



Silvia Corbani

**Propagação de frentes de trincas parcialmente
fechadas por flexão cíclica**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Luiz Fernando C. R. Martha
Co-orientadores: Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro
Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Rio de Janeiro
Outubro de 2012



Silvia Corbani

Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Fernando C. R. Martha

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Co-orientador

Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Universidade de Brasília

Co-orientador

Prof. Carlos Alberto de Almeida

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

Centro Universitário da FEI

Prof. Túlio Nogueira Bittencourt

Escola Politécnica da USP

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de Outubro de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e do orientador.

Silvia Corbani

Graduou-se em Engenharia Civil na Escola de Engenharia Mauá (Instituto Mauá de Tecnologia – IMT) em 2001, concluiu mestrado em Engenharia Civil com ênfase em Estruturas pela Universidade de São Paulo em 2006.

Ficha Catalográfica

Corbani, Silvia

Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica / Silvia Corbani ; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha ; co-orientadores: Antonio Carlos O. Miranda, Jaime Tupiassú P. de Castro – 2012.
236 f. il. (color.) ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Fadiga. 3. Propagação de trincas. 4. Trincas de superfície. 5. Método dos elementos finitos. I. Martha, Luiz Fernando C. R. II. Miranda, Antonio Carlos O. III. Castro, Jaime Tupiassú P. de. IV. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

À memória de
Vanda Ciampi Corbani.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ter sido feito sem a ajuda do orientador e co-orientadores: Luiz Fernando Martha, Antonio Carlos Miranda e, principalmente, Jaime Tupiassú de Castro. Agradeço a todos pela paciência, recomendações e explicações, guiando este trabalho para um término bem-sucedido.

Ao professor Anthony Ingraffea, pelas explicações durante o período em Cornell. Ao Bruce Carter, por todas as adaptações feitas no FRANC3D. Aos professores Topper, Ivan Menezes e Ronaldo Vieira, pelas dicas e explicações. Aos professores Gustavo Donato e Marco Antonio Meggiolaro, pelas sugestões e correções. Aos professores José Alexander Araújo e Jorge Luiz Ferreira, ao aluno Marcus Sá, pelos ensaios da/dN padronizados executados na UNB.

Aos profissionais da PUC-Rio, especialmente, Heitor, Euclides, José e Rita.

Ao Theophilo Trabulsi Filho e sua empresa, pela doação dos perfis metálicos.

Aos queridos amigos Marquito, Gerardo, Cri-cri, Biruta, Leo e Jaiminho, por fazerem o dia-a-dia no laboratório ser mais leve e divertido. Em especial, ao Gerardo, pela montagem e desmontagem do suporte. Ao Albert Cerroni, pela amizade em Cornell.

Ao marido, André, pela motivação e incentivo. A minha mãe (*in memoriam*) e meu pai, Vanda e Estevão. Aos ensinamentos budistas. Às companheiras de prática, Vera, Ana Paiva e Flavia.

Ao CNPq pela concessão de bolsa no Brasil e bolsa-sanduíche, sem a qual não conseguiria ter me dedicado exclusivamente a esta pesquisa.

Resumo

Corbani, Silvia; Martha, Luiz Fernando C. R. **Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica**. Rio de Janeiro, 2012. 236p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho são investigadas experimentalmente e numericamente as mudanças de geometria em trincas inicialmente passantes submetidas a carregamento remoto de flexão pura induzindo fechamento parcial das faces da trinca. Esse crescimento de trinca pode ocorrer numa variedade de estruturas com defeitos pré-existentes, tais como fuselagens de aviões, cascos de navios, vasos de pressões e pontes metálicas. O carregamento de flexão pura ocasiona regiões de tração e compressão na frente da trinca. É inquestionável que parte das faces da trinca sob compressão fecha independentemente de qualquer mecanismo de fechamento; e outra parte das faces da trinca, por outro lado, sob tração cresce mudando gradualmente de geometria. Após realizar ensaios em corpos-de-prova de aço ASTM A-36, foi observado que tais carregamentos geram uma quina na frente da trinca, que é a transição de uma geometria parcialmente passante e um trecho remanescente da geometria inicial. Para entender a distribuição do fator de intensidade de tensão em tais frentes de trinca, suas geometrias foram reproduzidas em um modelador tridimensional de mecânica da fratura linear elástica, o FRANC3D, acoplado a um programa de análise de elementos finitos (ABAQUS). Com este sistema acoplado, foram executadas análises considerando efeitos não lineares causados pelo contato das faces da trinca sob compressão. Verificou-se a necessidade de propor metodologias para tratamento dos resultados numéricos na quina, obtendo-se previsões eficientes das mudanças na geometria da trinca. Contudo, a estimativa de vida, quando se compara taxas de crescimento da trinca obtidas em um corpo-de-prova sob tração cíclica e as taxas em um corpo-de-prova sob flexão com fechamento parcial da trinca, foi melhor reproduzida usando um fator de correção de fechamento da trinca. Adicionalmente, uma série de expressões empíricas normalizadas para geometrias da trinca e fatores de intensidade de tensão são propostas.

Palavras-chave

Fadiga; Propagação de trincas; Trincas de superfície; Método dos elementos finitos.

Abstract

Corbani, Silvia; Martha, Luiz Fernando C. R. **Crack growth with partial bending-induced crack closure**. Rio de Janeiro, 2012. 236p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work investigates experimentally and numerically how the front of initially through edge cracks in plate changes after they pass to be remotely fatigue loaded under pure bending to induce partial closure of the crack faces. This type of crack growth problem can occur in a variety of structures with pre-existing defects, such as aircraft fuselages, ship hulls, pressure vessels components, and steel bridges. The bending loads induce tension and compression regions along the crack front, with the part of the crack faces that work under compression undoubtedly closed by the load, independently of any other closure mechanism. The part of the crack faces that work under tension; on the other hand, crack grows by fatigue gradually changing its shape. After performing tests on ASTM A36 steel specimens, it was observed that the bending load induces a kink on the crack front, in the transition between the part through crack created on the tension side and initial crack geometry. To understand the distribution of the stress intensity factor along such crack fronts, the measured crack shapes were reproduced in a three-dimensional fracture mechanics modeler (FRANC3D) coupled to a finite element analysis program (ABAQUS). With this coupled system, linear elastic stress analysis simulations were performed considering the nonlinear effects caused by the crack face contact in the compressed region. In particular, methods had to be proposed to treat numerical noise around the kink. The proposed methodology efficiently predicts the observed crack front shape changes; although the observed fatigue lives were better reproduced using a crack-closure correction factor when compared to crack growth data obtained from standard compact tension specimens. In addition, a series of normalized empiric expressions for both crack front shapes and stress intensity factors are proposed.

Keywords

Fatigue; Crack growth; Surface crack; Finite element.

Sumário

1	Introdução	28
1.1.	Problema	28
1.2.	Motivação	31
1.3.	Revisão bibliográfica	32
1.3.1.	Propagação em trincas de superfície	33
1.3.2.	Contato parcial das faces da trinca sob flexão	36
1.4.	Contribuições e objetivos	37
1.5.	Organização do trabalho	39
2	Estimativas do fator de intensidade de tensão	41
2.1.	Modos de fratura de teoria de elasticidade tri-dimensional	41
2.2.	Tensões e deslocamentos em uma placa trincada infinita	42
2.3.	Trincas passantes e trincas de superfícies	45
2.4.	FIT em peças com dimensões finitas em trincas retas e passantes	48
2.5.	FIT em trincas bidimensionais	48
2.6.	Cálculo numérico de FIT em problemas 3D	50
2.6.1.	Tensões singulares em elementos finitos	51
2.6.2.	Método da integral - M	53
2.6.3.	Método de correlação de deslocamentos	57
3	Propagação da trinca por fadiga	59
3.1.	Carregamento de fadiga	59
3.2.	Conceito e aplicação de similaridade	60
3.3.	Equações empíricas de crescimento da trinca por fadiga	62
3.4.	Fechamento da trinca, ΔK_{eff}	64
3.5.	Propagação da trinca de superfície	66
3.5.1.	Critério de incremento da trinca	67
3.5.2.	Direção de propagação	68
3.6.	Determinação do número de ciclos	70
4	Procedimentos e resultados experimentais	72

4.1. Corpos-de-prova (CPs)	72
4.2. Suportes para o ensaio de flexão	76
4.2.1. Motivação	76
4.2.2. Novos acessórios	78
4.3. Propriedades do material	81
4.4. Descrição do experimento	82
4.5. Aquisição de dados	86
4.5.1. Medidas do comprimento da trinca	86
4.5.2. Blocos de carregamentos	90
4.5.3. Medidas de deformações	92
4.6. Resultados experimentais	93
4.6.1. CP com entalhe de borda	94
A. Carregamento de fadiga com ΔK constante	94
B. Blocos de sobrecarga	99
C. Blocos de subcargas	101
4.6.2. CP com entalhe central	104
4.7. Avaliação e resumo dos dados coletados	105
4.8. Simplificação da geometria no plano de trincamento	106
5 Análise numérica dos parâmetros usados na reconstrução do crescimento da trinca	119
5.1. Descrição do problema e hipóteses usadas	120
5.2. Singularidades numéricas na frente da trinca	122
5.3. Metodologias usadas para tratar a quina	126
5.3.1. Suavização da frente da trinca	126
5.3.2. Extrapolação de Δa	128
5.3.3. Extrapolação de ΔK_I	129
5.4. Direção do crescimento da trinca	132
5.5. Sensibilidade da geometria da trinca a $da/dN-\Delta K$ e a $\Delta K_{máx}$	136
5.6. Simplificação da geometria da trinca como quarto-elipses	139
6 Predição numérica do crescimento da trinca	142
6.1. Ajustes da taxa de crescimento da trinca	142
6.2. Predição das geometrias da trinca durante seu crescimento	144
6.3. Discussão dos resultados	151

6.4. Previsão de vida	152
6.5. Hipótese de direção de crescimento da trinca	154
7 Avaliação de ΔK nas geometrias dos experimentos	156
7.1. Frentes de trincas marcadas por aumentos de cargas	156
7.2. Frentes de trincas marcadas por blocos de sobrecargas	160
7.3. Frentes de trincas marcadas por blocos de subcargas	163
7.4. Funções de geometria para o CP com um entalhe de borda	168
7.4.1. Solução de $\Delta K_{I,c}$	169
7.4.2. Solução de $\Delta K_{I,a}$	170
7.4.3. Solução de ΔK_I no CP01	171
7.5. Estimativa da vida à fadiga no CP01	174
7.5.1. Valores aceitáveis	175
7.5.2. Curvas $da/dN-\Delta K$	175
7.5.3. ΔK na superfície inferior da placa e na profundidade da trinca	176
7.5.4. Comparação das taxas de propagação	178
7.5.5. Previsão de vida à fadiga	183
7.5.6. Correção do fator de intensidade de tensão	186
8. Comentários e conclusões	193
8.1. Principais contribuições	193
8.2. Sugestões para futuros trabalhos	197
Referências bibliográficas	198
Apêndice 1 – Teste de convergência	203
Apêndice 2 – Ajuste de ensaios $da/dN-\Delta K$	209
Apêndice 3 – Projeto dos corpos-de-prova para pré-trinca	217
Apêndice 4 – Resumo dos resultados experimentais	223
Apêndice 5 – Tabelas dos carregamentos aplicados	227
Apêndice 6 – Considerações do contato	230
Apêndice 7 – Comparação das funções de geometria na interseção da trinca com a superfície inferior da placa	234

Lista de figuras

Figura 1.1 – Geometria da frente da trinca sob tração em uma placa finita: (a) trinca curta e (b) trinca longa.	29
Figura 1.2 – Problema de propagação de trinca submetida à flexão pura.	30
Figura 1.3 – Resultados de FIT sob carregamento de flexão: (a) Geometria da trinca de superfície e (b) Resultados típicos de FIT (Newman & Raju, 1981).	34
Figura 2.1 – Três modos principais de fratura: (a) Modo I, modo de abertura; (b) Modo II, modo de cisalhamento no plano e (c) Modo III, modo de rasgamento.	42
Figura 2.2 – Parâmetros usados para descrever as tensões na ponta da trinca.	43
Figura 2.3 – Carregamento remoto aplicado para os três modos de fratura.	45
Figura 2.4 – Diferentes geometrias de frente de trinca AB para trincas passante e trincas parcialmente passantes (Schijve, 2009).	46
Figura 2.5 – Nomenclatura da trinca em problemas bidimensionais: (a) trinca de borda e (b) trinca central.	47
Figura 2.6 – Nomenclatura da trinca em problemas tridimensionais utilizando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados: (a) trinca de borda e (b) trinca central.	47
Figura 2.7 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria de trinca de canto.	49
Figura 2.8 – Fator de intensidade de tensão na trinca curva: (a) $K_{I,c}$; e (b) $K_{I,a}$.	49
Figura 2.9 - K_I ao longo de toda a frente da trinca.	50
Figura 2.10 – Roseta: (a) seção transversal em problemas bidimensional e tridimensional e (b) trajetória da roseta em um problema tridimensional.	52
Figura 2.11 – Ponta da trinca em problemas 2D: (a) uma curva arbitrária e (b) uma área arbitrária A .	54

Figura 2.12 – Numeração do elemento e sistema de coordenadas: (a) Elemento <i>quarter-point</i> C3D15 em sistema de coordenadas cartesiano; e (b) Disposição dos elementos e convenção dos nós.	58
Figura 3.1 – Histórico do carregamento aplicado.	59
Figura 3.2 – Predição do crescimento da trinca em um conector com trinca passante.	62
Figura 3.3 – Três regiões da taxa de crescimento da trinca como função de ΔK (Schijve, 2009).	63
Figura 3.4 – Predição de taxa de crescimento de trinca de fadiga: (a) Resultados de predição e ensaio; (b) Dados do material e (c) ΔK_{eff} calculado.	65
Figura 3.5 – Histórico do carregamento de tensões (Schijve, 2009).	66
Figura 3.6 – Crescimento da trinca: (a) Distribuição de ΔK ao longo da frente da trinca e (b) Distribuição dos incrementos na frente da trinca.	68
Figura 3.7 – Direção de propagação perpendicular a toda frente de trinca atual.	70
Figura 3.8 – Índices para cálculo de número de ciclos em trinca de superfície com fechamento parcial.	71
Figura 4.1 – Geometria dos CPs com dimensões em milímetros: (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.	75
Figura 4.2 – Esquema das configurações das placas com dimensões em milímetros: (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.	75
Figura 4.3 – Acessórios (a) ensaio em três pontos e (b) ensaio em quatro pontos.	77
Figura 4.4 – Superfície da trinca de fadiga, usando o aparato ilustrado na Figura 4.3 (b).	78
Figura 4.5 – Configuração esquemática do aparato de flexão com dimensões em milímetros.	79
Figura 4.6 – Guia de ligação da base do apoio com perfil metálico e guia em L para acomodar o CP.	80
Figura 4.7 – Guias em L evitaram giro da parte inferior do aparato de flexão.	80
Figura 4.8 – Esbarros nas extremidades do CP.	81
Figura 4.9 – Experimento de pré-trincamento: (a) um entalhe de borda, (b) um entalhe central.	84

Figura 4.10 - Experimento: (a) Aparatos de flexão e CP;	
(b) Vista do experimento.	85
Figura 4.11 – Aquisições do comprimento da trinca no ponto A e B:	
(a) configuração inicial; (b) durante ensaio.	87
Figura 4.12 – Esquema do aparato de medição da frente da trinca	
(a) micrômetro analógico e (b) micrômetro digital.	88
Figura 4.13 – Marca usada para medir incrementos de trinca.	89
Figura 4.14 – Microscópios USB usados no experimento.	90
Figura 4.15 – Crescimento da trinca por bandas (a) Carregamento de fadiga e; (b) superfície da trinca.	91
Figura 4.16 - <i>Strain-gages</i> colados: (a) na superfície superior e	
(b) na superfície inferior.	92
Figura 4.17 - Aquisição de dados: (a) <i>Strain Indicator e Recorder Vishay Model P3</i> , (b) tela <i>LCD</i> .	93
Figura 4.18 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa.	95
Figura 4.19 – Trinca de superfície no CP01.	95
Figura 4.20 - Trinca de fadiga no CP01: (a) Microscópio óptico;	
(b) Câmera digital; (c) Legenda.	97
Figura 4.21 – Largura de colaboração na placa: (a) sob carregamento remoto de compressão e (b) sob carregamento remoto de tração.	98
Figura 4.22 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa.	99
Figura 4.23 - Superfície da trinca de fadiga do CP06: (a) e (b) Microscópio óptico; (c) Legenda.	100
Figura 4.24 – Quinas na frente da trinca.	100
Figura 4.25 – Regiões com deformação plástica na superfície superior da placa.	101
Figura 4.26 - Histórico das tensões normais aplicadas na superfície inferior da placa: CP07.	101
Figura 4.27 – Trinca de superfície no CP07 (a) foto com microscópio Zeiss;	
(b) e (c) fotos com máquina digital.	102
Figura 4.28 – Legenda na trinca de superfície para diversas marcas de frente de trinca.	103
Figura 4.29 – Ângulo de interseção da frente da trinca com superfície livre.	104
Figura 4.30 – Trinca de superfície CP03: (a) trinca A; (b) trinca B.	104

Figura 4.31 – Trinca de superfície CP02 no microscópio Zeiss: (a) trinca A; (b) trinca B.	104
Figura 4.32 – Curva d vs. N dos CPs com entalhe de borda.	105
Figura 4.33 – Comparação da frente da trinca no CP01 com quarto-elípticas concêntricas.	107
Figura 4.34 - Comparação da frente da trinca no CP06 com quarto-elípticas concêntricas.	107
Figura 4.35 – Comparação da frente da trinca do CP07 com quarto-elípticas concêntricas.	107
Figura 4.36 - Coordenadas do centro X no CP01 das curvas quarto-elípticas concêntricas.	110
Figura 4.37 – Coordenada do centro X no CP06 das curvas quarto-elípticas concêntricas.	110
Figura 4.38 – Coordenadas do centro X no CP07 das curvas quarto-elípticas concêntricas.	110
Figura 4.39 – Comparação entre frente de trinca experimental e um quarto de elipses não concêntricas no CP01.	111
Figura 4.40 – Comparação entre marcas de experimento e curvas quarto-elípticas não concêntricas no CP06.	111
Figura 4.41 – Comparação entre marcas de experimento e curvas quarto-elípticas não concêntricas no CP07.	111
Figura 4.42 – Coordenadas na frente da trinca: (a) Indicação de corte A-A na placa; (b) Corte A-A trinca curta; (c) Corte A-A trinca longa.	114
Figura 4.43 – Curvas de ajuste de a/t e centro x_c .	115
Figura 4.44 – Esboço da trinca de superfície para $a/t = 1$.	116
Figura 4.45 – Comparação da frente de trinca obtida no CP03 com quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.	117
Figura 4.46 - Comparação da frente de trinca obtida no CP02 com quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.	118
Figura 5.1 – Descrição do problema estudado numericamente: (a) Esquema da placa tridimensional e carregamento aplicado de flexão pura e (b) Indicação da região de contato e trecho da frente da trinca que cresce na seção de ligamento.	121

Figura 5.2 – Esquema da geometria da frente da trinca: (a) Localização da quina obtida nos corpos-de-prova ensaiados e (b) raio de arredondamento utilizado para gerar a geometria do ensaio no FRANC3D.	123
Figura 5.3 – Distribuição do ΔK_I usando diversas geometrias de trincas obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.	124
Figura 5.4 – Distribuição do FIT na frente da trinca normalizada usando a geometria da Marca 03b no CP07 com diversos raios de arredondamento e sob carregamento remoto de flexão pura ou sob tração.	125
Figura 5.5 – Fluxograma das etapas da simulação do crescimento da trinca incorporado ao programa FRANC3D.	127
Figura 5.6 – Esquema da geometria da frente de trinca atual e curva obtida pela metodologia de extrapolação de Δa_i , preservando a quina na geometria da trinca subsequente.	129
Figura 5.7 – Geometrias das frentes da trinca atual e trinca subsequente usando a metodologia de extrapolação de Δa_i .	129
Figura 5.8 – Identificação dos trechos importantes na distribuição do FIT usando marcas de frente da trinca obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.	130
Figura 5.9 – Coordenadas na frente da trinca usando geometria simplificada: (a) em trinca curta e (b) em trinca longa.	132
Figura 5.10 – Hipótese da direção de crescimento com vetor normal no plano da seção de ligamento: (a) em uma trinca reta passante sob tração remota e (b) em uma trinca de superfície sob tração e/ou flexão remota.	133
Figura 5.11 – Distribuição das tensões normais obtida no ABAQUS na seção de ligamento usando uma geometria de trinca usando uma geometria de trinca extraída dos corpos-de-prova ensaiados: (a) sob carregamento remoto de tração simples e (b) sob carregamento remoto de flexão pura.	134
Figura 5.12 – Esquema da direção de crescimento na frente de trinca usando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados sob carregamento remoto de tração simples.	135
Figura 5.13 – Esquema de uma hipótese mais geral da direção de crescimento na frente de trinca usando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados sob carregamento remoto de flexão pura.	135
Figura 5.14 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente determinada com lei de propagação ajustada por Hall e lei de Paris.	137

Figura 5.15 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente na quina usando ajustes da lei de propagação com Lei de Paris e com ajuste de Hall para diversos incrementos máximos de trinca.	138
Figura 5.16 – Aproximação das frentes de trinca intermediárias entre Marca 02 e Marca 03 do CP01 por curvas quarto-elípticas concêntricas.	140
Figura 5.17 – Legenda usada nas frentes de trinca analisadas no FRANC3D.	140
Figura 5.18 – Distribuição do FIT normalizado determinado no FRANC3D, usando geometrias obtidas no corpo-de-prova CP01 e geometrias simplificadas por curvas quarto-elípticas concêntricas.	141
Figura 6.1 – Curva $da/dN-\Delta K$ usadas na predição do crescimento do CP01.	143
Figura 6.2 – Distribuição do FIT no passo 32 com a geometria da frente da trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.	145
Figura 6.3 – Distribuição do FIT no passo 89 com a geometria da frente da trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.	145
Figura 6.4 – Comparação da geometria obtida na predição numérica com a geometria do CP01.	146
Figura 6.5 – Predições de geometria obtidas no crescimento com $da/dN-\Delta K$ de um corpo-de-prova sob tração: (a) Geometria da frente da trinca a cada 8 passos e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com a distribuição do FIT na figura a seguir.	146
Figura 6.6 – Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo ϕ obtidos no crescimento da trinca com a $da/dN-\Delta K$.	147
Figura 6.7 - Predições de geometria obtidas no crescimento com $dd/dN-\Delta K$ do CP01: (a) Geometria da frente da trinca a cada 8 passos e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com a distribuição do FIT na figura a seguir.	148
Figura 6.8 – Comparação das geometrias obtidas incrementalmente com a geometria do CP01.	148
Figura 6.9 - Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo ϕ obtidos no crescimento da trinca com a $dd/dN-\Delta K$.	149
Figura 6.10 – Desvio da geometria da trinca.	150
Figura 6.11 – Soluções discretas de fator de forma obtidas nas análises de EF.	152

Figura 6.12 – Estimativas de vida na superfície inferior da placa.	153
Figura 6.13 – Distribuição do FIT na superfície de trincamento com geometria da pré-trinca.	155
Figura 6.14 – Direção de propagação: (a) Passo 1 e (b) Passo 2.	155
Figura 7.1 – Marcas das geometrias da trinca no CP01: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria das frentes de trinca inseridas no programa FRANC3D.	157
Figura 7.2 – FIT normalizado em relação ao ângulo ϕ obtido no FRANC3D com as marcas do CP01.	158
Figura 7.3 – Extrapolações do FIT normalizado no CP01, usando metodologia de extrapolação do FIT.	160
Figura 7.4 – Marcas das geometrias da trinca no CP06: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria da trinca usada no FRANC3D.	161
Figura 7.5 – FIT normalizado em relação ao ângulo obtido ϕ no FRANC3D com as marcas do CP06.	162
Figura 7.6 – Extrapolações do FIT normalizado para CP06, usando metodologia de extrapolação do FIT.	163
Figura 7.7 – Marcas das geometrias da trinca no CP07: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria da marcas de frente da trinca usada na Figura 7.8.	164
Figura 7.8 – FIT normalizado em relação ao ângulo ϕ obtido no FRANC3D com as marcas do CP07.	165
Figura 7.9 – Extrapolações do FIT normalizado no CP07, usando metodologia de extrapolação do FIT.	168
Figura 7.10 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria de trinca de canto.	169
Figura 7.11 – Pontos discretos de F em C e polinômio da função de geometria utilizada em $\Delta K_{I,c}$.	169
Figura 7.12 – Pontos discretos de F em A e polinômio da função de geometria utilizada em $\Delta K_{I,a}$.	171
Figura 7.13 – Marcas das frentes da trinca obtidas no corpo-de-prova CP01, ilustrando a distância entre marca 02 e 03.	172

Figura 7.14 – Marcas obtidas nos corpos-de-prova CP01 e CP07, com distribuições ΔK_I determinadas no FRANC3D aproximadas por uma solução geral de interpolação destas marcas.	172
Figura 7.15 – Fator de intensidade de tensão em <i>C</i> no CP01.	177
Figura 7.16 – Fator de intensidade de tensão em <i>A</i> no CP01.	177
Figura 7.17 – Trajetórias da trinca adotada na superfície inferior da placa e trajetória 3.	178
Figura 7.18 – Ajuste polinomial dos dados <i>d</i> vs. <i>N</i> coletados durante ensaio no CP01.	179
Figura 7.19 – Comparação das taxas de propagação no corpo-de-prova padrão sob tração (trinca passante) e taxas de propagação no CP01 (trinca de superfície), localizadas em <i>A</i> e em <i>C</i> .	180
Figura 7.20 – Trajetórias de crescimento da trinca partindo da marca 01, usando direção de crescimento normal a marca atual.	181
Figura 7.21 – Determinação do número de ciclos acumulados nas marcas do CP07 eliminando retardos ou acelerações.	182
Figura 7.22 – Taxas de propagação ao longo das trajetórias 1, 2 e 3.	183
Figura 7.23 – Comparação de <i>d</i> vs. <i>N</i> com previsão numérica da vida usando $\Delta K_{I,c}$ e medidas do ensaio no CP01.	184
Figura 7.24 – Comparação de <i>a</i> vs. <i>N</i> com previsão numérica da vida usando $\Delta K_{I,a}$ e medidas do ensaio no CP01.	185
Figura 7.25 – Taxas de crescimento do aço ASTM A36 ajustadas com lei de Paris $da/dN - \Delta K_I$ e $da/dN - \Delta K_{eff}$.	188
Figura 7.26 – Gráfico K_{max} vs. K_{op} em <i>A</i> e em <i>C</i> .	190
Figura 7.27 – Gráfico U_{sup} vs. $\Delta K_{I,sup}$ em <i>A</i> e em <i>C</i> .	190
Figura 7.28 – Predição de vida usando ΔK_{eff} em <i>C</i> .	191
Figura 7.29 – Predição de vida usando ΔK_{eff} em <i>A</i> .	192
Figura A1. 1 – Dados para análise: (a) Dimensões da placa trincada [mm] e; (b) Malha na região da trinca e demais regiões e condições de contorno.	204
Figura A1. 2 – Dimensões dos elementos nas regiões de malha sem trinca.	204
Figura A1. 3 – Deslocamento no nó <i>A</i> para diversas malhas nas regiões sem trinca.	205
Figura A1. 4 – FIT ao longo da frente de trinca normalizada.	206

Figura A1. 5 – Roseta na ponta da trinca: (a) três anéis de elementos e (b) cinco anéis de elementos.	206
Figura A1. 6 – Refinamento dos elementos na frente da trinca: (a) FIT na frente da trinca e (b) FIT na quina.	208
Figura A2. 1 – Geometria do corpo-de-prova padrão compacto de tração C(T).	209
Figura A2. 2 – Primeira amostra de dados coletados, ensaio de taxa de propagação de trinca, usando um C(T).	210
Figura A2. 3 – Pontos medidos na segunda amostra de dados coletados, usando CP compacto C(T).	211
Figura A2. 4 – Pontos para ajuste de curva.	212
Figura A2. 5 – Ajuste de curva nos pontos médios.	213
Figura A2. 6 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos superiores.	214
Figura A2. 7 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos inferiores.	215
Figura A2. 8 – Comparação da curva medida com resultados disponíveis na literatura.	216
Figura A3. 1 – Geometria do corpo-de-prova em [mm]: (a) entalhe de borda; (b) entalhe central e (c) dois entalhes de borda.	218
Figura A3. 2 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe de borda.	219
Figura A3. 3 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe central.	219
Figura A3. 4 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com dois entalhes de borda.	220
Figura A3. 5 – Trinca no furo do CP05.	222
Figura A6. 1 – Penetração da superfície mestre na superfície escrava sob contato mestre-escrava com uma discretização grosseira da malha, atendendo as condições de compatibilidade nó em superfície (Hibbitt, 1996).	231
Figura A6. 2 – Contato em um sólido elástico.	232
Figura A6. 3 – Relação pressão-fechamento (Hibbitt, 1996).	233
Figura A7. 1 – Geometria da frente da trinca: (a) trinca do experimento; (b) trinca reta-passante.	234
Figura A7. 2 – Comparação da função de geometria em $C - f(d/w)$.	235

Lista de tabelas

Tabela 4.1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais: (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.	76
Tabela 4.2 – Propriedades de engenharia do material aço ASTM A36.	82
Tabela 4.3 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total N e razão final a/w : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.	94
Tabela 4.4 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP01, usadas na Figura 4.33.	108
Tabela 4.5 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP06, usadas na Figura 4.34.	108
Tabela 4.6 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP07, usadas na Figura 4.35.	109
Tabela 4.7 – Comprimento máximo d da trinca simplificada apenas por curva quarto-elíptica.	109
Tabela 4.8 – Novo centro e semi-eixos da Marca03 do CP01, ilustradas na Figura 4.39.	112
Tabela 4.9 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06, ilustradas na Figura 4.40.	113
Tabela 4.10 – Novos centros e semi-eixos de 12 Marcas no CP07, conforme ilustrado na Figura 4.41.	113
Tabela 4.11 – Resumo das coordenadas de centro nos três CPs.	113
Tabela 4.12 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP03.	117
Tabela 4.13 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP02.	118
Tabela 6.1 – Comparação da geometria da trinca na predição numérica e geometria do CP01.	150
Tabela 6.2 – Coordenadas da geometria da trinca do CP01 e comprimento OP .	151
Tabela 6.3 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos em d .	154
Tabela 7.1 – Fatores de geometria do CP01 determinados no trecho confiável de ΔK_I .	159

Tabela 7.2 – Fatores de geometria do CP06 determinados no trecho confiável de ΔK_I .	162
Tabela 7.3 – Fatores de geometria do CP07 determinados no trecho confiável de ΔK_I .	165
Tabela 7.4 – Fatores de geometria utilizados na solução geral do FIT, onde c é o semi-eixo da elipse.	174
Tabela 7.5 – Ângulo ϕ [em graus] determinado nas trajetórias usadas para determinar as taxas de crescimento na trinca de superfície.	181
Tabela 7.6 – Resumo da geometria da trinca nas marcas usadas na expressão de ΔK_I .	182
Tabela 7.7 – Resumo das estimativas totais do número de ciclos N usando expressão de $\Delta K_{I,c}$ e taxas de propagação de um corpo-de-prova padrão sob tração.	185
Tabela 7.8 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos usando expressão de $\Delta K_{I,a}$ e diversos ajustes das taxas de propagação realizadas em um ensaio de tração.	186
Tabela 7.9 – Dados usados para determinar U_{sup} na interseção de trinca com a superfície inferior.	189
Tabela 7.10 – Dados usados para determinar U_{sup} em A.	189
Tabela 7.11 – Razão N/N_{exp} usando ΔK_{eff} , num em C.	192
Tabela 7.12 - Razão N/N_{exp} usando ΔK_{eff} , num em A entre a marca 02 e 03.	192
Tabela A1. 1 – Dimensões da malha na região sem trinca e resultados.	205
Tabela A1. 2 – Refinamento da malha na frente da trinca.	207
Tabela A3. 1 – Carregamento aplicado.	221
Tabela A3. 2 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe de borda.	221
Tabela A3. 3 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe central.	221
Tabela A4. 1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais: (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.	223
Tabela A4. 2 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total N_{total} e razão final a/w : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.	223

Tabela A4. 3 – Resumo das coordenadas de centro (concêntrico) nos CPs com entalhe de borda.	223
Tabela A4. 4 – Resumo dos dados – CP01.	224
Tabela A4. 5 – Semi-eixos não concêntricos da Marca03 do CP01.	224
Tabela A4. 6 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP06.	224
Tabela A4. 7 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06.	224
Tabela A4. 8 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP07.	225
Tabela A4. 9 – Novos centros e semi-eixos no CP07.	226
Tabela A5. 1 – Condições gerais do carregamento de fadiga aplicado no CP01.	227
Tabela A5. 2 – Histórico de carregamento no CP06.	228
Tabela A5. 3 – Histórico de carregamento no CP07.	229
Tabela A7. 1 – Diferenças na magnitude da função de geometria em diversas razões d/w quando comparadas a função de geometria obtida com a geometria dos corpos-de-prova.	236

Lista de abreviaturas

ASTM – *American Society for testing and materials.*

CP – corpo-de-prova.

EF – elementos finitos.

FIT - Fator de intensidade de tensão.

MFLE - Mecânica da fratura linear elástica.

Lista de símbolos

a	comprimento da trinca passante e profundidade da trinca de canto.
a e c	semi-eixos das curvas quarto-elípticas concêntricas.
a_f	comprimento final da trinca.
a_{in}	comprimento inicial da trinca.
a_{NC} e c_{NC}	semi-eixos das curvas quarto-elípticas não concêntricas.
A	área anular.
A e C	pontos usados para determinar expressões de FIT.
c e d	comprimentos da trinca de canto.
C, m e p	parâmetros empíricos usados nas equações f_R .
da/dN	taxas de crescimento da trinca.
$da/dN - \Delta K$	curva de crescimento da trinca.
Δa e Δc	incrementos de trinca de canto.
Δa_{max}	incremento máximo de trinca.
ΔK	faixa do FIT entre os extremos K_{min} e K_{max} .
ΔK_I	faixa do FIT de modo I.
$\Delta K_{I,sup}$	faixa do FIT de modo I no ponto A ou no ponto C .
$\Delta K_{I,a}$	faixa do FIT de modo I no ponto A .
$\Delta K_{I,c}$	faixa do FIT de modo I no ponto C .
$\Delta K_{eff,num}$	faixa do FIT efetivo numérico obtido com análise da trinca de canto.
ΔK_{eff}	faixa do FIT efetivo.
ΔK_{th}	faixa do limiar de propagação.
ΔP	faixa do carregamento aplicado.
ΔN	incremento de ciclo.
E	módulo de elasticidade.

f	função de geometria.
F	fator de geometria obtido numericamente. solução associada a função de Airy, fator de geometria.
f_R	equação empírica de ajuste das taxas de crescimento da trinca.
G	módulo de cisalhamento. taxa de alívio de energia.
J	Integral- J .
K_I, K_{II} e K_{III}	FIT de modo I, FIT de modo II e FIT de modo III.
$K_{máx}$	FIT gerado pela tensão máxima $\sigma_{máx}$.
$K_{mín}$	FIT gerado pela tensão mínima $\sigma_{mín}$.
$K_{I,a}$	FIT no ponto A .
$K_{I,c}$	FIT no ponto C .
M	Integral- M .
\mathbf{n}	vetor unitário normal.
N	número de ciclos acumulados número de ciclos acumulados usando dados numéricos.
p	ajuste polinomial de F .
P	ponto na frente da trinca.
q	função entre contornos.
Q, g e f_w	parâmetros de ajuste da geometria usados na solução geral de trinca de superfície.
R	razão de tensão.
t	espessura do corpo-de-prova.
u_x, u_y e u_z	componentes de deslocamentos.
U	função de fechamento de trinca.
U_{sup}	função de fechamento de trinca de superfície.
w	largura do corpo-de-prova.
W	energia de deformação.
x_c	centro das curvas quarto-elípticas não-concêntricas.
X	centro das curvas quarto-elípticas concêntricas.

Símbolos gregos

β	parâmetro adicional empírico usado nas equações f_R .
δ_{ij}	delta Kronecker.
ε	tensor de deformação infinitesimal.
ϕ	ângulo das coordenadas do ponto na frente da trinca de canto.
$\Phi(r, \theta)$	função arbitrária.
Γ	contorno de integração.
ν	coeficiente de Poisson.
σ	tensão máxima nas superfície da placa ocasionadas por ΔP .
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy},$ σ_{xz}, σ_{yz} e σ_{zz}	componentes de tensões.
$\sigma_{máx}$	tensão máxima ocasionada pelo carregamento cíclico aplicado remotamente.
$\sigma_{mín}$	tensão mínima ocasionada pelo carregamento cíclico aplicado remotamente.
$\Delta\sigma$	faixa de tensão cíclica entre os extremos $\sigma_{mín}$ e $\sigma_{máx}$.

Nossos sonhos só podem ser realizados por nós mesmos.

Daisaku Ikeda

1 Introdução

1.1. Problema

A avaliação da integridade e segurança de estruturas submetidas a carregamentos variáveis requer uma análise detalhada das tensões e deformações. Esta análise é uma etapa fundamental em projetos de estruturas para se evitar falhas. Nos primeiros projetos apenas os estados limites da resistência dos materiais eram verificados. Entretanto, diversas falhas ocorreram nas estruturas sem exceder as limitações de resistência.

Conforme progressivamente aumentou-se o uso de metais em componentes estruturais, muitas dessas falhas aconteceram por fratura de componentes destes materiais. Como resultado de extensivas investigações, verificaram que tais fraturas foram originadas por defeitos e/ou concentrações de tensões. Notou-se que a partir de concentrações de tensões, iniciavam trincas. Essas trincas oriundas de concentrações de tensões ou de um defeito pré-existente, frequentemente, cresciam estavelmente.

Durante seu crescimento, a trinca alcançava comprimentos longos antes de fraturar, e por isso foi reconhecida a importância de prever a iniciação da trinca e seu crescimento estável. Apenas ao final do processo de crescimento, essas componentes falhavam por fratura.

O processo de crescimento e o carregamento variável ao longo do tempo que induzia o crescimento foram chamados, respectivamente, de propagação da trinca por fadiga e carregamento de fadiga. O principal objetivo de estudar a propagação é garantir a segurança de humanos e prevenir danos materiais. O objetivo secundário é projetar uma estrutura com economia.

Neste trabalho, estuda-se este crescimento, que, usualmente, é realizado a partir de uma trinca pré-existente. Basicamente dois dados devem ser estimados: (i) geometria da trinca e (ii) estimativa da vida útil da estrutura, que costuma-se referir apenas como 'vida'. No caso de carregamento com amplitude constante, a

vida pode ser estimada por números de ciclos de carregamento que a trinca cresce estavelmente.

Muitas observações experimentais, modelos analíticos e numéricos foram realizados para se conhecer esse crescimento por fadiga sob as hipóteses de mecânica da fratura linear elástica (MFLE). Lin & Smith (1999b) mostraram que duas trincas pré-existentes, com geometrias iniciais diferentes e sob mesmas condições de carregamento, tendem a uma distribuição similar dos parâmetros de MFLE quando a trinca atinge um comprimento longo. Com esse resultado, obtém a convergência para uma geometria similar mesmo com trincas iniciais diferentes (Wu, 2006).

Por exemplo, considere uma peça trincada que cresce sob carregamento de tração. Para comprimentos longos, a frente da trinca tende a se tornar passante e reta ou ligeiramente curva, como é ilustrada na Figura 1.1 (b). Entretanto, uma trinca pode nascer na quina da placa sob esse mesmo carregamento, como é exemplificado na Figura 1.1 (a). Predizer a geometria da trinca, enquanto não se torna passante, não é uma tarefa simples.

Além da complexidade da geometria, agem mecanismos nessas trincas (trincas de superfície) que influenciam a estimativa da vida. Avaliar as influências desses mecanismos é um desafio, por isso é extremamente importante realizar experimentos. Com experimentos melhora-se o conhecimento da física envolvida nas propagações e previsões da vida. Adicionalmente, pode-se investigar analiticamente e/ou numericamente os parâmetros de MFLE associados a essas propagações e prever a geometria da trinca, confrontando essas previsões com a geometria experimental. Essa abordagem é essencial para propor melhoras nas metodologias de crescimento da trinca por fadiga.

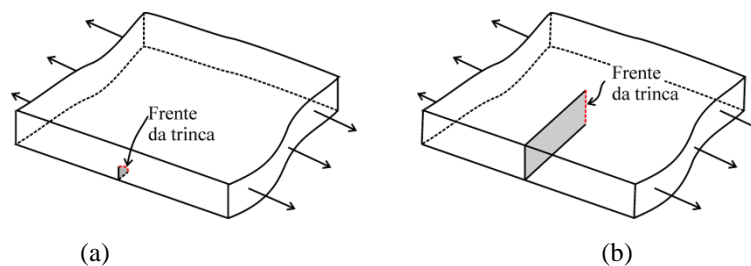


Figura 1.1 – Geometria da frente da trinca sob tração em uma placa finita: (a) trinca curta e (b) trinca longa.

Felizmente, já são disponíveis soluções para trincas de superfície submetidas a carregamento de tração cíclica. Essas soluções são baseadas em conceitos de fadiga e julgamento de engenharia. Em menor proporção, são encontradas soluções em trincas de superfície sob carregamento de flexão.

Utilizando as hipóteses de MFLE, essa condição de carregamento de flexão tende a estabilizar a geometria da trinca em uma frente variável ao longo da espessura. Entretanto, é complexo estimar a geometria exata. As dimensões finitas da peça e restrições de deslocamentos podem influenciar essa geometria. Assim, tornam-se importantes explorações experimentais.

Por essas razões, o problema tratado nesta tese é uma placa trincada sob carregamento de flexão pura, conforme ilustrado na Figura 1.2. O defeito inicial adotado é uma trinca de frente passante e reta. Entretanto, quando submetida a carregamento de flexão pura, as faces da trinca são fechadas parcialmente. Nesta região de fechamento ocorre o contato entre as faces da trinca. As hipóteses simplificadoras de crescimento da trinca são as hipóteses da mecânica da fratura linear elástica (MFLE). Embora seja conhecido que a trinca reta se torne uma trinca de superfície, a geometria exata para esse problema é desconhecida. Assim, investiga-se experimentalmente e numericamente o crescimento da trinca com faces parcialmente em contato induzido pelo carregamento de flexão pura aplicado.

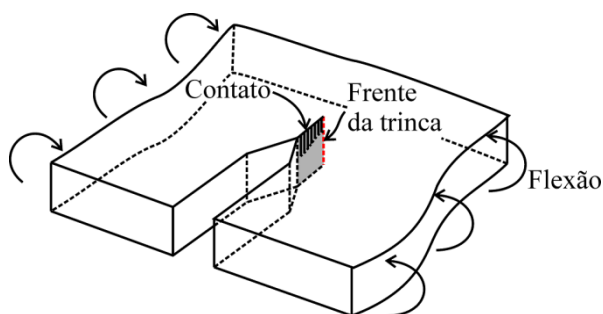


Figura 1.2 – Problema de propagação de trinca submetida à flexão pura.

1.2. Motivação

Estudos mostraram que os gastos despendidos em falhas por fratura alcançavam 4% do valor total do produto interno bruto (PIB) nos EUA e na Europa (The economic effects of fracture in the United States, 1978; Faria, 1991 apud Milne, 1994). Esses estudos indicaram ainda que a pesquisa e o desenvolvimento neste campo podiam reduzir o custo a apenas uma pequena porcentagem do PIB.

Além dos encargos econômicos, falha por fadiga pode ocasionar acidentes fatais. Por exemplo, recentemente, uma falha no motor foi uma das causas que levaram a queda de uma aeronave LED-410 no Recife, matando 16 pessoas. Segundo o Centro de Investigação e Prevenção de Acidentes Aeronáuticos (CENIPA), uma das peças do motor, a haleta, estava em processo de fadiga e se rompeu. (Agência Estado, 2012).

Essas falhas podem ocorrer numa variedade de estruturas, tais como fuselagens de avião, cascos de navios, vasos de pressão e pontes metálicas. É necessário prever crescimento de trincas por fadiga nestas estruturas, pois as solicitações atuantes são geralmente cíclicas. Além disso, pode-se dimensionar uma estrutura mais econômica.

Já existem metodologias para prever crescimento de trinca em fuselagem de avião (Potyondy et al., 1995; Zehnder et al., 2000; Furukawa et al.; 2009). Estas metodologias envolvem uma hipótese de combinação de carregamentos. Os carregamentos aplicados devem ser suficientemente altos para evitar o contato entre as faces da trinca. Entretanto, caso os carregamentos não evitem o contato, ainda é um problema aberto à questão de como essa condição afetaria a geometria da trinca e a previsão de vida.

A dificuldade em responder essa questão serviu como motivação para se executar experimentos neste trabalho. Com o domínio físico do problema, um programa computacional de mecânica da fratura é importante para fazer as previsões de propagação da trinca. Portanto, a simulação numérica da propagação da trinca à fadiga por flexão foi também uma motivação para este trabalho. Testando o problema com contato pode-se conhecer as eficiências e as deficiências do programa numérico.

1.3. Revisão bibliográfica

Em mecânica da fratura, as trincas que ocorrem com maior frequência apresentam geometrias complexas. Entretanto, para facilitar o tratamento analítico e numérico do problema, a geometria da trinca é muitas vezes simplificada por uma geometria da frente da trinca passante e reta em peças com pequena espessura. Essa simplificação também facilita a usinagem e a execução de experimentos.

Usando essa simplificação em placas infinitas, Griffith (1920) determinou um modelo analítico para descrever a variação de energia durante o crescimento da trinca, chamada de taxa de alívio de energia. Este modelo se tornou a base da mecânica da fratura.

Por dificuldades práticas da abordagem por energia, um grande avanço foi realizado por Irwin (1957) e por Williams (1957). Eles introduziram o conceito de fator de intensidade de tensão (FIT). O FIT é um parâmetro quantitativo que descreve a amplitude do campo de tensões elásticas na ponta da trinca. Ele pode ser usado apenas sob condições de escoamento em pequena escala do material (Anderson, 2005).

A solução de FIT em um problema com trinca passante submetida a carregamento de flexão pura, não considerando contato entre as faces da trinca, foi dada por Sih e co-autores (Sih et al., 1962). Complementarmente, soluções para tensões em uma placa com trinca passante sob carregamento de flexão foram propostas por Harthanft & Sih (1968).

Confrontando essas soluções com resultados experimentais, Erdogan e co-autores mostraram que as restrições do modelo matemático violavam a realidade em um problema com trinca passante sob flexão pura (Erdogan et al., 1962). Em outra abordagem experimental, Wynn & Smith (1969) tiveram resultados insatisfatórios para tensões. Eles compararam as tensões críticas obtidas por modelos matemáticos com as tensões experimentais em uma placa trincada com contato.

Além de o FIT descrever a amplitude das tensões elásticas na ponta da trinca, no início da década de 60, Paris e co-autores demonstraram que a mecânica da fratura pode ser usada para caracterizar o crescimento da trinca por fadiga

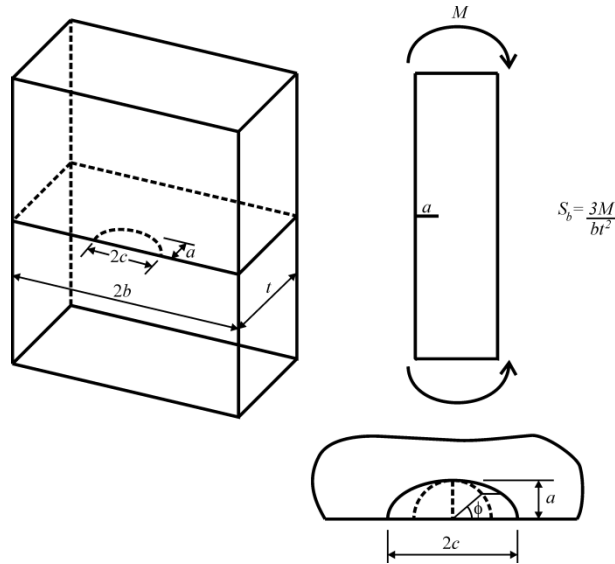
(Paris et al., 1961). Paris identificou a existência de um princípio de similaridade em função do FIT nas curvas de propagação.

Desde então, quando válidas as hipóteses da mecânica da fratura linear elástica (MFLE), o FIT também é usado para controlar o crescimento da trinca por fadiga.

