa apenas a um nó da malha os deslocamentos prescritos, justamente o nó do bordo superior que faz interseção com a falha. Nesse caso o domínio da fronteira, que representa o bordo livre, é igual ao do move-sobre-falha original.

Sob o ponto de vista do balanceamento de seções geológicas, não faz sentido amarrar a geometria do bordo superior, como é feito na primeira abordagem, pois o que se deseja justamente é validar a seção. Nesse caso, poder-se-ia estar obtendo deslocamentos referentes a uma restrição governada pela geometria de uma falha incorreta. Mas, uma

vez assegurada a validade daquela interpretação, essa pode se transformar em mais uma ferramenta de avaliação e comparação com outros algoritmos.

Já na segunda abordagem, representada pela Figura 4.6b, em função do bordo superior estar totalmente livre para se deslocar, permite-se que o algoritmo de Relaxação Dinâmica obtenha a nova configuração do bordo superior. Com base nessa nova geometria o geólogo poderá decidir pela validade ou não desse resultado.

O segundo enfoque busca simular no sentido cronológico do tempo o deslizamento do bloco ativo sobre uma falha. Nesse caso, é aplicada a aceleração da gravidade e o programa de análise irá obter passo a passo uma nova geometria para o bloco, durante o seu deslizamento igualmente sujeito às mesmas restrições de deslocamentos nodais discutidas anteriormente.

O capítulo 5, na seqüência, descreve as novas implementações feitas no sistema *Recon* e no programa de análise adotado, incorporado ao sistema com o objetivo de viabilizar as técnicas acima descritas.