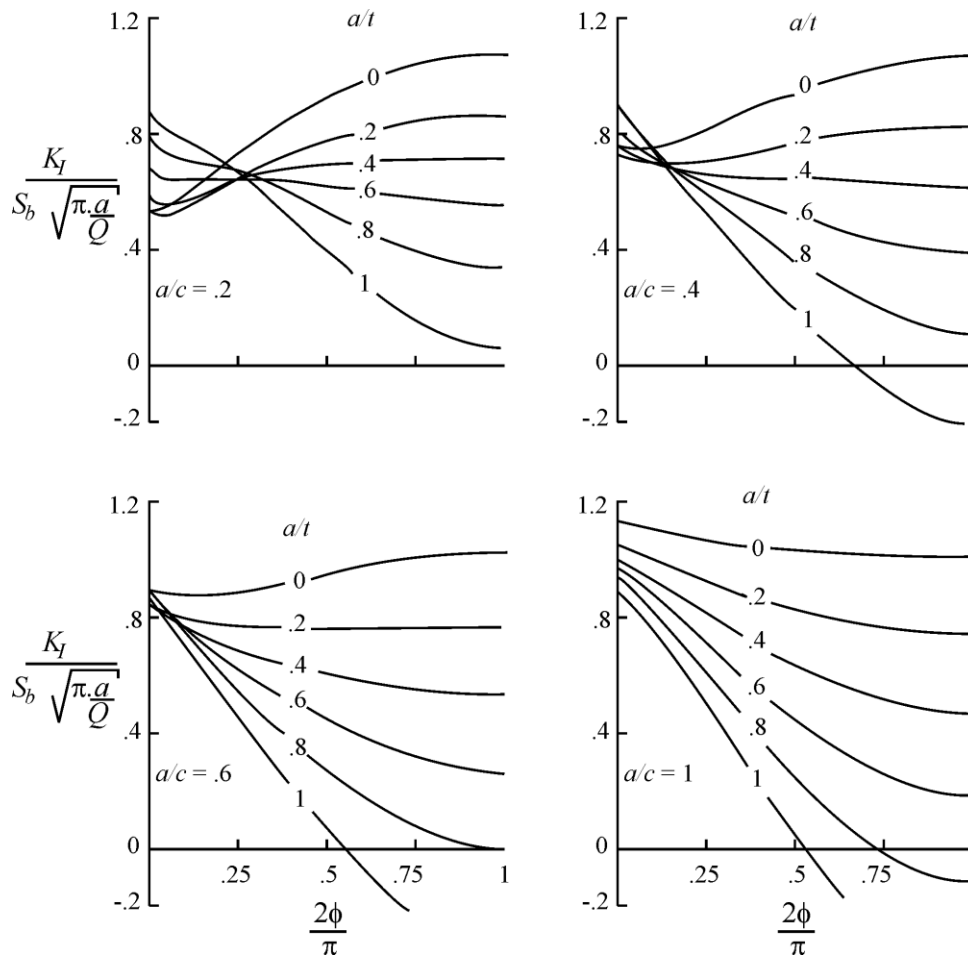
1.3.1. Propagação em trincas de superfície

Diversos pesquisadores executam experimentos ou métodos analíticos aproximados para obter o FIT. Na prática pode ser difícil estimar analiticamente o FIT para geometria complexa de trinca, por exemplo, trincas de superfície ou trincas de canto (Janssen et al., 2006). Por essa razão, soluções numéricas de FIT são largamente usadas na comunidade de fadiga para prever o crescimento nessas trincas. Entre elas podem-se destacar as soluções de FIT de Newman & Raju (1981).

As soluções de Newman-Raju para FIT na frente de trincas de superfície submetidas à tração provocada por carregamento de tração e flexão são equações de ajustes obtidas em análises tridimensionais de elementos finitos. Essas soluções são escritas como uma função de ângulo paramétrico (ϕ), profundidade da trinca (a), comprimento da trinca (c), espessura (t) e largura da placa (w). Desta forma, com base na geometria de trinca de superfície ilustrada na Figura 1.3 (a) e aplicando um carregamento de flexão, onde atuam tensões de tração em toda a frente da trinca, foram determinadas soluções de FIT conforme Figura 1.3 (b).



(a)



(b)

Figura 1.3 – Resultados de FIT sob carregamento de flexão: (a) Geometria da trinca de superfície e (b) Resultados típicos de FIT (Newman & Raju, 1981).

As razões a/c utilizadas são iguais a 0.2, 0.4, 0.6 e 1 e o coeficiente Q é obtido por $Q = 1 + 1.464(a/c)^{1.65}$, para $(a/c \leq 1)$. Pode-se observar que nessas soluções ocorrem resultados negativos de FIT. Esses resultados apenas fazem sentido se combinados com FIT do carregamento de tração.

Neste caso de propagação sob carregamento de tração e flexão, Newman e Raju conseguiram representar de maneira simples as frentes de trincas aproximando a curvas elípticas. A vantagem desta abordagem é determinar o FIT utilizando apenas dois parâmetros da frente da trinca, assumindo centros concêntricos das elipses.

Existem outras propostas para se prever as geometrias da trinca de superfície durante o crescimento em Mahmoud & Hosseinis (1986), Lin & Smith (1999a) e Wu (2006). Eles determinaram as geometrias de trincas de superfície partindo de defeitos curvos sob carregamento de tração e/ou flexão pura. Estes defeitos curvos iniciam numa posição da peça onde atuam apenas tensões normais de tração. Todavia, esses autores não investigaram as taxas de propagação da trinca.

As taxas de propagação foram investigadas com medidas experimentais em Carter et al. (1990). Ele propagou trincas de superfície sob carregamento de tração e relacionou com as soluções de FIT de Irwin (1962), Dill & Saff (1978), Newman & Raju (1978, 1981).

Carter conseguiu uma reprodução satisfatória da geometria experimental das trincas usando o FIT de Newman-Raju. Todavia, as taxas de propagação da trinca de superfície foram inferiores às taxas de propagação encontradas em um corpo-de-prova sob tração. Ele alerta que esta diferença pode ser por causa de taxas diferentes de crescimento ou por incertezas nas soluções do FIT. Entretanto, não foi proposto nenhum tratamento destes resultados.

A aplicação das expressões de FIT de Newman-Raju com taxas de propagação ajustadas com equação de Paris (1960) são muito usadas na propagação de trincas curvas (Mahmoud & Hosseinis, 1986; Wu, 1985; Kim & Song, 1992; Oh & Song, 2001; Song et al., 2002). Caso não se aplique as soluções de Newman-Raju, podem-se executar análises de elementos finitos para encontrar o FIT na trinca de superfície (Riddell et al., 1997).

Entretanto, como comentado anteriormente, Paris observou mesmas taxas de crescimento da trinca relacionando o FIT em corpos-de-prova de um mesmo material. Isto significa que sob específicas condições de FIT e R (razão de tensão) existe uma única taxa de crescimento por fadiga que pode ser caracterizada como uma propriedade do material.

Todavia, existem diversos trabalhos na literatura que não mediram as mesmas taxas de crescimento em uma trinca passante e em uma trinca de superfície (Carter et al., 1990; Kim & Song, 1992; Oh & Song, 2001; Liu et al., 2010). A solução utilizada nos três últimos trabalhos citados é o conceito de fechamento da trinca. Este conceito foi descoberto acidentalmente por Elber (1970) e ocorre quando a trinca não está completamente aberta.

O conceito de fechamento associa as taxas de crescimento a um fator de intensidade de tensão efetivo que pode ser alterado por diferentes condições de tensões na frente da trinca, geometria complexa da trinca (trincas de superfície, por exemplo), espessura do material, por uma interação complexa nas faces da trinca, por aplicação de sobrecargas ou subcargas. Adicionalmente, o FIT efetivo é independente da razão de tensão R .

Kim & Song (1992), Oh & Song (2001) e Liu et al. (2010) mediram as taxas de crescimento para três diferentes R em trincas passantes e em trincas de superfícies. A condição de carregamento aplicado em cada trabalho difere (tração cíclica, flexão pura cíclica e combinação de tração e flexão pura). Em todos os trabalhos, utilizando-se o conceito de FIT efetivo na curva de taxas de crescimento da trinca, foram obtidas taxas de crescimento na trinca de superfície ligeiramente mais baixas do que as taxas de crescimento na trinca passante.

1.3.2. Contato parcial das faces da trinca sob flexão

Na seção anterior (1.3.1) foram referenciados apenas trabalhos com defeito iniciando em trincas de superfície, onde as soluções de Newman-Raju podem ser aplicadas. Todavia, existem trabalhos sob carregamento de flexão que iniciam a propagação da trinca com uma frente reta e passante ao longo da espessura. A determinação do FIT nesta frente reta é mais complexa, pois existe um trecho da

face da trinca que permanece em contato ocasionado pelo carregamento de flexão. Young & Sun (1992), Dempsey et al. (1998) e Zhao et al. (2008) estudaram a influência do contato na magnitude do FIT e geometria da trinca.

Esses autores determinaram a magnitude do FIT na superfície de tração máxima da placa sob carregamento de flexão pura. Eles encontraram que o FIT nesta posição decresce 50% em relação ao FIT obtido sob tração. Entretanto, estes dados analíticos ou numéricos não foram comparados com experimentos. Estes resultados foram confirmados nas análises numéricas exploratórias durante o desenvolvimento desta tese (Corbani et al., 2010).

A propagação da trinca partindo de uma geometria complexa com contato parcial foi realizada por Joseph & Erdogan (1989). Eles examinaram analiticamente a propagação de uma geometria de frente de trinca complexa sob carregamento de flexão pura. Todavia, um método de incrementos de trinca foi usado para propagar a trinca. Esses incrementos foram extrapolados até as extremidades.

Do ponto de vista experimental, existem poucos ensaios que consideram o contato entre as faces da trinca devido ao carregamento de flexão (Erdogan et al., 1962; Wynn & Smith, 1969; Smith & Smith, 1970; Mullinix & Smith, 1974). Alguns destes ensaios foram executados sob carregamento estático. Além disso, não foram apresentadas marcas da geometria da trinca durante o crescimento e medidas experimentais de vida. Claramente, merecem mais experimentos neste tópico (Dempsey et al., 1998).

1.4. Contribuições e objetivos

O presente trabalho tem três objetivos principais:

- Executar experimentos para conhecer geometrias de trincas com contato induzido por carregamento de flexão pura em placas.
- Reproduzir os resultados experimentais em um programa de computador que realiza simulação numérica tridimensional de mecânica da fratura.

O desenvolvimento deste trabalho exigiu a solução de vários problemas e desafios. As principais atividades associadas a este desenvolvimento merecem ser enumeradas, pois correspondem a contribuições deste trabalho:

- Projetar corpos-de-prova modificados para ensaio de tração. Esse ensaio é executado durante o pré-trincamento dos corpos-de-prova usados no ensaio de flexão.

- Projetar corpos-de-prova para ensaio de flexão pura.

- Projetar um suporte de flexão a quatro pontos que garanta a condição de flexão pura.

- Desenvolver uma técnica de visualização da trinca no monitor do computador e medição da trinca.

- Marcar as frentes de trincas durante o experimento.

- Simplificar as geometrias das trincas experimentais empregando curvas quarto-elípticas.

- Tratar singularidades numéricas devidas a uma quina na frente da trinca. Assim, são propostas três metodologias, com diferentes aplicações, para tratar esse problema.

- Testar o programa tridimensional de mecânica da fratura (FRANC3D, 2010) e verificar as hipóteses de propagação de trinca bidimensional. Primeiro o programa foi adaptado para considerar as condições de contato nas faces da trinca. Esta adaptação foi realizada por Bruce Carter (pesquisador do Grupo de Mecânica da Fratura de Cornell - CFG). As contribuições deste trabalho no FRANC3D são:

- testar a rotina de geração de malha. A frente da trinca cresce mais rapidamente na região sob tensões máximas de tração. A rotina de geração da malha deve ser eficiente para evitar elementos distorcidos durante a propagação da trinca.

- testar a hipótese de suavização da frente da trinca.

- considerar o limiar de propagação na hipótese de propagação da trinca.

- testar a hipótese de direção da propagação da trinca bidimensional.

- Testar a influência das regras de ajustes da taxa de propagação na geometria da trinca. Essa geometria da trinca ocasiona valores de FIT nulos a valores positivos. Estes valores de FIT positivos podem estar numa região com comportamento complexo da taxa de propagação. Ao contrário da regra de Paris,

o modelo de Hall (Hall et al., 1974) considera este comportamento. Desta forma, foi testada a sensibilidade da geometria da trinca usando a regra de Paris e regra de Hall.

- Propor expressões simplificadas do FIT na frente da trinca, a partir das análises numéricas. A primeira aplicação destas expressões é padronizar expressões de FIT para os corpos-de-prova sob flexão pura com contato, para poder reproduzir esses ensaios. Uma segunda aplicação dessas expressões é que elas podem ser utilizadas para prever a vida em placas sob carregamentos complexos no programa **ViDa** (Castro & Meggiolaro, 2009), por exemplo.

- Verificar a similaridade das taxas de propagação da trinca passante com as taxas da trinca de superfície.

Existe uma extensa literatura sobre trincas curvas, entretanto poucos trabalhos trataram o problema a partir de um defeito de trinca passante. Assim, são inéditos experimentos com contato das faces da trinca.

Outra contribuição deste trabalho é servir como teste em programas numéricos de propagação de trinca tridimensional. Esses programas devem reproduzir restrições do problema de contato, ter uma rotina robusta de geração de malha e ter hipóteses de propagação que eliminem singularidades por causa de uma quina.

Adicionalmente, o problema tratado nesta tese verifica as hipóteses de direção de crescimento em uma trinca bidimensional. Usualmente, são encontradas hipóteses eficientes para o crescimento da trinca unidimensional (trinca passante e reta) e para crescimento de trinca tridimensional. Entretanto, não foram encontradas pela autora hipóteses adequadas de direção de crescimento no plano de trincamento. Neste trabalho é sugerida uma nova hipótese de direção de crescimento da trinca de superfície.

1.5. Organização do trabalho

No primeiro capítulo foi feita a introdução a esta pesquisa. No Capítulo 2 são selecionados tópicos com conceitos e relações importantes aplicados ao fator de intensidade de tensão, assumindo as hipóteses de mecânica da fratura linear

elástica. No Capítulo 3 são apresentados os ajustes de curva de taxa de propagação, hipóteses de similaridade e procedimento para propagação da trinca por fadiga em um plano, destacando-se a aplicação em frentes de trincas com distribuição de FIT. No Capítulo 4 são descritos o projeto dos experimentos para sua execução e são apresentados os resultados.

Nos Capítulos 5, 6 e 7 são realizadas as investigações numéricas no programa tridimensional de mecânica da fratura, o FRANC3D. No Capítulo 5 avaliam-se separadamente os parâmetros usados na reconstrução do crescimento da trinca. Complementarmente, são apresentadas as hipóteses simplificadoras usadas nestes três capítulos (Capítulos 5, 6 e 7). No Capítulo 6 reproduz-se o crescimento incremental da trinca usando dois ajustes diferentes de curva $da/dN - \Delta K$, permitindo-se assim conhecer a sensibilidade do crescimento incremental à curva $da/dN - \Delta K$. No Capítulo 7 investigam-se as distribuições do FIT nas geometrias de trincas obtidas nos corpos-de-prova ensaiados. Com base nestas distribuições, determinam-se soluções de FIT. Adicionalmente, são feitas estimativas de vida e comparações destas estimativas com a vida medida em um ensaio de flexão pura.

Finalmente, no Capítulo 8 são discutidos os avanços alcançados e recomendações de futuras pesquisas nesta área.

2

Estimativas do fator de intensidade de tensão

A mecânica da fratura é uma área que também caracteriza o crescimento da trinca por fadiga. Adotadas as hipóteses da mecânica da fratura linear elástica (MFLE), o fator de intensidade de tensão (FIT) é o parâmetro usado para determinar os incrementos de trinca durante seu crescimento.

Neste capítulo são apresentados tópicos importantes relacionados ao FIT, enfatizando suas aplicações neste trabalho. O problema de propagação da trinca por fadiga é abordado no próximo capítulo (Capítulo 3).

Revisões de conceitos importantes de mecânica da fratura podem ser encontradas em diversos livros. Os livros de Janssen et al. (2006), Anderson (2005), Castro & Meggiolaro (2009) e Unger (1995) são representativos nesta área e usados neste capítulo.

2.1.

Modos de fratura de teoria de elasticidade tri-dimensional

O campo de tensão na ponta da trinca pode ser dividido em três maneiras distintas, cada maneira é associada a um modo local de fratura. Elas são comumente chamadas de modo I, modo II e modo III de fratura.

O modo I é o modo principal de fratura que ocorre quando duas superfícies (faces) de uma trinca são separadas por tração, que é aplicada perpendicularmente ao plano da trinca, conforme é mostrado na Figura 2.1(a). Nesta tese, o carregamento remotamente aplicado de flexão pura induz tração em um trecho da frente da trinca. Conseqüentemente, o modo I de abertura é o único modo de crescimento nesse trecho da trinca.

O modo II é chamado de modo de fratura por deslizamento (*sliding*). Ele ocorre quando é aplicado cisalhamento no plano da trinca. O modo II é mostrado na Figura 2.1(b). Adicionalmente, o modo III é referido ao modo de fratura por

rasgamento (*tearing*). Esse modo de fratura tem carregamento de cisalhamento fora do plano (ver Figura 2.1(c)).

Todos os campos de tensões e deslocamentos na vizinhança da ponta da trinca podem ser divididos nesses três modos. Os FITs são associados a eles, sendo referidos como K_I , K_{II} e K_{III} . Desta forma, K_I , K_{II} e K_{III} são, respectivamente, FIT de modo I, FIT de modo II e FIT de modo III.

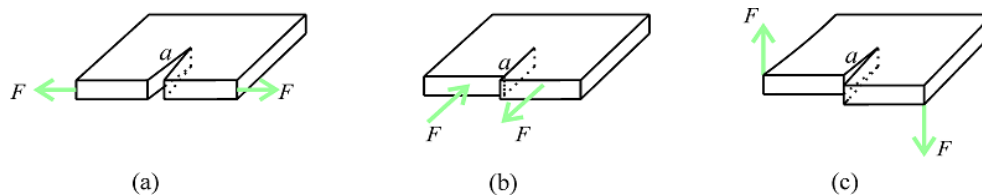


Figura 2.1 – Três modos principais de fratura: (a) Modo I, modo de abertura; (b) Modo II, modo de cisalhamento no plano e (c) Modo III, modo de rasgamento.

2.2. Tensões e deslocamentos em uma placa trincada infinita

Uma variedade de técnicas está disponível na literatura de mecânica da fratura para analisar tensões em corpos trincados. Williams e co-autores foram os primeiros a usar uma expansão de autofunções para investigar as tensões singulares em torno da ponta da trinca (Williams, 1952; Williams, 1957). Eles atribuíram diversas condições de contorno em uma placa trincada usando material isotrópico e ortotrópico.

Nesta seção é apresentado o campo de tensões local na ponta da trinca para os três modos de fratura, utilizando as soluções de Williams. Essas soluções serão necessárias no método da integral- M , que é descrito na Seção 2.6.2.

Williams considerou uma placa infinita contendo uma trinca e deduziu soluções lineares elásticas para o campo de tensões e campo de deslocamentos nos três modos fundamentais de fratura. A dedução dessa solução pode ser encontrada em diversos livros textos; por exemplo, no livro de Unger (1995).

Uma função arbitrária $\Phi(r, \theta)$ representa a solução plana que satisfaz tanto equação de equilíbrio quanto equação de compatibilidade do sistema. Ela é denominada por função de tensão de Airy e é escrita como

$$\Phi = r^{\lambda+1} F(\theta^*, \lambda), \quad (2.1)$$

onde

$$F(\theta^*, \lambda) = \left[c_1 \sin((\lambda+1)\theta^*) + c_2 \cos((\lambda+1)\theta^*) + c_3 \sin((\lambda-1)\theta^*) + c_4 \cos((\lambda-1)\theta^*) \right]$$

c_1, c_2, c_3 e c_4 são constantes e θ^* é definida na Figura 2.2. Para essa solução F , existe um número infinito de valores de $\lambda > 0$ que satisfazem as condições de contorno.

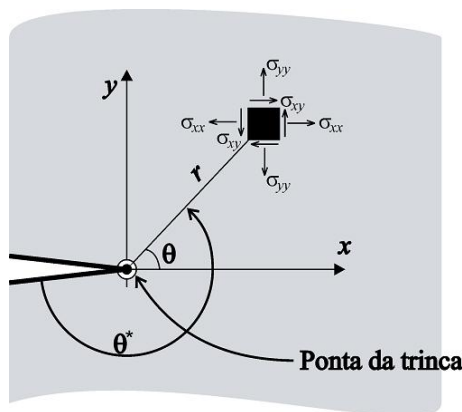


Figura 2.2 – Parâmetros usados para descrever as tensões na ponta da trinca.

As tensões biaxiais de tração σ_∞ remotamente aplicadas são ilustradas na Figura 2.3(a). Para o modo I, a solução assintótica associada a essas tensões aplicadas, para estado plano de tensão e estado plano de deformação, é

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde r e θ foram ilustrados na Figura 2.2. K_I é definido para uma placa infinita com um comprimento de trinca $2a$ sob um carregamento remoto de tensões de tração. Para a tensão de tração remotamente aplicada, K_I é igual a $\sigma_\infty \sqrt{\pi a}$.

Os deslocamentos assintóticos em torno da ponta da trinca para o modo I são

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ \kappa - 1 + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \\ u_y &= \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ \kappa + 1 - 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

com $\kappa = \begin{cases} \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{(estado plano de tensão)} \\ \frac{3-4\nu}{3-4\nu} & \text{(estado plano de deformação)} \end{cases}$. ν é o coeficiente de Poisson

e G é o módulo de cisalhamento, onde $G = E/[2(1+\nu)]$. Note que E é o módulo de elasticidade.

Utilizando a distribuição de carregamento ilustrada na Figura 2.3(b), a solução assintótica de tensões próximas a ponta da trinca para o modo II é

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

K_{II} é definido para uma placa infinita com um comprimento de trinca $2a$ sob um carregamento remoto de tensões de tração com direção paralela à trinca. Assim, $K_{II} = \tau_\infty \sqrt{\pi a}$. Os deslocamentos assintóticos em torno da ponta da trinca causados pelo modo II são

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ u_y &= \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \kappa + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

para uma placa infinita.

Finalmente, o problema do modo III difere dos dois primeiros modos previamente apresentados. Esse modo não é um problema plano de elasticidade, já que as forças de cisalhamento atuam perpendicular ao plano da placa, conforme ilustrado na Figura 2.3(c). Desta forma, em um problema em modo III de fratura,

só existem duas componentes de tensões σ_{xz} , σ_{yz} e uma componente de deslocamento $u_z = w(x, y)$. Assim, a solução assintótica em torno da ponta da trinca é

$$\begin{aligned}\sigma_{xz} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\end{aligned}\tag{2.6}$$

onde $K_{III} = \tau_{\infty} \sqrt{\pi a}$. O deslocamento é

$$u_z = \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right).\tag{2.7}$$

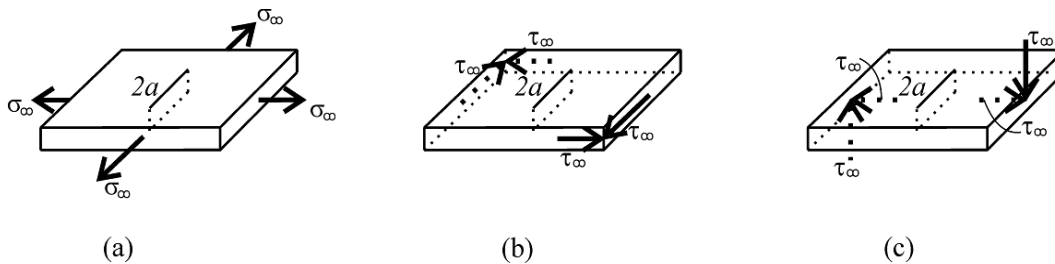


Figura 2.3 – Carregamento remoto aplicado para os três modos de fratura.

2.3. Trincas passantes e trincas de superfícies

Nesta seção são apresentadas as diferenças gerais entre trincas passantes e trincas de superfícies. Embora estes dois tipos de trincas apresentem suas faces perpendiculares às superfícies da peça, as geometrias das suas frentes de trinca são diferentes.

As trincas passantes normalmente ocorrem em peças finas e suas possíveis geometrias de frentes são ilustradas na Figura 2.4 (1), (2) e (3). Na Figura 2.4 (1) é ilustrada uma frente de trinca perpendicular às superfícies da peça, que ocorre sob carregamento remotamente aplicado de tração quando se utiliza as hipóteses de MFLE. Entretanto, dependendo do material e da espessura da peça, ainda sob

este carregamento, a frente da trinca pode-se tornar ligeiramente curva, conforme ilustrado na Figura 2.4 (2).

Usualmente, essas duas geometrias de frentes de trincas (Figura 2.4 (1) e Figura 2.4 (2)) são aproximadas por uma ponta de trinca e suas faces são simplificadas por linhas (arestas). Quando a frente da trinca é ligeiramente curva, o comprimento adotado é a média dos comprimentos medidos ao longo da espessura e o incremento de trinca é assumido constante. Por esta razão, o FIT pode ser simplificado por um único valor para cada comprimento a . Além disso, o problema pode ser modelado como um problema bidimensional.

Entretanto, quando a frente da trinca, ainda que passante, apresenta bastante inclinação, o problema deve ser tratado como um problema tridimensional, pois o comportamento das tensões é tridimensional. Isto implica que o FIT varia ao longo de toda a frente da trinca.

Esse caso, que é ilustrado na Figura 2.4 (3), ocorre, por exemplo, com a adição de carregamentos remotos de flexão aos carregamentos remotos de tração. Desta forma, essa frente de trinca é curva e deve ser descrita ao longo de um plano, pois varia de comprimento em relação à espessura da placa. Por esta razão, ela é chamada de trinca bidimensional ou trinca de superfície. Além disso, caso a trinca não atravesse toda a espessura da peça, também pode ser chamada de trinca parcialmente passante, configurando assim um caso particular de trinca de superfície.

A trinca parcialmente passante ocorre em peças espessas sob carregamento de tração e/ou flexão. Em geral, ela tem menor comprimento do que uma trinca passante. As diversas geometrias de frentes de trincas parcialmente passantes são ilustradas na Figura 2.4 (4), (5), (6) e (7). Na Figura 2.4 (5) e na (7) são ainda exibidas trincas parcialmente passantes, que também são chamadas de trincas de canto.

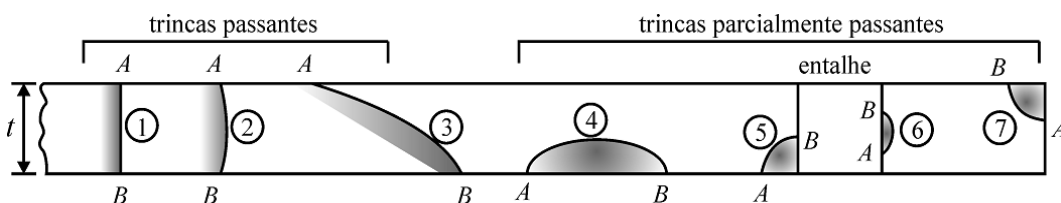


Figura 2.4 – Diferentes geometrias de frente de trinca AB para trincas passante e trincas parcialmente passantes (Schijve, 2009).

Adicionalmente, a geometria da trinca tem nomenclatura diferente em problemas bidimensionais e problemas tridimensionais. Na Figura 2.5 e na Figura 2.6 são ilustradas, respectivamente, nomenclatura de trinca passante e nomenclatura de trinca de superfície. A geometria da trinca de superfície ilustrada é compatível com o problema estudado nesta tese. Essa geometria é uma combinação de trinca passante-reta com trinca parcialmente passante.

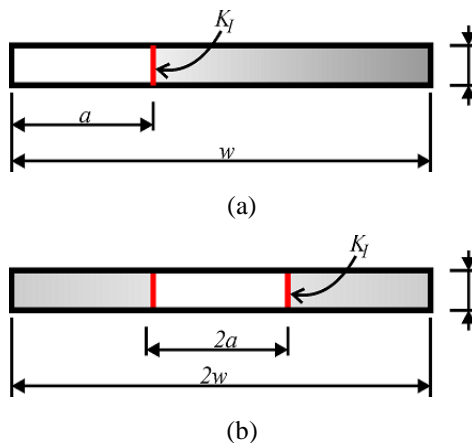


Figura 2.5 – Nomenclatura da trinca em problemas bidimensionais: (a) trinca de borda e (b) trinca central.

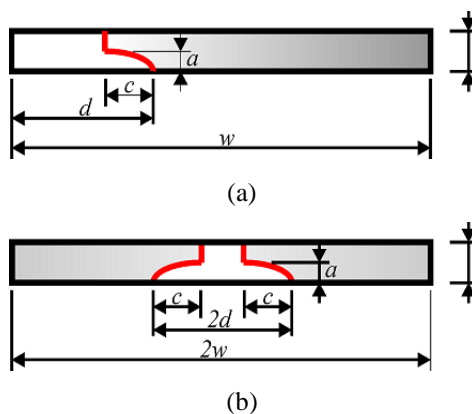


Figura 2.6 – Nomenclatura da trinca em problemas tridimensionais utilizando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados: (a) trinca de borda e (b) trinca central.

Ressalta-se que existem duas atribuições para a , que pode ser o comprimento da trinca passante (ver Figura 2.5) ou a profundidade da trinca parcialmente passante (ver Figura 2.6).

2.4. FIT em peças com dimensões finitas em trincas retas e passantes

A solução do FIT é estritamente definida analiticamente para placas infinitas. Entretanto, a geometria de um corpo-de-prova com dimensões finitas influencia o campo de tensões em torno da ponta da trinca. Conseqüentemente, as expressões de FIT se modificam. Em problemas práticos é adicionado um fator de correção para capacitar o uso dessa solução.

Uma forma geral da expressão modificada de FIT é a solução clássica de Irwin, que é escrita em problemas 2D como

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right), \quad (2.8)$$

onde σ é a tensão máxima do carregamento remotamente aplicado, a é o comprimento da trinca e w é a largura do corpo-de-prova. A função de geometria $f(a/w)$ é determinada por análise de tensões.

Há poucas formas fechadas para a expressão de $f(a/w)$, sendo que aproximações de resultados discretos obtidos por métodos numéricos são utilizadas na maioria das expressões de f . Os resultados são normalmente apresentados em gráficos que mostram f variando ao longo de razões geométricas a/w .

2.5. FIT em trincas bidimensionais

Como discutido no Capítulo 1 (Seção 1.3.1), Newman & Raju (1981) conseguiram representar de forma simples as geometrias de frentes de trincas bidimensionais usando curvas elípticas. Complementarmente, diversas soluções de FIT em trincas de superfície foram publicadas na literatura relacionando as distribuições de FIT com o ângulo ϕ (Newman & Raju, 1981; Lin & Smith, 1999b; Perez et al., 1990).

Neste trabalho, as geometrias das frentes das trincas encontradas nos corpos-de-prova ensaiados são trincas de canto (ver Figura 2.4 (5)) no trecho da trinca que cresceu durante o ensaio (trecho sob tração). Trincas de canto,

usualmente, são aproximadas por curvas quarto-elípticas concêntricas. Entretanto, neste trabalho, uma melhor aproximação da geometria dos corpos-de-prova ensaiados, foi obtida com curvas quarto-elípticas não concêntricas, propondo-se uma expressão para obter o centro de cada curva.

Com os FITs nos pontos A e C , ver na Figura 2.7, e centro da elipse pode-se determinar a geometria da trinca no passo subsequente de uma propagação. Por esta razão, as expressões de FIT são determinadas em A ($\phi = \pi/2$), em C ($\phi = 0$) e, complementarmente, no trecho curvo entre A e C onde $0 \leq \phi \leq \pi/2$. Os formatos das expressões genéricas para FITs nas frentes de trincas tratadas neste trabalho são mostradas a seguir. O FIT localizado em C é chamado de $K_{I,c}$ (Figura 2.8(a)), o FIT em A é denominado $K_{I,a}$ (Figura 2.8(b)) e o FIT entre $0 \leq \phi \leq \pi/2$ é K_I .

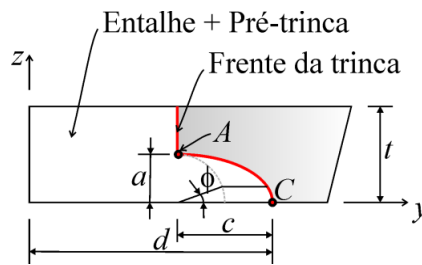


Figura 2.7 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria de trinca de canto.

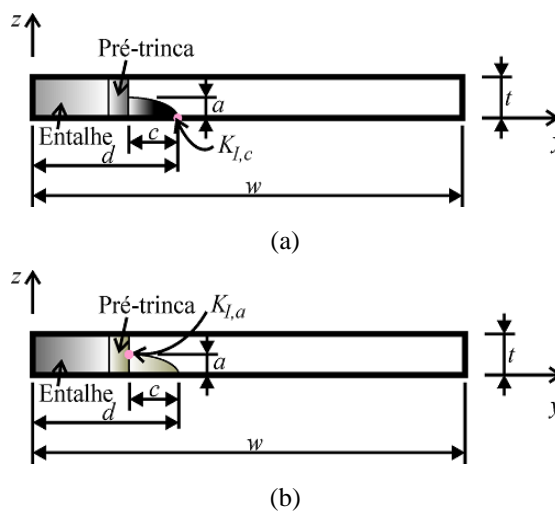


Figura 2.8 – Fator de intensidade de tensão na trinca curva: (a) $K_{I,c}$; e (b) $K_{I,a}$.

O melhor ajuste da expressão de FIT em C é

$$K_{I,c} = \sigma \sqrt{\pi d} f(d/w), \quad (2.9)$$

onde σ é a tensão máxima do carregamento remotamente aplicado. d é o comprimento indicado na Figura 2.7 e na Figura 2.8. f é a função de geometria obtida com o ajuste de FIT normalizado e d/w . w é a largura da placa. Note que o FIT normalizado é determinado numericamente reproduzindo as condições de contorno e geometria do problema estudado.

Em A , o FIT é escrito como

$$K_{I,a} = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/t). \quad (2.10)$$

onde t é a espessura da placa e a é a profundidade da trinca de canto. As demais variáveis foram previamente introduzidas.

Adicionalmente, na Figura 2.9 é indicado o ângulo ϕ na geometria da trinca atual i e na geometria subsequente $i+1$. A expressão do FIT de $0 \leq \phi \leq \pi/2$ é

$$K_I(a/t, d/w, a/c, \phi) = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/t, d/w, a/c, \phi). \quad (2.11)$$

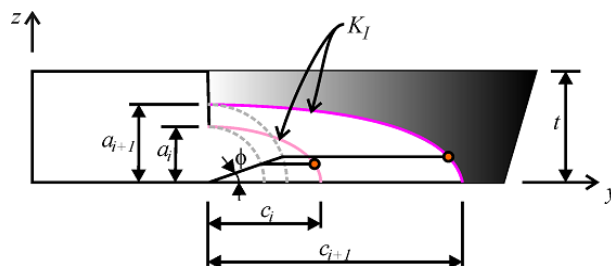


Figura 2.9 - K_I ao longo de toda a frente da trinca.

2.6. Cálculo numérico de FIT em problemas 3D

Dois métodos numéricos estão disponíveis no programa FRANC3D (FRANC3D, 2010) para se determinar o FIT: método da integral- M e método de correlação de deslocamentos. O método da integral- M é mais preciso para

determinar FIT. Por esta razão, ele foi usado inicialmente neste trabalho. Esse método utiliza os resultados de tensões e deslocamentos na frente da trinca.

Entretanto, usando este método, a distribuição do FIT calculada no trecho em contato foi negativa, ao invés de nula. Isto indicava pressões de superfície (p_N) diferentes no trecho das faces da trinca em contato, indicando valores incorretos dessas pressões (ver Apêndice 6).

Esses valores incorretos são oriundos da concentração de elementos gerando resultados incorretos de tensões no programa de elementos finitos, o ABAQUS (Hibbitt et al., 1996). Todavia, no método de correlação de deslocamentos, os resultados de tensões não são usados. Por este motivo, o método de correlação de deslocamentos é empregado na determinação do FIT em todas as análises executadas neste trabalho.

2.6.1. Tensões singulares em elementos finitos

Na mecânica da fratura linear elástica (MFLE), o campo de tensões na frente da trinca é singular. Representa-se eficientemente este campo de tensões com uso de elementos finitos que contenham essas singularidades. Assim, diversos elementos foram projetados, mas um elemento muito simples foi encontrado para se reproduzir essas singularidades.

Esse elemento é obtido com a mudança do nó intermediário de um elemento isoparamétrico quadrático para a posição de 1/4 da aresta próxima à frente da trinca. Por isso, esse elemento finito é chamado de *quarter-point*.

Desta forma, o elemento *quarter-point* é aplicado com muito sucesso na MFLE, pois ele contém uma singularidade de deformação de $1/\sqrt{r}$ das expressões do campo de tensões à frente de uma trinca em modos I, II e III (equações (2.2), (2.4), (2.6)). Por causa desse elemento, em análises de elementos finitos, a frente da trinca é disposta por uma roseta (ver Figura 2.10 (a)). Em problemas tridimensionais, a seção transversal do elemento perpendicular à frente da trinca pode ser quadrada ou triangular. No programa FRANC3D, são usadas seções triangulares do elemento na frente da trinca.

Para melhorar o refinamento da malha, podem ser utilizadas diversas camadas de elementos em torno da frente da trinca, mas apenas a primeira camada, mais próxima à frente da trinca, é composta por elementos *quarter-points*. Mais detalhes desta formulação podem ser encontrados, por exemplo, em Bathe (1996).

Como é uma análise tridimensional, a seção transversal na frente da trinca é uma roseta e essa roseta acompanha a geometria da frente, conforme ela é ilustrada na Figura 2.10 (b) em uma frente semi-elíptica. A roseta de um problema bidimensional é ilustrada na Figura 2.10 (a) e a seção transversal da roseta em um problema tridimensional é ilustrada na Figura 2.10 (b).

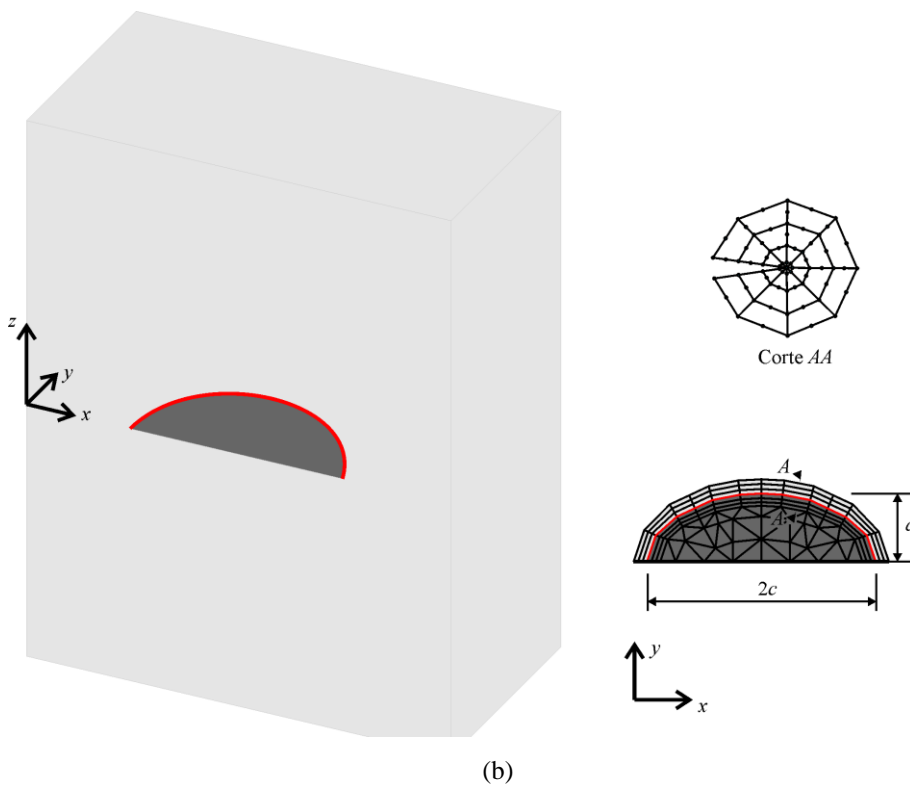
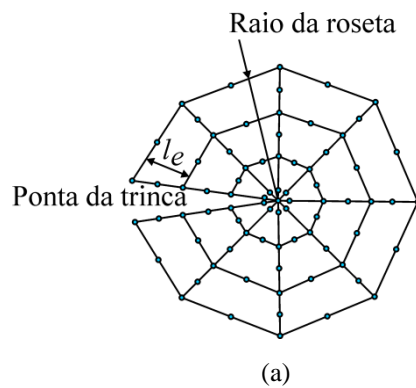


Figura 2.10 – Roseta: (a) seção transversal em problemas bidimensional e tridimensional e (b) trajetória da roseta em um problema tridimensional.

2.6.2. Método da integral - M

Nesta seção é introduzida a formulação tridimensional do método da integral- M (Yau et al., 1980 e Li et al., 1985). A aplicação da integral- M é mais geral do que a integral- J , pois enquanto a integral- J tem bons resultados só quando ocorrem carregamentos puramente em um modo de fratura (Budiansky & Rice, 1973), o método da integral- M estabelece mais precisamente o FIT em peças trincadas carregadas em modos misturados.

A formulação da integral- M parte de conceitos da integral- J , que são conceitos bem conhecidos na mecânica da fratura. A integral- J relaciona o alívio de energia potencial com extensões da trinca em material linear e não-linear (Rice, 1968). Assim, a integral- J foi definida por Rice (1968) em geometrias 3D como

$$J = \int_{\Gamma} \left(W n_1 - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} \right) ds. \quad (2.12)$$

Γ é um contorno de integração em um caminho arbitrário em torno da trajetória no plano perpendicular a esta trajetória. $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ é um vetor unitário normal a Γ . O vetor \mathbf{T} é $\sigma_{ij} n_j$, onde o índice j varia de 1 a 3. ds é um incremento ao longo de Γ . Esses parâmetros são ilustrados na Figura 2.11. Note que, apenas nesta seção, a notação indexada é usada para descrever as coordenadas do eixo. Assim, no lugar de x , y e z tem-se x_i com índice i variando entre 1 a 3.

A densidade de energia de deformação W é determinada por

$$W = W(x_1, x_2, x_3) = W(\boldsymbol{\varepsilon}) = \int_0^{\boldsymbol{\varepsilon}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (2.13)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{ij}\}$ é o tensor de deformação infinitesimal.

O contorno da integral- J deve ser apresentado como uma integral de área equivalente em problemas 2D ou como uma integral de volume em 3D (Li et al., 1985), pois é mais preciso e estável no contexto de método dos elementos finitos.

Assim, a integral- J é transformada em uma integral de área, utilizando o teorema de Green

$$J = \int_A \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} - W \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dA \quad (2.14)$$

em que δ_{1j} é o delta Kronecker, A é a área anular mostrada na Figura 2.11, e q é uma função suficientemente suave em A , que é unitária no contorno C_1 e nula no contorno C_2 , além de ser diferenciável ao longo da área A .

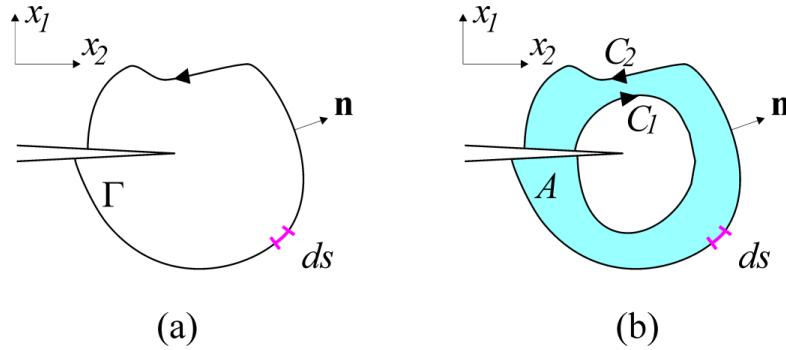


Figura 2.11 – Ponta da trinca em problemas 2D: (a) uma curva arbitrária e (b) uma área arbitrária A .

A formulação da integral- J em problemas tridimensionais foi apresentada em Banks-Sills & Sherman (1992). Dois estados de equilíbrio independentes de um corpo elasticamente deformável são considerados. Às variáveis associadas a esses dois estados são atribuídos sobrescritos 1 e 2. Usando a superposição desses dois estados de equilíbrio, a integral- J é obtida com

$$J = J^{(1)} + J^{(2)} + M^{(1,2)}, \quad (2.15)$$

onde $J^{(1)}$ é a integral- J devido ao estado de equilíbrio 1, $J^{(2)}$ é a integral- J do estado de equilíbrio 2 e $M^{(1,2)}$ é a integral- M devido aos estados de equilíbrio 1 e 2. Desta forma, a integral- M é dada por

$$M^{(1,2)} = \int_V \left(\left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_k} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_k} \right] - W^{(1,2)} \delta_{kj} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_j} dV \quad (2.16)$$

em que $W^{(1,2)} = C_{ijml} u_{i,j}^{(1)} u_{m,l}^{(2)} = C_{ijml} u_{i,j}^{(2)} u_{m,l}^{(1)}$. As propriedades do material são definidas no tensor de rigidez C_{ijml} e u_i são as componentes dos deslocamentos.

As integrais $J^{(1)}$ e $J^{(2)}$ são

$$J^{(1)} = \int_V \left(\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_k} - W^{(1)} \delta_{kj} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_j} dV \quad (2.17)$$

$$J^{(2)} = \int_V \left(\sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_k} - W^{(2)} \delta_{kj} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_j} dV, \quad (2.18)$$

onde $\partial q_k / \partial x_j = n_j$. A função- q_k ainda não foi normalizada, por isso as expressões (2.16), (2.17) e (2.18) devem ser normalizadas pelas integrais da função q ,

$$J = \frac{J^{(1)}}{V_q} + \frac{J^{(2)}}{V_q} + \frac{M^{(1,2)}}{V_q}, \quad (2.19)$$

onde $V_q = \int_V \partial q_k / \partial x_j dV$ (Banks-Sills & Sherman, 1992).

Por outro lado, Yau et al. (1980) apresentou um método para avaliar individualmente as soluções de FIT para cada modo de fratura da trinca sob modo misto de abertura em material isotrópico elástico. Esse procedimento é descrito a seguir.

Sob condições de escoamento de pequena escala, a integral- J é igual à taxa de alívio de energia G . Para problema de deformação tridimensional, Rice (1968) definiu

$$G = J = \alpha \left(K_I^2 + K_{II}^2 \right) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2.20)$$

em um carregamento geral, onde $\alpha = \begin{cases} \frac{(1-\nu^2)}{E} & \text{(estado plano de deformação)} \\ \frac{1}{E} & \text{(estado plano de tensão)} \end{cases}$.

O FIT pode ser determinado por superposição, assim, ele é escrito como

$$K_I = K_I^{(1)} + K_I^{(2)}, K_{II} = K_{II}^{(1)} + K_{II}^{(2)} \text{ e } K_{III} = K_{III}^{(1)} + K_{III}^{(2)}. \quad (2.21)$$

No programa FRANC3D são considerados dois estados de equilíbrio independentes. A expressão (2.21) é substituída na expressão (2.20) para se determinar a integral- J

$$G = J = \alpha \left(\left[K_I^{(1)} + K_I^{(2)} \right]^2 + \left[K_{II}^{(1)} + K_{II}^{(2)} \right]^2 \right) + \frac{1+\nu}{E} \left[K_{III}^{(1)} + K_{III}^{(2)} \right]^2. \quad (2.22)$$

Mais explicitamente, a expressão (2.22) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 G = J = & \left[\alpha \left(K_I^{(1)} \right)^2 + \alpha \left(K_{II}^{(1)} \right)^2 + \frac{1+\nu}{E} \left(K_{III}^{(1)} \right)^2 \right] + \\
 & + \left[\alpha \left(K_I^{(2)} \right)^2 + \alpha \left(K_{II}^{(2)} \right)^2 + \frac{1+\nu}{E} \left(K_{III}^{(2)} \right)^2 \right] + \quad (2.23) \\
 & + 2 \left[\alpha K_I^{(1)} K_I^{(2)} + \alpha K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)} \right]
 \end{aligned}$$

Uma comparação direta entre a equação (2. 15), (2. 20) e (2. 23), revela que

$$M^{(1,2)} = 2 \left[\alpha K_I^{(1)} K_I^{(2)} + \alpha K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)} \right]. \quad (2.24)$$

A integral- M definida nas expressões (2. 16) e (2. 24) pode ser usada diretamente para resolver problemas de trinca em modo misto em um sólido elástico-linear. As soluções independentes indicadas pelo sobrescrito dois (2) são as soluções de Williams, apresentadas na Seção 2.2. Já as soluções denotadas pelo sobrescrito 1 são as soluções obtidas pelo programa tridimensional de elementos finitos.

O FIT adotado na solução 2 é $K_I^{(2a)} = K_{II}^{(2b)} = K_{III}^{(2c)} = 1$, e

$$\begin{aligned}
 K_{II}^{(2a)} &= K_{III}^{(2a)} = 0 \\
 K_I^{(2b)} &= K_{III}^{(2b)} = 0 \quad (2.25) \\
 K_I^{(2c)} &= K_{II}^{(2c)} = 0
 \end{aligned}$$

Na reprodução do campo de deslocamentos e campo de tensões da frente da trinca com as soluções de Williams, são atribuídas amplitudes de FITs unitárias, pois se deseja determinar apenas a amplitude (o FIT) com as soluções de elementos finitos.

Substituindo essa solução 2 em (2. 25)

$$\begin{aligned}
 M^{(1,2a)} &= \left[2\alpha K_I^{(1)} \right] \\
 M^{(1,2b)} &= \left[2\alpha K_{II}^{(1)} \right] \quad (2.26) \\
 M^{(1,2c)} &= \left[2 \frac{1+\nu}{E} K_{III}^{(1)} \right]
 \end{aligned}$$

Para essas três configurações de equilíbrio, o FIT no programa tridimensional de mecânica da fratura é obtido com as seguintes expressões

$$\begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{1+\nu}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_I^{(1)} \\ K_{II}^{(1)} \\ K_{III}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M^{(1,2a)}/A_q \\ M^{(1,2b)}/A_q \\ M^{(1,2c)}/A_q \end{Bmatrix}, \quad (2.27)$$

onde

$$M = \int_V \left(\left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_k} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_k} \right] - W^{(1,2)} \delta_{kj} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_j} dV. \quad (2.28)$$

2.6.3. Método de correlação de deslocamentos

O método de correlação de deslocamentos para geometrias tridimensionais foi apresentado em Ingraffea & Manu (1980). Eles utilizaram um elemento finito hexaédrico do tipo *Serendipity*, com interpolação quadrática de deslocamentos, com 20 nós, e com uma face degenerada em uma aresta. Embora o programa FRANC3D utilize o elemento finito sólido C3D15 do ABAQUS, a interpolação dos deslocamentos nesses elementos (hexaédrico com face degenerada e C3D15) é semelhante. Contudo, a formulação do elemento C3D15 é diferente, como pode ser encontrado em Hibbitt et al. (1996).

A configuração do elemento C3D15 em coordenadas cartesianas com *quarter-point* é exibida na Figura 2.12(a) e na Figura 2.12 (b) é ilustrada a localização dos nós usados nas expressões de FIT.

Para um caso geral, com geometria não simétrica e/ou carregamento não simétrico em que ambas as faces das trincas não são restritas, os FITs são determinados como

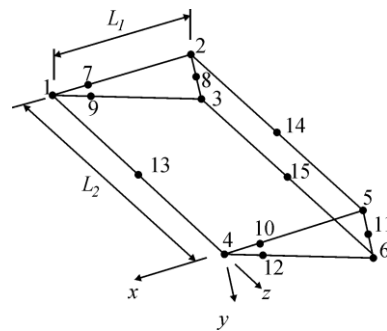
$$\begin{aligned} K_I = & \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \left[2u_{yB} - u_{yC} + 2u_{yE} - u_{yF} + u_{yD} - 2u_{yB'} + u_{yC'} - 2u_{yE'} + u_{yF'} - u_{yD'} \right. \\ & + \frac{1}{2} \eta \left(-4u_{yB} + u_{yC} + 4u_{yE} - u_{yF} + 4u_{yB'} - u_{yC'} - 4u_{yE'} + u_{yF'} \right) \\ & \left. + \frac{1}{2} \eta^2 \left(u_{yF} + u_{yC} - 2u_{yD} - u_{yF'} - u_{yC'} + 2u_{yD'} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}
 K_{II} = & \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \left[2u_{xB} - u_{xC} + 2u_{xE} - u_{xF} + u_{xD} - 2u_{xB'} + u_{xC'} - 2u_{xE'} + u_{xF'} - u_{xD'} \right. \\
 & + \frac{1}{2} \eta (-4u_{xB} + u_{xC} + 4u_{xE} - u_{xF} + 4u_{xB'} - u_{xC'} - 4u_{xE'} + u_{xF'}) \\
 & \left. + \frac{1}{2} \eta^2 (u_{xF} + u_{xC} - 2u_{xD} - u_{xF'} - u_{xC'} + 2u_{xD'}) \right] \quad (2.30)
 \end{aligned}$$

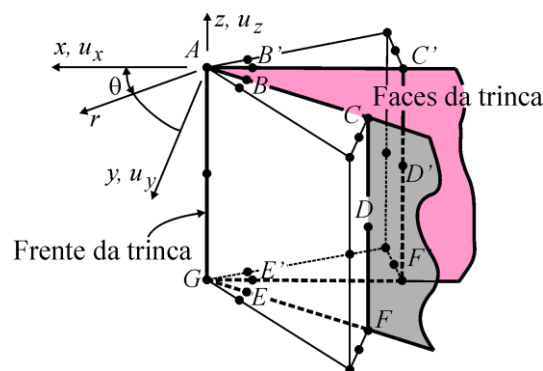
e

$$\begin{aligned}
 K_{III} = & \frac{E}{4(1+\nu)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \left[2u_{zB} - u_{zC} + 2u_{zE} - u_{zF} + u_{zD} - 2u_{zB'} + u_{zC'} - 2u_{zE'} + u_{zF'} - u_{zD'} \right. \\
 & + \frac{1}{2} \eta (-4u_{zB} + u_{zC} + 4u_{zE} - u_{zF} + 4u_{zB'} - u_{zC'} - 4u_{zE'} + u_{zF'}) \\
 & \left. + \frac{1}{2} \eta^2 (u_{zF} + u_{zC} - 2u_{zD} - u_{zF'} - u_{zC'} + 2u_{zD'}) \right], \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

onde $\eta = -(2z/L_2 + 1)$, L_1 e L_2 são comprimentos do elemento no plano xz e o comprimento do elemento direção da frente da trinca, respectivamente. O vetor deslocamento é $\mathbf{u} = \{u_x \quad u_y \quad u_z\}^T$.



(a)



(b)

Figura 2.12 – Numeração do elemento e sistema de coordenadas: (a) Elemento *quarter-point* C3D15 em sistema de coordenadas cartesianas; e (b) Disposição dos elementos e convenção dos nós.

3 Propagação da trinca por fadiga

Neste capítulo é descrito o crescimento da trinca submetida a solicitações de fadiga. Essa descrição de crescimento da trinca é particularizada para estruturas ou peças mecânicas de aço. As condições de pequena escala de escoamento na frente da trinca garantem o domínio da mecânica da fratura linear elástica (MFLE).

Uma ampla revisão em fadiga pode ser encontrada nos livros de Schijve (2009), Castro & Meggiolaro (2009) e Janssen et al. (2006). Esses livros são bem representativos e foram usados para escrever este capítulo.

3.1. Carregamento de fadiga

A propagação da trinca por fadiga é ocasionada por carregamento cíclico remotamente aplicado, chamado de carregamento de fadiga. Diversas formas de onda podem compor esse carregamento, por exemplo, onda senoidal, onda quadrada ou onda triangular. O histórico de carregamento com ondas senoidais é usado neste trabalho e é exemplificado na Figura 3.1.

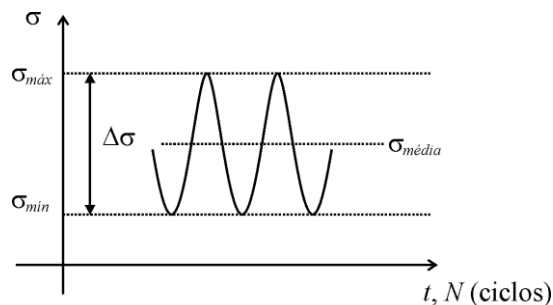


Figura 3.1 – Histórico do carregamento aplicado.

A tensão mínima $\sigma_{mín}$ e a tensão máxima $\sigma_{máx}$ (ilustradas na Figura 3.1) introduzem intensidades de tensões cíclicas na ponta da trinca. A faixa de tensão entre esses dois extremos é chamada $\Delta\sigma$. Por sua vez, os FITs na ponta da trinca associados a $\sigma_{mín}$, $\sigma_{máx}$ e a faixa de tensão $\Delta\sigma$ são denominados $K_{mín}$, $K_{máx}$ e ΔK . Além disso, usualmente, define-se a razão entre $K_{mín}$ a $K_{máx}$ com R (razão de tensão), que também é obtida pela razão entre $\sigma_{mín}$ e $\sigma_{máx}$. Assim,

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = \frac{K_{mín}}{K_{máx}}. \quad (3.1)$$

3.2. Conceito e aplicação de similaridade

Paris et al. (1961) reconheceu que existia um princípio de similaridade nas taxas de crescimento da trinca por fadiga. Essas taxas dependiam do ΔK e R ,

$$\frac{da}{dN} = f_R(\Delta K, R), \quad (3.2)$$

onde f_R representa a resistência do material ao crescimento da trinca. f_R é uma equação empírica de ajuste dos dados experimentais.

Se o crescimento da trinca é considerado em outro corpo-de-prova ou em uma componente estrutural, ele pode ser previsto usando o conceito de similaridade. Condições cíclicas (ΔK e R) aplicadas em trincas de fadiga em diferentes corpos-de-prova ou componentes estruturais com mesmo material devem ter consequências similares, isto é, similar extensão Δa por ciclo. Isto implica que a curva $da/dN - \Delta K$ é a mesma (Schijve, 2009).

O princípio da similaridade pode ser aplicado para estimar, por exemplo, o crescimento da trinca em um conector. Essa trinca com frente reta e passante tem taxas de crescimento parecidas com as taxas de crescimento, por exemplo, de um corpo-de-prova (CP) padronizado sob tração usinado com o mesmo material (ver Figura 3.2 (b)).

A ASTM E647-00 (2000) fornece dimensões e soluções de FIT nesse CP padronizado. Assim, executam-se ensaios de fadiga em laboratório e levanta-se a

curva $da/dN - \Delta K$ para relacionar as taxas de crescimento. Por outro lado, para conhecer o FIT no conector, deve-se reproduzir a geometria do conector e carregamentos em um programa numérico de mecânica da fratura linear elástica para cada comprimento de trinca (Figura 3.2(c)). Assim, pode-se relacionar o FIT da geometria do conector com as taxas de propagação do CP padronizado, executando o procedimento convencional de predição de crescimento de trincas (passantes).

Adicionalmente, poderia usar um conector com o mesmo material e realizar ensaios de fadiga para determinar as taxas de propagação para cada comprimento de trinca. Essas taxas de propagação são indicadas na Figura 3.2 (a) como dados experimentais. Entretanto, usar o conector, além de encarecer o custo do ensaio, não existe um procedimento padronizado desse ensaio. Conseqüentemente, as incertezas nas medições das taxas de propagação da trinca aumentam. Por esta razão, usualmente, opta-se por um ensaio padronizado.

Caso as taxas de crescimento medidas sejam cuidadosamente medidas e o FIT obtido com a geometria do conector seja preciso, a curva de predição e os dados experimentais devem ser próximos. O procedimento de predição é ilustrado na seqüência das Figuras: Figura 3.2 (c), Figura 3.2 (b) e Figura 3.2 (a).

Entretanto, foi observado que esse princípio de similaridade pode ser afetado pelo estado de tensões na frente da trinca, pela geometria da trinca (trinca passante ou trinca parcialmente passante), por sobrecargas ou por subcargas. Usualmente, a condição de similaridade com mesmo material é satisfeita entre os corpos-de-prova padronizados e componentes com trinca passante e sob carregamento com amplitude constante ou pequena variação de amplitude.

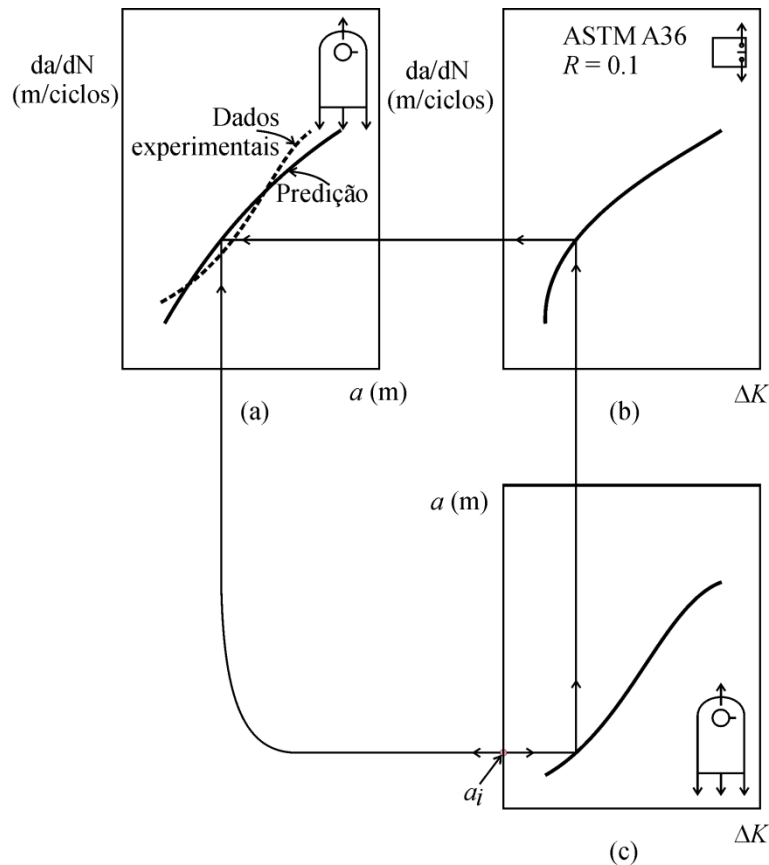


Figura 3.2 – Predição do crescimento da trinca em um conector com trinca passante.

3.3. Equações empíricas de crescimento da trinca por fadiga

Desde que Paris introduziu o conceito de similaridade da taxa de crescimento da trinca, $da/dN - \Delta K$, diversos experimentos foram realizados em diferentes materiais. Na literatura da área estão disponíveis equações de ajustes desses dados experimentais.

Esses ajustes devem considerar três comportamentos diferentes, pois a curva $da/dN - \Delta K$ tem duas regiões verticais assintóticas (região I e III) e uma região em que sua derivada é constante (região II), quando disposta em um gráfico em escala log-log. Esse gráfico é apresentado na Figura 3.3.

Usualmente, esses ajustes consideram apenas algumas regiões da curva $da/dN - \Delta K$. Por exemplo, o primeiro ajuste proposto por Paris apenas considera

a região II. Esse ajuste largamente usado descreve uma relação linear log-log da curva $da/dN - \Delta K$. A equação de ajuste de Paris é

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (3.3)$$

onde C e m são empiricamente ajustados.

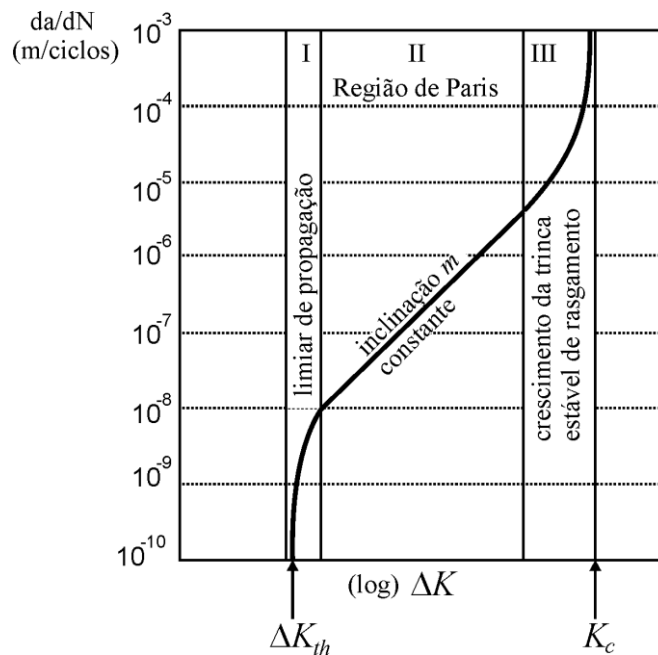


Figura 3.3 – Três regiões da taxa de crescimento da trinca como função de ΔK (Schijve, 2009).

Complementarmente, existem ajustes que modelam apenas região I e II, outros ajustes consideram região II e III ou ainda região I, II e III. Os experimentos feitos nesta tese levantaram dados da região I e II, pois essas regiões podem influenciar a geometria da frente da trinca estudada. Por esta razão, a seguir são apresentados alguns ajustes para dados experimentais medidos nas regiões I e II.

Elber (1970) e Hall e outros co-autores (1974) propuseram algumas equações de ajustes de curva $da/dN - \Delta K$ considerando região I e II. O ajuste de Elber é dado pela relação

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m, \quad (3.4)$$

onde ΔK_{th} é o limiar de propagação e, novamente, C e m são empiricamente ajustados. A equação de Elber pode ser melhorada pela expressão encontrada em Castro & Meggiolaro (2009). Assim, a equação melhorada de Elber é

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th}(1-R))^m, \quad (3.5)$$

onde ΔK_{th} é o limiar de propagação e R é a razão de tensão.

Adicionalmente, utilizando três parâmetros experimentalmente ajustados (C , m e p), Hall desenvolveu outra equação para descrever a região I e II (Hall et al., 1974). Essa equação é

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \left(\frac{(\Delta K - \Delta K_{th}(1-R))}{(1-R)} \right)^p. \quad (3.6)$$

Hall também propôs um ajuste de curva com quatro parâmetros experimentais. Desta forma, a curva de taxa de crescimento da trinca é escrita como

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \left(\frac{(\Delta K - \Delta K_{th}(1-\beta R))}{(1-R)} \right)^p, \quad (3.7)$$

onde β é o parâmetro adicional.

3.4. Fechamento da trinca, ΔK_{eff}

Em 1970, Elber descobriu o fenômeno do fechamento da trinca. Com esse fenômeno pode ser explicado o efeito de R nas curvas $da/dN - \Delta K$. Atualmente, o fechamento da trinca é usado em diversas aplicações na literatura. Uma dessas aplicações é para ajustar dados da trinca de superfície com os dados de uma trinca passante.

Com esse conceito, o princípio de similaridade depende apenas do ΔK_{eff}

$$\frac{da}{dN} = f_R(\Delta K_{eff}), \quad (3.8)$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva da/dN e o ΔK_{eff} é o fator de intensidade de tensão efetivo. O princípio de similaridade deveria ser reescrito como: um similar ΔK_{eff} em um ciclo ocorrendo em diferentes CPs (ou em uma estrutura) deveria resultar em mesma da/dN naquele ciclo (Schijve, 2009). Na Figura 3.4 é esquematizada a predição das taxas de crescimento com ΔK_{eff} .

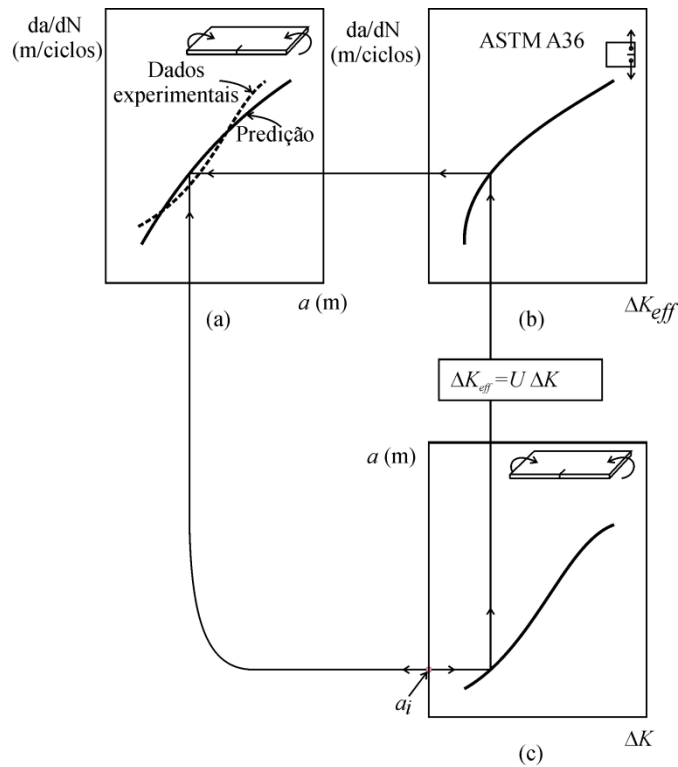


Figura 3.4 – Predição de taxa de crescimento de trinca de fadiga: (a) Resultados de predição e ensaio; (b) Dados do material e (c) ΔK_{eff} calculado.

O fator de intensidade de tensão efetivo, ΔK_{eff} , pode ser determinado a partir de medidas de dados de abertura da trinca. Elber definiu uma faixa de tensão efetiva como

$$\Delta\sigma_{eff} = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{op}, \quad (3.9)$$

onde $\sigma_{m\acute{a}x}$ é a máxima tensão aplicada remotamente e σ_{op} é a tensão de abertura da trinca (ver Figura 3.5). A ponta da trinca abre apenas durante parte do carregamento cíclico aplicado.

Com base na expressão (2.8), pode-se escrever o FIT efetivo, ΔK_{eff} , como

$$\Delta K_{eff} = \Delta \sigma_{eff} \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right). \quad (3.10)$$

A razão entre ΔK_{eff} e ΔK foi definida como

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K}, \quad (3.11)$$

onde U é uma função de fechamento de trinca, que em trincas passantes depende apenas de R . Entretanto, em caso de trinca de superfície, U pode depender de outros parâmetros como, por exemplo, razão a/c e condição de carregamento remoto.

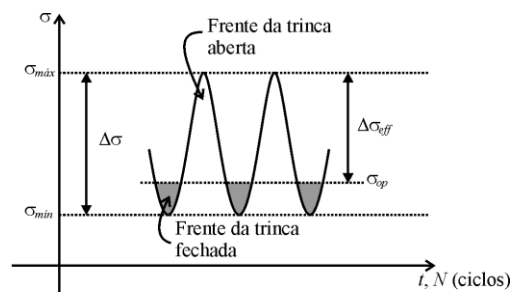


Figura 3.5 – Histórico do carregamento de tensões (Schijve, 2009).

Algumas soluções de U em trincas passantes estão disponíveis em Schijve (1988) para aço médio (*mild steel*) e, neste trabalho, são usadas para o aço ASTM A36. Essas soluções são

$$U = 0.69 + 0.45R \quad (3.12)$$

e

$$U = \frac{1}{(1.5 - R)}. \quad (3.13)$$

3.5. Propagação da trinca de superfície

A propagação da trinca no programa FRANC3D, baseado no método dos elementos finitos, é feita incrementalmente. Nesta propagação incremental, a frente da trinca é dividida em diversos nós da malha de elementos finitos e cada

nó é relacionado ao: (i) vetor de direção de propagação e (ii) incremento de trinca. Essas duas informações determinam um conjunto de novos pontos que são conectados por *splines*, definindo-se a nova geometria da frente de trinca.

Nesta seção é descrita a metodologia usada para determinar o vetor de direção de propagação e o incremento de trinca nos nós da frente da trinca.

3.5.1. Critério de incremento da trinca

Uma distribuição de fator de intensidade de tensão é obtida na frente da trinca sob condição de carregamento de flexão pura. Conseqüentemente, o incremento da trinca é diferente em cada posição dessa frente.

Usualmente, em um programa de propagação de trinca, o usuário fornece o incremento da trinca Δa em cada passo. Em um programa tridimensional, esse incremento Δa é associado a um nó da frente da trinca. Para as análises desta tese, o programa FRANC3D foi adaptado para usar no nó com ΔK_{\max} esse incremento Δa (chamado deste ponto em diante como Δa_{\max}).

Os demais incrementos de trinca dependem da distribuição de ΔK_I . Eles podem ser relacionados com a lei de propagação da/dN . Essa lei escrita de forma discreta estabelece as seguintes proporções

$$\frac{\Delta a_{\max}}{\Delta N} = f_R(\Delta K_{\max}) \quad (3.14)$$

e

$$\frac{\Delta a_{\text{nó } i}}{\Delta N} = f_R(\Delta K_{\text{nó } i}), \quad (3.15)$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva da/dN .

Na Figura 3.6 (a) é esboçado um trecho da distribuição de ΔK_I em três diferentes nós da frente da trinca e na Figura 3.6 (b) são esquematizados os incrementos obtidos usando o FIT em cada nó, a partir da expressão (3.16).

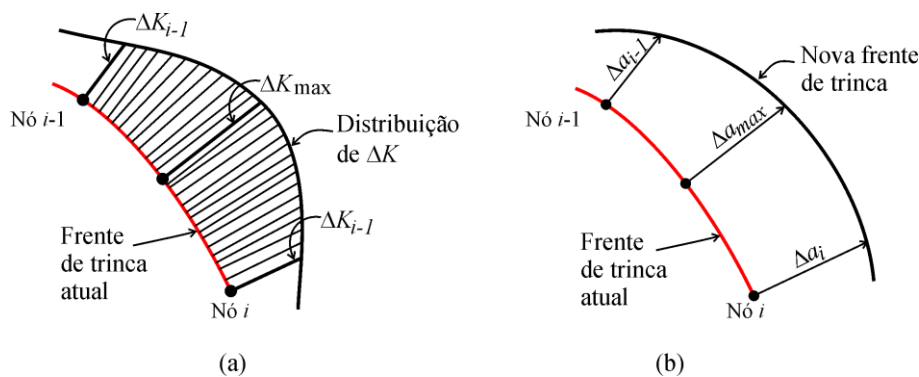


Figura 3.6 – Crescimento da trinca: (a) Distribuição de ΔK ao longo da frente da trinca e (b) Distribuição dos incrementos na frente da trinca.

Como o incremento ΔN é o mesmo em toda a frente da trinca ($\Delta N_{\max} = \Delta N_{\text{nó } i} = \Delta N$), é possível obter os incrementos discretos de trinca Δa para cada nó da sua frente (Figura 3.6 (b)). Então, substituindo a expressão (3.14) em (3.15), tem que o incremento de trinca no nó i é obtido por

$$\Delta a_{\text{nó } i} = \Delta a_{\max} \frac{f_R(\Delta K_{\text{nó } i})}{f_R(\Delta K_{\max})}, \quad (3.16)$$

onde Δa_{\max} e f_R são fornecidos pelo usuário e ΔK é determinada no FRANC3D.

Essa expressão é usada no FRANC3D para determinar os incrementos de trinca. É importante chamar a atenção que não se obtém dados de número de ciclos no FRANC3D, pois a variável ΔN não é determinada durante a análise de propagação da trinca.

Adicionalmente, como a distribuição do FIT varia de valores nulos a valores positivos, o FIT é superior ao limiar de propagação ($\Delta K_{\text{nó } i} > \Delta K_{th}$) em todos os nós com $\Delta a_{\text{nó } i} \neq 0$, caso contrário, o incremento de trinca $\Delta a_{\text{nó } i}$ é nulo.

3.5.2. Direção de propagação

As trincas de fadiga crescem na direção perpendicular às tensões principais (Schijve, 2009). Isto implica que sob carregamento de tração ou flexão, a trinca cresce em um plano perpendicular a este carregamento (modo I).

No programa FRANC3D estão disponíveis três tipos de critérios de direção de crescimento local da trinca: (i) critério de extensão plana; (ii) critério de tensão principal máxima e (iii) critério de taxa de alívio de energia de deformação modificada. Os dois últimos critérios são tridimensionais.

Como estudado em Leguillon (1995), Bazant & Estenssoro (1979) e Ghahremani & Shih (1992), a interseção da trinca com as superfícies da placa é uma região de singularidade. Nas análises numéricas de elementos finitos, obteve-se valor não nulo de ΔK_{II} na interseção da trinca com a superfície inferior da placa, que gera uma direção de crescimento da trinca fora do plano de trincamento quando são utilizados os critérios tridimensionais de direção de propagação. Essa direção de crescimento é diferente da direção que foi observada nos experimentos (ver Capítulo 4), que se manteve no plano perpendicular às superfícies da placa. Por esta razão, foi adotado o critério de extensão plana, pois é um critério específico para trincas de superfície.

Esse critério considera apenas a distribuição de ΔK_I para determinar a direção de crescimento da trinca. Assume-se que a direção de crescimento é normal à frente da trinca atual. Essa hipótese é coerente em defeitos que nascem a partir de uma condição de carregamento de fadiga e crescem sob mesma condição. Por exemplo, uma trinca passante ou uma trinca de canto sob carregamento remoto de tração ou flexão pura induzindo tração na frente da trinca. Esses exemplos são ilustrados na Figura 3.7.

Entretanto, em uma peça com trinca parcialmente fechada, essa hipótese de direção de crescimento é inadequada. Uma hipótese mais geral é sugerida e explicada no Capítulo 5 (Seção 5.4).

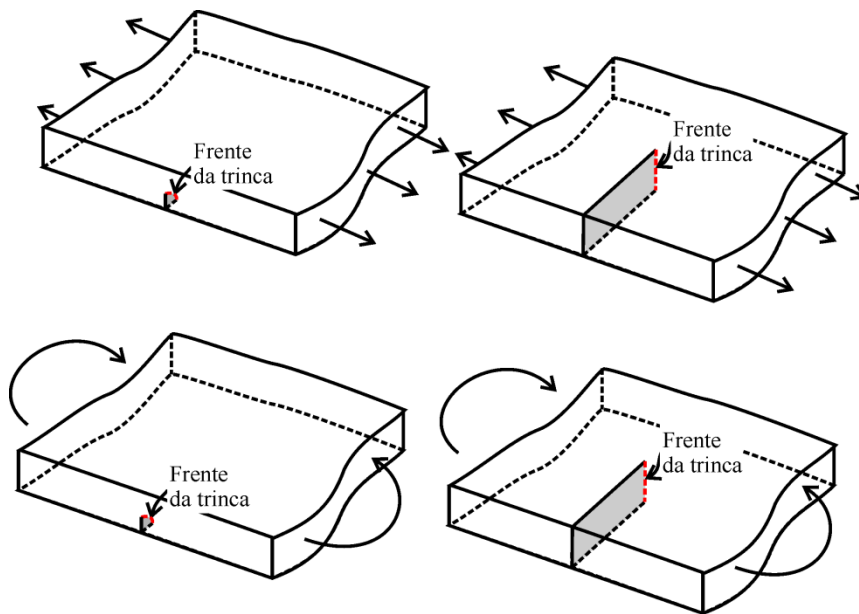


Figura 3.7 – Direção de propagação perpendicular a toda frente de trinca atual.

3.6. Determinação do número de ciclos

Para carregamento de amplitude constante, a previsão da vida por fadiga requer três informações: a lei de propagação $da/dN - \Delta K$, FIT e incrementos de trinca Δa . Como explicado na Seção 3.5.1, existe incrementos de ciclos ΔN relacionados a incrementos de trinca Δa . Portanto, o cálculo do número de ciclos pode ser feito em qualquer posição da frente da trinca e é determinado analiticamente por

$$N = \int_{a_m}^{a_f} \frac{da}{f_R(\Delta K)}, \quad (3.17)$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva $da/dN - \Delta K$ (m/ciclos). a_m é o comprimento inicial e a_f é o comprimento final. Note que a_m e a_f devem ser em metros.

Essa integração pode ser complicada dependendo das expressões de FIT e das equações $da/dN - \Delta K$. Nestes casos, tem-se que fazer um tratamento numérico da expressão (3.17). A seguir é descrito o procedimento para integração numérica em uma trinca passante:

- escolher um incremento de trinca adequado, $\Delta a_j = a_{j+1} - a_j$, pequeno o suficiente para se ter boa precisão, mas sem causar um excessivo esforço de cálculo;
- calcular o ΔK_j para o comprimento médio da trinca $(a_{j+1} + a_j) / 2$;
- determinar a da / dN para esse ΔK_j usando $f_R(\Delta K)$;
- calcular ΔN_j para $\Delta a_j / (da / dN)$.

Consequentemente, o número total de ciclos é dado por

$$N = \sum \Delta N_j. \quad (3.18)$$

Esses passos para cálculo de ciclos em uma trinca passante podem ser aplicados em uma trinca de canto, com $\Delta a_j = \Delta a_{nó\ i, passo\ j}$ e $\Delta K_j = \Delta K_{nó\ i, passo\ j}$. Note que o índice i é a posição na frente da trinca e j é a frente de trinca considerada, sendo que esses índices são ilustrados na Figura 3.8.

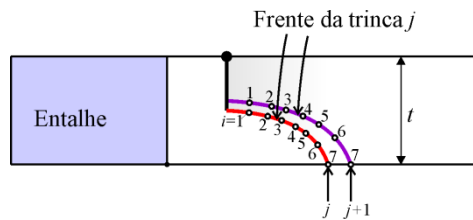


Figura 3.8 – Índices para cálculo de número de ciclos em trinca de superfície com fechamento parcial.

4 Procedimentos e resultados experimentais

Como mencionado no primeiro capítulo desta tese, não foram encontrados na literatura experimentos de propagação de trinca sob condições de fechamento induzido por flexão pura cíclica. As placas trincadas sob essas condições de carregamento envolvem geometrias de frentes de trincas desconhecidas, soluções desconhecidas de fator de intensidade de tensão (FIT) e taxas de crescimentos da trinca também desconhecidas. Neste capítulo são apresentados os experimentos para conhecer a geometria da frente da trinca e coletar dados de taxas crescimento da trinca com fechamento parcial induzido pelo carregamento cíclico de flexão pura.

Neste capítulo, são apresentados o projeto do experimento, a execução, comentários dos resultados experimentais e sugestões para simplificar a geometria da trinca no plano de crescimento.

4.1. Corpos-de-prova (CPs)

Uma informação essencial para se projetar um CP à fadiga é estimativa dos FITs. Com essa estimativa é possível determinar o carregamento aplicado e a geometria do CP (dimensões da placa e tamanho do entalhe). No caso dos experimentos desta tese, não se tem qualquer solução conhecida para FIT ou alguma padronização em norma para o problema estudado neste trabalho.

Adicionalmente, os CPs projetados devem ser dimensionados para duas condições de carregamento. A primeira condição de carregamento é a condição de tração. Esse carregamento é usado no pré-trincamento desse CP, garantindo uma trinca reta e passante ao longo da espessura da placa. A segunda condição de carregamento é a condição de flexão pura.

No Laboratório de Fadiga da PUC-Rio, existem garras para o ensaio de tração. Essas garras fixam cada extremidade do CP com um pino.

Consequentemente, deve-se prever furos nos CPs para passar esses pinos. Entretanto, no ensaio de flexão pura, esses furos devem ser externos aos apoios do suporte de flexão. Atendendo essas duas condições, é possível estabelecer o comprimento do CP.

A largura do CP foi definida por limitações impostas pelas dimensões do suporte de flexão (ver Seção 4.2). Essa largura deve ser aproximadamente 100 mm. A espessura do CP foi adotada de acordo com as espessuras comerciais disponíveis no mercado, neste caso, 9 mm. Uma barra chata de aço ASTM A36 com 6000 mm de comprimento x 101.5 mm de largura x 9 mm de espessura atendeu todas essas dimensões. A partir dessa barra chata, foram usinados todos os CPs para ensaios de flexão e ensaios de propriedade do material.

Uma dimensão ainda precisa ser definida: o comprimento do entalhe. Esse comprimento foi estimado na simulação numérica do CP sob carregamento de tração. Essa condição exigia um tamanho de entalhe mínimo para garantir que a trinca ocorresse na ponta do entalhe ao invés de nascer no furo. Essa possibilidade da trinca nascer no furo é decorrência de um diâmetro inferior ao diâmetro sugerido pela norma ASTM E647-00 (2000).

Complementarmente, as análises de carregamento de flexão pura não impõem qualquer restrição ao comprimento do entalhe. Todavia, é conveniente ter o menor entalhe possível, para que a trinca atinja comprimentos longos sob carregamento de flexão pura.

Como a geometria do CP não é padronizada, foram realizadas análises numéricas em programas computacionais de mecânica da fratura. Esses programas determinam deslocamentos e tensões no CP usando o método dos elementos finitos. A partir dos resultados de elementos finitos, obtém-se o FIT.

A condição de carregamento sob tração pode ser simulada em um programa bidimensional de mecânica da fratura. Desta forma, o programa Quebra2D foi usado (Miranda, 2003). Por outro lado, para determinar o FIT no CP sob flexão pura, deve-se utilizar um programa tridimensional, neste caso, o programa usado é o FRANC3D.

Entretanto, quando se projetou os CPs, não era possível propagar a trinca para essa geometria complexa no programa FRANC3D. A geometria da frente da trinca tende a um crescimento mais rápido na região de tensões de tração máximas ocasionadas pelo carregamento.

Para gerar essa geometria de frente de trinca no FRANC3D, foram necessárias adaptações no gerador de malha. Essas adaptações ainda não estavam disponíveis no momento em que se projetaram os CPs. Por esta razão, a geometria da trinca foi simplificada. Embora pudesse prever o contato nas faces da trinca, a frente de trinca foi adotada reta e passante ao longo da espessura da placa durante o crescimento da trinca. A função de geometria obtida com esta simplificação está disponível no Apêndice 7. Complementarmente, neste apêndice é feita uma comparação desta função de geometria com as funções de geometria em C obtidas no Capítulo 6 e Capítulo 7 deste trabalho.

Estabelecidas todas as dimensões do CP, foram projetados nove CPs com três geometrias distintas. Essas geometrias são CPs com um entalhe de borda, CPs com dois entalhes de borda e CPs com um entalhe central. Cada geometria apresenta suas vantagens e desvantagens. A vantagem dos CPs com um entalhe de borda é que a trinca sob flexão pura pode atingir comprimentos longos, pois o ligamento residual é maior. Outra vantagem desses CPs é que existe apenas uma frente de trinca para medir nos experimentos. A desvantagem dessa geometria é que se perde a condição de simetria desses CPs em relação a largura da placa w .

Para manter a simetria, foram usinadas outras geometrias de CPs: entalhe central e dois entalhes de borda. Entretanto, houve um erro durante o projeto dos CPs com dois entalhes de borda. Durante o ensaio de pré-trincamento, as trincas nasceram antes nos furos do que na ponta da trinca, por isso eles foram descartados.

Finalmente, foram ensaiados com sucesso cinco CPs. A apresentação desses CPs e dimensões são encontradas na Figura 4.1. O entalhe inicial em cada CP é feito por eletro-erosão. Em resumo, as dimensões dos CPs com entalhe central são aproximadamente 660 mm de comprimento x 101.5 mm de largura x 8.8 mm de espessura, com um entalhe ($2a$) de comprimento de aproximadamente 34 mm. Para os CPs com um entalhe de borda, as dimensões são aproximadamente de 620 mm de comprimento x 101.5 mm de largura x 8.8 mm de espessura, com um entalhe (a) de aproximadamente 10 mm.

Um esquema da posição do CP em relação ao aparato de flexão é apresentado na Figura 4.2. A posição dos quatro apoios é a mesma em todos os experimentos de flexão pura.

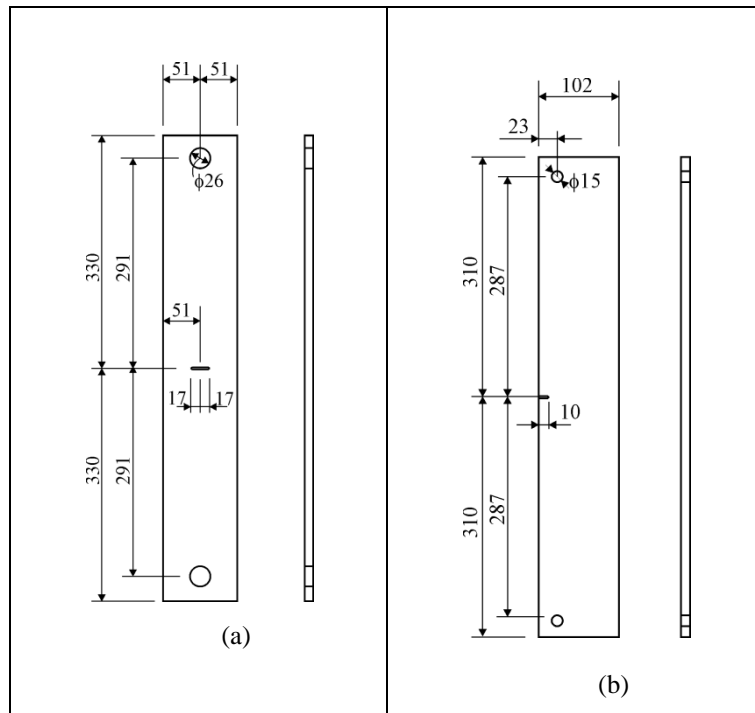


Figura 4.1 – Geometria dos CPs com dimensões em milímetros: (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.

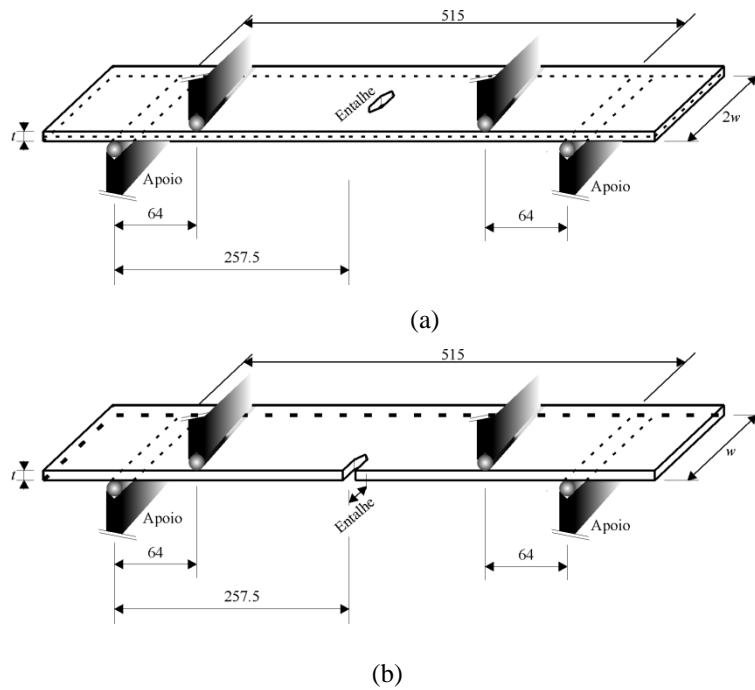


Figura 4.2 – Esquema das configurações das placas com dimensões em milímetros: (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.

Dos cinco CPs ensaiados, três deles tinham um entalhe de borda e dois tinham um entalhe central. A largura exata, espessura e comprimento do entalhe são relacionados na Tabela 4.1. Os corpos-de-prova CP03 e CP02 correspondem à imagem na Figura 4.2 (a), enquanto os corpos-de-prova CP01, CP06 e CP07 correspondem à imagem na Figura 4.2 (b).

Tabela 4.1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais: (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.

	Corpo-de-prova	largura (mm)		entalhe (mm)		t (mm)	a^* / w
(a)	CP03	$2w$	101.6	$2a$	35.0	8.8	0.34
	CP02		101.5		34.2	8.8	0.34
(b)	CP01	w	101.4	a	9.95	8.8	0.10
	CP06		101.5		10.65	8.7	0.10
	CP07		101.4		12.64	8.8	0.12

Note que a^* é o comprimento do entalhe antes do ensaio de pré-trinca. O entalhe era passante e reto ao longo de toda a espessura dos CPs.

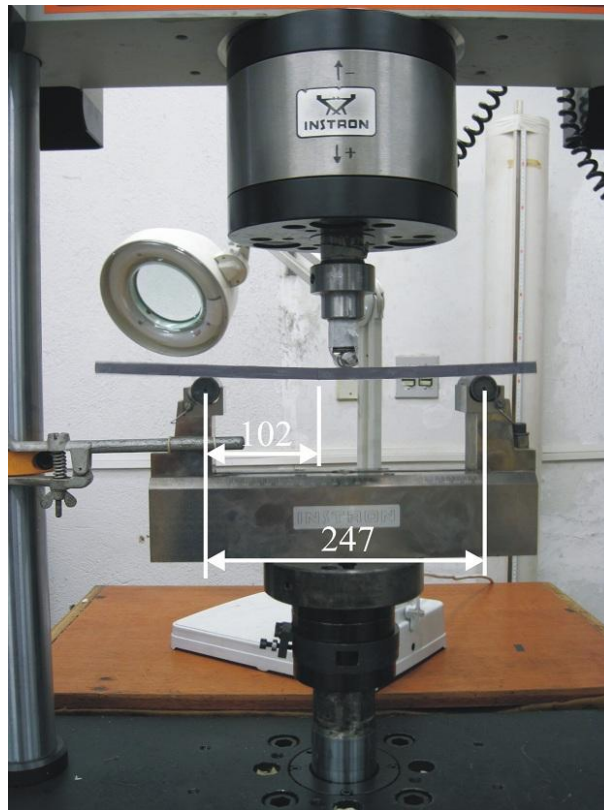
4.2. Suportes para o ensaio de flexão

Inicialmente, foram usados suportes de flexão disponíveis no laboratório do Instituto Tecnológico da PUC-Rio (ITUC). Contudo, existiam incertezas oriundas de uma posição insatisfatória dos apoios desse suporte em relação ao CP. Os experimentos preliminares executados nesses suportes serviram como motivação para se elaborar um suporte de flexão a quatro pontos.

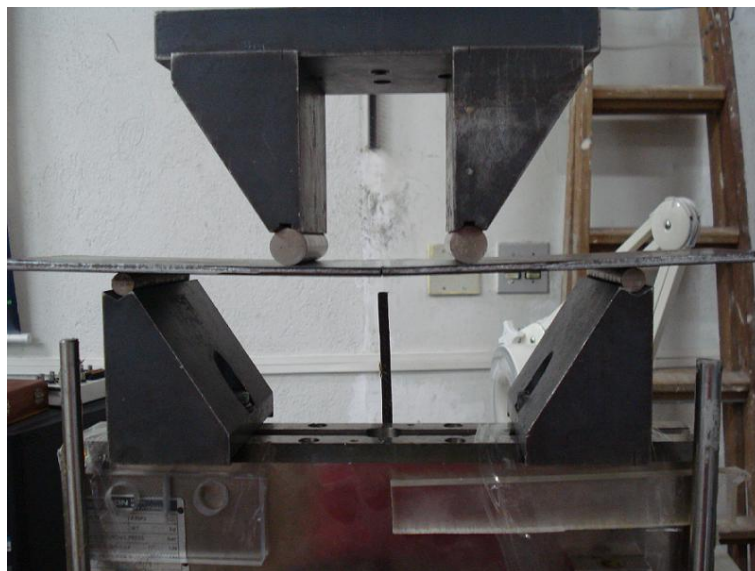
4.2.1. Motivação

Dois diferentes suportes de flexão foram usados nos ensaios preliminares desta tese, ver Figura 4.3. Para o caso de flexão pura não se tem qualquer garantia do paralelismo entre entalhe do CP e roletes (pontos de apoios e carregamentos).

Além disso, o CP podia se movimentar durante o experimento, por causa do giro do pistão.



(a)



(b)

Figura 4.3 – Acessórios (a) ensaio em três pontos e (b) ensaio em quatro pontos.

Devido a essa posição insatisfatória do CP, a propagação da trinca pode ser submetida a carregamentos desconhecidos, ocasionando outros modos de abertura da trinca. Por exemplo, na Figura 4.4 é ilustrada a superfície da trinca de fadiga obtida no experimento ilustrado na Figura 4.3 (b).

A trinca de fadiga deve ser plana quando submetida apenas a carregamentos de flexão pura. Entretanto, a geometria observada não exibe um plano. Para se obter melhores resultados experimentais, foram projetados e usinados aparatos especialmente para o ensaio do crescimento de trinca sob carregamento de flexão pura.

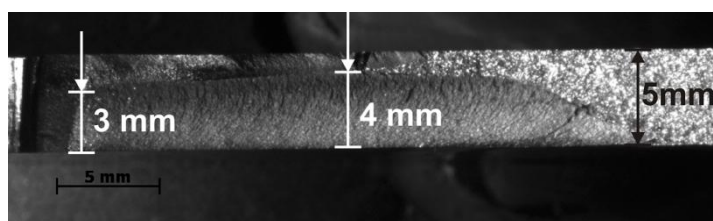


Figura 4.4 – Superfície da trinca de fadiga, usando o aparato ilustrado na Figura 4.3 (b).

4.2.2. Novos acessórios

O aparato de flexão foi usinado em aço ASTM A36. O perfil W fabricado pela companhia Aço Minas foi usado, reduzindo o peso do suporte (17.5 kg a parte inferior e 14 kg a parte superior). Essa redução de peso facilitou a montagem e desmontagem do experimento.

O aparato inferior tem vão entre os apoios de 515 mm, limitado pelo quadro da máquina Instron. Já no aparato superior, o vão entre os apoios é 385 mm. A configuração esquemática do aparato e posição do CP é ilustrada na Figura 4.5.

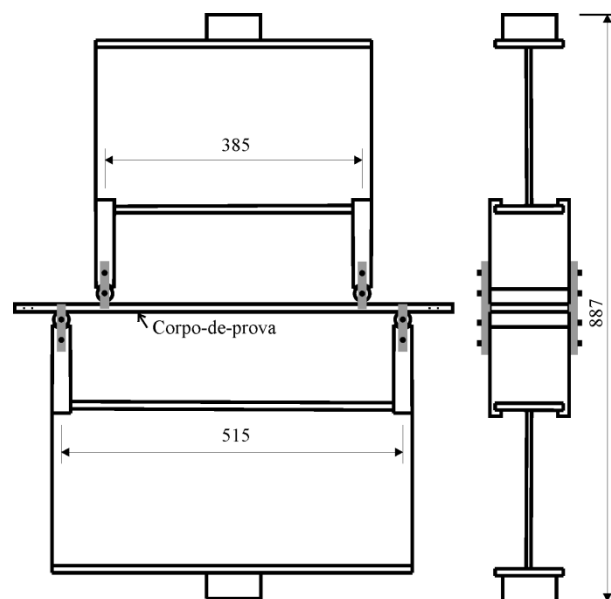


Figura 4.5 – Configuração esquemática do aparato de flexão com dimensões em milímetros.

O perfil W apresenta outra vantagem, as mesas desse perfil servem como guias para os apoios (ver Figura 4.6). Elas propiciam o paralelismo entre todos os quatro apoios desse suporte ao longo do comprimento do perfil metálico. Sobre esses apoios estão os roletes, que são os apoios ou pontos de carregamento do CP. O paralelismo dos roletes é assegurado com esses apoios paralelos. Além desse paralelismo, deve-se proporcionar uma posição paralela entre o entalhe do CP e roletes. Por esta razão, foram usinadas guias em L. Essas guias fixas nos roletes e apoios se encaixam perfeitamente a largura (w) do CP. Desta forma, pode-se confiar que o carregamento aplicado ocasiona apenas flexão pura.

As guias em L também evitam que o pistão da máquina Instron gire (ver Figura 4.7). Entretanto, limitam a largura do CP a aproximadamente 102 mm. Foram tomados alguns cuidados com a flexibilidade desta guia L, como cobrir as guias L com fitas de neoprene e colocar arruelas nos parafusos.

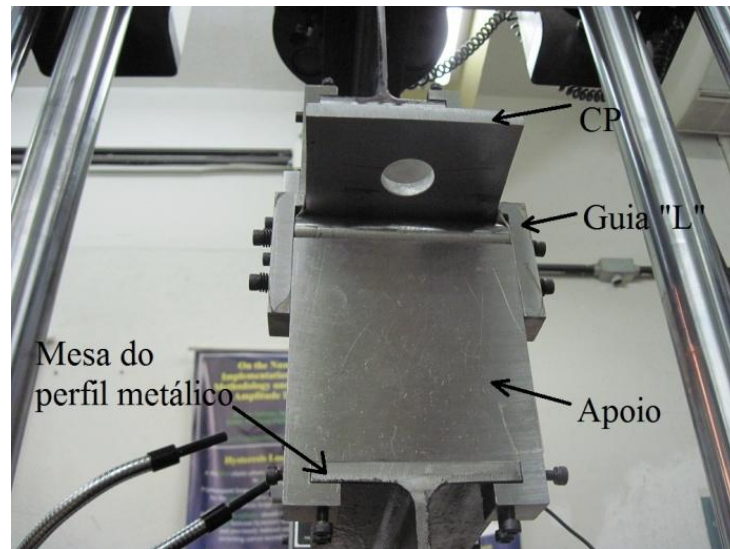


Figura 4.6 – Guia de ligação da base do apoio com perfil metálico e guia em L para acomodar o CP.

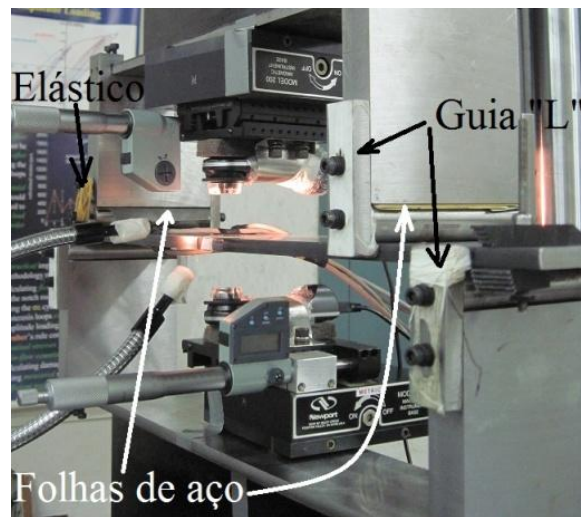


Figura 4.7 – Guias em L evitaram giro da parte inferior do aparato de flexão.

Durante a execução do experimento foram necessários alguns ajustes. Primeiramente, folhas de aço foram usadas para assegurar o contato entre rolete e CP (ver Figura 4.7). Por causa disso, uma ou duas guias em L foram removidas e substituídas por elásticos. Também foram usados esbarros nas extremidades do CP para remover movimentos de corpo-rígido. Esse esbarro é ilustrado na Figura 4.8. Note que foi mantida uma folga entre esbarros e roletes.

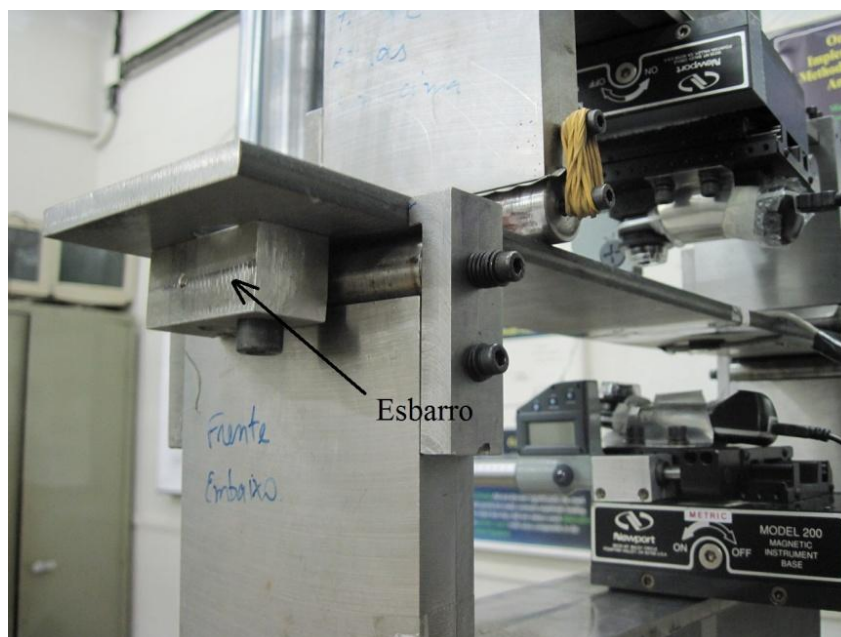


Figura 4.8 – Esbarros nas extremidades do CP.

4.3. Propriedades do material

O material usado nestes experimentos foi o aço ASTM A36. Esse aço é um material tipicamente usado na construção civil, por exemplo, pontes e edificações. As propriedades mecânicas e propriedades de fadiga desse aço foram levantadas em ensaios. Por sua vez, os ensaios foram conduzidos de acordo com a ASTM E8M – 04 (2004) e ASTM E647-00 (2000).

O material ensaiado provém da mesma barra chata que deu origem aos CPs de flexão pura. A seguir, na Tabela 4.2 são apresentadas as propriedades mecânicas do aço.

As propriedades de fadiga foram medidas em CPs compactos (C(T)) sob carregamento de tração. A curva da/dN da primeira amostra de material, ajustada com a equação de Elber modificado (Apêndice 2), é

$$\frac{da}{dN} = 1.53 \cdot 10^{-10} [\Delta K - 7(1-0.1)]^{2.23}, \quad (4.1)$$

onde a taxa de crescimento da trinca da/dN é obtida em m/ciclos e ΔK em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Tabela 4.2 – Propriedades de engenharia do material aço ASTM A36.

Propriedades do material	Valores
Tensão de escoamento, σ_{yld} (MPa)	304
Tensão máxima de tração, σ_{ult} (MPa)	450
Módulo de elasticidade, E (GPa)	211
Tensão de ruptura, σ_r (MPa)	315
Coefficiente de Poisson, ν	0.3

Na segunda amostra de dados para curva da/dN , o melhor ajuste dos dados foi com a equação de Hall com 4 parâmetros. Assim, o ajuste da média dos dados tem curva da/dN é igual a

$$\frac{da}{dN} = 9.702 \times 10^{-13} \Delta K^{2.975} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 + 0.42R)}{(1 - R)} \right)^{0.683} \quad (4.2)$$

usando o método de minimização de Levenberg-Marquardt. Note que ΔK_{th} é $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R = 0.1$. Complementarmente, estes dados foram ajustados com a lei de Paris por

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-3} \Delta K^{3.955} \quad (4.3)$$

Assumindo uma distribuição Gaussiana e uma confiabilidade de 97.72%, tem que

$$\frac{da}{dN} = 2.687 \times 10^{-13} \Delta K^{3.576} \left(\frac{\Delta K - (1 - 76.915R)}{(1 - R)} \right)^{0.292}, \quad (4.4)$$

onde $R = 0.1$.

4.4. Descrição do experimento

Uma máquina de teste servo-hidráulica universal modelo 8501 Instron foi usada na execução dos ensaios de fadiga. A máquina tem um painel de controle

digital Instron (modelo 8500+) e uma célula de carga com uma capacidade de 100 kN (10 tf) sob condições dinâmicas de carregamento.

Nessa máquina foram conectadas as garras para o ensaio de tração cíclico para o pré-trincamento da placa. Os detalhes desse ensaio são descritos no Apêndice 3 desta tese. Ao final do experimento de pré-trincamento, obteve-se uma frente de trinca passante reta ou quase reta. Esse ensaio é ilustrado na Figura 4.9.

Depois do ensaio de pré-trincamento, os CPs foram colocados no aparato de flexão, ver Figura 4.10 (a). O carregamento aplicado foi senoidal com uma razão de tensão $R = 0.1$ e frequência 12 Hz. Durante todo o experimento, esse carregamento foi acompanhado em um osciloscópio. Adicionalmente, para se conferir os carregamentos que atuavam na placa, foram feitas aquisições das deformações durante o experimento.

Os comprimentos de trincas também foram continuamente coletados durante o experimento. A superfície superior e inferior do CP foi polida para se visualizar claramente a ponta da trinca, já que a aquisição desses comprimentos de trinca foi feita com um método visual. Essa configuração completa do experimento de flexão é ilustrada na Figura 4.10 (b).

Para todos os comprimentos de trinca, foi verificado se poderia ocorrer falha por colapso plástico na região de ligamento da placa. Antes que essas falhas ocorressem, o experimento foi interrompido. Então, os CPs foram quebrados em nitrogênio líquido e, nesse momento, conheceu-se a geometria da frente da trinca ao longo da espessura da placa.

Ao final do primeiro experimento (efetuado com taxas de crescimento constantes ou crescentes), não foram visualizadas estrias na superfície da trinca de fadiga para o aço ASTM A36.

Como o propósito deste experimento é investigar a geometria da trinca durante o crescimento sob carregamento de flexão pura, foram aplicados blocos de sobrecargas e blocos de subcargas para marcar as frentes de trincas em intervalos discretos de ciclos. Esse método é explicado brevemente a seguir. Mais detalhes desse método são encontrados em Schijve (2009), por exemplo.

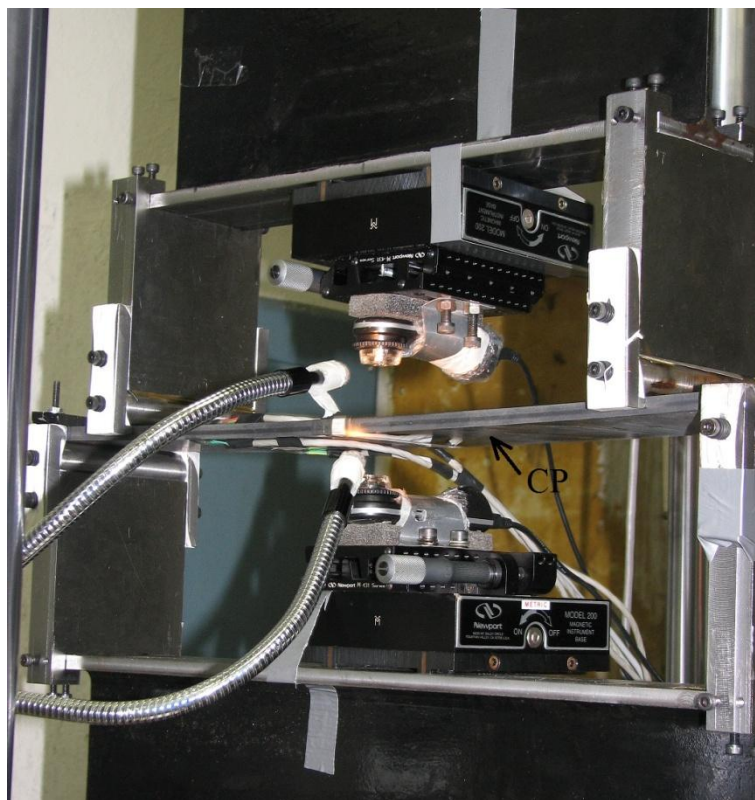


(a)



(b)

Figura 4.9 – Experimento de pré-trincamento: (a) um entalhe de borda, (b) um entalhe central.



(a)



(b)

Figura 4.10 - Experimento: (a) Aparatos de flexão e CP; (b) Vista do experimento.

4.5. Aquisição de dados

A maioria dos métodos de aquisição de comprimento de trinca encontrados na literatura usa potencial elétrico, medição de flexibilidade do CP, marcas de estrias, marcas de praia ou método visual. No método de potencial elétrico e no método de medição de flexibilidade do CP é adotada a hipótese que o comprimento da trinca é igual à média da distribuição de comprimentos na frente da trinca ao longo da espessura. Uma hipótese satisfatória para uma frente de trinca essencialmente passante e reta ao longo da espessura da placa. Contudo, as frentes investigadas nesta tese são variáveis ao longo da espessura.

As marcas de estrias no material ASTM A36 foram testadas no primeiro CP ensaiado, mas não trouxeram resultados satisfatórios para se extrair marcas de frentes de trincas. Assim, foram aplicados blocos de sobrecarga e subcargas para se marcar a superfície da trinca. Essas marcas são chamadas por marcas de praia. Por causa do carregamento, esses comprimentos de trinca são diferentes ao longo de toda a espessura, inclusive nas superfícies da placa. Essas marcas de praia podem ser associadas às medidas de comprimento feitas na superfície superior e inferior da placa pelo método visual.

Assim, nesta tese, foram utilizados esses dois métodos de aquisição de dados: medidas visuais do comprimento da trinca na superfície e marcas de blocos de carregamento cíclico. Adicionalmente, foram coletadas as deformações nas superfícies da placa. Nesta seção são apresentadas com detalhes as três aquisições de dados realizadas durante ou após o experimento.

Com esses dados é possível conhecer a geometria da trinca sob um carregamento de fadiga a flexão pura, coletar dados de vida e confiar no carregamento que induz o crescimento da trinca.

4.5.1. Medidas do comprimento da trinca

Como a placa é de aço, durante o experimento, só se coleta medidas nas superfícies da placa. Assim, apenas as extremidades da frente da trinca são continuamente medidas. Essas duas extremidades podem ser chamadas de ponto A

e ponto *B*, respectivamente, localizados na superfície superior e inferior da placa (ver Figura 4.11 (a)). Complementarmente, um esboço da mudança do comprimento da trinca quando submetida à flexão pura é ilustrado na Figura 4.11 (b).

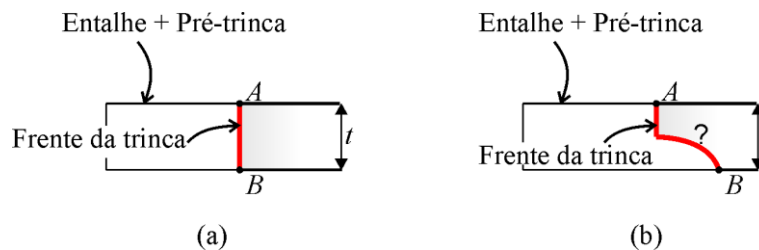


Figura 4.11 – Aquisições do comprimento da trinca no ponto *A* e *B*: (a) configuração inicial; (b) durante ensaio.

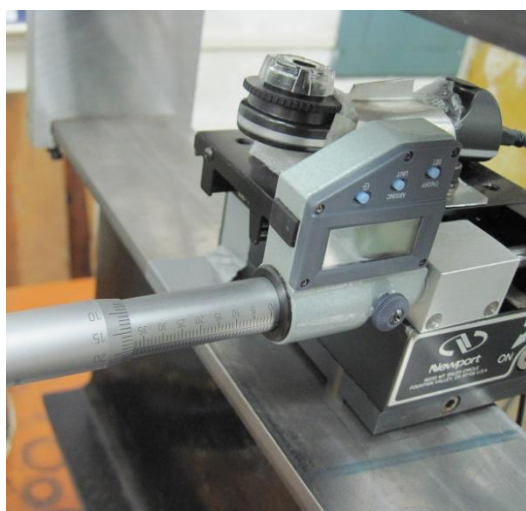
A região de crescimento da trinca foi iluminada por uma luz de fibra ótica. Os registros de comprimento da trinca nas superfícies foram medidos por incrementos do tamanho da trinca. Para tanto, dois micrômetros e dois microscópios foram utilizados. Com esses microscópios também foram feitas documentações com fotos do comprimento da trinca. Um pedaço de papel milimetrado foi colado em ambos os lados do CP, servindo como escala nessas fotos. Cada foto foi associada ao número de ciclo acumulado e serve como comparação para as medições efetuadas pelo micrômetro.

A altura dos apoios limitou a altura máxima desses microscópios. Eles tinham que ser posicionados sobre a mesa do perfil metálico e algum aparato de medição deveria ser acoplado a esse microscópio. Uma maneira de visualizar a trinca era captar as imagens das extremidades da trinca em uma tela de computador. Para tanto, esses microscópios deveriam ter cabo USB.

O microscópio que atendeu a todas essas necessidades foi um microscópio plano (*flat design*) digital USB da *Cover Ground Electronics Co.* (<http://www.cgco.com.tw/>), modelo MAN1011 com ampliação de imagem de 65x a 250x. As dimensões do microscópio são de 104.5mm x 30.5mm x 30g (comprimento x altura x peso). Seu formato também facilitou a sua fixação em uma mesa deslizante, tendo movimento na direção *y*, como indicado na Figura 4.12.



(a)



(b)

Figura 4.12 – Esquema do aparato de medição da frente da trinca (a) micrômetro analógico e (b) micrômetro digital.

Um micrômetro digital de 2'' foi acoplado em cada mesa deslizante. Esse aparato de medição foi satisfatório para coletar os dados de comprimento da trinca, uma vez que seu crescimento nas superfícies da placa é em apenas uma direção.

A ponta da trinca em cada superfície é marcada na tela do computador (ver Figura 4.13), depois de um intervalo de ciclos ΔN de aplicação do carregamento, observa-se um incremento Δa nessa ponta. Neste momento, é interrompido momentaneamente o experimento para se medir Δa , retornando o CP na posição indeformada (CP descarregado).

Inicia o processo de medição movendo o micrômetro. O montante de rotação no micrômetro move a mesa deslizante axialmente. Quando a extremidade

da trinca alcança a marca na tela, pode-se ter um registro de Δa . As fixações dos microscópios podem ser vistas na Figura 4.14. Essas fixações da mesa deslizante no perfil metálico são realizadas por bases magnéticas.

Depois de quebrar o CP, a geometria da trinca de fadiga foi visualizada e registrada em um microscópio óptico (Zeiss SteREO Discovery.v8).

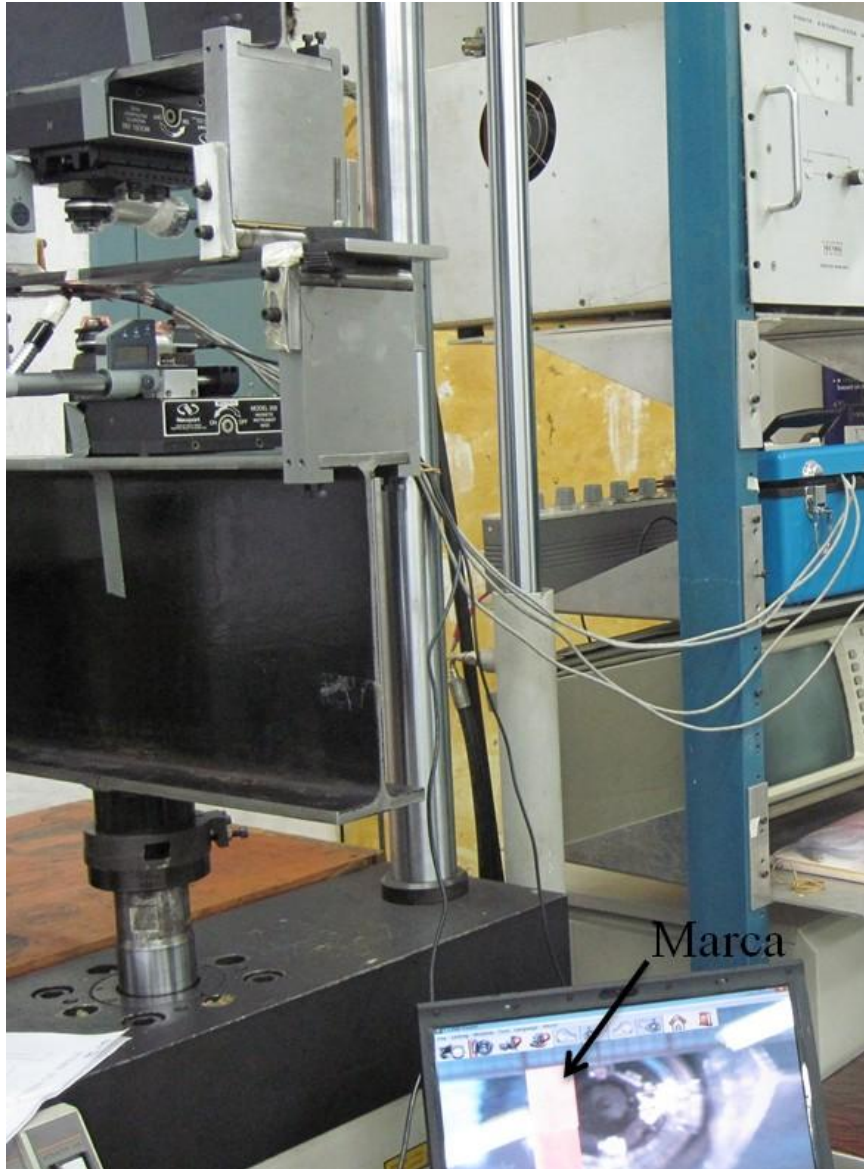


Figura 4.13 – Marca usada para medir incrementos de trinca.

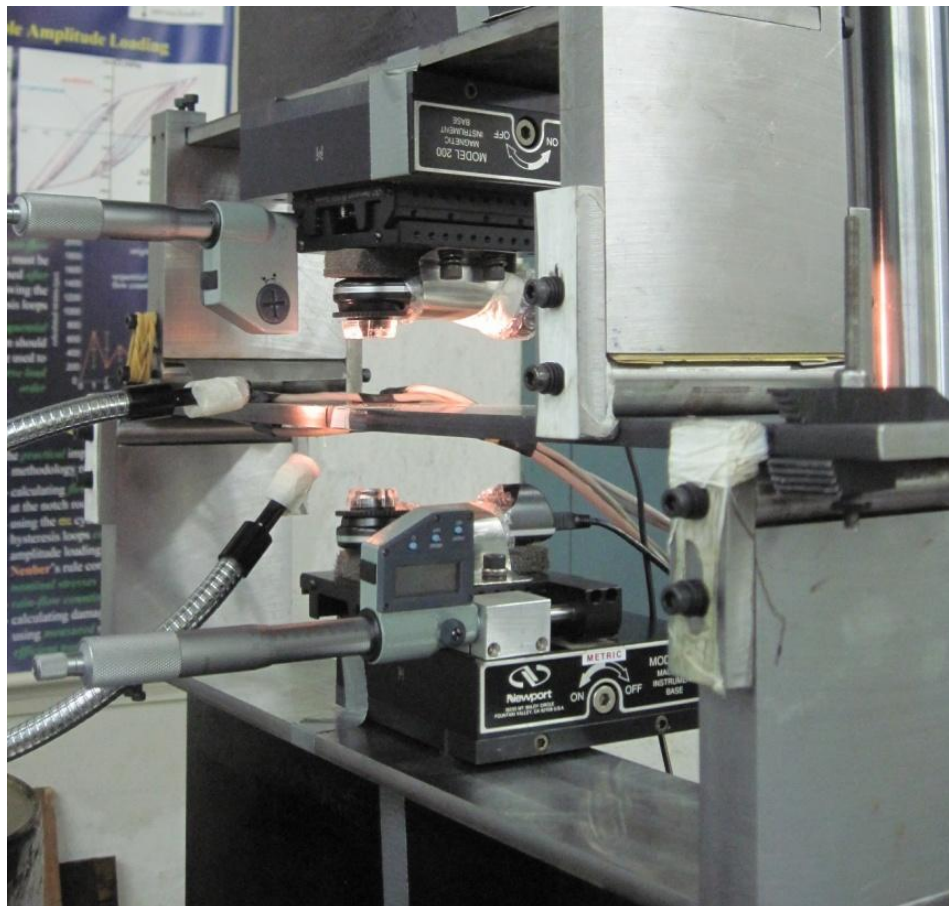
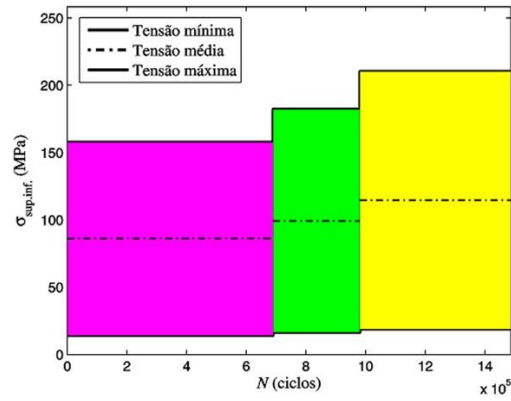


Figura 4.14 – Microscópios USB usados no experimento.

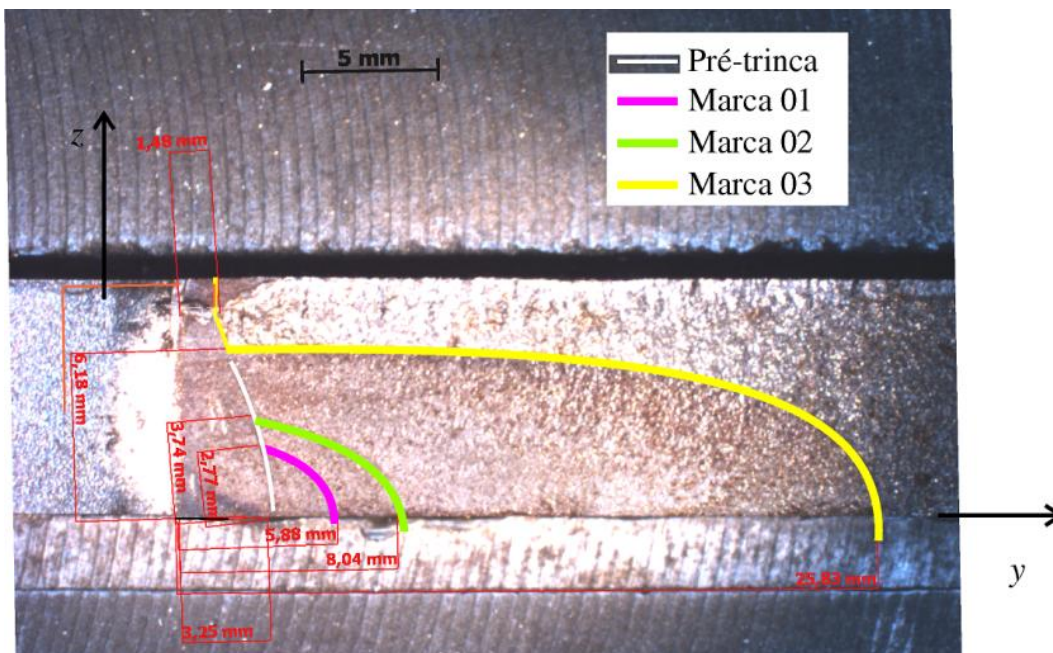
4.5.2. Blocos de carregamentos

Devido ao carregamento remotamente aplicado, a trinca cresce com diferentes incrementos nas superfícies da placa. A geometria ao longo da espessura é desconhecida durante todo o experimento. Ela só é visualizada ao final do ensaio, quando se quebra o CP. Isto implica que as marcas de praia são essenciais para associar o crescimento nessas superfícies com a geometria interna (geometria da trinca ao longo da espessura).

Assim, foram usados blocos de carregamentos para marcar a frente da trinca. Esses blocos são basicamente alternância de diferentes magnitudes de $\Delta\sigma$. Com essa alternância, podem-se associar diferentes cores às variações do nível de tensão no carregamento cíclico (ver Figura 4.15).



(a)



(b)

Figura 4.15 – Crescimento da trinca por bandas (a) Carregamento de fadiga e; (b) superfície da trinca.

A marca próxima a superfície inferior da placa é mais forte do que a marca próxima a pré-trinca (interseção da trinca reta e trinca de canto). Isso mostra que existe uma maior variação do FIT na superfície inferior da placa ($\Delta K_{I,c}$) à medida que se alterna $\Delta\sigma$. Esse resultado é coerente já que na superfície inferior da placa atuam as tensões máximas de tração, conseqüentemente, ocasionam maior variação de ΔK_I . Por outro lado, na interseção da trinca reta e trinca de canto, as marcas são menos nítidas, mostrando pequena variação de ΔK_I nessa região.

4.5.3. Medidas de deformações

Durante o experimento, as deformações foram monitoradas para verificar se o carregamento ocasionava apenas flexão pura. Em cada CP foram colados quatro *strain-gages*. Dois *strain-gages* capturavam as deformações na superfície superior da placa, enquanto outros dois *strain-gages* faziam a leitura das deformações na superfície inferior da placa.

Eles foram colados a mesma distância do entalhe e aos pares ocupam a mesma posição no comprimento e largura da placa. Cada par de *strain-gage* possui simetria em relação à superfície média da placa. Esses *strain-gages* são ilustrados na Figura 4.16. Para essas posições *strain-gages* sob carregamento de flexão pura, as medidas de deformações coletadas devem ser similares (com sinais opostos).

O monitoramento das deformações no CP foi feito com um *Strain Indicator & Recorder Vishay Model P3* (Figura 4.17 (a)). Este aparelho aceita quatro canais de leitura, exibindo os dados na tela LCD para cada *strain gage*, como ilustrado na Figura 4.17 (b).

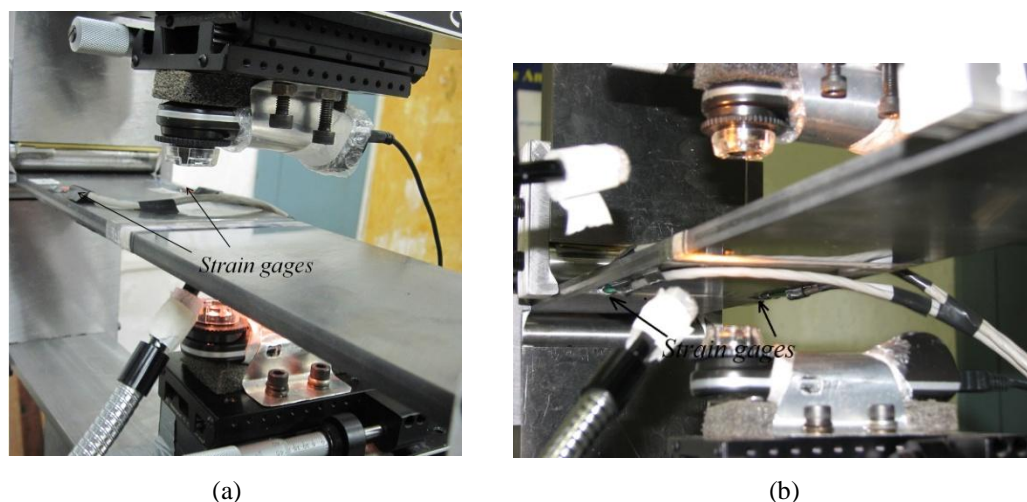


Figura 4.16 - *Strain-gages* colados: (a) na superfície superior e (b) na superfície inferior.

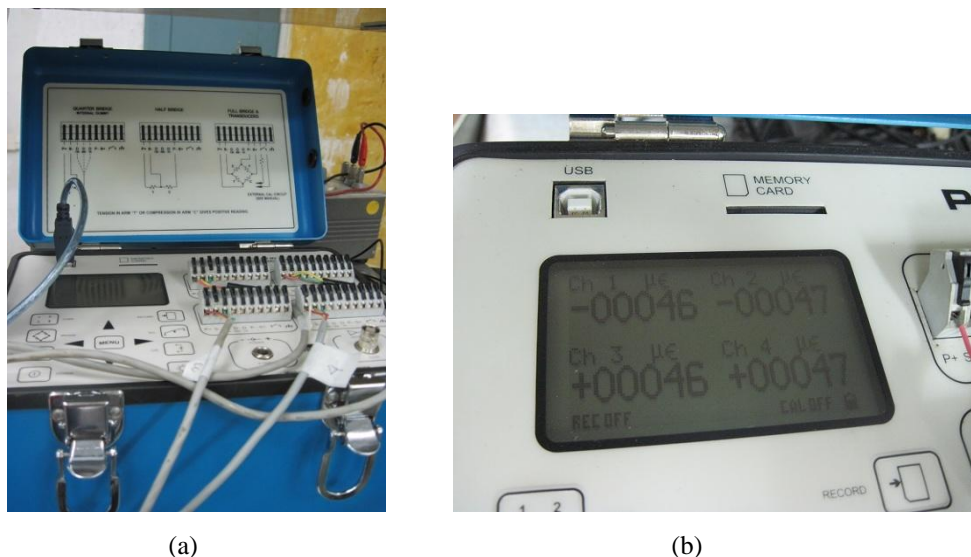


Figura 4.17 - Aquisição de dados: (a) *Strain Indicator e Recorder Vishay Model P3*, (b) tela LCD.

4.6. Resultados experimentais

Como mencionado na Seção 4.1, foram ensaiados cinco CPs: três CPs com geometria de entalhe de borda e dois CPs com geometria com entalhe central. Os CPs com entalhe de borda são chamados de CP01, CP06 e CP07. Os CPs com entalhe central são chamados de CP03 e CP02.

O primeiro ensaio realizado com sucesso foi no CP01. Neste ensaio, optou-se por um carregamento que ocasionasse taxas de propagação constantes ou crescentes na superfície inferior da placa. Ao final desse ensaio, percebeu-se a necessidade de aplicar blocos de carregamento para marcar a frente da trinca.

Com essa finalidade, no CP06 foram aplicados blocos de sobrecargas. Entretanto, como a trinca é ao longo de uma superfície, a sobrecarga pode gerar retardos em diferentes proporções na frente da trinca, resultando em uma geometria diferente. Por este motivo, no CP07 alteraram-se esses blocos de sobrecargas para blocos de subcargas. Estes blocos de subcargas marcaram satisfatoriamente as frentes. Assim, também foram usados nos CPs com entalhe central. O resumo com o histórico de carregamento aplicado em cada CP, número de ciclos total e razão final a/w são encontrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total N e razão final a/w : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.

Corpo-de-prova	Histórico	N (10^6 ciclos)	a^{**} / w
CP03	subcarga	1.78	0.66
CP02	subcarga	1.11	0.57
CP01	ΔK constante	1.48	0.37
CP06	sobrecarga	475	0.50
CP07	subcarga	3.63	0.57

a^{**} é o máximo comprimento da trinca, localizado na superfície inferior da placa, considerando o comprimento do entalhe, pré-trinca e comprimento c .

4.6.1. CP com entalhe de borda

A. Carregamento de fadiga com ΔK constante

O carregamento de flexão pura gera um gradiente de tensões ao longo da espessura da placa. Desta forma, as tensões normais variam em toda a espessura da trinca. Além disso, existe a variação do carregamento cíclico aplicado, esse carregamento é aplicado com uma razão de tensão constante $R = 0.1$. Na Figura 4.18 encontra-se o histórico de carregamento senoidal na superfície inferior da placa, $\sigma_{sup.inf}$.

Após quebrar o CP01, a trinca, que cresceu com fechamento parcial induzido pelo carregamento de flexão, foi pela primeira vez observada. A trinca cresce em um plano perpendicular ao carregamento. Esse plano da trinca é perpendicular as superfícies da placa (ver Figura 4.19).

A trinca cresceu mais rápido na superfície inferior da placa, onde atuavam as máximas tensões de tração cíclicas. Entretanto, a trinca não se torna passante e inclinada ao longo da espessura da placa. Em outras palavras, a geometria da trinca tende a formas curvas e bem distorcidas, atingindo comprimentos longos visíveis em apenas uma das superfícies da placa (superfície inferior). Do ponto de

vista de segurança da estrutura, essas trincas são perigosas, pois apenas aparecem em uma das superfícies da placa.

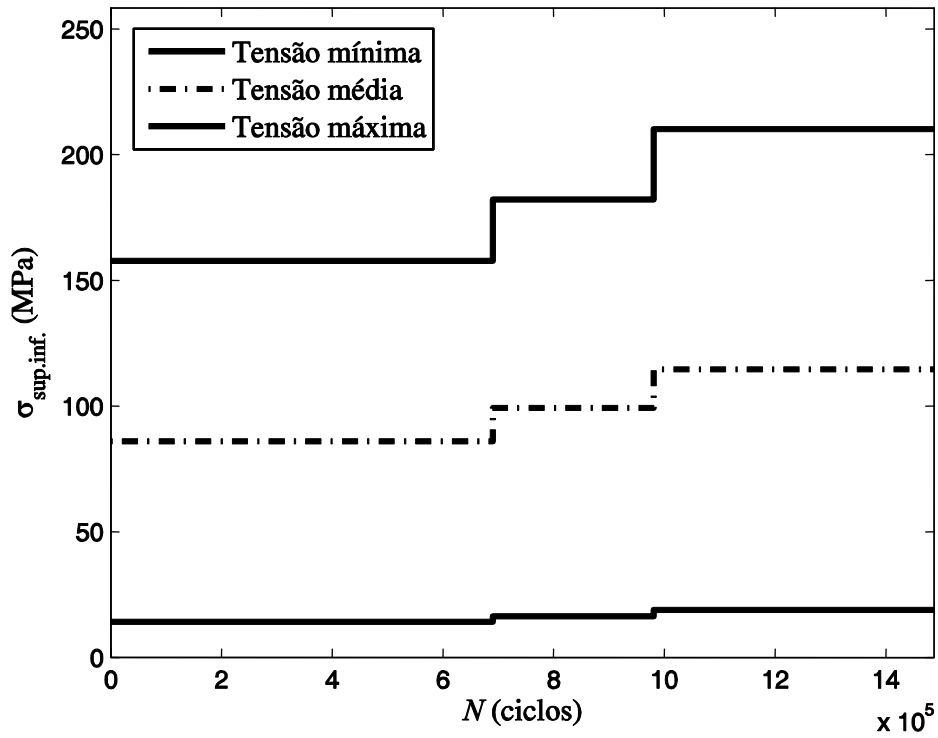


Figura 4.18 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa.

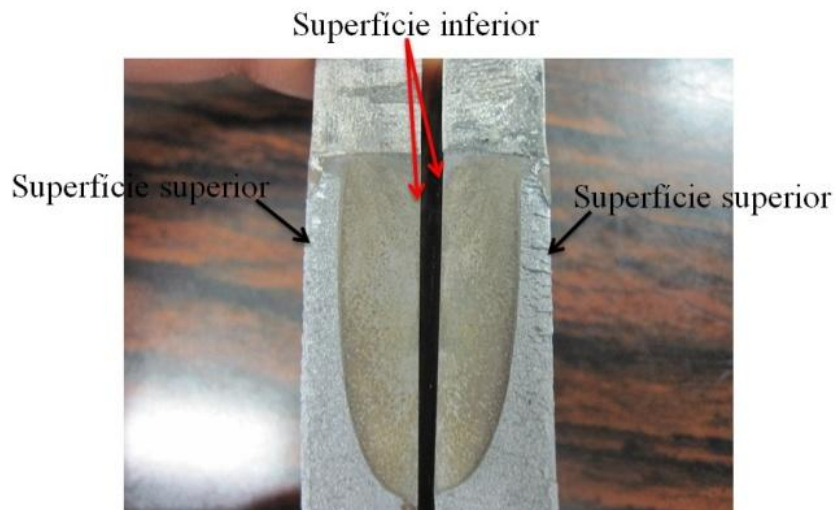


Figura 4.19 – Trinca de superfície no CP01.

A geometria dessa trinca pode ser descrita pela combinação de duas trincas bem conhecidas, trinca passante-reta e trinca de canto. A transição entre essas duas trincas pode ser simplificada por uma quina. As implicações dessa geometria de trinca são estudadas no Capítulo 5 desta tese.

Nesse CP percebe-se uma pequena tendência da trinca crescer na superfície superior da placa (região com tensões de compressão remotamente aplicadas). Todavia, nitidamente, a trinca na superfície superior é independente da trinca na superfície inferior, conforme descrito a seguir.

Um aspecto importante, é que durante o experimento, enquanto a trinca atingia comprimentos longos na superfície inferior da placa, podia ser visto na superfície superior da placa uma linha de plastificação com comprimento menor que o comprimento da trinca inferior.

Fotos com microscópio e câmera digital da superfície da trinca no CP01 são ilustradas na Figura 4.20, assim como a legenda usada para indicar três marcas de frente de trinca obtidas desse experimento.

Na Figura 4.20 (c) é indicada a geometria da frente da pré-trinca por uma linha de cor branca, que é passante com pequena inclinação. Complementarmente, as cores magenta, verde e amarela correspondem, respectivamente, a marca 01, 02 e 03. Essas marcas se relacionam aos blocos de carregamento mostrados na Figura 4.15 (a).

Adicionalmente, a profundidade da trinca sob flexão pura atinge valores superiores a $t/2$ (superfície média da placa). Isso pode ser explicado pela mudança de distribuição de tensões na frente da trinca. Em outras palavras, na seção de ligamento, existe uma contribuição maior da largura da placa sob compressão do que sob tração, portanto, a linha neutra, antes localizada na superfície média da placa, sobe. Esta diferença de largura de contribuição é por causa da distribuição dos esforços na placa, que sob compressão são transmitidos no trecho trincado. Entretanto, sob tração, os esforços desviam da região trincada. Os esforços internos em uma placa trincada são ilustrados na Figura 4.21.

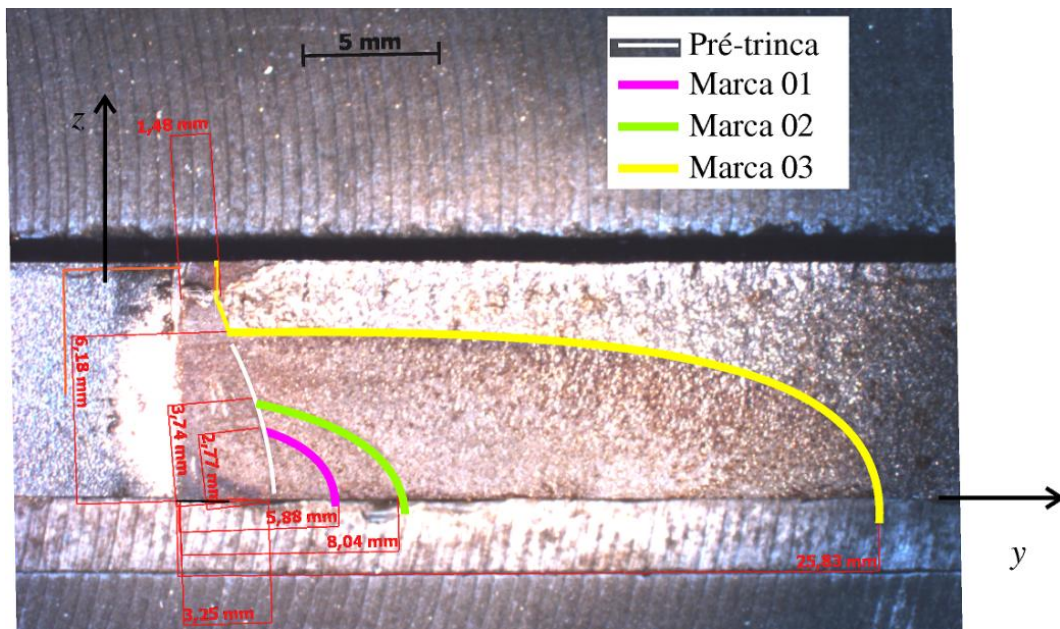
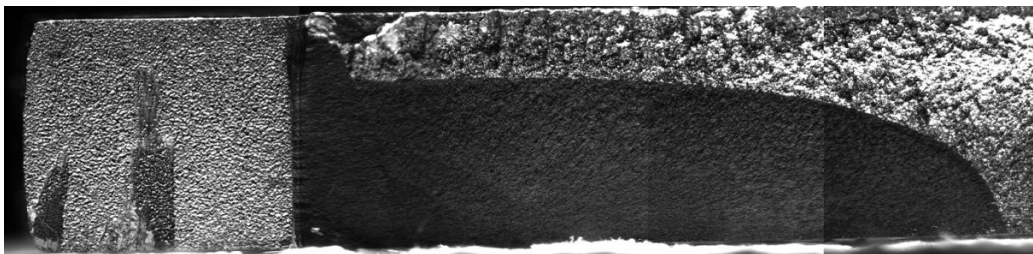
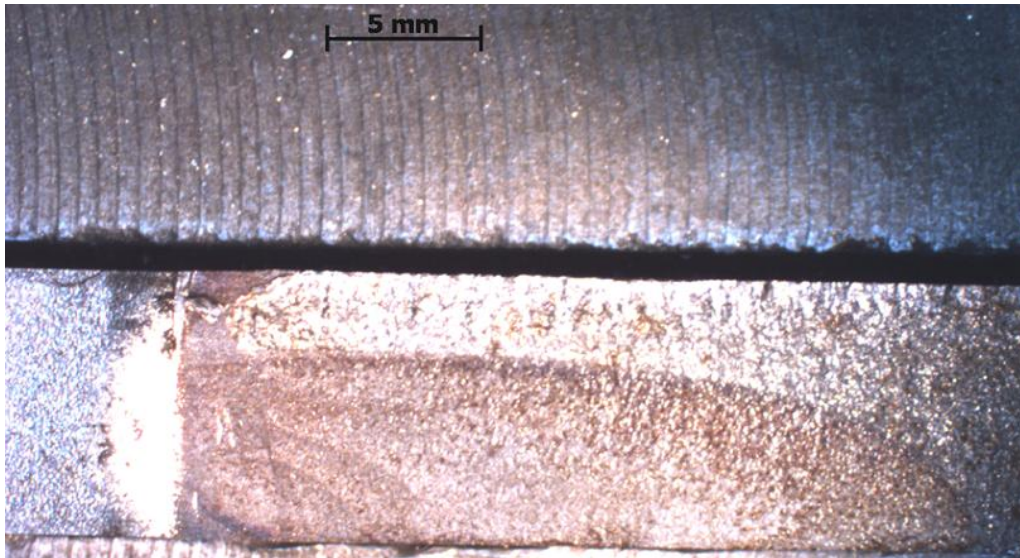


Figura 4.20 - Trinca de fadiga no CP01: (a) Microscópio óptico; (b) Câmera digital; (c) Legenda.

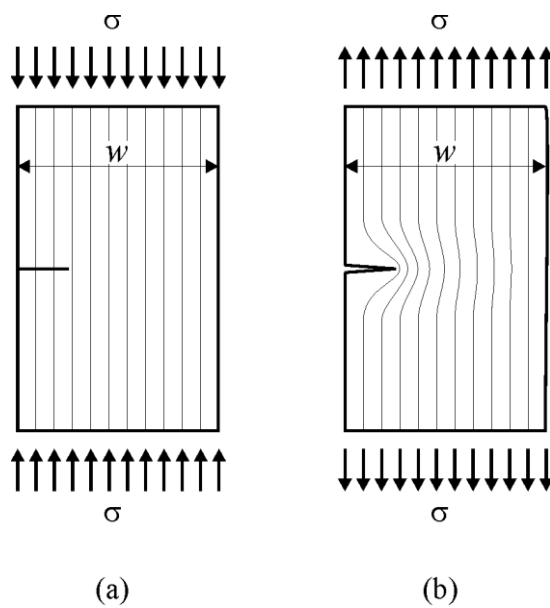


Figura 4.21 – Largura de colaboração na placa: (a) sob carregamento remoto de compressão e (b) sob carregamento remoto de tração.

B. Blocos de sobrecarga

No CP06 foi aplicado um histórico de carregamento senoidal com quatro blocos de sobrecargas. O histórico das tensões normais na superfície inferior da placa é encontrado na Figura 4.22.

Na Figura 4.23 é apresentada a trinca de fadiga do CP06. Cinco marcas de frente de trinca podem ser observadas nitidamente ao longo dessa superfície de trinca. Essas frentes de trincas marcadas com carregamento de sobrecarga acusam um retardo na profundidade da trinca. Este retardo é encontrado entre duas profundidades, pois as marcas coincidem (profundidade das Marcas 03 e 04).

Mais uma vez, pode-se dizer que a trinca tem duas distintas geometrias. Estas geometrias podem ser simplificadas por trinca reta-passante e trinca de canto, a transição entre essas duas trincas pode ser adotada como uma quina. Essa transição é indicada na Figura 4.24. Complementarmente, as linhas de plastificação na superfície superior da placa são ilustradas na Figura 4.25. Elas têm profundidade inferior a 1 mm.

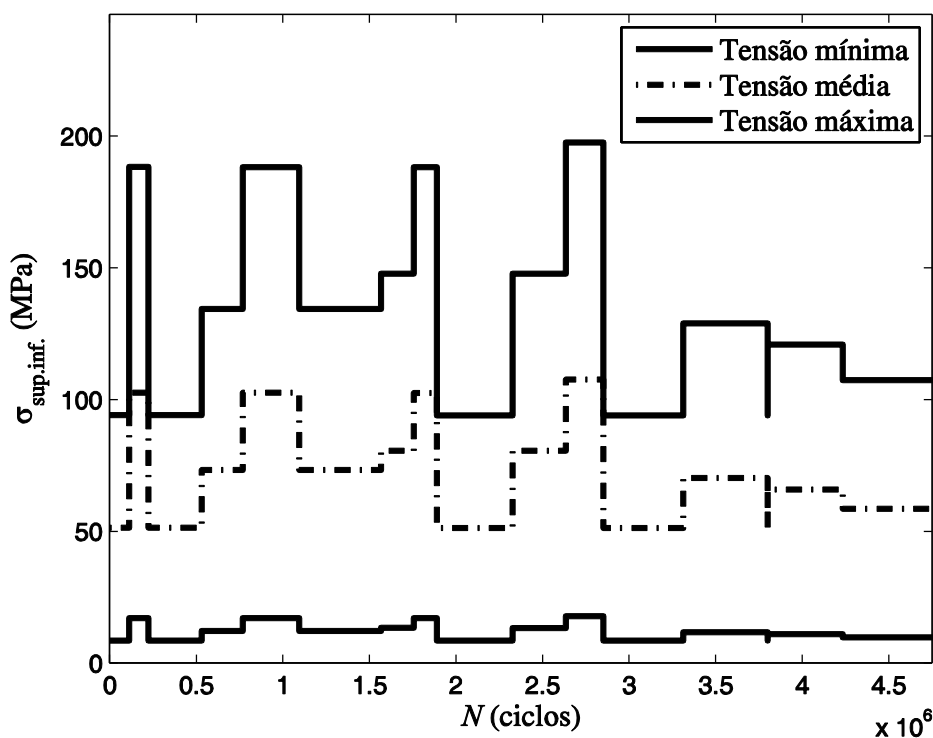
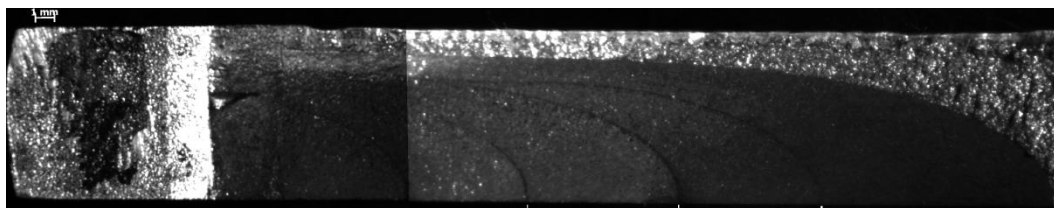
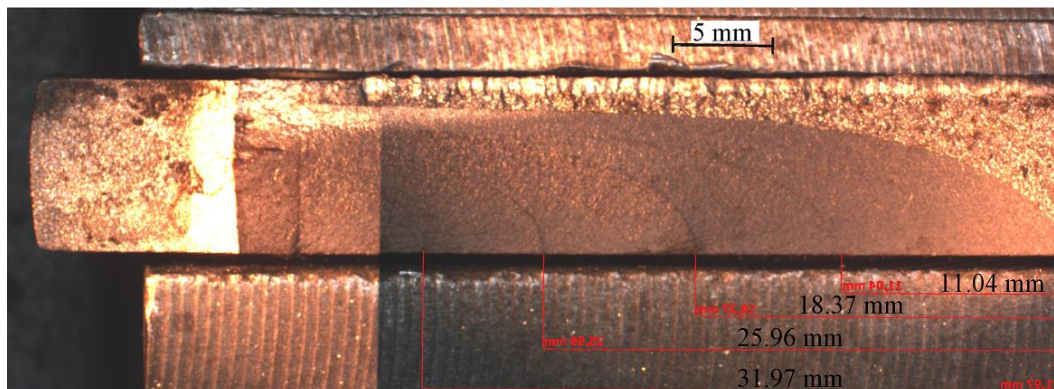


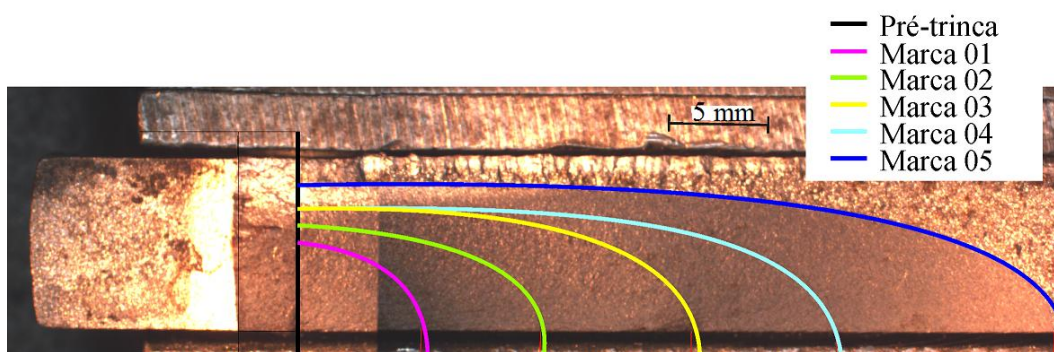
Figura 4.22 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.23 - Superfície da trinca de fadiga do CP06: (a) e (b) Microscópio óptico; (c) Legenda.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0821358/CA

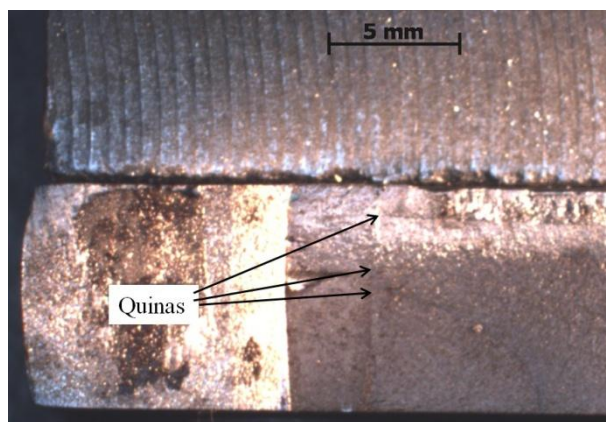


Figura 4.24 – Quinas na frente da trinca.

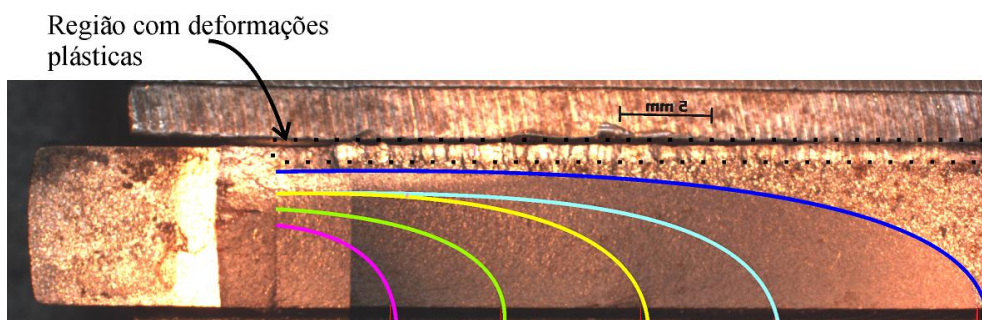


Figura 4.25 – Regiões com deformação plástica na superfície superior da placa.

C. Blocos de subcargas

Depois de se realizar o experimento no CP06, foi possível estimar melhor os intervalos necessários para aplicar os blocos de carregamento cíclico, resultando em um número maior de marcas de frente de trinca durante o experimento deste CP (CP07). Os blocos cíclicos marcam a frente da trinca por decréscimo de tensões aplicadas. Com esses blocos, pretende-se não causar retardos significantes nas geometrias das frentes de trinca, como ocorreu no CP06. Na Figura 4.26 é ilustrado o histórico de carregamento aplicado durante o experimento do CP07.

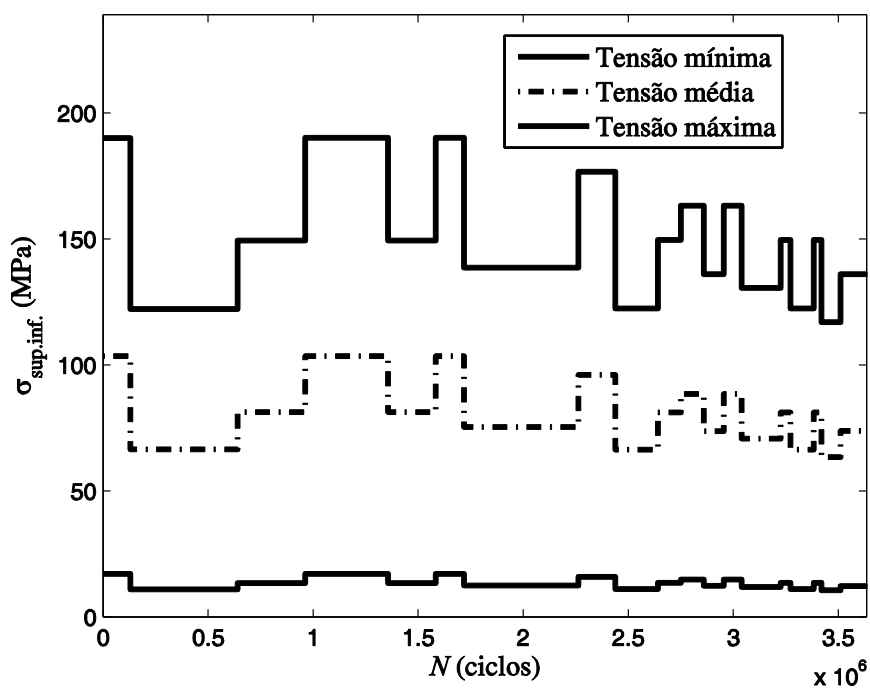
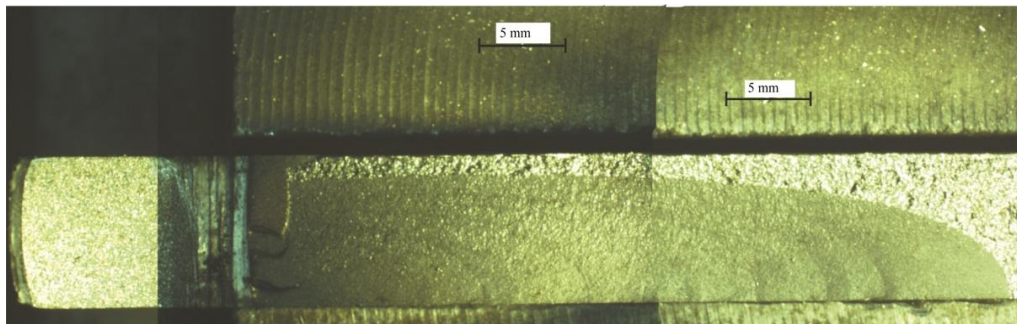


Figura 4.26 - Histórico das tensões normais aplicadas na superfície inferior da placa: CP07.

A frente de trinca de fadiga do CP07 é encontrada na Figura 4.27. Os blocos de subcargas marcaram satisfatoriamente a frente da trinca, mas as marcas das frentes não são tão nítidas quanto às marcas obtidas por blocos de sobrecarga. As marcas ficam ainda menos nítidas na quina (interseção da trinca reta e trinca de canto). Principalmente na foto do microscópio Zeiss, é difícil medir a profundidade da trinca de canto. Essa dificuldade pode ser atribuída à pequena variação do fator de intensidade de tensão na interseção com a trinca inicialmente passante que não se propaga durante ensaio de flexão. Adicionalmente, na Figura 4.28 é mostrada a legenda que será usada para análise de resultados e também no Capítulo 7.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.27 – Trinca de superfície no CP07 (a) foto com microscópio Zeiss; (b) e (c) fotos com máquina digital.

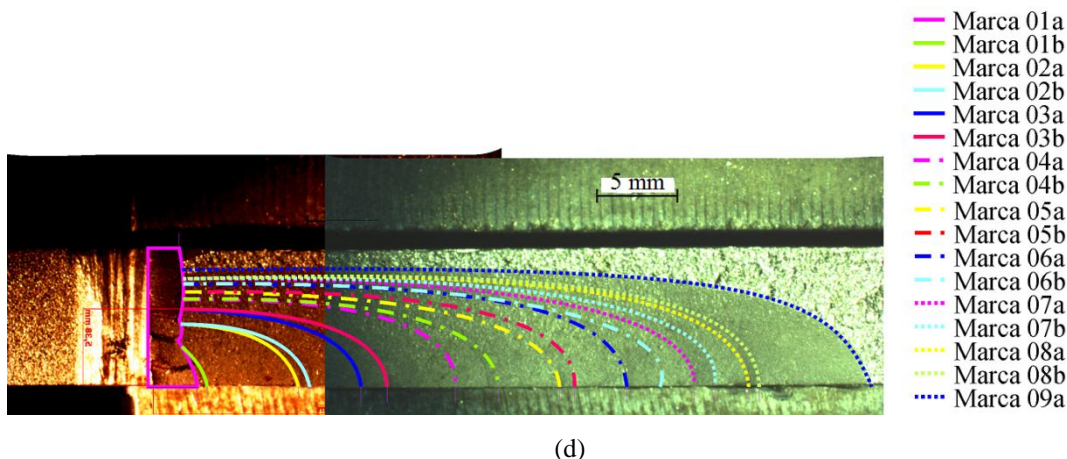


Figura 4.28 – Legenda na trinca de superfície para diversas marcas de frente de trinca.

Conforme essa figura, próximo a superfície superior da placa, a geometria da trinca tem um trecho reto (remanescente da geometria da pré-trinca) que não altera a geometria conforme se aplica o carregamento remoto de flexão pura. Por outro lado, a trinca cresce na superfície inferior, mas não alcança a superfície superior da placa, permanecendo parcialmente passante com geometria de trinca de canto.

Além disso, a trinca cresce mais rápido na superfície inferior da placa do que na profundidade, isto é, os incrementos de trincas na profundidade são menores que os incrementos de trinca na superfície inferior da placa. Nesse terceiro experimento da tese, foi alcançada a maior razão entre d/w , percebendo-se que a geometria da trinca tende a uma profundidade constante quando atinge comprimentos longos.

Caso fossem alcançados comprimentos de trinca maiores, essa trinca poderia se tornar passante. A geometria e comprimento da trinca estimados com base nesses ensaios de crescimento da trinca são ilustrados na Seção 4.8.

Algumas estimativas dos ângulos de interseção são ilustradas na Figura 4.29. Estes ângulos de interseções são entre a frente da trinca e a superfície inferior da placa.

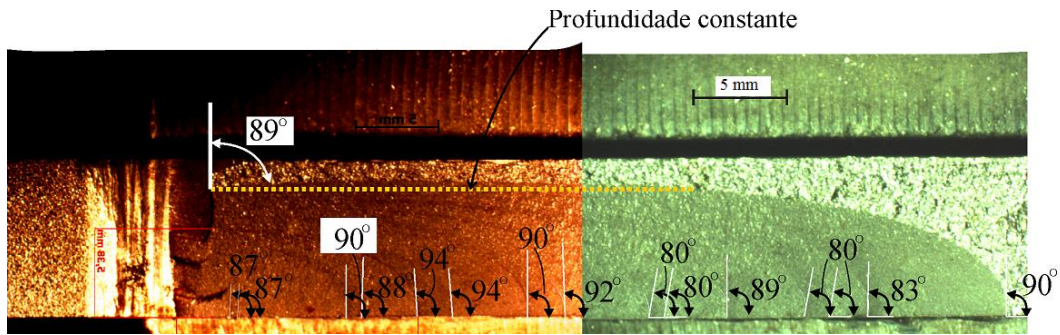


Figura 4.29 – Ângulo de interseção da frente da trinca com superfície livre.

4.6.2. CP com entalhe central

As frentes de trinca que cresceram simultaneamente em um CP com entalhe central, CP03 e CP02, são apresentadas na Figura 4.30 e Figura 4.31, respectivamente.

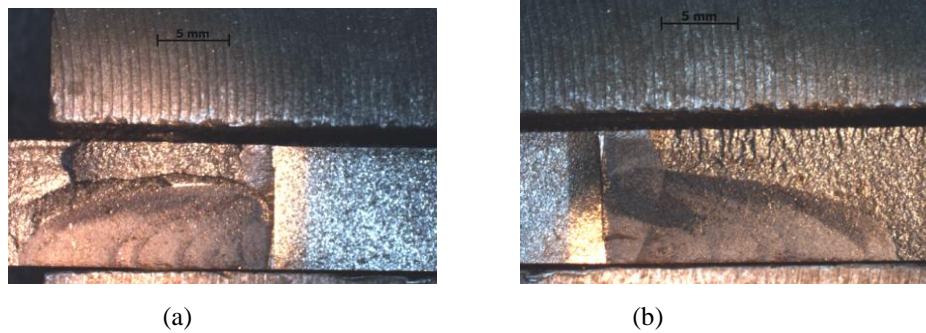


Figura 4.30 – Trinca de superfície CP03: (a) trinca A; (b) trinca B.

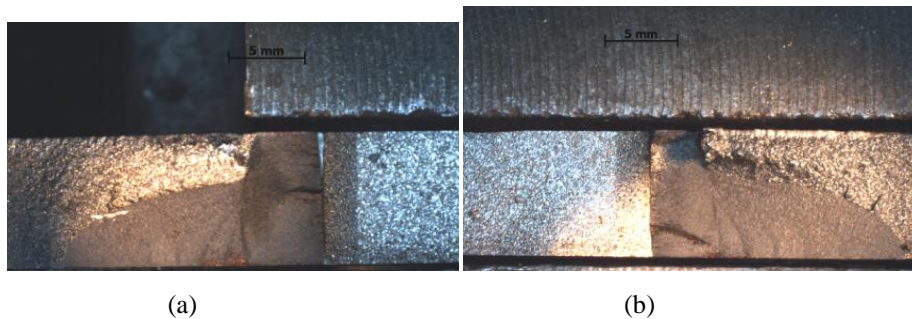


Figura 4.31 – Trinca de superfície CP02 no microscópio Zeiss: (a) trinca A; (b) trinca B.

4.7. Avaliação e resumo dos dados coletados

As medidas coletadas na superfície inferior da placa durante todo o experimento são apresentadas no gráfico d vs. N (Figura 4.32) nos CPs com entalhe de borda. Complementarmente, os pontos de mudança de carregamento deixaram marcas na frente da trinca. Essas marcas foram medidas após quebrar o CP. Mais uma vez, relacionou-se o comprimento da trinca d com o número de ciclos (momento em que se mudou de carga) como é também indicado neste gráfico.

Em todos os experimentos de flexão, observou-se que a geometria da frente da trinca mudou significativamente durante a propagação por flexão pura. A frente de trinca inicialmente reta e passante ou levemente inclinada tornou-se curva.

A região sob tensões normais máximas de tração remotamente aplicadas corresponde à superfície inferior da placa, conseqüentemente, a trinca cresce inicialmente na superfície inferior e atinge profundidade superior a $t/2$ (superfície média da placa), decorrente da mudança da linha neutra. Esta mudança ocorre por causa das distintas larguras de colaboração da região sob tensões de compressão e região sob tensões de tração.

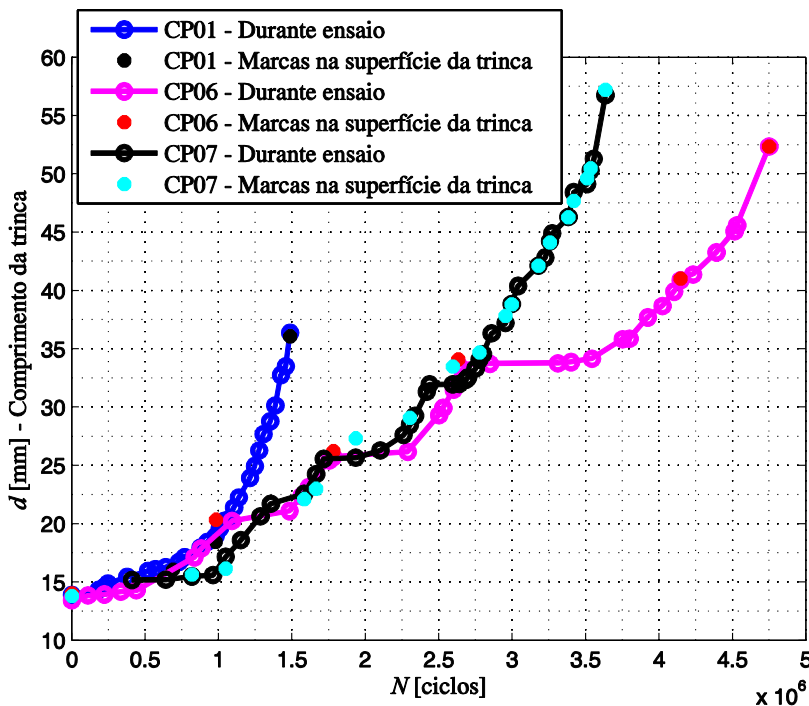


Figura 4.32 – Curva d vs. N dos CPs com entalhe de borda.

A trinca não propaga em nenhum momento na região superior da placa, onde atuam tensões de compressão, e nessa região aconteceu contato. Resultando uma trinca com dois diferentes comportamentos. Na transição entre esses dois comportamentos da frente da trinca apareceu uma quina. Essa quina é visualizada desde as primeiras marcas de frente de trinca sob flexão pura e permanece.

Na região do ligamento residual em que cresce essa trinca, ocorre uma plastificação localizada do lado oposto a frente da trinca (superfície superior da placa). Análises com dois tipos de materiais verificando a influência desse comportamento elasto-plástico na forma da trinca devem ser investigadas futuramente. Em uma futura abordagem deste problema, deveria adotar um comportamento do material elasto-plástico na região de tensões de compressão. Entretanto, nesta tese, as análises numéricas consideram apenas material elástico linear.

A razão entre a profundidade e comprimento da trinca diminui conforme o comprimento da trinca cresceu, mostrando que os incrementos de trinca são maiores na superfície inferior da placa do que na profundidade.

4.8. Simplificação da geometria no plano de trincamento

Existem duas motivações em se simplificar a geometria da trinca: a primeira é facilitar no esboço ou previsão da geometria ao longo da superfície; a segunda motivação e mais importante é que essa geometria é relacionada com uma distribuição de FIT. Essa distribuição vai tender a ajustar a geometria da trinca com as tensões ao longo da placa que são oriundas do carregamento aplicado.

Quanto mais precisa for essa geometria da simplificação da geometria em relação à geometria obtida nos corpos-de-prova, mais precisa é a distribuição de FIT. Essa dependência é a maior motivação em se obter uma frente de trinca coincidente com a frente da trinca do experimento.

Na literatura, uma forma bem conhecida de aproximação da geometria das trincas de canto é utilizando uma curva quarto-elíptica. A comparação entre geometrias dos experimentos e curvas quarto-elípticas é feita na Figura 4.33, na Figura 4.34 e na Figura 4.35.

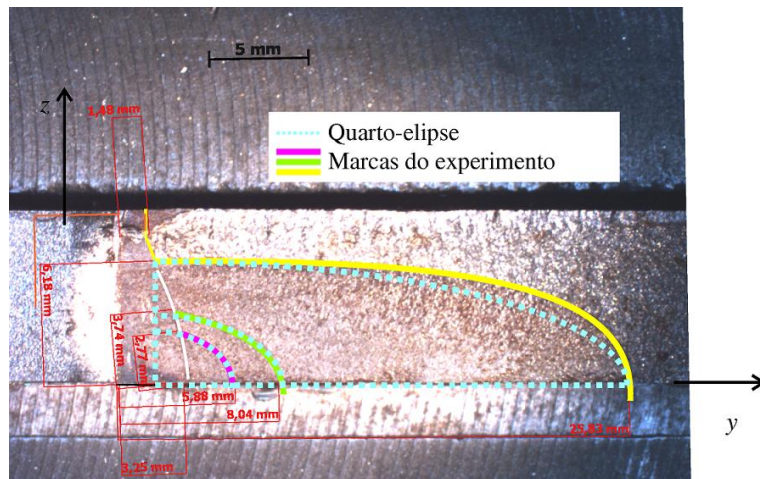


Figura 4.33 – Comparação da frente da trinca no CP01 com quarto-elípticas concêntricas.

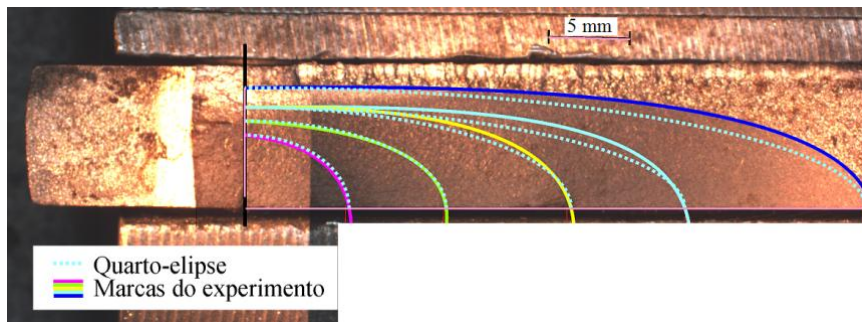


Figura 4.34 - Comparação da frente da trinca no CP06 com quarto-elípticas concêntricas.

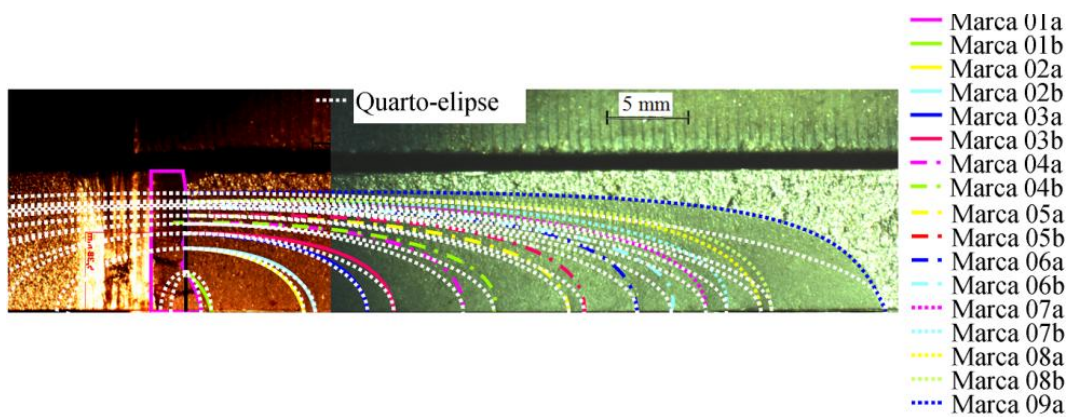


Figura 4.35 – Comparação da frente da trinca do CP07 com quarto-elípticas concêntricas.

A trinca procurou uma geometria quarto-elíptica concêntrica nas primeiras marcas de frente de trinca. Entretanto, conforme a trinca cresceu, a marca da frente da trinca obtida nos experimentos é superior à curva de um quarto de elipse concêntrica. Essas diferenças de geometria aumentam à medida que a trinca

crece. Além disso, a trinca de canto, quando atinge comprimentos longos, tende a uma profundidade constante e praticamente paralela às superfícies da placa em um trecho. Essa tendência pode ser efeito da superfície superior da placa, ocasionando redistribuição dos esforços nessa região.

As frentes de trincas inicialmente puderam ser bem aproximadas por curvas quarto-elípticas concêntricas. Essas trincas são chamadas por trincas curtas. Notou-se que o comprimento d máximo para empregar simplificações quarto-elípticas concêntricas nos corpos-de-prova CP01, CP06 e CP07 é, respectivamente, 18.28 mm, 25.96 mm e 25.80 mm. Além disso, as razões geométricas a/c são superiores a 0.43 nessas simplificações quarto-elípticas concêntricas (ver Tabela 4.4, Tabela 4.5 e Tabela 4.6).

Tabela 4.4 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP01, usadas na Figura 4.33.

Marcas	a [mm]	c [mm]	a/c	a/t	a/c^*	d [mm]
Marca 01	2.68	3.96	0.68	0.30	1.08	15.85
Marca 02	3.49	6.39	0.55	0.42	0.77	18.28
Marca 03	6.20	23.68	0.26	0.70	0.28	35.57

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

Tabela 4.5 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP06, usadas na Figura 4.34.

Marcas	a [mm]	c [mm]	a/c^*	a/t	d [mm]
Marca 01	4.48	6.39	0.71	0.54	20.02
Marca 02	5.35	12.33	0.44	0.65	25.96
Marca 03	6.17	19.98	0.33	0.78	33.61
Marca 04	6.17	26.95	0.24	0.78	40.58
Marca 05	7.41	38.00	0.19	0.87	51.63

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das quarto-elipses são coincidentes.

Assim, para esses dados, podem-se aproximar as geometrias das trincas por curvas quarto-elípticas concêntricas até comprimento d igual a 25.96 mm. Esses dados relacionados aos CPs são apresentados na Tabela 4.7. O centro dessas curvas quarto-elípticas concêntricas é X . As coordenadas do centro X nos CP01,

CP06 e CP07 são apresentadas na Figura 4.36, Figura 4.37 e Figura 4.38, respectivamente.

Tabela 4.6 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP07, usadas na Figura 4.35.

Marcas	a [mm]	c [mm]	a/c	a/t	a/c^*	d [mm]
Marca 01a	2.55	0.91	2.80	0.29	2.25	15.68
Marca 01b	2.55	1.55	1.65	0.29	1.44	16.32
Marca 02a	3.96	7.17	0.55	0.45	0.53	21.94
Marca 02b	3.96	7.86	0.50	0.45	0.48	22.63
Marca 03a	4.93	11.03	0.45	0.56	0.43	25.80
Marca 03b	4.93	12.64	0.39	0.56	0.37	27.41
Marca 04a	5.54	16.86	0.33	0.63	0.32	31.63
Marca 04b	5.54	18.72	0.30	0.63	0.27	33.49
Marca 05a	6.07	23.29	0.26	0.69	0.25	38.06
Marca 05b	6.07	24.21	0.25	0.69	0.24	38.98
Marca 06a	6.60	27.44	0.24	0.75	0.23	42.21
Marca 06b	6.60	29.50	0.22	0.75	0.21	44.27
Marca 07a	6.86	31.62	0.22	0.78	0.21	46.39
Marca 07b	6.86	32.86	0.21	0.78	0.20	47.63
Marca 08a	7.04	34.97	0.20	0.80	0.19	49.74
Marca 08b	7.04	35.61	0.20	0.80	0.19	50.38
Marca 09a	7.48	42.56	0.18	0.85	0.17	57.33

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das quarto-elipses são coincidentes.

Tabela 4.7 – Comprimento máximo d da trinca simplificada apenas por curva quarto-elíptica.

CPs	d [mm]	a/c	a/t
CP01	18.28	0.77	0.42
CP06	25.96	0.45	0.65
CP07	25.80	0.43	0.56

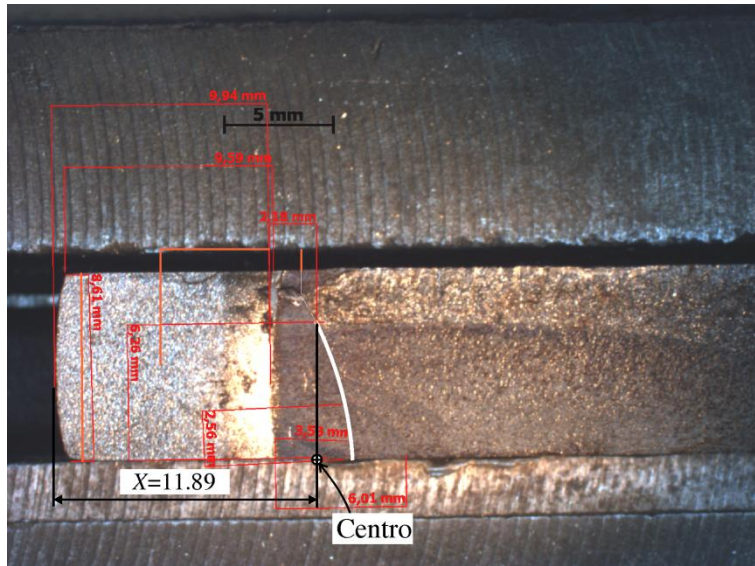


Figura 4.36 - Coordenadas do centro X no CP01 das curvas quarto-elípticas concêntricas.

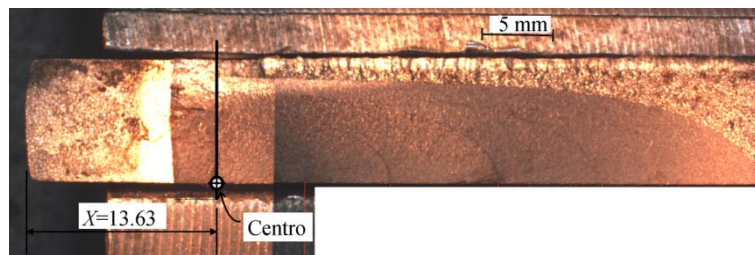


Figura 4.37 – Coordenada do centro X no CP06 das curvas quarto-elípticas concêntricas.



Figura 4.38 – Coordenadas do centro X no CP07 das curvas quarto-elípticas concêntricas.

Uma geometria satisfatória para simplificar as demais frentes de trinca é obtida adotando duas regiões com diferentes geometrias: (i) uma região com profundidade de trinca constante até um dado comprimento da trinca; (ii) uma curva quarto - elíptica com centro não concêntrico com as primeiras marcas. Essa simplificação é ilustrada na Figura 4.39, Figura 4.40 e Figura 4.41.

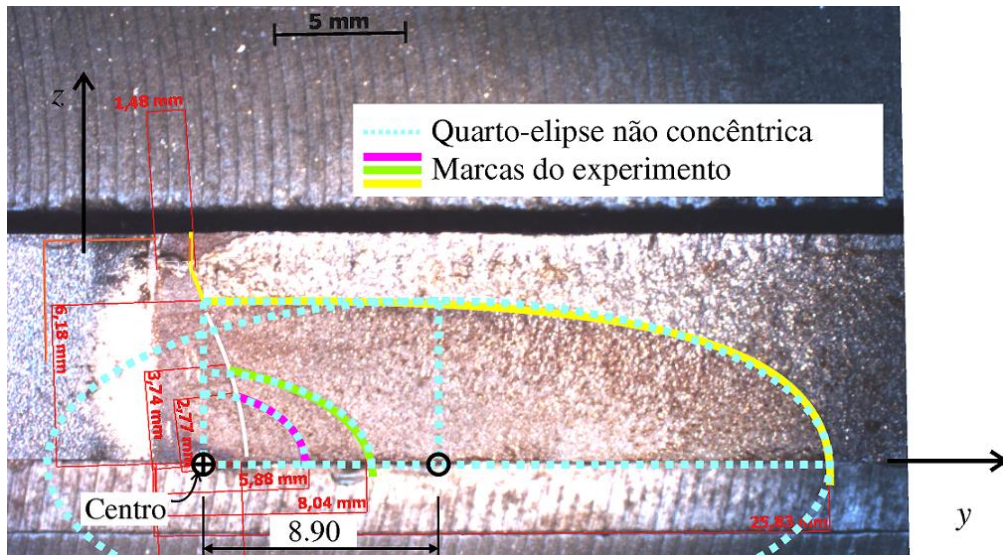


Figura 4.39 – Comparação entre frente de trinca experimental e um quarto de elipses não concêntricas no CP01.

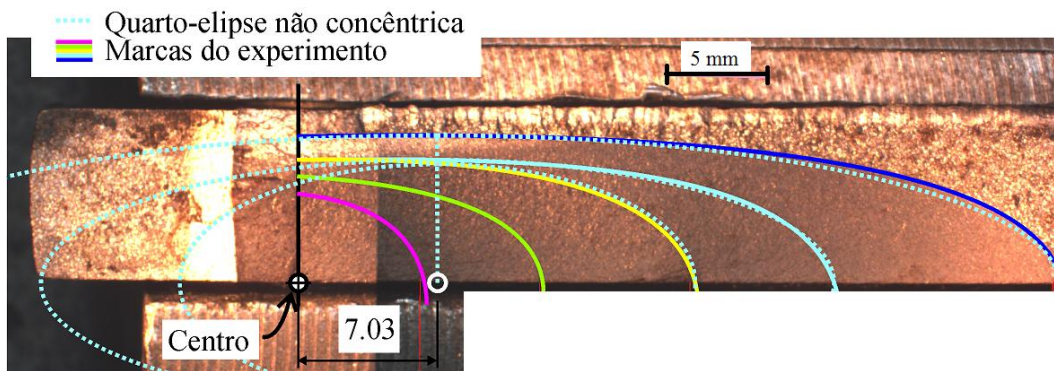


Figura 4.40 – Comparação entre marcas de experimento e curvas quarto-elípticas não concêntricas no CP06.

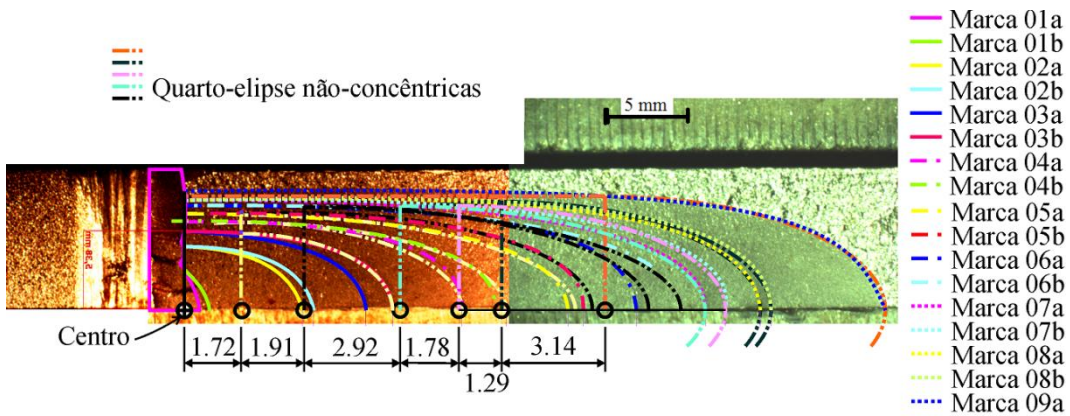


Figura 4.41 – Comparação entre marcas de experimento e curvas quarto-elípticas não concêntricas no CP07.

Um único centro foi suficiente para obter boas aproximações das três últimas marcas de frente de trinca no CP06, ou seja, essas marcas foram aproximadas por curvas quarto-elipses concêntricas entre elas. A nova coordenada do centro (20.66 mm) no CP06 é similar a nova coordenada de centro no CP01 (20.79 mm). Todavia, não foi possível encontrar um único centro para o CP07. A coordenada do centro (x_c) e semi-eixos a_{NC} e c_{NC} são apresentados nas Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10.

As razões geométricas a_{NC} / c_{NC} entre 0.24 e 0.51 são boas aproximações das curvas quarto-elípticas não necessariamente concêntricas usadas para descrever as frentes de trincas. Adicionalmente, a menor razão a_{NC} / c_{NC} foi encontrada no CP06, essa razão de 0.24 pode ter sido ocasionada por um retardo nas taxas de propagação devido à sobrecarga aplicada, que modificou a geometria da trinca.

Foi possível simplificar por duas geometrias as frentes da trinca do CP com uma trinca de borda sob flexão pura. Essas geometrias são ilustradas na Figura 4.42(b) e (c). A localização dos eixos e o corte AA na placa ensaiada podem ser visualizados na Figura 4.42(a).

No início do experimento as geometrias de frentes de trinca podem ser aproximadas por uma curva quarto-elíptica concêntrica. Essa aproximação pode ser feita até o comprimento $y = d = 25.96$ mm. Para essa configuração, ilustrada na Figura 4.42 (b), as coordenadas do ponto P na frente da trinca curva são

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= X + c \cos \phi \\ z &= a \sin \phi \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde X é a coordenada do centro (resumida na Tabela 4.11).

Tabela 4.8 – Novo centro e semi-eixos da Marca03 do CP01, ilustradas na Figura 4.39.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC} / c_{NC}	a_{NC} / t	a / c^*
Marca 03	20.79	6.23	14.73	0.42	0.70	0.28

Tabela 4.9 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06, ilustradas na Figura 4.40.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC} / c_{NC}	a_{NC} / t	a / c^*
Marca 03	20.66	6.17	12.94	0.48	0.78	0.33
Marca 04	20.66	6.17	19.90	0.31	0.78	0.24
Marca 05	20.66	7.41	31.16	0.24	0.87	0.19

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

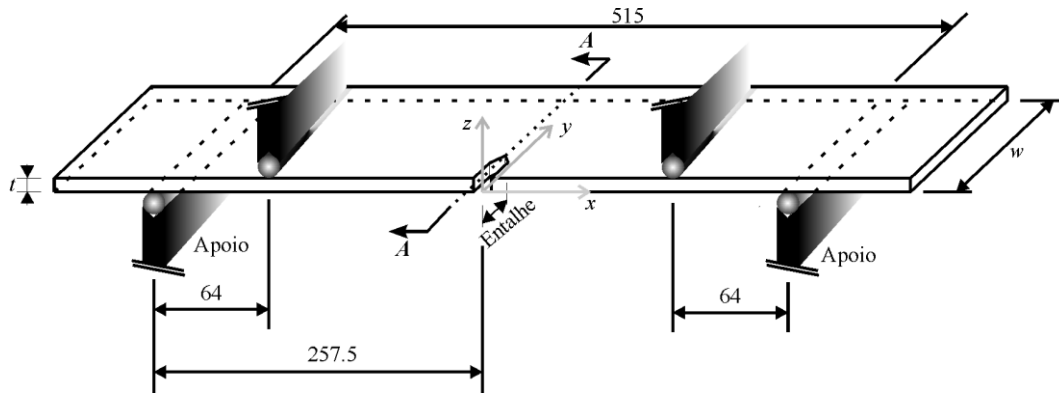
Tabela 4.10 – Novos centros e semi-eixos de 12 Marcas no CP07, conforme ilustrado na Figura 4.41.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC} / c_{NC}	a_{NC} / t	a / c^{**}
Marca 03b	16.49	4.67	9.20	0.51	0.56	0.37
Marca 04a	16.49	5.35	13.37	0.40	0.63	0.32
Marca 04b	16.49	5.35	16.09	0.33	0.63	0.27
Marca 05a	16.49	5.81	20.30	0.29	0.69	0.25
Marca 05b	18.40	5.81	17.55	0.33	0.69	0.24
Marca 06a	18.40	6.24	20.91	0.30	0.75	0.23
Marca 06b	18.40	6.27	22.88	0.27	0.75	0.21
Marca 07a	21.32	6.34	18.51	0.34	0.78	0.21
Marca 07b	23.10	6.34	16.18	0.39	0.78	0.20
Marca 08a	24.40	6.48	15.71	0.41	0.80	0.19
Marca 08b	24.40	6.59	16.36	0.40	0.80	0.19
Marca 09a	27.54	6.92	17.01	0.41	0.85	0.17

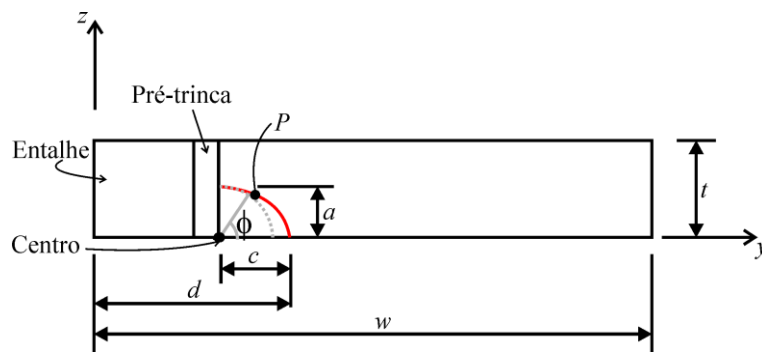
** O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Tabela 4.11 – Resumo das coordenadas de centro nos três CPs.

CPs	X [mm]
CP01	11.89
CP06	13.63
CP07	14.77

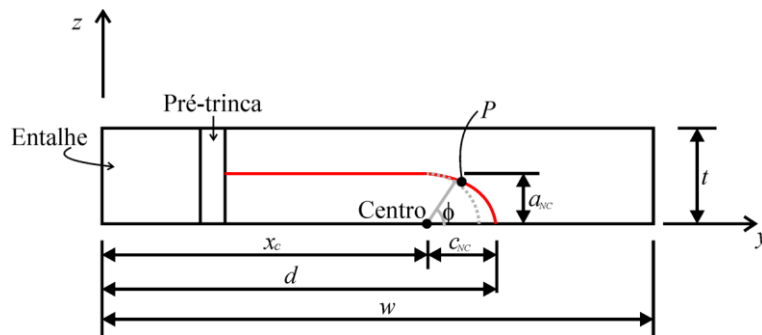


(a)



Corte AA

(b)



Corte AA

(c)

Figura 4.42 – Coordenadas na frente da trinca: (a) Indicação de corte A-A na placa; (b) Corte A-A trinca curta; (c) Corte A-A trinca longa.

Caso o comprimento d seja superior a 25.96mm, deve-se aproximar a frente de trinca por uma reta constante e uma curva quarto-elíptica, conforme Figura 4.42(c). As coordenadas de qualquer ponto P da frente da trinca curva podem ser obtidas pelas expressões a seguir. Se $X \leq y \leq x_c$, as coordenadas são

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= d \\ z &= a_{NC} \end{aligned} \quad (4.6).$$

Se $y > x_c$, as coordenadas na frente da trinca curva são

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= x_c + c_{NC} \cos \phi \\ z &= a_{NC} \sin \phi \end{aligned} \quad (4.7).$$

Os dados a_{NC} , c_{NC} e x_c foram apresentados nas Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10.

Complementarmente, são propostas duas expressões para determinar a profundidade da trinca a ($a = a_{NC}$) e posição do centro (x_c), utilizando as relações encontradas nas frentes de trincas dos corpos-de-prova CP01 e CP07 (ver Figura 4.43). Entretanto, são usados os dados referentes às marcas do CP07 obtidas antes da aplicação dos blocos de subcargas.

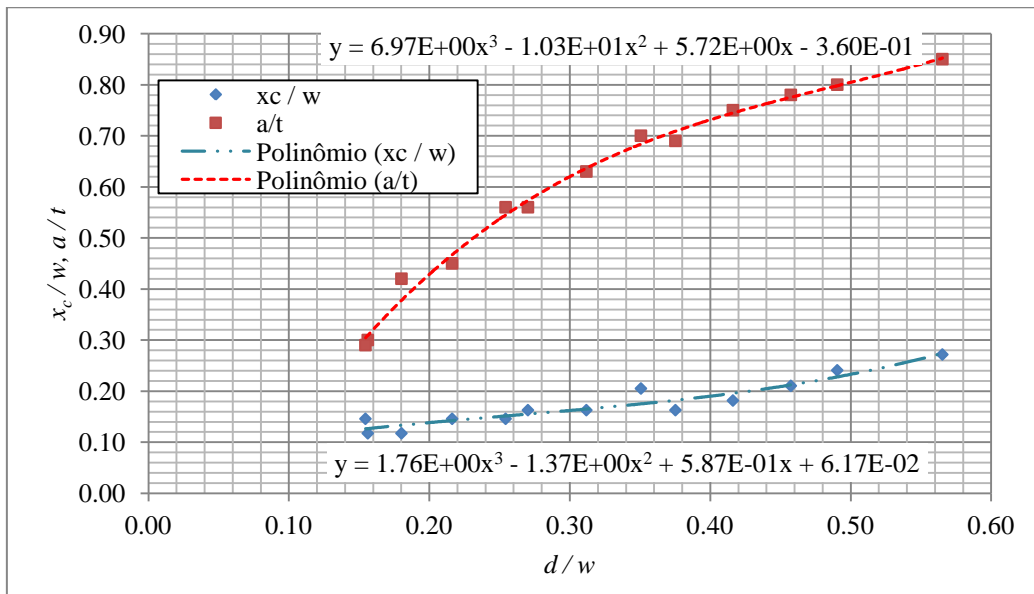


Figura 4.43 – Curvas de ajuste de a/t e centro x_c .

O melhor ajuste polinomial relaciona as dimensões d e a . Esse ajuste é

$$\frac{a}{t} = 6.97 \left(\frac{d}{w} \right)^3 - 1.03 \times 10^1 \left(\frac{d}{w} \right)^2 + 5.72 \left(\frac{d}{w} \right) - 3.60 \times 10^{-1}. \quad (4.8)$$

Novamente, utilizando d é sugerida uma expressão para determinar o centro da curva quarto-elíptica, como

$$\frac{x_c}{w} = 1.76 \left(\frac{d}{w} \right)^3 - 1.37 \left(\frac{d}{w} \right)^2 + 5.87 \times 10^{-1} \left(\frac{d}{w} \right) + 6.17 \times 10^{-2}, \quad (4.9)$$

onde x_c é o centro das aproximações quarto-elíptica concêntricas e não concêntricas. Admitindo que essas expressões (4.8) e (4.9) possam ser extrapoladas até a razão $a/t = 1$. Então, essa trinca se tornaria passante para uma razão $d/w = 0.71$ e com comprimento na superfície superior de $x_c/w = 0.42$. A geometria dessa trinca é ilustrada na Figura 4.44, onde $w = 101.4$ mm, $d = 72.0$ mm e $x_c = 42.6$ mm.

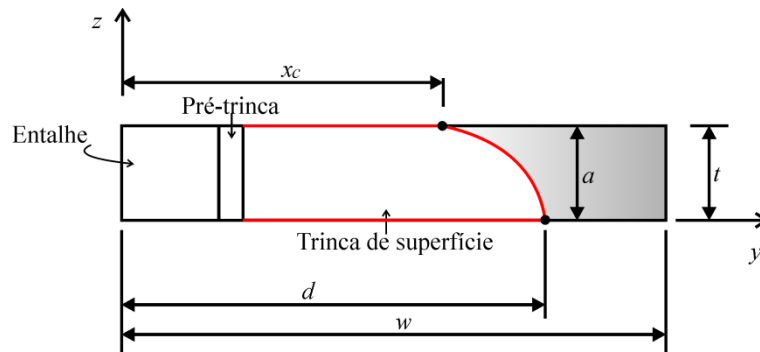


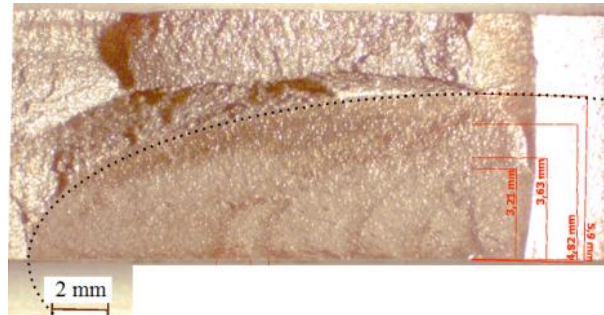
Figura 4.44 – Esboço da trinca de superfície para $a/t = 1$.

As geometrias de trincas obtidas no CP com entalhe central são bem estimadas por quarto-elipses concêntricas. Na Figura 4.45 e Figura 4.46 são apresentadas essas comparações para geometria do CP03 e CP02. Na Tabela 4.12 e Tabela 4.13 são indicados os semi-eixos e razões de geometria.

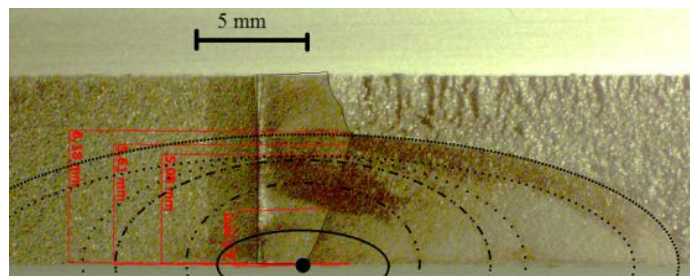
Com base nas razões obtidas nessas tabelas, pode-se afirmar que nos CPs com entalhe central a geometria da trinca pode ser simplificada por curvas quarto-elipses até uma razão $a/t = 0.70$ e $a/c = 0.33$. Enquanto, em CPs com entalhe de borda, a razão máxima para simplificar a geometria da trinca por quarto-elipse é $a/t = 0.65$ e $a/c = 0.44$. A partir dessa razão, a trinca tende a crescer mais rápido na superfície inferior da placa do que na profundidade da placa.

Por este motivo, a geometria da trinca não é bem estimada por uma curva quarto-elipse concêntrica. A simplificação da geometria da trinca longa deve ser

com um trecho com profundidade da trinca praticamente constante e paralelo às superfícies da placa e outro trecho com uma curva quarto-elipse não necessariamente concêntrica de semi-eixos a_{NC} e c_{NC} .



(a)

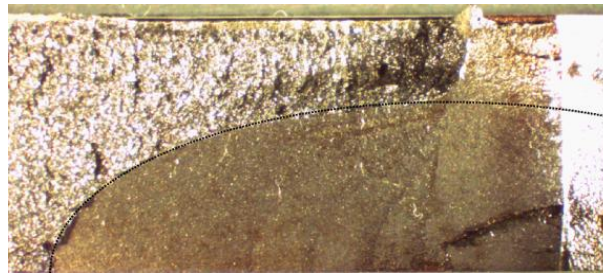


(b)

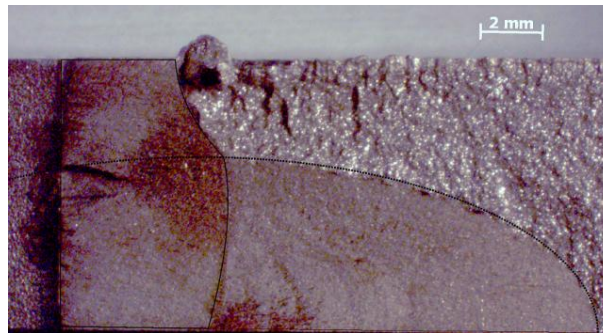
Figura 4.45 – Comparação da frente de trinca obtida no CP03 com quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.

Tabela 4.12 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP03.

	Marca	a [mm]	c [mm]	a/c	a/t
Trinca A	Marca 01	2.58	2.99	0.86	0.29
	Marca 02	3.66	5.05	0.72	0.41
	Marca 03	4.07	9.13	0.45	0.46
	Marca 04	4.15	9.99	0.42	0.47
	Marca 05	5.03	15.01	0.33	0.57
	Marca 06	5.94	16.37	0.36	0.67
Trinca B	-	6.09	17.24	0.35	0.69



(a)



(b)

Figura 4.46 - Comparação da frente de trinca obtida no CP02 com quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.

Tabela 4.13 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP02.

Marca	a [mm]	c [mm]	a/c	a/t
Trinca A	6.18	14.5	0.43	0.70
Trinca B	5.59	13.34	0.42	0.64

5

Análise numérica dos parâmetros usados na reconstrução do crescimento da trinca

Neste capítulo, pretende-se avaliar o desempenho separadamente dos parâmetros necessários para uma predição numérica do crescimento da trinca. Como foi explicado no Capítulo 3, na MFLE, o crescimento da trinca pode ser predito utilizando três dados: (i) estimativas precisas de FIT, (ii) curva $da/dN - \Delta K$ do material e (iii) pequeno incremento de trinca, $\Delta a_{máx}$.

Na Seção 5.1, é feita a descrição do modelo e hipóteses simplificadoras adotadas. Assim, na Seção 5.2 são apresentadas as distribuições do FIT obtidas nas frentes da trinca marcadas nos ensaios de flexão efetuados nesta tese (ver Capítulo 4). O principal objetivo é elucidar o efeito da quina, que é a transição entre trinca reta e trinca de canto, observada na frente da trinca dos corpos-de-prova ensaiados. O tratamento numérico na quina para se melhorar os resultados da predição numérica é proposto na Seção 5.3. A direção de propagação na trinca de superfície é avaliada na Seção 5.4, que explica a necessidade de uma hipótese mais geral para seu crescimento.

Na Seção 5.5, são feitos testes de crescimento incremental da trinca usando dois ajustes diferentes de curva $da/dN - \Delta K$ do material. Complementarmente, por se tratar de uma trinca com distribuição de ΔK_I , foi estudada a influência da magnitude máxima de ΔK_I na geometria da trinca.

Finalmente, na Seção 5.6 são mostradas as distribuições de F , que foram obtidas com as distribuições normalizadas do FIT, em geometrias de trincas longas aproximadas por quarto-elipses concêntricas. Essas distribuições são comparadas com as mesmas distribuições em geometrias dos corpos-de-prova CP01.

O teste de convergência da malha de elementos finitos e uma breve introdução da metodologia de crescimento da trinca implementada no FRANC3D¹ (FRANC3D, 2010) são encontrados no Apêndice 1 desta tese.

5.1. Descrição do problema e hipóteses usadas

Para reprodução numérica dos experimentos realizados nesta tese, são usadas as seguintes hipóteses simplificadoras: (i) comportamento do material linear elástico, com as propriedades levantadas no ensaio de tração do aço ASTM A36, sendo que o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν usados nas simulações numéricas são 211 GPa e 0.3 (ver Tabela 4.2), respectivamente; (ii) pequenos deslocamentos e pequenas deformações; (iii) problema de contato nas faces da trinca; e (iv) condições de escoamento de pequena escala na frente da trinca, utilizando as hipóteses de mecânica da fratura linear elástica (MFLE). Desta forma, o fator de intensidade de tensão é empregado no crescimento da trinca.

A descrição deste problema é esquematizada na Figura 5.1. A placa foi modelada apenas na região contida entre os dois apoios inferiores do suporte de flexão com comprimento de 515 mm. A distância L indicada na Figura 5.1 é igual a 385 mm e, nessas condições de apoios, induz-se carregamento de flexão pura provocando fechamento parcial das faces da trinca. Este carregamento ocasiona tração e compressão na frente da trinca. Sob compressão, as faces da trinca estão em contato, que é considerado nesta reprodução numérica. Adicionalmente, a área de contato é encontrada iterativamente no programa de elementos finitos (o ABAQUS) para cada geometria de trinca. Mais detalhes do modelo de contato definido no ABAQUS são apresentados no Apêndice 6.

Por outro lado, a trinca cresce na região sob tração, como observado nos corpos-de-prova (ver Capítulo 4), que se tornou uma trinca de canto (caso particular de trincas de superfície).

¹ Mais detalhes da interface FRANC3D com programas comerciais de elementos finitos são encontrados em <http://fac.cfm.cornell.edu/index_files/FRANC3D_V5.0_Brochure.pdf>. Acesso em: 09 set. 2012.

Uma análise tridimensional da placa deve ser feita, já que a área de contato é variável ao longo da espessura da placa. Além disso, a mecânica da fratura tridimensional deve ser empregada, pois em trinca de superfície existe uma distribuição do fator de intensidade de tensão na frente da trinca.

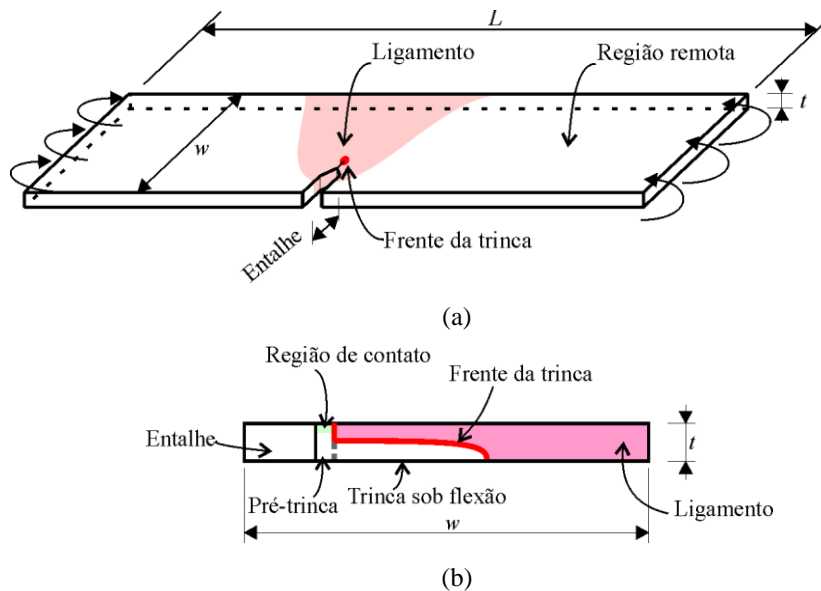


Figura 5.1 – Descrição do problema estudado numericamente: (a) Esquema da placa tridimensional e carregamento aplicado de flexão pura e (b) Indicação da região de contato e trecho da frente da trinca que cresce na seção de ligamento.

O programa tridimensional de MFLE empregado nas análises é o FRANC3D. Esse programa importa e exporta arquivos em formatos compatíveis com o programa de elementos finitos tridimensionais ABAQUS² (Hibbitt et al., 1996). Enquanto que no FRANC3D gera-se a malha de elementos finitos com trinca, região de contato das faces da trinca; tensões e deslocamentos do problema são calculados no ABAQUS. Ao final dos cálculos no ABAQUS, é determinada a distribuição do FIT no programa FRANC3D com o método de correlação de deslocamentos.

Complementarmente, os elementos sólidos tridimensionais empregados para discretizar a placa nessas análises são C3D10, C3D15 e C3D20. Note que C3D indica que o elemento é sólido tridimensional. C3D10, C3D15 e C3D20 são, respectivamente, elemento tetraédrico quadrático com 10 nós, elemento

² ABAQUS é uma marca registrada da Dassault Systemes Simulia Corp.

prismático triangular quadrático com 15 nós e elemento *brick* quadrático com 20 nós.

O carregamento de flexão aplicado é a magnitude ΔP obtida pela diferença entre o carregamento máximo e carregamento mínimo aplicado ($\Delta P = F_{\max} - F_{\min}$). O ΔP induz à tensão $\Delta\sigma$, onde a razão $R = F_{\min}/F_{\max} = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0.1$. Embora $\Delta\sigma$ varie ao longo da espessura da placa, a razão R mantém-se constante. Note que esse carregamento ocasiona apenas ΔK_I , pois a trinca abre sob modo I de fratura da trinca (os FIT dos modos II e III de fratura são nulos).

5.2. Singularidades numéricas na frente da trinca

Nos ensaios dos corpos-de-prova sob flexão pura foram encontradas geometrias de frente de trinca que puderam ser simplificadas por um trecho de trinca reta e outro trecho de trinca de canto. A transição destes dois trechos foi uma quina, conforme foi ilustrado no Capítulo 4.

Nesta seção, são mostradas as distribuições do FIT na frente da trinca obtidas nos ensaios, avaliando-se a coerência do crescimento de trinca que decorre destas distribuições com o crescimento observado nos corpos-de-prova. Com essa avaliação, percebeu-se que a quina introduz singularidade numérica no FIT nesta posição. Então, existem duas singularidades nesta frente da trinca: (i) interseção da trinca com a superfície inferior da placa e; (ii) quina.

Utilizando o FRANC3D, determina-se a distribuição do fator de intensidade de tensão (FIT) usando uma geometria de trinca com um raio de arredondamento na quina. Este raio de arredondamento é empregado, pois no programa FRANC3D não se gera geometria de frente de trinca com quinas. A posição da quina e o raio de arredondamento são ilustrados na Figura 5.2.

Na Figura 5.3 são ilustradas as distribuições de ΔK_I avaliadas numericamente nas Marcas 02a, 02b, 03a, 05b, 06b, 08a e 09a com raios de arredondamento de 1 mm. Na quina, devido a singularidades numéricas, são obtidos valores superiores aos valores alcançados na interseção da trinca com a

superfície inferior da placa. Uma distribuição de ΔK_I com valor na quina superior ou igual ao valor na superfície inferior da placa tenderia a incrementos maiores ou similares na quina que na superfície inferior da placa. Contudo, o crescimento observado nos experimentos mostrou uma desaceleração nos incrementos de trinca na direção da profundidade da trinca (na quina).

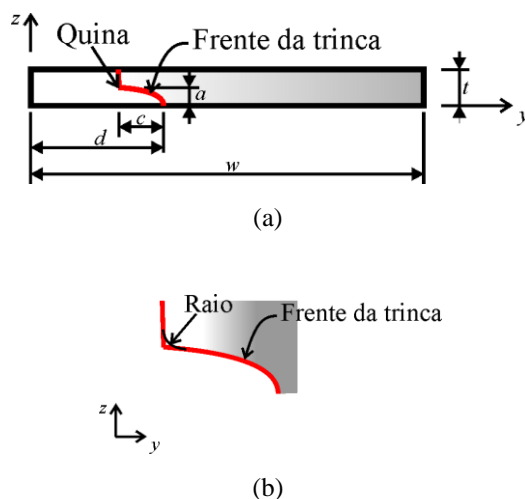
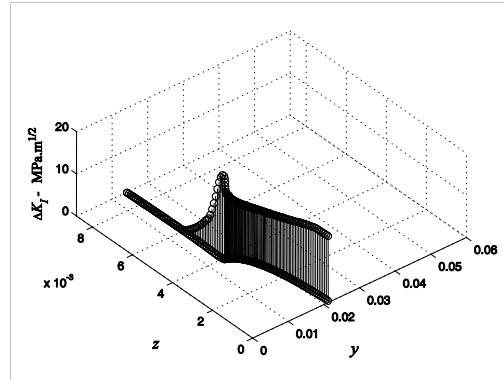


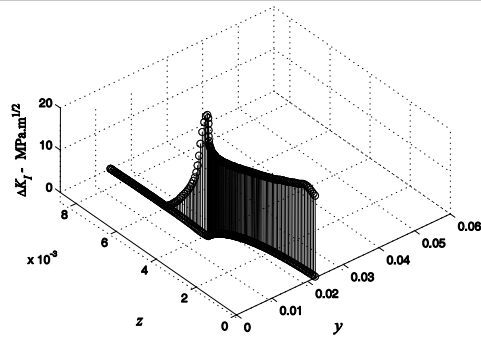
Figura 5.2 – Esquema da geometria da frente da trinca: (a) Localização da quina obtida nos corpos-de-prova ensaiados e (b) raio de arredondamento utilizado para gerar a geometria do ensaio no FRANC3D.

Ainda com base nas observações dos corpos-de-prova, a trinca de canto cresce continuamente sem mudanças repentinas de geometria. Desta forma, após sua estabilização de geometria para o carregamento aplicado, é esperada uma distribuição de ΔK_I semelhante em todos os passos. Isso implica que a magnitude de ΔK_I é máxima na superfície inferior da placa e decresce de magnitude em posições da frente da trinca que se afasta dessa superfície. Portanto, na Seção 5.3 são propostas metodologias para se obter distribuição de ΔK_I sem influência de singularidades numéricas.

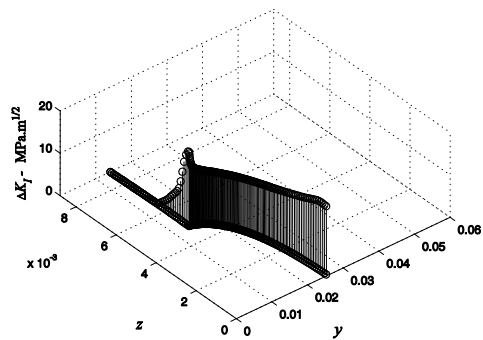
Adicionalmente, são feitas algumas análises com diferentes raios de arredondamento com a finalidade de se conhecer sua influência na magnitude e distribuição de ΔK_I na quina. Os resultados de ΔK_I usando a geometria da trinca da Marca 03b do CP07 são apresentados na Figura 5.4 para um comprimento de trinca normalizado.



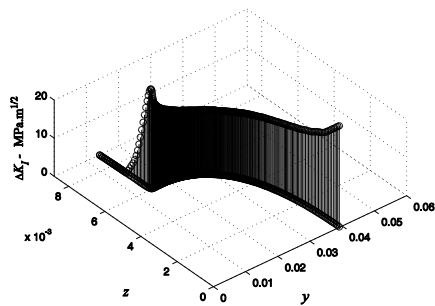
(a) Marca 02a do CP07.



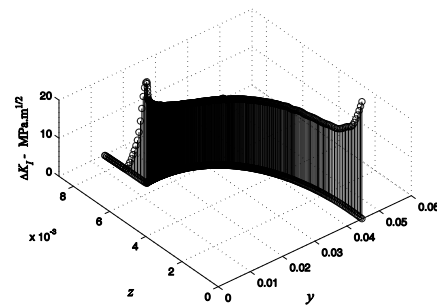
(b) Marca 02b do CP07.



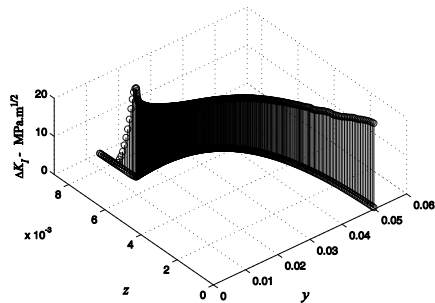
(c) Marca 03a do CP07.



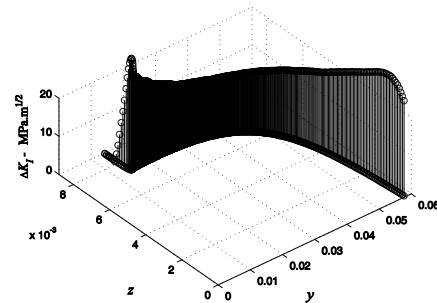
(d) Marca 05b do CP07.



(e) Marca 06b do CP07.



(f) Marca 08a do CP07.



(g) Marca 09a do CP07.

Figura 5.3 – Distribuição do ΔK_I usando diversas geometrias de trincas obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.

Define-se a coordenada 0.0 na superfície superior da placa (onde atuam remotamente as tensões de compressão máxima) e a coordenada 1.0, na superfície inferior da placa (onde atuam remotamente as tensões de tração máxima). Normalizam-se todas as posições na frente da trinca pelo comprimento total da frente da trinca, que é o caminho da frente da trinca desde a superfície superior até a superfície inferior da placa. A posição da quina é aproximadamente 0.2 da frente da trinca normalizada.

No gráfico na Figura 5.4 é encontrada a variação do FIT em relação a uma dada frente de trinca normalizada usando raios de arredondamento com valores de 0.5 mm, 1 mm, 2 mm, 3 mm e 4 mm, conforme indicado na legenda.

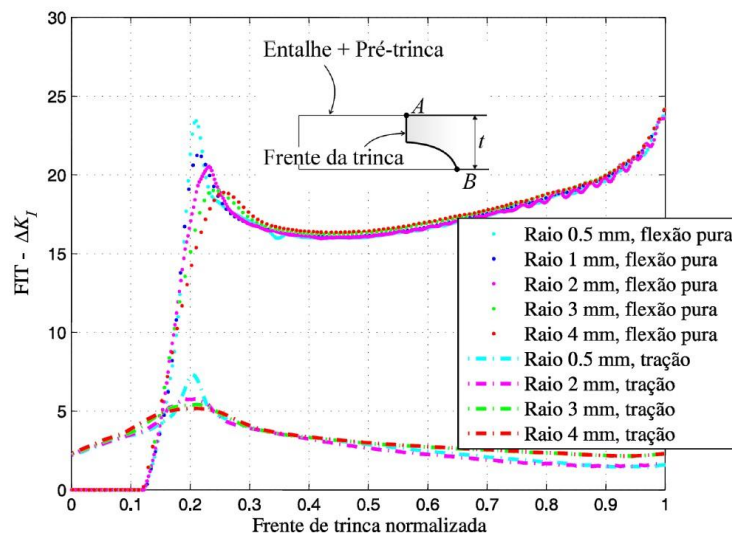


Figura 5.4 – Distribuição do FIT na frente da trinca normalizada usando a geometria da Marca 03b no CP07 com diversos raios de arredondamento e sob carregamento remoto de flexão pura ou sob tração.

Com base nos resultados ilustrados na Figura 5.4, para raios de arredondamento pequenos, a magnitude do ΔK_I na quina é maior. Nesses casos, a região de singularidade é concentrada em um comprimento pequeno da frente da trinca. À medida que se aumenta o raio de arredondamento, ΔK_I na quina diminui. Entretanto, a magnitude de ΔK_I é influenciada em um comprimento maior da frente da trinca.

Como o ΔK_I depende da magnitude $\Delta\sigma$, foram feitas análises complementares aplicando remotamente um carregamento de tração. Desta forma, pode-se verificar que o pico ΔK_I ocorre por causa da quina na frente da trinca.

Como houve diferenças na reprodução do comportamento experimental e predição numérica, na próxima seção são propostas três metodologias para adequar os resultados da predição numérica com o comportamento físico observado durante os experimentos.

5.3. Metodologias usadas para tratar a quina

Nesta seção são apresentadas três metodologias para melhorar os resultados numéricos. Essas metodologias tratam as singularidades oriundas da quina na frente da trinca e interseção da frente da trinca com a superfície da placa. Elas são chamadas de: (i) suavização da frente da trinca; (ii) extrapolação dos incrementos Δa na frente da trinca curva; (iii) extrapolação de ΔK_I obtido na trinca curva até as regiões de singularidades.

5.3.1. Suavização da frente da trinca

A metodologia de suavização da frente da trinca foi implementada no programa FRANC3D para propagar a trinca, a partir da distribuição do FIT em um defeito inicial. Adicionalmente, o usuário fornece a taxa de propagação da trinca, $da/dN - \Delta K$, o incremento máximo da trinca, $\Delta a_{máx}$ e o critério de direção de propagação da trinca. O crescimento da trinca é feito incrementalmente com pequenas magnitudes de $\Delta a_{máx}$.

Para obter a geometria da trinca subsequente, interpolam-se pontos representativos na frente da trinca por uma curva de *Bézier* cúbica. Os pontos representativos são as extremidades dos vetores de comprimento Δa_i , onde Δa_i é obtido com a equação (3.16), ΔK , $\Delta a_{máx}$ e $da/dN - \Delta K$. Os vetores dependem

do critério de direção adotado. Para cada nova geometria da frente de trinca, esse processo é repetido até alcançar o comprimento final da trinca.

Um fluxograma com essa metodologia do crescimento da trinca por fadiga é ilustrado na Figura 5.5. Usualmente, cada nova frente de trinca é chamada de passo. Normalmente, podem-se fazer diversos passos automaticamente no FRANC3D. Entretanto, essa frente de trinca tem uma geometria mais complexa, que exigiu um acompanhamento pelo usuário em todos os incrementos de trinca.

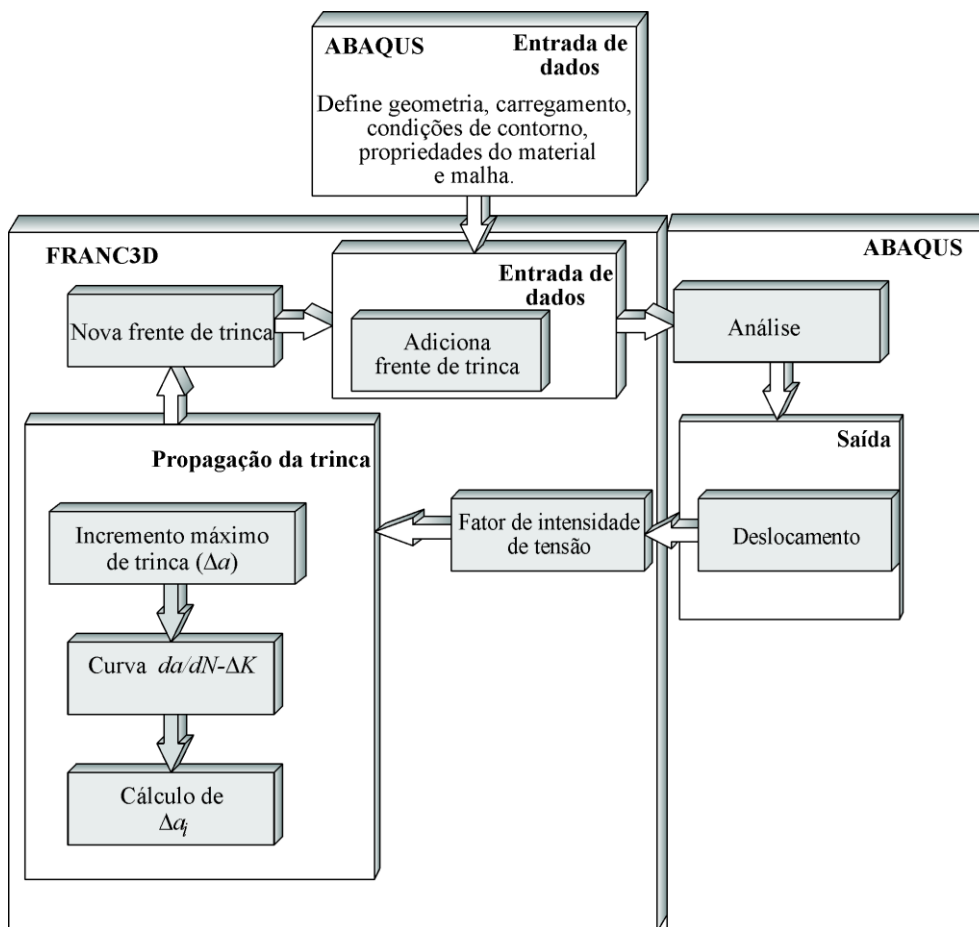


Figura 5.5 – Fluxograma das etapas da simulação do crescimento da trinca incorporado ao programa FRANC3D.

A vantagem desta metodologia é que a curva de *Bézier* cúbica suaviza a frente da trinca. Essa suavização facilita a geração da malha e elimina os picos na distribuição do ΔK_I . Por outro lado, ocasiona incertezas na geometria da frente da trinca. Note que essa geometria é acoplada com a curva de propagação da trinca ($da/dN - \Delta K$) e sua influência na distribuição do FIT é discutida no Capítulo 6.

Mais detalhes sobre o FRANC3D são encontrados, por exemplo, em Carter et al. (2000).

5.3.2.

Extrapolação de Δa

Para melhorar a coerência da geometria da trinca subsequente na predição numérica com a geometria obtida nos corpos-de-prova, é proposta a metodologia de extrapolção de Δa . Assim, obtém-se a distribuição do FIT em uma frente de trinca com quina que tem um trecho de trinca reto (trecho estacionário) e outro trecho de trinca de canto (trecho que cresce). A distribuição do FIT no trecho reto é desprezada. Por outro lado, a distribuição de FIT da trinca de canto é discretizada em nós e em cada nó é calculado um incremento (Δa_i), de acordo com $\Delta a_{máx}$ e a curva $da/dN-\Delta K$, assumindo que a direção de propagação é perpendicular à trinca de canto atual. Em cada nó da geometria atual da frente de trinca de canto é associado um vetor com comprimento Δa_i , conforme é ilustrado na Figura 5.6. Esses dados são denominados nesta figura por incrementos Δa_i .

Essa distribuição de nós é ajustada por uma curva polinomial de grau 4, que é extrapolada até as extremidades do trecho da trinca de canto, descartando-se os valores Δa_i obtidos na quina e superfície inferior da placa (indicado por curva de extrapolção na Figura 5.6). Essa solução de extrapolção de Δa foi usada por Joseph & Erdogan (1989).

Como pode ser visualizado na Figura 5.6, mesmo com o uso de um raio de arredondamento na quina, quando se extrapola as extremidades da curva polinomial de grau 4, elimina-se a interferência desse raio de arredondamento na frente de trinca subsequente.

Complementarmente, na Figura 5.7 é ilustrada uma geometria da trinca em uma frente de trinca atual e a geometria da trinca subsequente obtida por extrapolção de Δa .

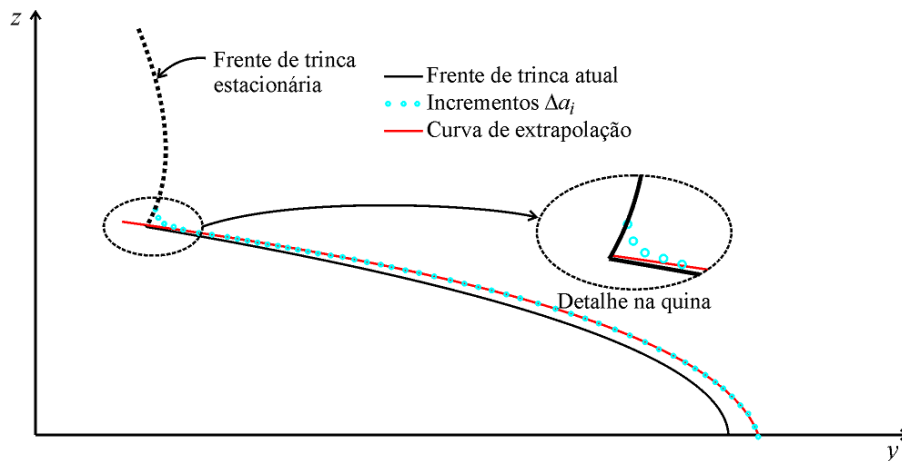


Figura 5.6 – Esquema da geometria da frente de trinca atual e curva obtida pela metodologia de extrapolação de Δa_i , preservando a quina na geometria da trinca subsequente.

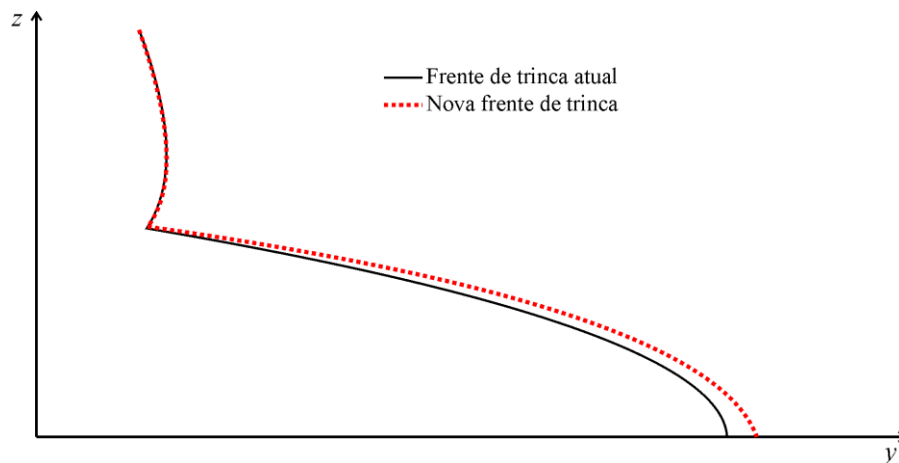


Figura 5.7 – Geometrias das frentes da trinca atual e trinca subsequente usando a metodologia de extrapolação de Δa_i .

5.3.3. Extrapolção de ΔK_I

Similarmente a metodologia de extrapolação de Δa , a metodologia de extrapolação de ΔK_I elimina as singularidades numéricas oriundas da quina na frente da trinca. A aplicação desta metodologia é diretamente na distribuição de ΔK_I usando a geometria das marcas experimentais feitas nos corpos-de-prova, pois essa distribuição é utilizada para a expressão de ajuste do ΔK_I .

Como discutido na Seção 5.2, existem duas singularidades nessa frente de trinca: (i) interseção da trinca com a superfície inferior da placa e; (ii) quina. Assim, os valores de ΔK_I são extrapolados na região da trinca de canto, localizada entre a quina e a superfície inferior da placa. Os valores de ΔK_I devem ser determinados distantes dessas regiões de singularidade, definindo-se assim uma região de valores confiáveis de ΔK_I na trinca de canto.

Para exemplificar essa metodologia, é ilustrada na Figura 5.8 a distribuição de ΔK_I em uma frente de trinca obtida no ensaio de flexão, visualizando-se quatro trechos importantes. Para facilitar a discussão dos resultados, são definidos pontos nas extremidades desses trechos, que são denominados de trecho *AB*, trecho *BC*, trecho *CD* e trecho superior a *D*.

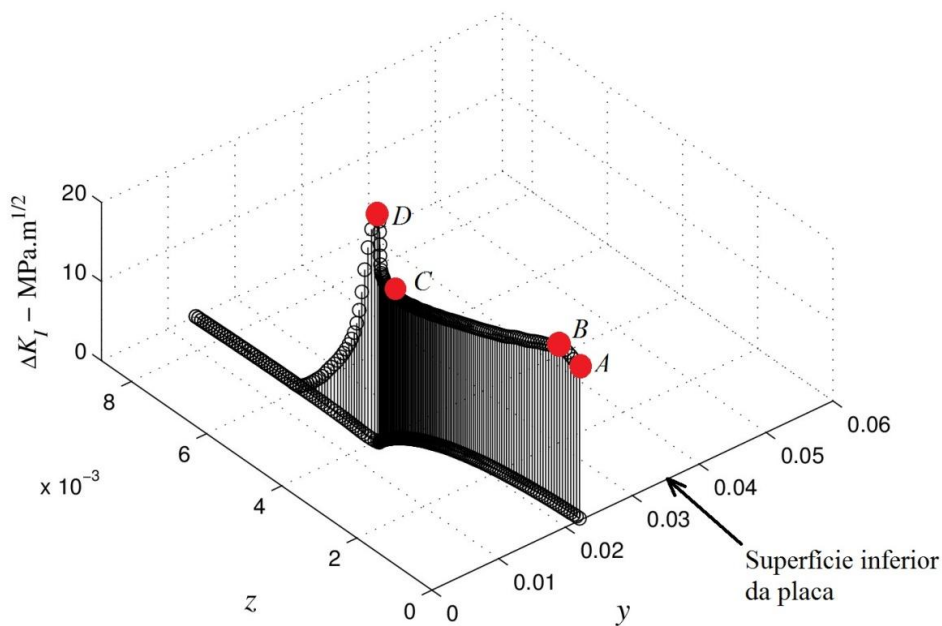


Figura 5.8 – Identificação dos trechos importantes na distribuição do FIT usando marcas de frente da trinca obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.

O trecho *AB* é localizado próximo a superfície inferior da placa, onde atuam remotamente o carregamento de tração máxima ($\phi = 0^\circ$). Neste trecho, foram obtidas perturbações por causa da interseção da trinca com a superfície inferior da placa. A inclinação na distribuição de ΔK_I oscila em valores crescentes e decrescentes entre uma análise e outra, alternando a geometria da trinca nessa interseção. Por essa alternância da geometria, pode-se dizer que a região *AB* é uma

região de oscilação do ΔK_I . Isso implica que essa singularidade não interfere drasticamente na geometria da trinca. Entretanto, para melhorar os resultados, podem-se extrapolar os valores de ΔK_I até a superfície inferior da placa.

Ao contrário do trecho AB , a magnitude de ΔK_I no trecho CD tem que ser tratada. Este trecho corresponde à quina que apareceu durante a aplicação do carregamento de flexão. O valor de ΔK_I obtido na análise de elementos finitos é máximo nessa quina. Se os incrementos da profundidade Δa e comprimento Δc dependem das magnitudes de ΔK_I e curva da taxa de propagação $da/dN - \Delta K_I$, para mesmas magnitudes de ΔK_I ou superiores magnitudes de ΔK_I , resultariam em $\Delta a \geq \Delta c$. Conseqüentemente, a razão a/c seria crescente.

Entretanto, a razão a/c diminuiu durante o ensaio de crescimento da trinca, isto é, o crescimento da trinca na superfície inferior da placa c é maior que o crescimento da trinca ao longo da profundidade a ($\Delta c > \Delta a$). Portanto, sem esse tratamento, a geometria da trinca na predição numérica tem um comportamento durante seu crescimento diferente do comportamento físico observado nos experimentos. Desta forma, ΔK_I tem que ser descartado nesse trecho.

A distribuição de ΔK_I ao longo da região BC varia gradativamente sem picos ou oscilações de ΔK_I . A frente da trinca próxima a superfície inferior da placa tem valores de ΔK_I máximos, decrescendo suavemente conforme a frente de trinca se aproxima do ponto C . A distribuição de FIT é coerente ao comportamento físico observado nos experimentos. Desta forma, esse trecho é chamado de distribuição confiável de ΔK_I .

No trecho superior a D , também chamado de trinca reta, é observado o decréscimo de ΔK_I até atingir valores nulos, que ocorrem nesse trecho remanescente da pré-trinca. Essa distribuição é coerente, mas é difícil estimar exatamente a posição em que ΔK_I começa a ser influenciado pela quina. De qualquer forma, descartar essa região não implica em qualquer perda na precisão da geometria da frente de trinca. Esse assunto é explicado na Seção 5.4.

Finalmente, o procedimento para se desprezar as regiões de singularidade utiliza o ângulo ϕ , definido no Capítulo 4. Este ângulo é novamente ilustrado na Figura 5.9.

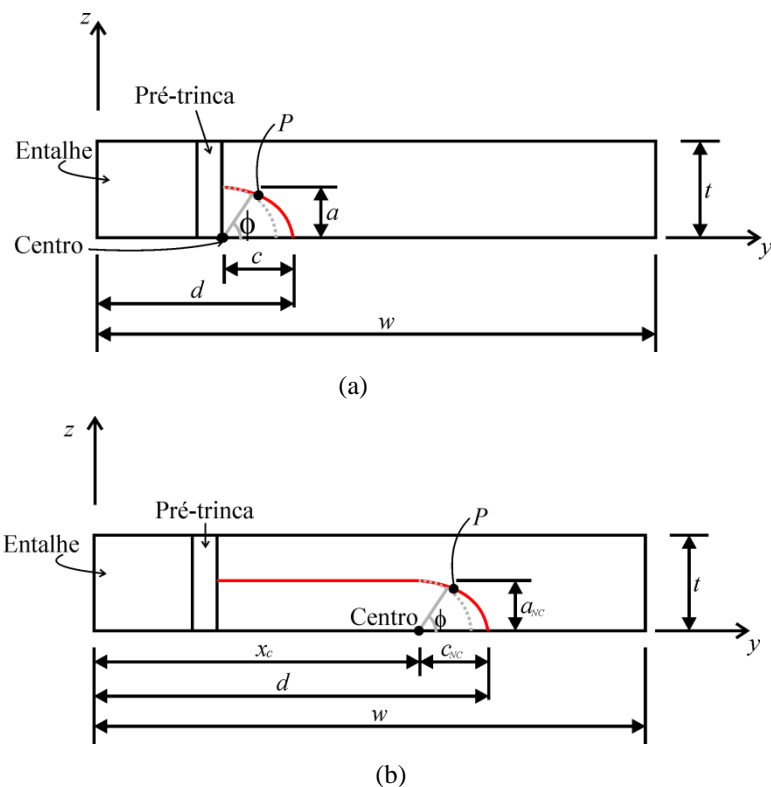


Figura 5.9 – Coordenadas na frente da trinca usando geometria simplificada: (a) em trinca curta e (b) em trinca longa.

Esse procedimento é: (i) a normalização de ΔK_I , determinando-se o fator de geometria F em relação ao ângulo ϕ ; (ii) extrapolação dos valores de F por uma curva polinomial até a superfície inferior da placa (correspondente ao ângulo $\phi = 0^\circ$); (iii) na região próxima à quina, assume-se que o menor valor de F obtido na frente de trinca de canto alcança o ângulo $\phi = 90^\circ$ com mesma magnitude. Quando a trinca é longa, F obtido em $\phi = 90^\circ$ é assumido constante no trecho da trinca de canto com profundidade constante e igual ao semi-eixo da curva quarto-elíptica não concêntrica, caracterizando uma distribuição constante de F e, conseqüentemente, uma distribuição constante do FIT.

5.4. Direção do crescimento da trinca

Neste trabalho, foi usada a hipótese de extensão plana para propagar a trinca no FRANC3D. O critério de extensão plana considera um plano de propagação da

trinca. É assumida que a direção de propagação da nova frente de trinca é um vetor normal a frente de trinca atual. Esta hipótese também é utilizada em Wu (2006), por exemplo.

Para um caso de uma trinca passante sob carregamento de tração, pode-se assumir que a trinca se propaga em um plano e a nova frente de trinca é perpendicular à frente de trinca atual (Figura 5.10 (a)). A mesma hipótese também é adequada para uma trinca de superfície que foi nucleada com carregamento de flexão pura e/ou tração e se propaga ainda sob o mesmo carregamento (Figura 5.10 (b)).

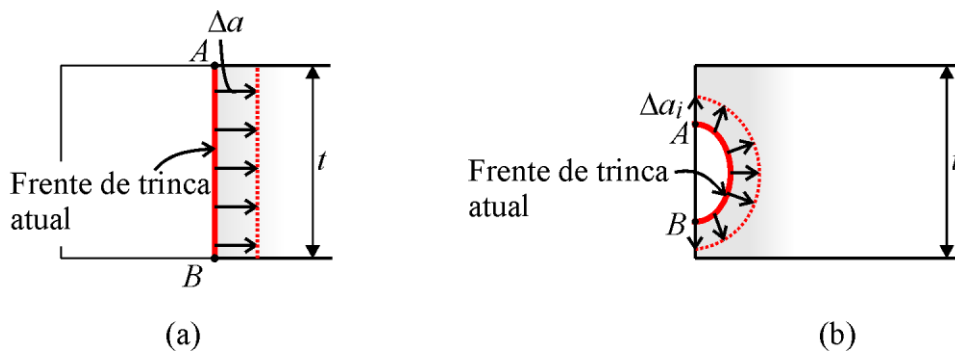


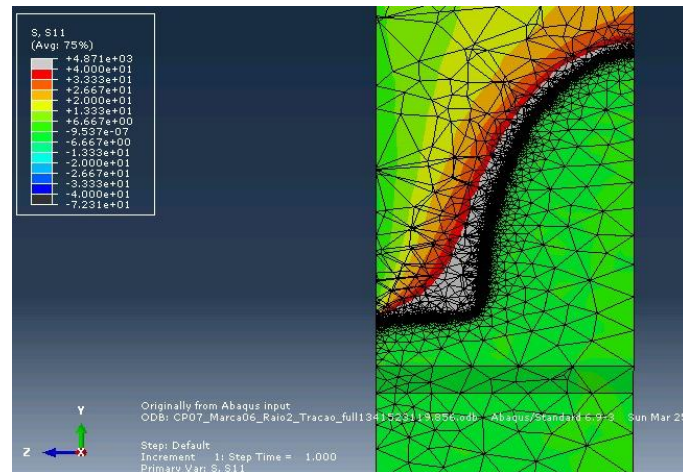
Figura 5.10 – Hipótese da direção de crescimento com vetor normal no plano da seção de ligamento: (a) em uma trinca reta passante sob tração remota e (b) em uma trinca de superfície sob tração e/ou flexão remota.

Entretanto, a propagação de trinca estudada neste trabalho é mais complexa do que os casos exemplificados acima. Uma trinca inicialmente reta, obtida por um ensaio de tração simples de fadiga, é submetida a um carregamento de flexão pura. A aplicação desse carregamento de flexão induz ao fechamento das faces da trinca, provocando contato nessa região de fechamento.

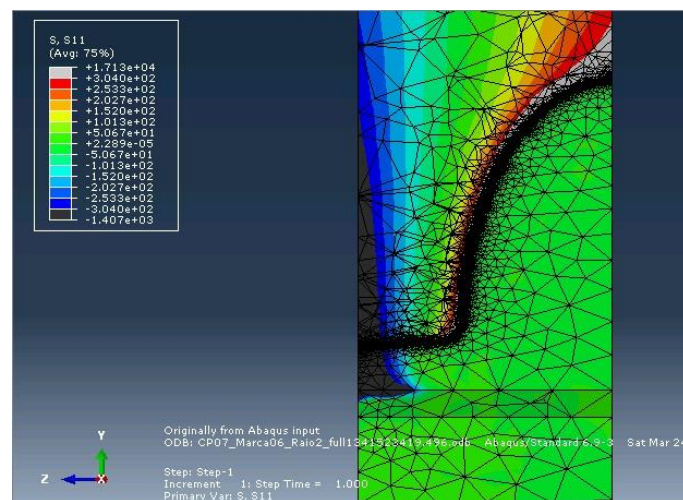
A direção do gradiente de tensão depende do tipo de carregamento. Para a mesma geometria de trinca, essa distribuição do gradiente de tensões para carregamento de flexão é diferente da distribuição do gradiente de tensões para carregamento de tração.

Para exemplificar o gradiente de tensão ao longo da espessura da placa, adotou-se uma marca de trinca com geometria obtida no ensaio e fez-se duas análises no programa FRANC3D. Em cada análise foi aplicado um carregamento remoto diferente. Na Figura 5.11 (a) e Figura 5.11 (b) são apresentadas as

distribuições das tensões normais na seção de ligamento da placa próximas a frente da trinca sob condições de carregamentos de tração simples e flexão pura induzindo o fechamento parcial da frente da trinca, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 5.11 – Distribuição das tensões normais obtida no ABAQUS na seção de ligamento usando uma geometria de trinca usando uma geometria de trinca extraída dos corpos-de-prova ensaiados: (a) sob carregamento remoto de tração simples e (b) sob carregamento remoto de flexão pura.

Com base na Figura 5.11, pode-se observar que essas distribuições são bem diferentes. Na análise sob carregamento remoto de tração (ver Figura 5.11 (a)), as faixas de tensões de tração atravessam toda a espessura da placa. Essa distribuição de tensão é bem conhecida, tendendo a tornar a trinca passante e com um valor de ΔK_I constante em toda a espessura da frente da trinca. Neste caso, parece ser uma hipótese adequada assumir que a direção de crescimento da trinca é

perpendicular à frente de trinca atual. Com esta hipótese, ocorre sobreposição dos incrementos de trinca calculados na quina. O esboço desta direção de propagação é encontrado na Figura 5.12.

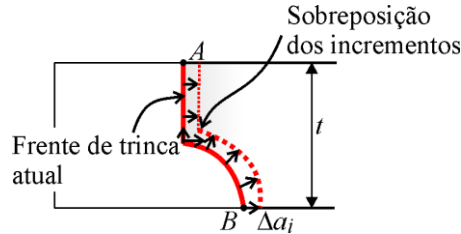


Figura 5.12 – Esquema da direção de crescimento na frente de trinca usando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados sob carregamento remoto de tração simples.

Contudo sob carregamento de flexão pura, as faixas de tensões no CP não atravessam toda a espessura da placa (Figura 5.11 (b)). Elas são paralelas às superfícies da placa. Mesmo com perturbação no gradiente de tensões próxima a trinca, as faixas de tensões não tendem a atravessar a espessura da placa e cruzam o trecho de trinca reto (trecho estacionário remanescente da pré-trinca).

Por este motivo, a trinca tende a crescer apenas no trecho curvo da trinca sob carregamento de flexão pura. Uma hipótese mais adequada para direção de crescimento da trinca é que a trinca cresce apenas perpendicular à região da trinca de canto. Esta direção de propagação é indicada na Figura 5.13.

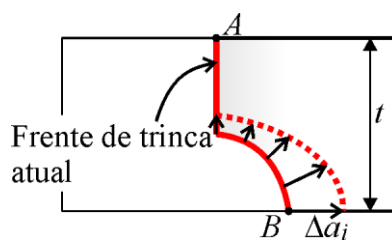


Figura 5.13 – Esquema de uma hipótese mais geral da direção de crescimento na frente de trinca usando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados sob carregamento remoto de flexão pura.

Adicionalmente, na Figura 5.8 existe uma região de ΔK_I positiva localizada no trecho reto (entre a superfície superior da placa e ponto D). A magnitude de ΔK_I nesta região pode ser desconsiderada, pois o incremento de trinca é na direção paralela a esse trecho (direção paralela ao trecho reto).

Portanto, o incremento de trinca em determinado com $\Delta K_{I,a}$, é suficiente para prever o incremento de trinca na quina.

5.5.

Sensibilidade da geometria da trinca a $da/dN-\Delta K$ e a $\Delta K_{máx}$

A trinca estudada nesta tese tem uma distribuição de ΔK_I , em todos os passos, partindo de valores nulos a valores positivos. Essa distribuição pode exigir uma lei de propagação que descreva as duas regiões iniciais da curva $da/dN-\Delta K$ (região I e região II). Adicionalmente, em uma propagação incremental, o usuário deve fornecer um incremento máximo de trinca $\Delta a_{máx}$, que deve ser pequeno.

Os incrementos Δa_i são determinados a partir de $\Delta a_{máx}$ e da curva $da/dN-\Delta K$. Para um incremento $\Delta a_{máx}$ pequeno, podem ocorrer incrementos Δa_i desprezíveis ou nulos em uma posição da frente da trinca com ΔK_I na região I (limiar de propagação). Nestas condições, todos os incrementos Δa_i ocorrem na região II da $da/dN-\Delta K$. Isso implica que eles terão mesma proporção para qualquer magnitude de $\Delta K_{máx}$, pois a inclinação da curva $da/dN-\Delta K$ é constante na região II. Entretanto, caso ΔK_I esteja na região I e superior ao limiar de propagação, pode-se ter influência de incrementos diferentes nesta região. Desta forma, são importantes análises para se conhecer a influência das leis de propagação na geometria da trinca, pois muitas vezes apenas se utiliza a lei de Paris para se executar as previsões de vida e de geometria.

Desta forma, adotou-se uma frente de trinca com a geometria dos experimentos e, a partir dessa frente de trinca, foi realizado o crescimento da trinca com dois ajustes de $da/dN-\Delta K$. O primeiro ajuste dos dados é feito com a lei de Hall que descreve a região I e a região II da curva $da/dN-\Delta K$, com a expressão (4. 2) previamente apresentada, com

$$\frac{da}{dN} = 9.702 \times 10^{-13} \Delta K^{2.975} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 + 0.42R)}{(1 - R)} \right)^{0.683}, \quad (5. 1)$$

onde ΔK_{th} é $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R=0.1$. Complementarmente, o segundo ajuste com mesmos dados é

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-3} \Delta K^{3.955}, \quad (5.2)$$

usando a lei de Paris.

Em uma primeira simulação de crescimento incremental, adota-se o fator de intensidade de tensão máximo $\Delta K_{I,máx}$, localizado próximo a superfície inferior da placa, com $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. A metodologia usada para prever a frente de trinca subsequente é extrapolação de Δa , conforme Seção 5.3.2. O incremento usado é $\Delta a_{máx} = 0.25 \text{ mm}$. Quando se usou ajuste de Paris e ajuste de Hall, não houve alteração na geometria da trinca. Isso implica que todos os incrementos Δa_i não desprezíveis estão contidos na região II da curva $da/dN - \Delta K$. Na Figura 5.14 são apresentadas as geometrias da frente da trinca obtidas por esses dois ajustes.

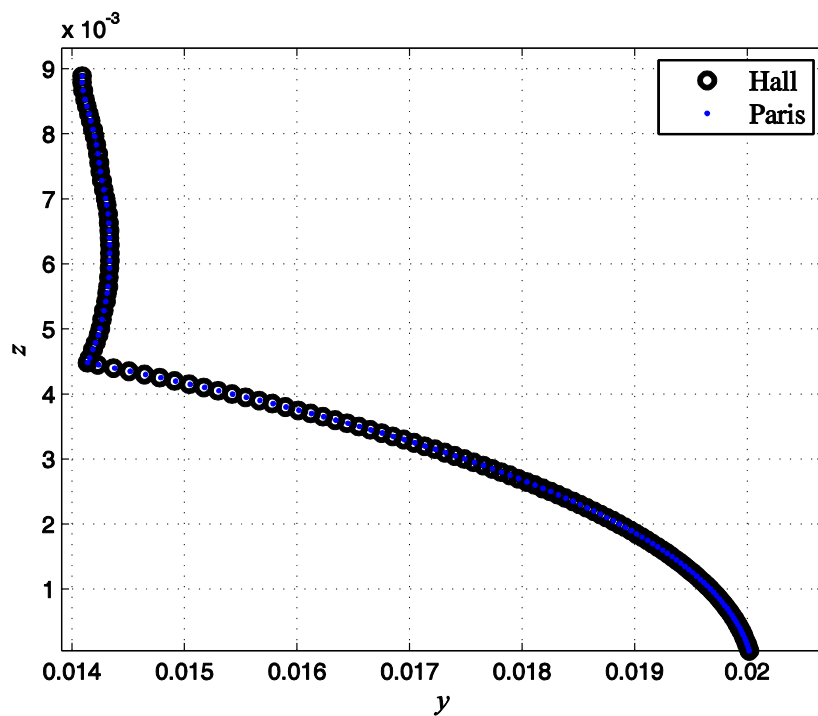


Figura 5.14 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente determinada com lei de propagação ajustada por Hall e lei de Paris.

Adicionalmente, foram comparadas as geometrias da trinca usando esses dois ajustes para incrementos máximos, Δa_{\max} , entre $t/88$ e $t/9$. Como os menores incrementos de trinca ocorrem na quina da trinca, apenas esses incrementos são apresentados na Figura 5.15.

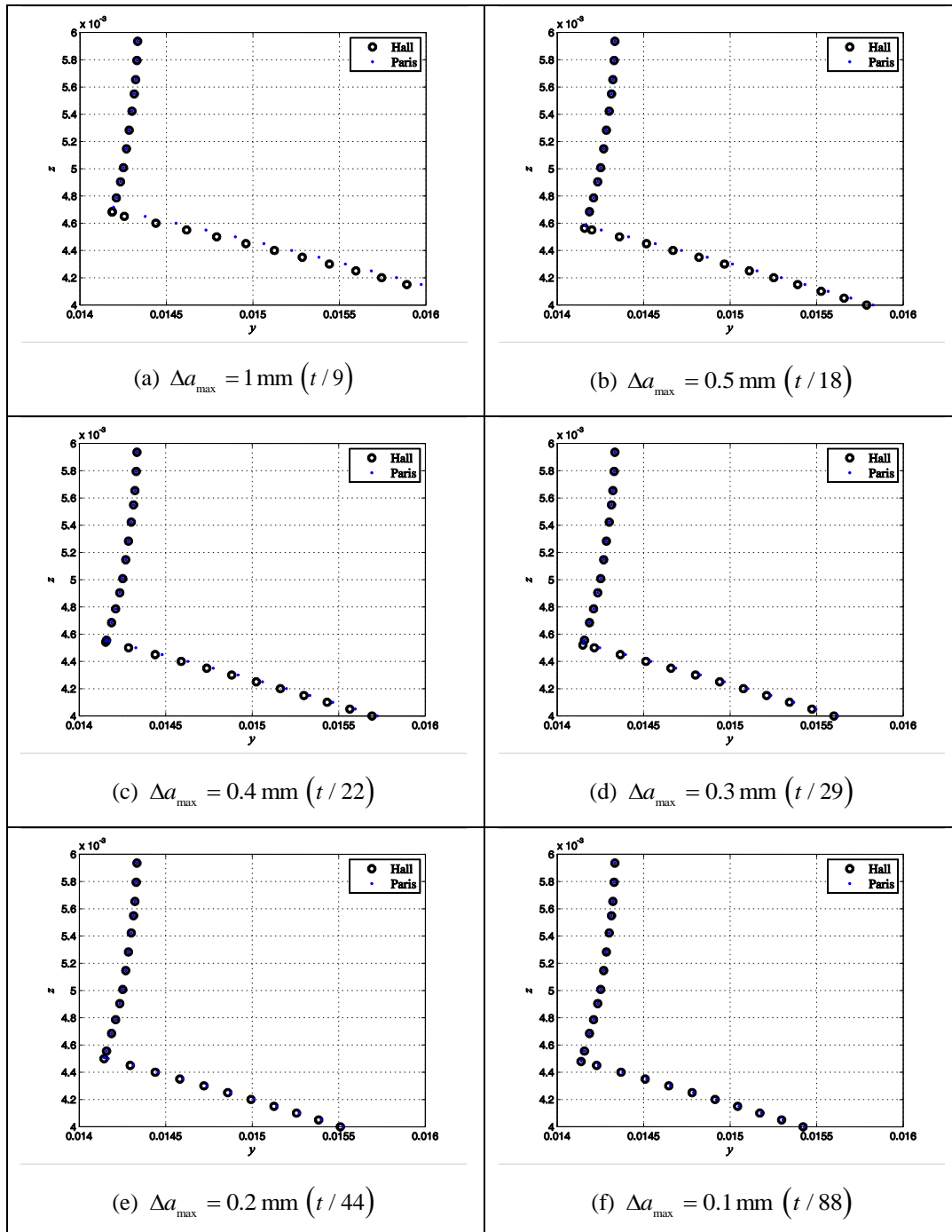


Figura 5.15 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente na quina usando ajustes da lei de propagação com Lei de Paris e com ajuste de Hall para diversos incrementos máximos de trinca.

Com base nessas frentes de trincas, aplicou-se o método incremental para calcular as novas frentes de trincas, que são coincidentes para o ajuste de Paris e ajuste de Hall desde que o $\Delta a_{m\acute{a}x}$ não seja superior a 0.5 mm ($t/88$).

Portanto, para incrementos iguais ou inferiores a 0.5 mm, utiliza-se apenas a região II da curva $da/dN - \Delta K$. A vantagem de se trabalhar apenas na região II é que não ocorrem incertezas provenientes da região I (Lawson et al., 1999). A magnitude de $\Delta K_{I,m\acute{a}x}$ não altera a previsão da geometria da trinca, pois a derivada da da/dN é constante nessa região II. Desta forma, como ΔK_I estão na região II, não é necessário aplicar o carregamento ΔP igual ao carregamento atuante. Pode-se fazer uma previsão da geometria satisfatória com um carregamento constante no programa FRANC3D, usando $\Delta a_{m\acute{a}x} \leq 0.5$ mm. Contudo, para prever a vida, o carregamento atuante deve ser considerado.

5.6.

Simplificação da geometria da trinca como quarto-elipses

No Capítulo 4 foram apresentadas novas simplificações para geometria de trinca de canto, pois a geometria das curvas quarto-elípticas concêntricas não ajustam satisfatoriamente as geometrias de frente de trinca obtidas nos corpos-de-prova ensaiados, quando o comprimento da trinca é longo. Nesta seção, três resultados de distribuição de ΔK_I obtidos com geometria de trinca simplificada por quarto-elipses concêntricas são discutidos. Com essas distribuições de $\Delta K_I / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ pode-se exemplificar a influência da geometria da trinca sob a distribuição de ΔK_I .

Entre as marcas 02 e 03 feitas no CP01 foram ajustadas três geometrias de frente de trinca por curvas quarto-elípticas concêntricas, note que o centro usado é $X = 11.89$ mm. Na Figura 5.16 são ilustradas essas geometrias. Complementarmente, na Figura 5.17 é mostrada a legenda de cores usadas para cada geometria. Essas cores são relacionadas com a Figura 5.18 para identificar os resultados discretos F obtidos com $\Delta K_I / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ em cada geometria da trinca. Adicionalmente, as dimensões da placa usadas nas análises numéricas são as

dimensões obtidas no CP01 e as hipóteses simplificadoras consideradas foram descritas na Seção 5.1.

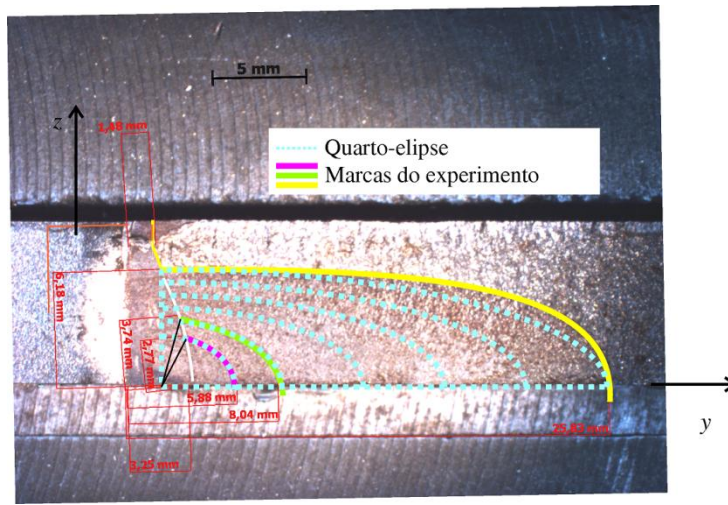


Figura 5.16 – Aproximação das frentes de trinca intermediárias entre Marca 02 e Marca 03 do CP01 por curvas quarto-elípticas concêntricas.

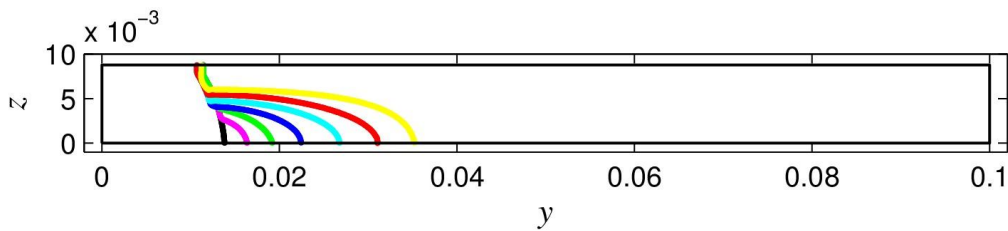


Figura 5.17 – Legenda usada nas frentes de trinca analisadas no FRANC3D.

Na Figura 5.18 são apresentadas as distribuições de $\Delta K_I / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ na frente da trinca para as geometrias de marcas experimentais e trinca quarto-elípticas concêntricas. A distribuição $\Delta K_I / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ na frente da trinca tende a valores máximos quando $\phi = 0$. Entretanto, para geometrias de trinca quarto-elípticas, $\Delta K_I / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ é aproximadamente constante ao longo de toda a frente da trinca com valores ligeiramente mais altos na região $0.2 \leq 2\phi/\pi \leq 0.6$, provocando incrementos de trincas maiores nesta região do que nas extremidades ($\phi = 0$ e $\phi = \pi/2$). Isto é decorrência da geometria de trinca inferior a geometria que esse carregamento de flexão ocasiona.

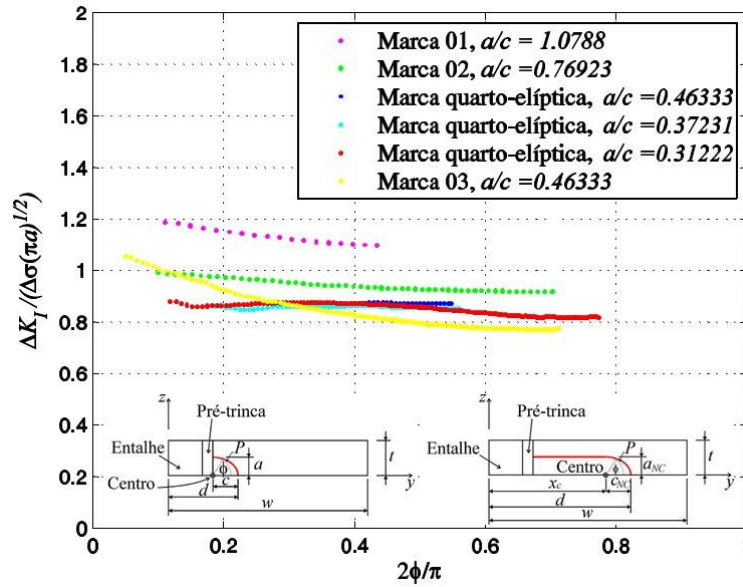


Figura 5.18 – Distribuição do FIT normalizado determinado no FRANC3D, usando geometrias obtidas no corpo-de-prova CP01 e geometrias simplificadas por curvas quarto-elípticas concêntricas.

Com esse resultado, pode-se observar a influência da geometria da frente da trinca na distribuição da função de geometria e, conseqüentemente, em ΔK_I . Caso sejam feitas algumas análises incrementais da trinca a partir dessa geometria quarto-elíptica concêntrica, com uma estimativa precisa de $da/dN - \Delta K$, a geometria da trinca deve se estabilizar em uma geometria que difere dessa aproximação de curva quarto-elipse concêntrica. Com a geometria estabilizada, pode-se obter claramente a tendência de crescimento da trinca por causa do carregamento aplicado, ao contrário de se ter uma distribuição de ΔK_I decorrente de má estimativa da geometria da trinca.

6

Predição numérica do crescimento da trinca

Neste capítulo são realizadas duas predições numéricas do crescimento da trinca com base no programa acoplado de elementos finitos, FRANC3D e ABAQUS, obtendo-se previsões de geometria da frente da trinca usando os dados do corpo-de-prova CP01. Para reconstruir numericamente o processo de crescimento da trinca, utiliza-se a geometria inicial da trinca passante obtida no ensaio de pré-trincamento deste corpo-de-prova. A distribuição do fator de intensidade de tensão para essa geometria é obtida no programa FRANC3D, que faz esse crescimento incrementalmente, usando a metodologia de suavização da frente da trinca descrita na Seção 5.3.1. São feitas duas predições numéricas de crescimento incremental usando curvas de propagação da trinca $da/dN - \Delta K$ com inclinações diferentes na região II. O objetivo destas predições é avaliar a influência dessas inclinações no crescimento incremental da trinca.

As previsões de vida determinadas a partir dos FITs obtidos na interseção da trinca com a superfície inferior da placa são comparadas com as medições de vida no corpo-de-prova CP01.

As hipóteses simplificadoras e descrição do problema são encontradas na Seção 5.1. As dimensões da placa CP01 são encontradas no Capítulo 4.

6.1.

Ajustes da taxa de crescimento da trinca

Dois ajustes diferentes de taxa de crescimento $da/dN - \Delta K$ foram usados para propagar a trinca. Eles são chamados neste capítulo por $da/dN - \Delta K$ e $dd/dN - \Delta K$, onde $da/dN - \Delta K$ é a taxa de propagação medida no ensaio de um corpo-de-prova padrão sob tração (ver Apêndice 2) e $dd/dN - \Delta K$ é o ajuste das taxas de propagação obtidas no ensaio de flexão pura no CP01 usando as

estimativas de ΔK_I obtidas com o crescimento incremental com a curva $da/dN - \Delta K$. Na Figura 6.1 são ilustradas essas curvas de taxas de propagação.

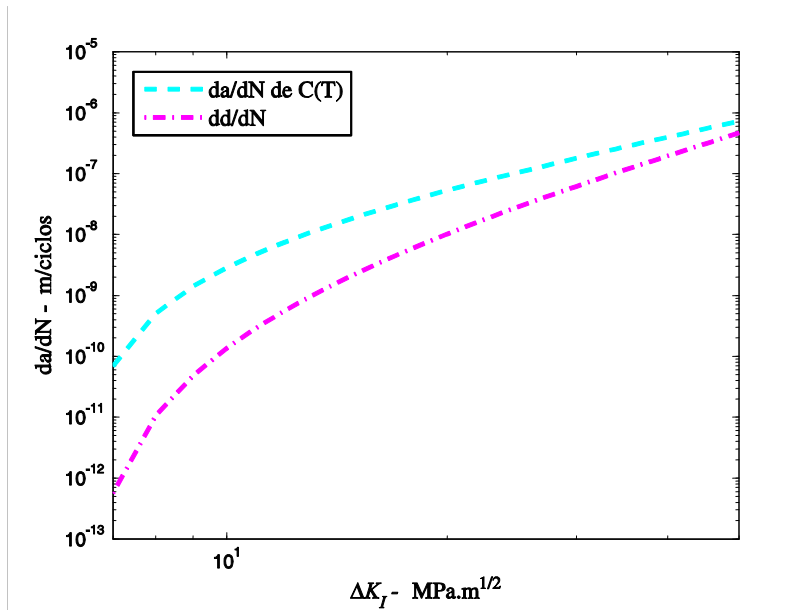


Figura 6.1 – Curva $da/dN - \Delta K$ usadas na predição do crescimento do CP01.

A curva $da/dN - \Delta K$, que ajustou dados medidos em uma primeira amostra do material, é

$$\frac{da}{dN} = 1.53 \times 10^{-10} (\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R))^{2.23}, \quad (6.1)$$

onde $\Delta K_{th} = 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R = 0.1$. A taxa de crescimento da trinca da/dN e ΔK devem ser em m/ciclos e em $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, respectivamente. O ajuste dos dados experimentais são apresentados no Apêndice 2.

A curva $dd/dN - \Delta K$ (curva em magenta- Figura 6.1) é ajustada com

$$\frac{dd}{dN} = 1.84 \times 10^{-12} (\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R))^{3.29}, \quad (6.2)$$

onde R é 0.1 e ΔK_{th} é o limiar de propagação e vale $\Delta K_{th} = 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

6.2. Predição das geometrias da trinca durante seu crescimento

Nesta seção é apresentada a predição numérica do crescimento incremental da trinca baseando-se nos dados do CP01. Com esta finalidade, extraiu-se a geometria da pré-trinca indicada na Figura 4.20 (c), que é inserida no programa FRANC3D como defeito inicial (passo 0). O crescimento da trinca é realizado com as seguintes hipóteses: (i) propagação incremental da trinca com a rotina incorporada no programa FRANC3D, utilizando a metodologia de suavização da frente da trinca (explicada na Seção 5.3.1); (ii) comportamento do material homogêneo e isotrópico; (iii) estimativas precisas de FIT; (iv) direção de crescimento bidimensional e os incrementos de trinca são perpendiculares à frente de trinca atual. (v) a relação $da/dN - \Delta K$ é mesma ao longo de toda a frente da trinca e também para qualquer direção de propagação.

Os incrementos de trinca são diferentes na frente da trinca e são determinados por relações entre Δa_{\max} e curva $da/dN - \Delta K$, onde o usuário fornece o incremento máximo de trinca. Neste caso, esse incremento máximo foi 0.25 mm ($t/35$) em todos os passos.

Em um específico passo, o incremento máximo é relacionado com a curva $da/dN - \Delta K$ e distribuição do FIT calculada para determinar os demais incrementos de trinca da frente da trinca, obtendo-se assim a nova geometria da trinca. Nessa simulação de propagação, foram necessários 89 passos para se atingir o comprimento final da trinca, isto é, foram feitas 89 análises no FRANC3D.

Como as frentes da trinca foram suavizadas em todos os passos, não existe quina nestas geometrias de frente da trinca. Por causa da ausência de quina, eliminaram-se os picos na distribuição do FIT. Na Figura 6.2 e na Figura 6.3 são exemplificadas distribuições do FIT nas frentes de trinca suavizadas. Na Figura 6.4 é comparada a predição numérica da geometria com a geometria alcançada no CP01.

A geometria da frente da trinca durante a predição numérica do seu crescimento é apresentada na Figura 6.5. Devido à grande quantidade de incrementos (89), optou-se em ilustrar apenas a geometria da trinca a cada 8 passos no seu plano de crescimento (plano $y-z$).

Complementarmente, na Figura 6.6 são encontrados os FIT normalizados em relação ao ângulo ϕ . A razão a/c é obtida com profundidade (a) e o comprimento (c) da trinca de canto. Note que $c = d - X$, onde $X = 11.89$ mm no CP01.

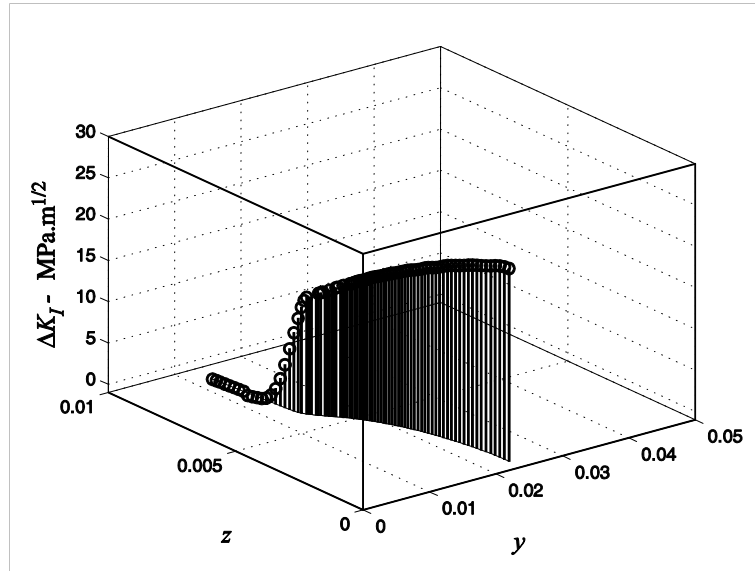


Figura 6.2 – Distribuição do FIT no passo 32 com a geometria da frente da trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.

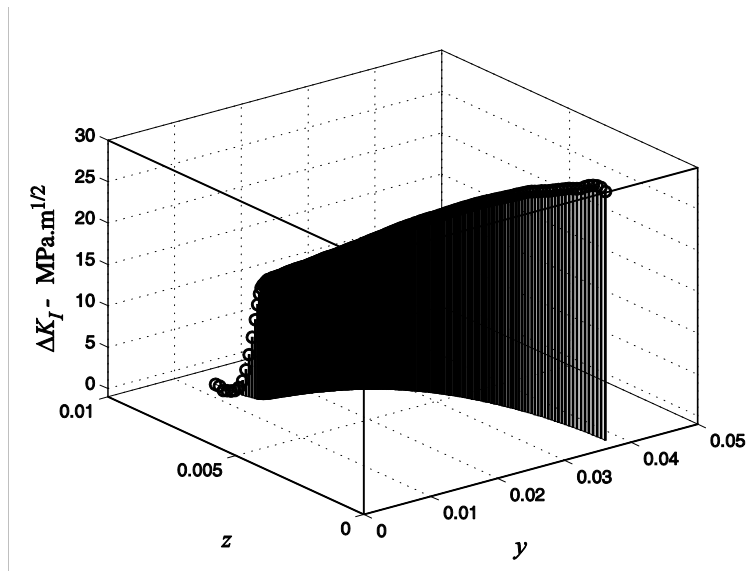


Figura 6.3 – Distribuição do FIT no passo 89 com a geometria da frente da trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.

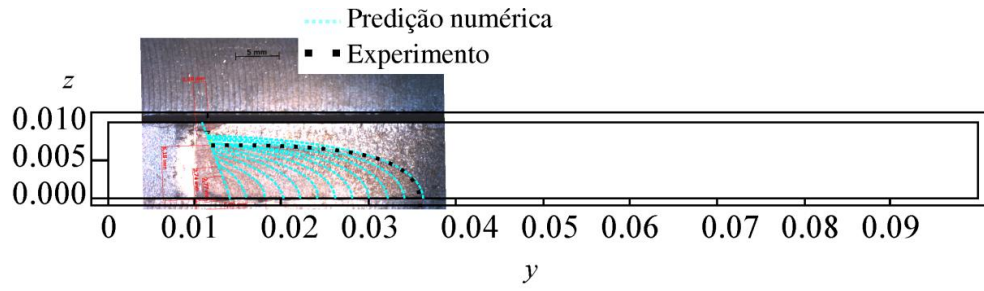


Figura 6.4 – Comparação da geometria obtida na predição numérica com a geometria do CP01.

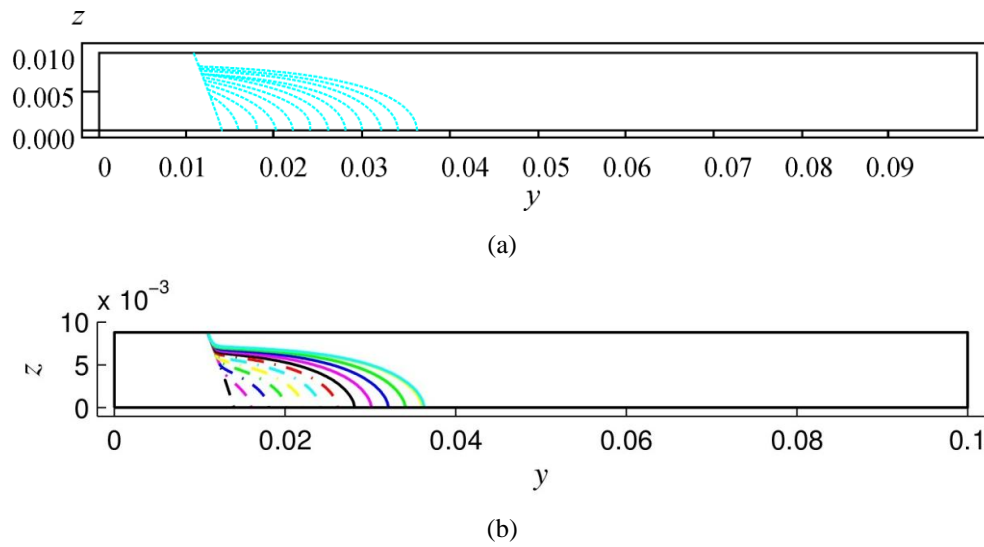


Figura 6.5 – Predições de geometria obtidas no crescimento com $da/dN-\Delta K$ de um corpo-de-prova sob tração: (a) Geometria da frente da trinca a cada 8 passos e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com a distribuição do FIT na figura a seguir.

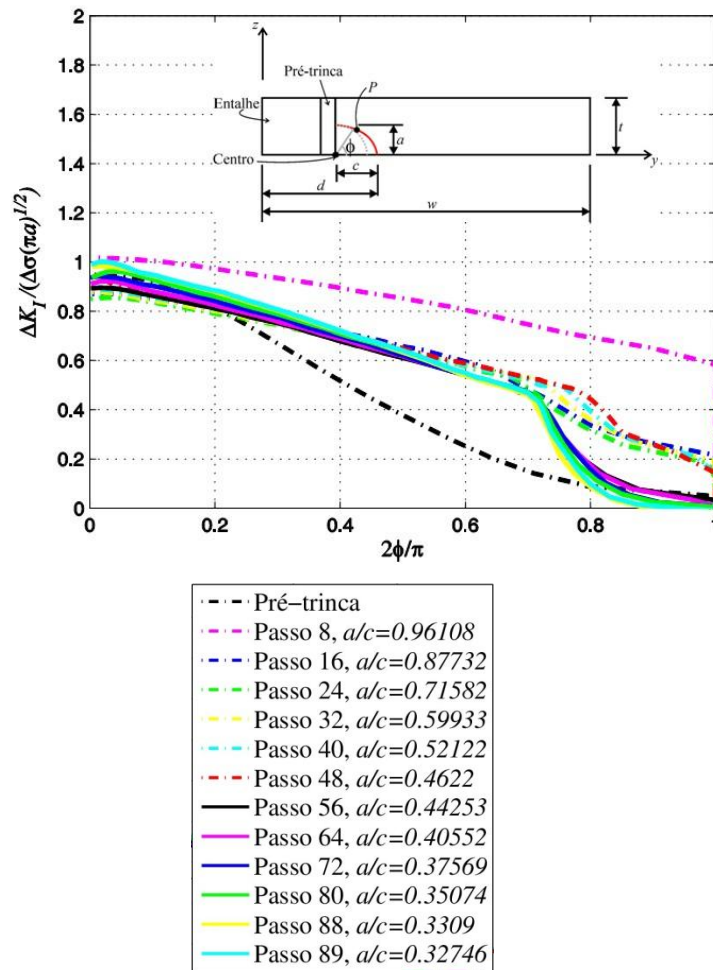


Figura 6.6 –Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo ϕ obtidos no crescimento da trinca com a $da/dN-\Delta K$

Usando a mesma metodologia de crescimento da trinca com a curva $dd/dN - \Delta K$ e mesmas hipóteses simplificadoras do problema, realiza-se uma nova predição do crescimento da trinca. Nessa simulação incremental foi utilizado um incremento máximo de 0.25 mm ($t/35$) em cada passo. Devida a uma oscilação maior do fator de intensidade de tensão na interseção entre a frente da trinca e superfície inferior da placa, foram necessários 96 passos para se alcançar o comprimento total da trinca obtido no experimento. A predição da frente da trinca a cada 8 passos é ilustrada na Figura 6.7. As geometrias do último incremento de trinca são comparadas com a geometria do CP01, conforme elas estão na Figura 6.8.

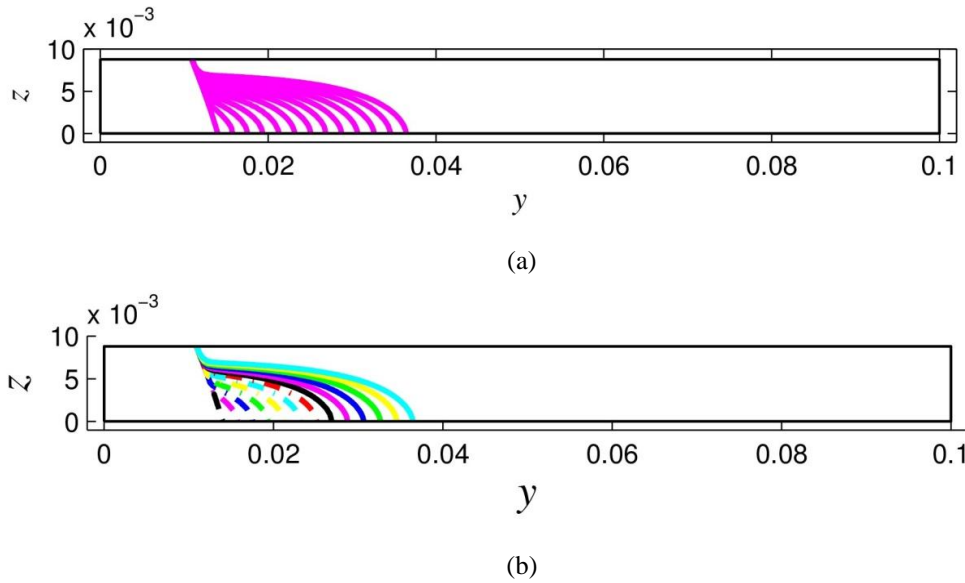


Figura 6.7 - Predições de geometria obtidas no crescimento com $dd/dN-\Delta K$ do CP01: (a) Geometria da frente da trinca a cada 8 passos e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com a distribuição do FIT na figura a seguir.

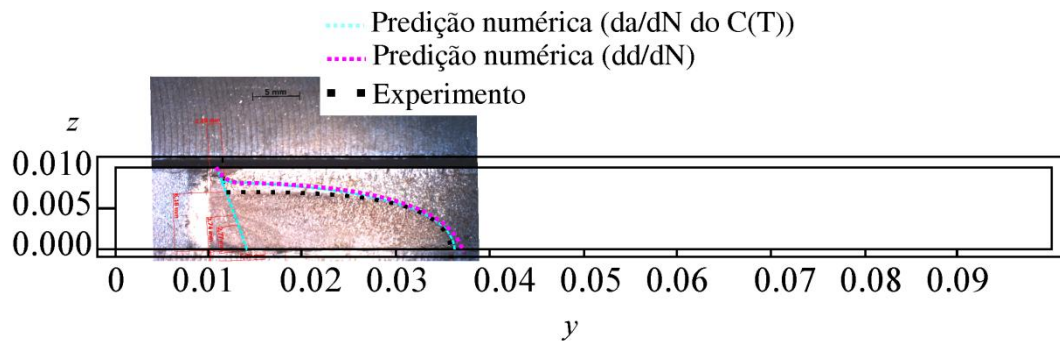


Figura 6.8 – Comparação das geometrias obtidas incrementalmente com a geometria do CP01.

Complementarmente, na Figura 6.9 são apresentados os FIT normalizados em relação ao ângulo ϕ . As distribuições do ΔK_I na frente da trinca foram diferentes quando se utilizou curvas de propagação $da/dN-\Delta K$ e $dd/dN-\Delta K$ (ver Figura 6.6 e Figura 6.9).

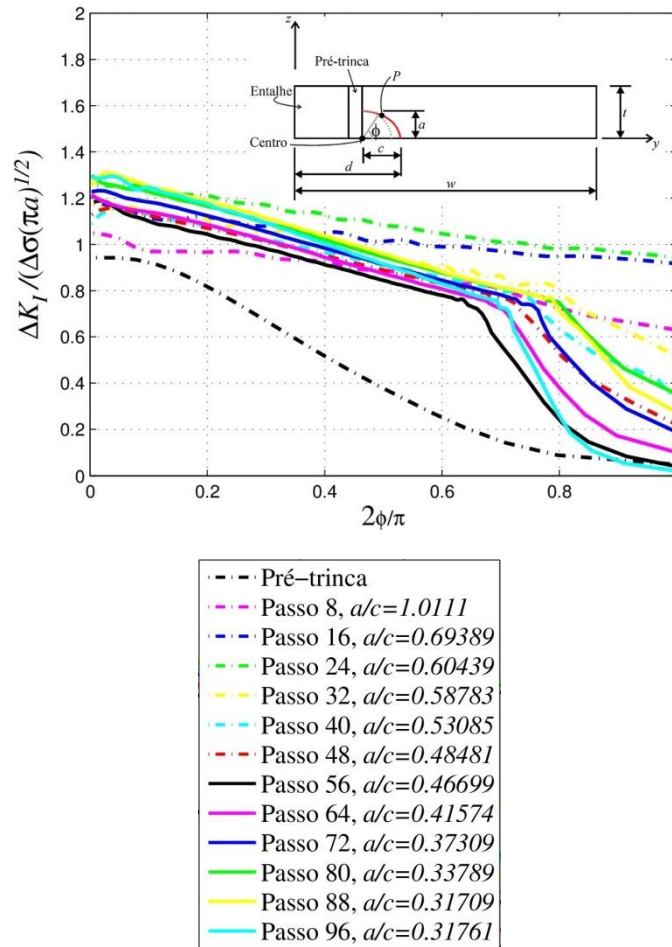


Figura 6.9 - Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo ϕ obtidos no crescimento da trinca com a $da/dN-\Delta K$.

Com esse resultado, observa-se que a combinação da curva $da/dN-\Delta K$ e distribuição de ΔK_I determinam a nova geometria. Se a curva $da/dN-\Delta K$ usada na propagação incremental é diferente da curva que controla a propagação da trinca no experimento, a distribuição do ΔK_I é diferente da assistida nos experimentos. Mesmo assim, a geometria alcançada na simulação numérica tridimensional é similar. Essa é uma característica do processo iterativo, que é o caso de uma propagação incremental.

A comparação do desvio entre as geometrias é realizada com

$$Desvio(\%) = \frac{OP - OQ}{OQ} 100, \quad (6.3)$$

onde OP e OQ são ilustrados na Figura 6.10. Os desvios calculados para as frentes de trincas estão na Tabela 6.1. Eles são comparados com os dados medidos no CP01, conforme Tabela 6.2.

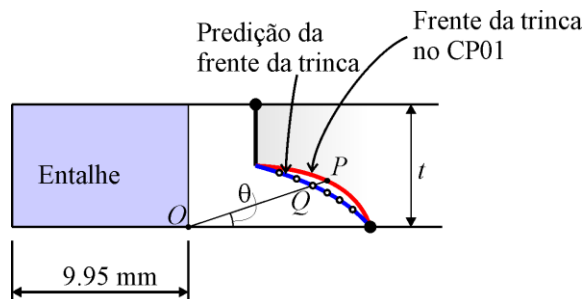


Figura 6.10 – Desvio da geometria da trinca.

Tabela 6.1 – Comparação da geometria da trinca na predição numérica e geometria do CP01.

(a) da/dN .

θ	OQ [mm]	y [mm]	z [mm]	<i>Desvio</i> [%]
0	26.37	36.32	0.04	2.94
10	23.04	32.82	3.86	1.34
20	17.27	26.88	5.78	1.80
30	12.76	22.20	6.48	1.31
40	9.83	19.07	6.76	3.53
50	7.76	16.76	6.92	4.14
60	6.32	15.04	7.01	3.45
73	4.91	13.10	7.10	2.83

(b) dd/dN .

θ	OQ [mm]	y [mm]	z [mm]	<i>Desvio</i> [%]
0	26.74	36.70	0.02	4.41
10	23.10	32.88	3.88	1.05
20	16.99	26.60	5.70	3.37
30	12.46	21.89	6.33	3.68
40	9.59	18.83	6.59	5.88
50	7.60	16.61	6.74	6.00
60	6.19	14.92	6.83	5.44
73	4.79	12.96	6.95	5.18

Tabela 6.2 – Coordenadas da geometria da trinca do CP01 e comprimento OP .

θ	OP [mm]	y [mm]	z [mm]
0	25.61	35.57	0.00
10	23.35	33.13	3.83
20	17.59	27.20	5.76
30	12.93	22.38	6.35
40	10.19	19.48	6.54
50	8.09	17.18	6.64
60	6.54	15.38	6.69
73	5.05	13.43	6.72

6.3. Discussão dos resultados

Como explicado no Capítulo 3 e na Seção 5.5, no caso de magnitudes de ΔK_I localizadas na região II de Paris, a distribuição de ΔK_I influencia na geometria da trinca, mas a magnitude de ΔK_I não é importante. Além disso, com base nas simulações com as curvas $da/dN-\Delta K$ e $dd/dN-\Delta K$, foi observado que embora as inclinações na região II dessas curvas sejam diferentes, não ocorreram mudanças drásticas nas previsões de geometria de frente de trinca quando se usou essas duas curvas.

Com este resultado, pode-se dizer que a geometria da trinca é relacionada às condições de carregamento remotamente aplicado e dimensões da placa. As consequências de diferentes curvas $da/dN-\Delta K$ no processo iterativo podem alterar a quantidade de passos e modificar as distribuições de ΔK_I .

Em ambas as simulações, a geometria da trinca durante o crescimento no programa FRANC3D é satisfatória. Entretanto, podem-se ter distribuições de FIT diferentes, pois elas dependem da geometria da trinca. Por sua vez, essa geometria de trinca subsequente pode ter tanto incrementos Δa_i diferentes (por causa da $da/dN-\Delta K$) como hipótese de direção de crescimento da trinca inadequada, que geram uma geometria de trinca na predição numérica diferente da geometria da trinca obtida no corpo-de-prova durante seu crescimento. A distribuição do FIT tende a ajustar essa geometria, corrigindo qualquer deficiência das hipóteses de

crescimento ou ajuste da curva $da/dN-\Delta K$ na predição numérica a cada passo. Entretanto, não se tem uma distribuição do FIT padronizada em todos os passos, após estabilizar a geometria da trinca. Essa distribuição depende da qualidade das hipóteses de crescimento ou ajuste da curva $da/dN-\Delta K$.

6.4. Previsão de vida

A previsão de vida deve ser realizada em outro programa, pois no programa FRANC3D apenas prevê a geometria da trinca e FIT. Com esta finalidade, foi implementado um código em MATLAB para se obter a previsão. Neste código é necessário determinar o FIT em cada incremento de trinca em um nó da frente da trinca de canto, para que se tenha um caminho da trinca. Neste caso, foi escolhido o FIT na interseção da superfície inferior da placa com a frente da trinca, que é a posição $\phi = 0$. A função de geometria nesta posição é obtida com o polinômio $f(d, w)$ de ajuste dos pontos discretos obtidos em cada incremento de trinca ilustrados na Figura 6.11. Esses pontos discretos foram mostrados previamente nas Figura 6.6 e Figura 6.9 com a normalização do FIT, que foram determinados nas análises de elementos finitos.

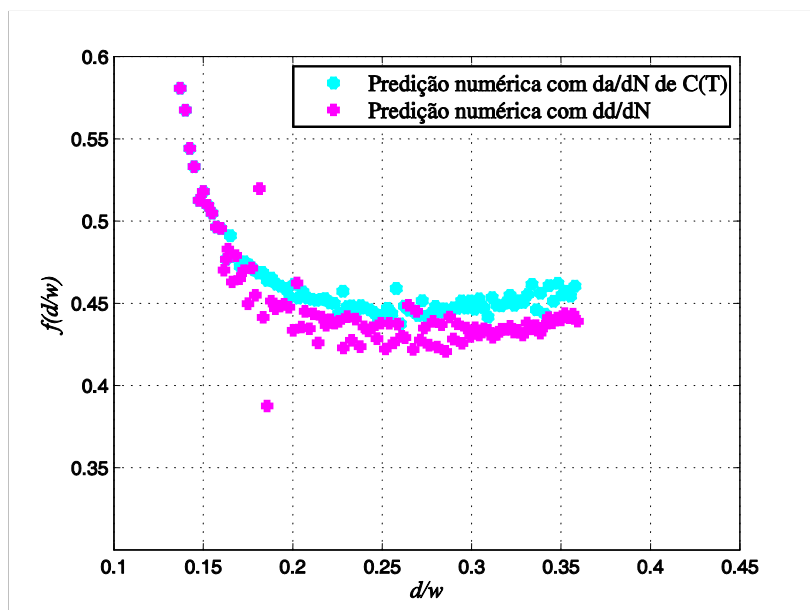


Figura 6.11 – Soluções discretas de fator de forma obtidas nas análises de EF.

Ajustando as soluções discretas F em C (superfície inferior da placa) mostradas na Figura 6.11, podem ser obtidas expressões polinomiais. Desta forma, a expressão polinomial de aproximação da função de geometria $f(d/w)$ usando a curva $da/dN - \Delta K$ é

$$f(d/w) = 449.3 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 487.1 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 196.5 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 35.01 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.76 \quad (6.4)$$

e o polinômio de ajuste da função de geometria $f(d/w)$ com a curva $dd/dN - \Delta K$ é

$$f(d/w) = 394 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 429 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 174 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 31.4 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.55. \quad (6.5)$$

onde $\Delta K_{I,c} = \Delta\sigma \sqrt{\pi d} f(d,w)$ é a expressão simplificada do FIT na superfície inferior da placa com função de geometria.

Na Figura 6.12 foi comparada a previsão da vida por fadiga, usando a expressão de $\Delta K_{I,c}$ e a curva $da/dN - \Delta K$ e $dd/dN - \Delta K$. Note que $\Delta K_{I,c}$ é estimado com as expressões (6.4) e (6.5).

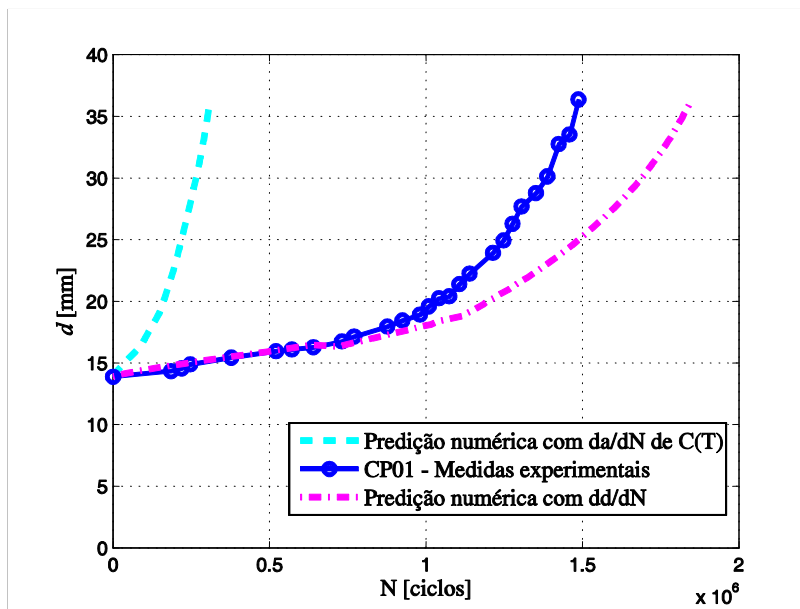


Figura 6.12 – Estimativas de vida na superfície inferior da placa.

Completando estes dados, na Tabela 6.3 estão disponíveis as razões obtidas entre o número total de ciclos estimados e número total de ciclos do experimento. A previsão da vida usando a curva $da/dN-\Delta K$ resulta numa estimativa conservadora. Em outras palavras, a trinca cresceu mais devagar nos experimentos do que o previsto numericamente com a curva $da/dN-\Delta K$. A principal observação é que a magnitude do FIT é importante apenas para prever a vida. Na previsão da geometria, o FIT ajusta eficientemente a geometria da trinca obtida incrementalmente, resultando em boas previsões de geometria independentemente da qualidade dos dados usados na curva $da/dN-\Delta K$.

A previsão da vida usando a curva $dd/dN-\Delta K$ é coincidente com os dados medidos no ensaio do CP01 até 10^6 ciclos ($d = 18.65$ mm). Depois deste ciclo, a previsão de vida N é ligeiramente menor do que a vida medida no corpo-de-prova CP01. As medidas de vida dependem da curva $dd/dN-\Delta K$ e precisão do $\Delta K_{I,c}$. Por esta razão, no Capítulo 7 é realizada uma melhor previsão de vida utilizando o conceito de fechamento da trinca proposto por Elber (1970).

Tabela 6.3 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos em d .

Dados considerados	N (ciclos)	N/N_{exp}
Experimentos	1,487,115	1.00
$da/dN-\Delta K$	303,654	0.20
$dd/dN-\Delta K$.	1,849,010	1.24

6.5. Hipótese de direção de crescimento da trinca

Como já comentado, a hipótese de direção de crescimento da trinca é perpendicular à frente da trinca atual. Entretanto, na Seção 5.4 foi sugerida uma hipótese de crescimento mais adequada. Contudo, é um desafio conhecer a direção de propagação quando a trinca ainda é passante e inicia-se a aplicação do carregamento remoto de flexão pura.

Uma hipótese mais adequada para a direção de crescimento é assumir que a trinca cresce perpendicular à toda a frente de trinca inicial. Assim, usando a primeira distribuição de FIT (ver Figura 6.13), a trinca muda de geometria apenas próxima à superfície inferior da placa. A geometria da frente subsequente é ilustrada na Figura 6.14 (a).

A partir do segundo passo, uma nova hipótese de propagação de trinca deve ser feita. Assume-se que a trinca cresce perpendicular ao trecho que propagou no primeiro passo (ver Figura 6.14 (b)) sem ocorrer qualquer interferência do restante da trinca.

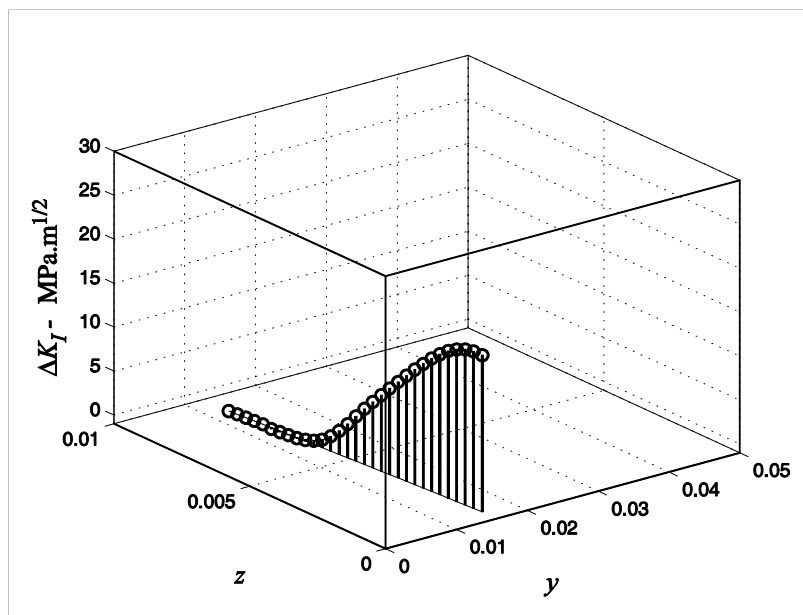


Figura 6.13 – Distribuição do FIT na superfície de trincamento com geometria da pré-trinca.

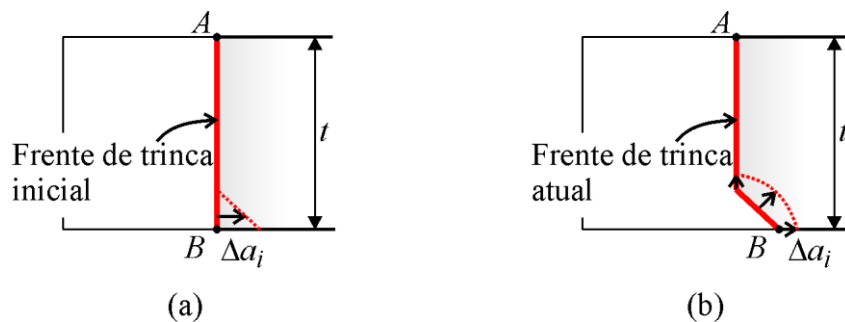


Figura 6.14 – Direção de propagação: (a) Passo 1 e (b) Passo 2.

7

Avaliação de ΔK nas geometrias dos experimentos

Durante os ensaios no Laboratório de Fadiga executados nesta tese, foram realizadas diversas marcas nas frentes da trinca, conforme foi mostrado no Capítulo 4. A partir destas marcas, neste capítulo pretende-se conhecer a distribuição do FIT nos três corpos-de-prova com entalhe de borda, ou seja, nos CP01, CP06 e CP07, usando o programa FRANC3D e tratando essa distribuição do FIT com a metodologia de extrapolação de ΔK_I (ver Seção 5.3.3). Essas distribuições são relacionadas com o ângulo ϕ (ver Figura 5.9) indicado nas geometrias simplificadas para trinca curta (quarto-elipse concêntrica) e para trinca longa (quarto-elipse não concêntrica). Após determinar as distribuições de FIT, são ajustadas expressões de fator de intensidade de tensão, facilitando o uso destas soluções em estimativas de vida. Finalmente, são feitas previsões de vida usando as soluções de FIT e curvas $da/dN - \Delta K$ de um corpo-de-prova padrão sob tração.

A vantagem dessa abordagem é que não se estimam geometrias de frente de trinca durante o crescimento, conseqüentemente, elas independem da curva $da/dN - \Delta K$. A curva $da/dN - \Delta K$ é empregada apenas na previsão de vida.

As hipóteses simplificadoras adotadas na análise de elementos finitos no programa FRANC3D acoplado com o ABAQUS são previamente apresentadas na Seção 5.1 e as dimensões da placa são fornecidas no Capítulo 4 para cada corpo-de-prova analisado.

7.1.

Frentes de trincas marcadas por aumentos de cargas

Três geometrias de frente de trinca foram marcadas por aumento do carregamento aplicado durante o experimento do CP01. Na Figura 7.1 (b) são apresentadas essas geometrias das frentes de trinca.

A geometria da pré-trinca é indicada com uma linha de cor branca na Figura 7.1. As cores magenta, verde e amarela são, respectivamente, as marcas das frentes de trincas chamadas por marcas 01, 02 e 03. As razões entre profundidade e comprimento da trinca (a/c) são 1.08 (marca 01), 0.77 (marca 02) e 0.28 (marca 03). Caso empreguem-se os semi-eixos das curvas quarto-elípticas não concêntricas como mostrado no Capítulo 4, as razões (a/c) são 0.66 (marca 01), 0.55 (marca 02) e 0.42 (marca 03).

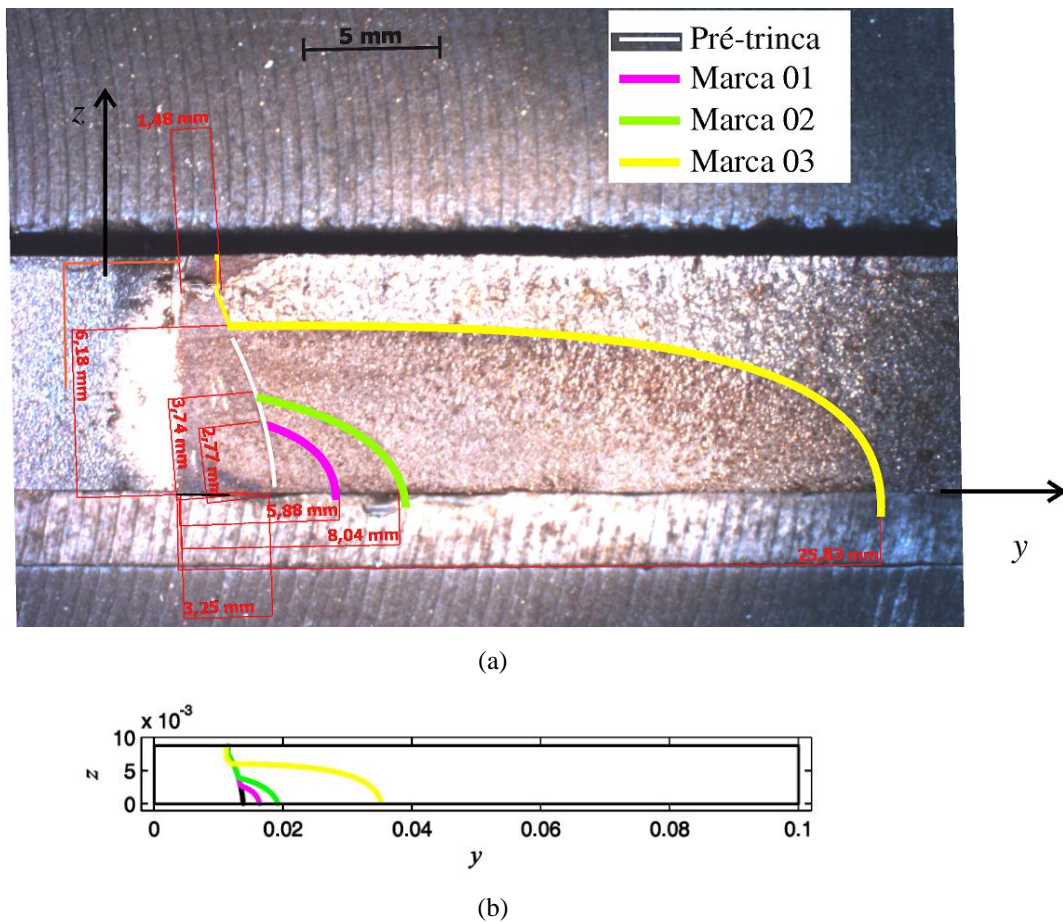


Figura 7.1 – Marcas das geometrias da trinca no CP01: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria das frentes de trinca inseridas no programa FRANC3D.

A partir dessas marcas, calcula-se o ΔK_I , que pode ser escrito como

$$\Delta K_I = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} F, \quad (7.1)$$

onde $\Delta\sigma$ é a tensão máxima do carregamento aplicado. a é a profundidade da trinca de canto e F é o fator de geometria. O ΔK_I é obtido numericamente no FRANC3D, desta forma, rearranja-se a expressão (7.1) e obtém-se F , como

$$F = \frac{\Delta K_I}{\Delta\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (7.2)$$

Note que os valores de F , apresentados na Figura 7.2, estão no trecho confiável de distribuição do FIT (conforme metodologia descrita na Seção 5.3.3). Adicionalmente, o termo a direita da igualdade na expressão (7.2) é chamado por FIT normalizado.

Como a pré-trinca é ligeiramente inclinada, a frente de trinca curva não atinge valores de ϕ igual a 90° . A marca 01 e a marca 02 interseccionam, respectivamente, a pré-trinca no ângulo de 64° e no ângulo 75° a partir da superfície inferior da placa.

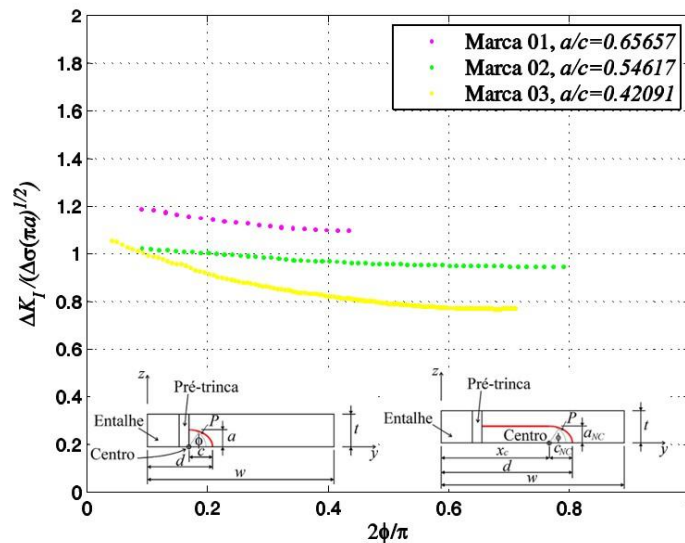


Figura 7.2 – FIT normalizado em relação ao ângulo ϕ obtido no FRANC3D com as marcas do CP01.

Conforme distribuições de F na Figura 7.2, observa-se que F decresce à medida que se distancia da superfície inferior da placa ($\phi = 0$), tendendo a valores constantes. Isto é coerente com o experimento, pois as marcas na profundidade da trinca eram menos nítidas, indicando uma magnitude do FIT constante.

A distribuição de F tende a um valor constante em trincas curtas (marca 01 e 02), que é simplificada por uma curva quarto-elipse concêntrica. Em trinca longa (marca 03), a magnitude de F na superfície inferior da placa (em $\phi = 0$) aumenta. Por outro lado, a magnitude de F na profundidade da trinca ($\phi = \pi/2$) tende a valores constantes de magnitude de aproximadamente 0.8.

Complementarmente, os dados mostrados na Figura 7.2 estão disponíveis na Tabela 7.1. Note que cada geometria tem uma razão da profundidade da trinca (a/t) e uma razão entre semi-eixos (a/c) ajustada pela curva quarto-elíptica.

Tabela 7.1 – Fatores de geometria do CP01 determinados no trecho confiável de ΔK_I .

		Ângulo ϕ , em graus.										
	a/c	a/t	0	5	10	20	30	40	50	60	70	i
Marca01	0.66	0.30	-	-	1.18	1.14	1.11	1.10	-	-	-	1
Marca02	0.55	0.42	-	-	1.00	1.00	0.98	0.96	0.95	0.95	0.95	2
Marca03	0.42	0.70	-	1.05	0.99	0.90	0.85	0.81	0.78	0.77	-	3

Com base nos dados apresentados na Tabela 7.1, verifica-se que à medida que a trinca se propaga, a relação a/c e o fator F decrescem. Adicionalmente, em cada a/c , F decresce enquanto ϕ aumenta.

Para facilitar o uso dos fatores de geometria F , é proposto um ajuste com uma expressão polinomial para descrever uma função de geometria empregada no FIT em uma frente de trinca com razão a/c conhecida. A expressão do FIT é $\Delta K_I(\phi, a/c) = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} p_i(\phi)$, onde p_i é a função de geometria que ajusta os valores discretos de F por um polinômio, o índice i é encontrado na Tabela 7.1. Assim, os polinômios p_i são

$$\begin{aligned}
 p_1(\phi) &= 1.24 \times 10^{-6} \phi^3 - 2.40 \times 10^{-5} \phi^2 - 4.2 \times 10^{-3} \phi + 1.22 && \text{(para } \phi \leq 40^\circ) \\
 p_2(\phi) &= 9.40 \times 10^{-8} \phi^3 + 1.11 \times 10^{-6} \phi^2 - 2.6 \times 10^{-3} \phi + 1.04 && \text{(para } \phi \leq 70^\circ) \\
 p_3(\phi) &= -5.76 \times 10^{-7} \phi^3 + 1.48 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.23 \times 10^{-2} \phi + 1.10 && \text{(para } \phi \leq 60^\circ)
 \end{aligned} \quad (7.3)$$

Esses polinômios são mostrados na Figura 7.3. Os valores são extrapolados até a superfície inferior da placa ($\phi = 0$) com o polinômio p_i e são assumidos constantes desde o ângulo indicado nas expressões p_i até $\phi = \pi/2$. Em trincas

longas (marca 03), onde a geometria da trinca é simplificada por um trecho com profundidade constante e paralela as superfícies da placa (ver Figura 5.9 (b)), o fator de geometria é assumido constante e igual ao fator de geometria determinado em $\phi = \pi/2$.

Finalmente, o ΔK no modo I pode ser calculado em cada razão a/c como

$$\begin{aligned} \Delta K_I(\phi, a/c = 0.66) &= \Delta\sigma \sqrt{2.6 \times 10^{-3} \pi} p_1(\phi) && (\text{para } \phi \leq 40^\circ) \\ \Delta K_I(\phi, a/c = 0.55) &= \Delta\sigma \sqrt{3.7 \times 10^{-3} \pi} p_2(\phi) && (\text{para } \phi \leq 70^\circ). \quad (7.4) \\ \Delta K_I(\phi, a/c = 0.42) &= \Delta\sigma \sqrt{6.2 \times 10^{-3} \pi} p_3(\phi) && (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \end{aligned}$$

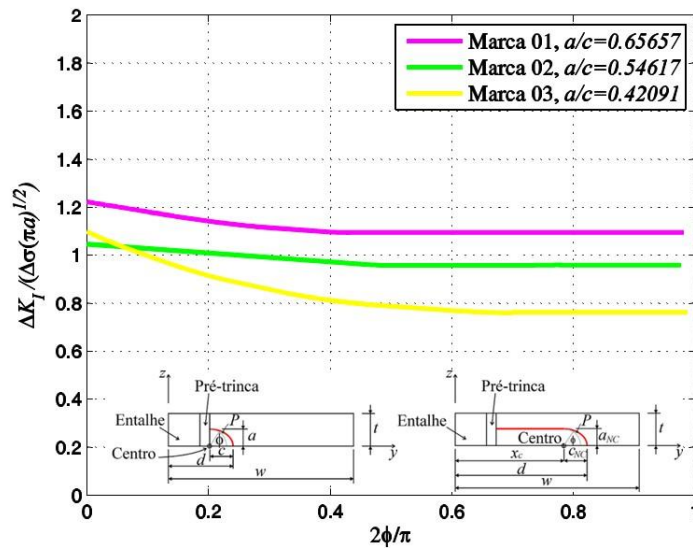


Figura 7.3 – Extrapolações do FIT normalizado no CP01, usando metodologia de extrapolação do FIT.

7.2. Frentes de trincas marcadas por blocos de sobrecargas

Nesta seção são apresentadas as distribuições de FIT no CP06 nas marcas 01, 02, 03, 04 e 05. Na Figura 7.4 são ilustradas essas marcas de sobrecargas e geometria usada no programa FRANC3D. As razões dos semi-eixos a/c são, respectivamente, 0,71, 0,44, 0,33, 0,24 e 0,19.

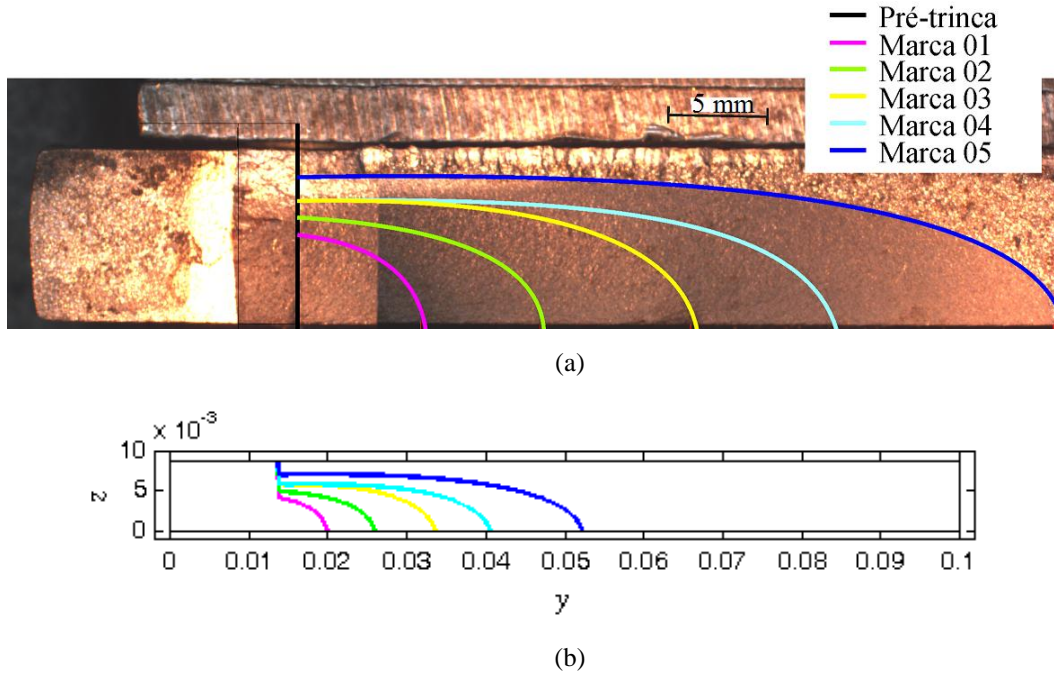


Figura 7.4 – Marcas das geometrias da trinca no CP06: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria da trinca usada no FRANC3D.

Na Figura 7.5 são mostradas as distribuições de F obtidas a partir do FIT no trecho confiável, usando resultados de FIT calculados no programa FRANC3D. Complementarmente, na Tabela 7.2 estão disponíveis os valores de F .

Os valores de F aumentam à medida que se aproximam da superfície inferior da placa ($\phi = 0$). Para uma magnitude fixa de ϕ , os valores de F decrescem até a razão a/c igual a 0.43 e, para a próxima razão a/c , F começa a crescer. Aparentemente, o decréscimo de F ocorre na transição da geometria da trinca inicial (trinca passante) até estabilizar em uma geometria com trinca de superfície.

Novamente, expressões polinomiais de grau 1, 2 ou 3 foram usadas para ajustar F no trecho confiável do FIT e extrapolar até a superfície inferior da placa. Primeiro, escreve-se o fator de intensidade de tensão como

$$\Delta K_I(\phi, a/c) = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} p_i(\phi), \quad (7.5)$$

onde $p_i(\phi)$ é o polinômio que ajusta a distribuição de F em relação a ϕ até alcançar a superfície inferior da placa ($\phi = 0$).

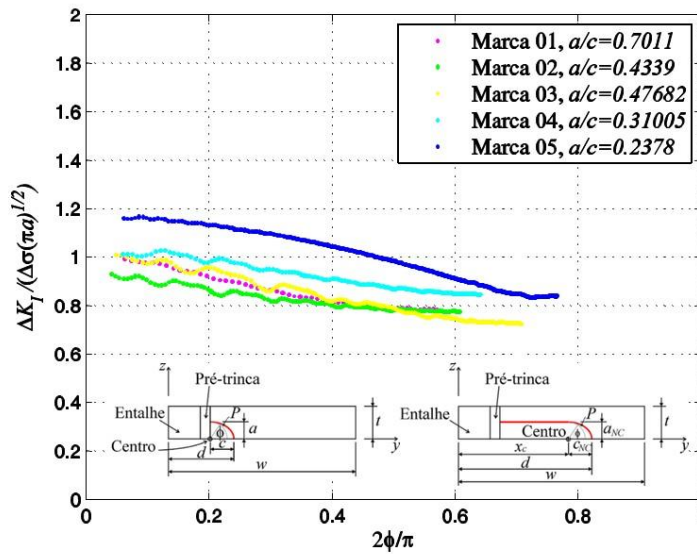


Figura 7.5 – FIT normalizado em relação ao ângulo ϕ obtido no FRANC3D com as marcas do CP06.

Tabela 7.2 – Fatores de geometria do CP06 determinados no trecho confiável de ΔK_I .

		Ângulo ϕ , em graus							
	a/c	a/t	5	10	20	30	40	50	60
Marca01	0.70	0.54	1.00	0.97	0.90	0.84	0.80	0.79	
Marca02	0.43	0.65	0.91	0.89	0.84	0.82	0.79	0.78	
Marca03	0.48	0.78	1.00	0.98	0.93	0.87	0.80	0.75	0.73
Marca04	0.31	0.78		1.02	0.99	0.94	0.89	0.86	
Marca05	0.24	0.87	1.16	1.16	1.12	1.08	1.02	0.95	0.86

A distribuição do FIT para cada razão a/c pode ser determinada como

$$\begin{aligned}
 \Delta K_I(\phi, a/c = 0.71) &= \Delta\sigma \sqrt{4.5 \times 10^{-3}} \pi p_1(\phi) && (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\
 \Delta K_I(\phi, a/c = 0.44) &= \Delta\sigma \sqrt{5.4 \times 10^{-3}} \pi p_2(\phi) && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
 \Delta K_I(\phi, a/c = 0.48) &= \Delta\sigma \sqrt{6.2 \times 10^{-3}} \pi p_3(\phi) && (\text{para } \phi \leq 60^\circ). \quad (7.6) \\
 \Delta K_I(\phi, a/c = 0.31) &= \Delta\sigma \sqrt{6.2 \times 10^{-3}} \pi p_4(\phi) && (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\
 \Delta K_I(\phi, a/c = 0.24) &= \Delta\sigma \sqrt{7.5 \times 10^{-3}} \pi p_5(\phi) && (\text{para } \phi \leq 65^\circ)
 \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned}
 p_1(\phi) &= 2.35 \times 10^{-6} \phi^3 - 1.33 \times 10^{-4} \phi^2 - 3.9 \times 10^{-3} \phi + 1.02 && (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\
 p_2(\phi) &= 7.03 \times 10^{-7} \phi^3 - 1.99 \times 10^{-5} \phi^2 - 4.0 \times 10^{-3} \phi + 0.94 && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
 p_3(\phi) &= 1.48 \times 10^{-6} \phi^3 - 1.27 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.5 \times 10^{-3} \phi + 1.02 && (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\
 p_4(\phi) &= -3.8 \times 10^{-3} \phi + 1.05 && (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\
 p_5(\phi) &= -6.2 \times 10^{-3} \phi + 1.25 && (\text{para } \phi \leq 65^\circ)
 \end{aligned} \quad (7.7)$$

O valor mínimo de F é extrapolado por uma reta paralela ao eixo das coordenadas desde o ângulo indicado na expressão de p_i até o ângulo $\phi = \pi/2$, que corresponde à posição da profundidade da trinca a . Essas distribuições de F extrapoladas são apresentadas na Figura 7.6.

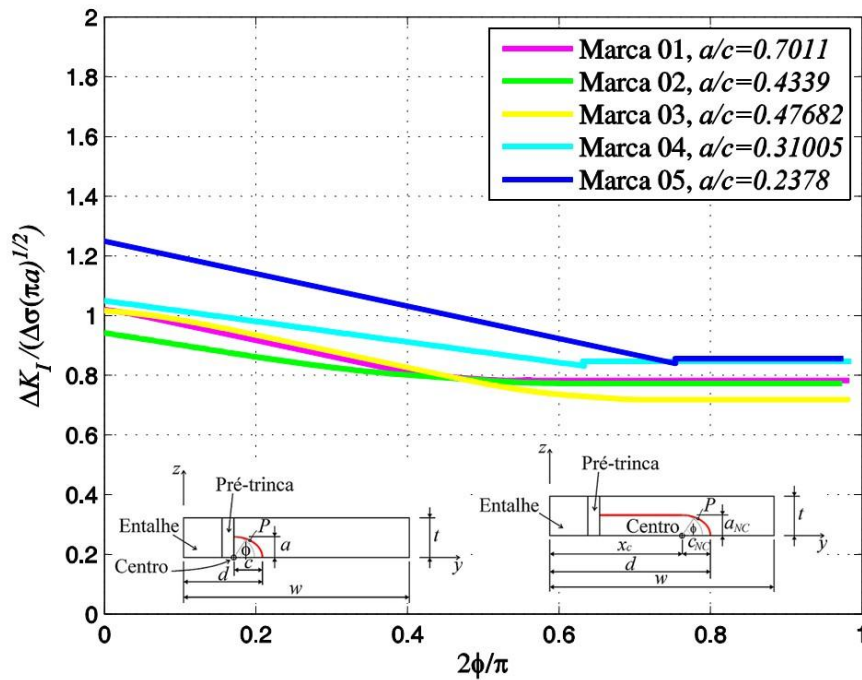


Figura 7.6 – Extrapolações do FIT normalizado para CP06, usando metodologia de extrapolação do FIT.

7.3.

Frentes de trincas marcadas por blocos de subcargas

Nesta seção são reproduzidas as marcas de frente de trinca no CP07 no programa FRANC3D, determinando-se o fator de intensidade de tensão.

Dezessete marcas de frente de trinca deste CP foram analisadas, que são ilustradas na Figura 7.7.

Na Figura 7.8 é mostrada a distribuição do FIT normalizado na frente da trinca. Como existem diversas marcas de frente de trinca, percebe-se uma tendência a valores constantes do fator F à medida que ϕ se aproxima de $\pi/2$. Esse valor é aproximadamente 0.8. Em todas as marcas, F aumenta conforme se aproxima da superfície inferior da placa ($\phi = 0$).

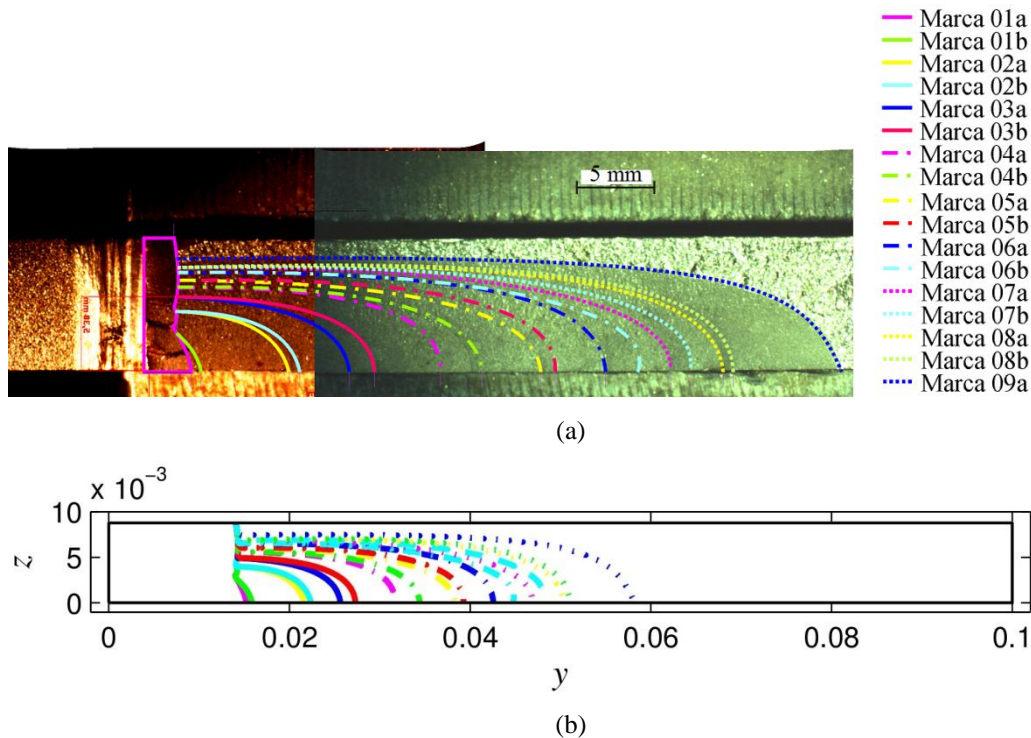


Figura 7.7 – Marcas das geometrias da trinca no CP07: (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria da marcas de frente da trinca usada na Figura 7.8.

Os dados apresentados na Figura 7.8 são colocados na Tabela 7.3. Para um dado ϕ , os valores de F decrescem até a razão a/c igual a 0.45, a partir da próxima razão a/c tende a valores de F constantes e, à medida que a trinca aumenta seu comprimento, F começam a aumentar. Esse decréscimo de F pode ser oriundo da mudança de geometria da frente de trinca, que inicia passante e torna-se uma trinca de superfície.

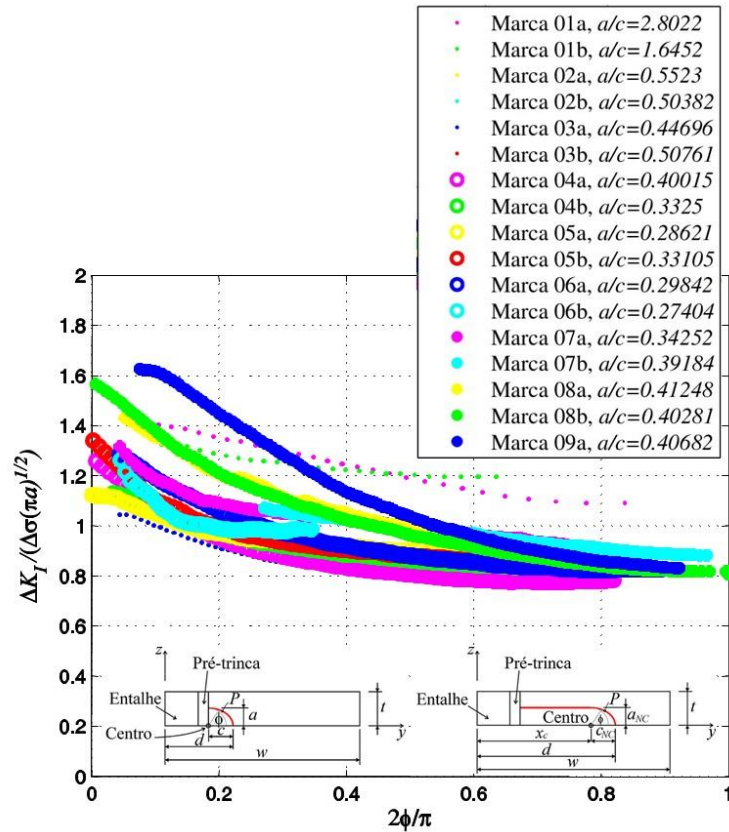


Figura 7.8 – FIT normalizado em relação ao ângulo ϕ obtido no FRANC3D com as marcas do CP07.

Tabela 7.3 – Fatores de geometria do CP07 determinados no trecho confiável de ΔK_I .

	a/c	a/t	Ângulo ϕ , em graus								i	
			5	10	20	30	40	50	60	70		80
Marca1a	2.80	0.29		1.40	1.34	1.28	1.22	1.16	1.11	1.09		1
Marca1b	1.65	0.29		1.33	1.28	1.24	1.21	1.20				2
Marca2a	0.55	0.45		1.02	0.97	0.91	0.87	0.86				3
Marca2b	0.50	0.45		1.05	0.96	0.91	0.87	0.85				4
Marca3a	0.45	0.56	1.04	0.98	0.90	0.84	0.81	0.78				5
Marca3b	0.51	0.56	1.10	1.04	0.94	0.88	0.85					6
Marca4a	0.40	0.63	1.15	1.05	0.93	0.86	0.82	0.79	0.78	0.78		7
Marca4b	0.33	0.63	1.11	1.05	0.96	0.91	0.88	0.85	0.84			8
Marca5a	0.29	0.69	1.09	1.04	0.96	0.93	0.91	0.89	0.87	0.87		9
Marca5b	0.33	0.69	1.20	1.09	0.97	0.92	0.90	0.87	0.85	0.85		10
Marca6a	0.30	0.75	1.26	1.18	1.03	0.95	0.90	0.86	0.84	0.82	0.82	11
Marca6b	0.27	0.75	1.21	1.07	0.98	0.99						12
Marca7a	0.34	0.78	1.26	1.17	1.08	1.04	1.01	0.98	0.95			13
Marca7b	0.39	0.78				1.05	1.01	0.98	0.94	0.92	0.89	14
Marca8a	0.41	0.80	1.42	1.35	1.19	1.10	1.02	0.96				15
Marca8b	0.40	0.80	1.47	1.34	1.18	1.07	1.00	0.94	0.89	0.85	0.82	16
Marca9a	0.41	0.85		1.60	1.42	1.23	1.09	0.99	0.92	0.87	0.84	17

A expressão simplificada do FIT para a razão a/c é dada por

$$\Delta K_I(\phi, a/c) = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}p_i(\phi), \quad (7.8)$$

onde ϕ é o ângulo que varia desde 0 à magnitude indicada na expressão p_i (expressão 7.9). Novamente, expressões polinomiais p_i são usadas para extrapolar o fator de intensidade de tensão normalizado até a superfície inferior da placa ($\phi=0^\circ$). Note que o índice i usado para identificar os polinômios foi relacionado às marcas da frente da trinca na Tabela 7.3. Estas expressões são:

$$\begin{aligned} p_1(\phi) &= 1.26 \times 10^{-6} \phi^3 - 1.24 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.3 \times 10^{-3} \phi + 1.43 & (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\ p_2(\phi) &= -2.20 \times 10^{-7} \phi^3 + 8.19 \times 10^{-5} \phi^2 - 7.5 \times 10^{-3} \phi + 1.40 & (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\ p_3(\phi) &= 9.44 \times 10^{-7} \phi^3 - 7.42 \times 10^{-6} \phi^2 - 6.9 \times 10^{-3} \phi + 1.10 & (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\ p_4(\phi) &= -4.08 \times 10^{-8} \phi^3 + 1.07 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.11 \times 10^{-2} \phi + 1.14 & (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\ p_5(\phi) &= -1.06 \times 10^{-6} \phi^3 + 2.18 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.47 \times 10^{-2} \phi + 1.11 & (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\ p_6(\phi) &= 6.11 \times 10^{-7} \phi^3 + 9.45 \times 10^{-5} \phi^2 - 1.23 \times 10^{-2} \phi + 1.15 & (\text{para } \phi \leq 40^\circ) \\ p_7(\phi) &= -2.03 \times 10^{-6} \phi^3 + 3.65 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.24 \times 10^{-2} \phi + 1.26 & (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\ p_8(\phi) &= -1.36 \times 10^{-6} \phi^3 + 2.33 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.05 \times 10^{-2} \phi + 1.13 & (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\ p_9(\phi) &= -7.16 \times 10^{-7} \phi^3 + 1.49 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.23 \times 10^{-2} \phi + 1.12 & (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\ p_{10}(\phi) &= -2.20 \times 10^{-6} \phi^3 + 3.77 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.21 \times 10^{-2} \phi + 1.30 & (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\ p_{11}(\phi) &= -1.27 \times 10^{-6} \phi^3 + 2.71 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.02 \times 10^{-2} \phi + 1.35 & (\text{para } \phi \leq 80^\circ) \\ p_{12}(\phi) &= -3.20 \times 10^{-5} \phi^3 + 2.40 \times 10^{-3} \phi^2 - 5.82 \times 10^{-2} \phi + 1.45 & (\text{para } \phi \leq 30^\circ) \\ p_{13}(\phi) &= -3.12 \times 10^{-6} \phi^3 + 4.04 \times 10^{-4} \phi^2 - 1.95 \times 10^{-2} \phi + 1.34 & (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\ p_{14}(\phi) &= 4.76 \times 10^{-7} \phi^3 - 6.58 \times 10^{-5} \phi^2 - 4.89 \times 10^{-4} \phi + 1.11 & (\text{para } \phi \leq 80^\circ) \\ p_{15}(\phi) &= -2.36 \times 10^{-6} \phi^3 + 3.51 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.32 \times 10^{-2} \phi + 1.54 & (\text{para } \phi \leq 50^\circ) \\ p_{16}(\phi) &= -1.44 \times 10^{-6} \phi^3 + 3.03 \times 10^{-4} \phi^2 - 2.47 \times 10^{-2} \phi + 1.54 & (\text{para } \phi \leq 90^\circ) \\ p_{17}(\phi) &= -1.05 \times 10^{-6} \phi^3 + 3.10 \times 10^{-4} \phi^2 - 3.18 \times 10^{-2} \phi + 1.86 & (\text{para } \phi \leq 80^\circ) \end{aligned} \quad (7.9)$$

As expressões do fator de intensidade de tensão são reescritas com os valores já substituídos de a :

$$\begin{aligned}
\Delta K_I(\phi, a/c = 2.80) &= \Delta\sigma\sqrt{2.6\times 10^{-3}}\pi p_1(\phi) && (\text{para } \phi \leq 80^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 1.65) &= \Delta\sigma\sqrt{2.6\times 10^{-3}}\pi p_2(\phi) && (\text{para } \phi \leq 57^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.55) &= \Delta\sigma\sqrt{4.0\times 10^{-3}}\pi p_3(\phi) && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.50) &= \Delta\sigma\sqrt{4.0\times 10^{-3}}\pi p_4(\phi) && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.45) &= \Delta\sigma\sqrt{4.9\times 10^{-3}}\pi p_5(\phi) && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.51) &= \Delta\sigma\sqrt{4.9\times 10^{-3}}\pi p_6(\phi) && (\text{para } \phi \leq 55^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.40) &= \Delta\sigma\sqrt{5.6\times 10^{-3}}\pi p_7(\phi) && (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.33) &= \Delta\sigma\sqrt{5.6\times 10^{-3}}\pi p_8(\phi) && (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.29) &= \Delta\sigma\sqrt{6.0\times 10^{-3}}\pi p_9(\phi) && (\text{para } \phi \leq 65^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.33) &= \Delta\sigma\sqrt{6.0\times 10^{-3}}\pi p_{10}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 60^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.30) &= \Delta\sigma\sqrt{6.6\times 10^{-3}}\pi p_{11}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.27) &= \Delta\sigma\sqrt{6.6\times 10^{-3}}\pi p_{12}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 65^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.34) &= \Delta\sigma\sqrt{6.9\times 10^{-3}}\pi p_{13}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 70^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.39) &= \Delta\sigma\sqrt{6.9\times 10^{-3}}\pi p_{14}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 75^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.41) &= \Delta\sigma\sqrt{7.0\times 10^{-3}}\pi p_{15}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 75^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.40) &= \Delta\sigma\sqrt{7.0\times 10^{-3}}\pi p_{16}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 75^\circ) \\
\Delta K_I(\phi, a/c = 0.41) &= \Delta\sigma\sqrt{7.5\times 10^{-3}}\pi p_{17}(\phi) && (\text{para } \phi \leq 70^\circ)
\end{aligned} \tag{7. 10}$$

Na Figura 7.9 são apresentados os valores de F extrapolados, conforme explicado anteriormente. Nas expressões (7. 9) são usados polinômios de grau 2 ou 3 para ajustar os dados de F no trecho confiável, estes polinômios de ajuste são extrapolados até a superfície inferior da placa ($\phi = 0$), evitando as oscilações numéricas obtidas nas análises do FRANC3D na interseção da trinca com a superfície inferior da placa ($\phi = 0$).

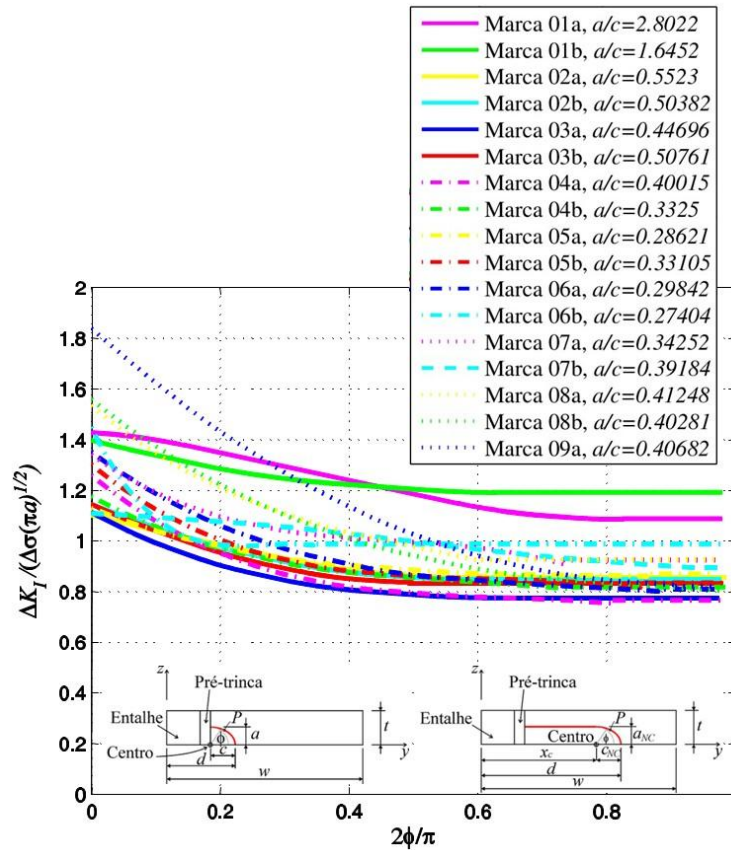


Figura 7.9 – Extrapolações do FIT normalizado no CP07, usando metodologia de extrapolação do FIT.

7.4. Funções de geometria para o CP com um entalhe de borda

Nas Seções 7.1, 7.2 e 7.3 foram feitas avaliações numéricas do fator de intensidade de tensão com as geometrias da frente da trinca obtidas nos corpos-de-prova ensaiados. Nesta seção, a partir das avaliações de F , são propostas expressões simplificadas de $\Delta K_{I,c}$, $\Delta K_{I,a}$ e ΔK_I . Note que ΔK_I é determinado no CP01, pois tanto o CP07 como o CP06 foram submetidos a blocos de carregamentos que ocasionaram sobrecargas e subcargas. Essas sobrecargas e subcargas podem gerar retardos em diferentes proporções na frente da trinca, podendo alterar diferentemente o incremento de trinca na profundidade a e no comprimento d da trinca.

Adicionalmente, na Figura 2.7 foram ilustrados os pontos C e A onde se localizam, respectivamente, $\Delta K_{I,c}$ e $\Delta K_{I,a}$. Essa figura é novamente ilustrada na Figura 7.10, pois esses pontos são empregados nas seções a seguir.

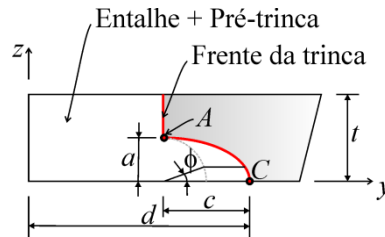


Figura 7.10 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria de trinca de canto.

7.4.1. Solução de $\Delta K_{I,c}$

A expressão de $\Delta K_{I,c}$ é feita utilizando os valores de F em C ($\phi = 0$). Esses valores são determinados extrapolações dos polinômios em relação ao ângulo ϕ previamente mostrados na Seção 7.1, 7.2 e 7.3. Na Figura 7.11 são mostrados os valores F obtidos em cada corpo-de-prova ao longo da razão d/w . O ajuste de F é indicado na legenda como Aproximação.

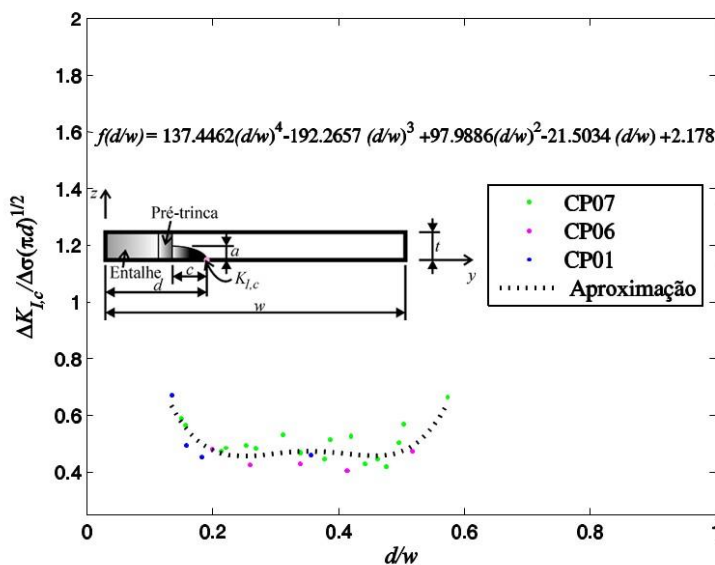


Figura 7.11 – Pontos discretos de F em C e polinômio da função de geometria utilizada em $\Delta K_{I,c}$.

Em relação ao comportamento do fator de geometria, como se pode observar na Figura 7.11, F decresce para relação d/w entre 0.10 e 0.20, que pode ser explicado pela mudança da geometria da trinca, que inicia passante e se estabiliza como uma trinca de superfície. Após estabilização da geometria da trinca, F permanece praticamente constante no intervalo d/w entre 0.20 e 0.40, depois F cresce à medida que a razão d/w aumenta.

Finalmente, a solução na superfície inferior da placa pode ser ajustada a uma forma polinomial $f(d/w)$, descrevendo $\Delta K_{I,c}(d/w)$ como

$$\Delta K_{I,c}(d, w) = \Delta \sigma \sqrt{\pi d} f(d/w) \quad (7.11)$$

onde

$$f(d/w) = 137.45 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 192.27 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 97.99 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 21.50 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.18 \quad (7.12).$$

7.4.2.

Solução de $\Delta K_{I,a}$

A expressão de $\Delta K_{I,a}$ em A ($\phi = \pi/2$) é ajustada nesta seção, a partir das funções de geometria obtidas na Seção 7.1, 7.2 e 7.3. Os valores normalizados do FIT em A ($\Delta K_{I,a} / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$) são apresentados na Figura 7.12. Nesta figura é ilustrada a função de geometria $f(a/t)$ indicada na legenda como Aproximação, que ajusta esses valores em A .

Para a razão a/t menor que 0.40, não foi possível determinar o trecho confiável da distribuição do FIT, pois os pontos A e C estão próximos. Por essa razão, os valores de $\Delta K_{I,a}$ foram descartados para razões a/t inferiores a 0.40.

Com base na Figura 7.12, F , onde $F = \Delta K_{I,a} / \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$, é praticamente constante (em torno de 0.8) com pequeno decréscimo à medida que a profundidade da trinca aumenta.

A solução de $\Delta K_{I,a}$ é apresentada em forma de um ajuste polinomial como

$$\Delta K_{I,a} = \Delta\sigma\sqrt{\pi a}(-0.100(a/t)+0.878) \quad \text{para } a/t > 0.4, \quad (7.13)$$

usando os resultados de extrapolação do FIT. Mais explicitamente, a função de geometria $f(a/t)$ é

$$f(a/t) = -0.100(a/t) + 0.878. \quad (7.14)$$

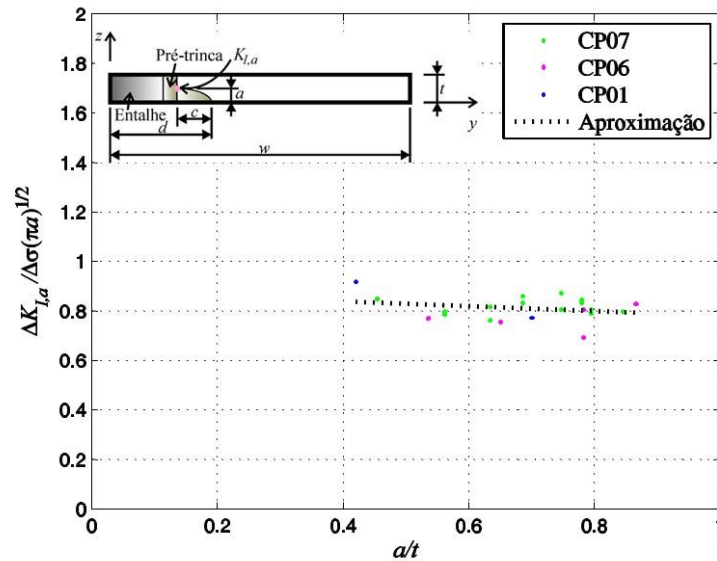


Figura 7.12 – Pontos discretos de F em A e polinômio da função de geometria utilizada em $\Delta K_{I,a}$.

7.4.3. Solução de ΔK_I no CP01

Finalmente, a partir dos resultados de FIT obtidos nos corpos-de-prova ensaiados, determina-se uma expressão geral para ΔK_I em trincas inicialmente passantes que se propagam com fechamento parcial induzido por carregamento de fadiga de flexão pura com base no CP01.

Entretanto, é complicado estimar precisamente a geometria da trinca durante seu crescimento. Para isso, foram escolhidas marcas adicionais para se determinar uma única expressão de ΔK_I em relação à ϕ no CP01, usando diversas razões a/c . O uso de marcas adicionais deve-se à diferença elevada de comprimento Δd de trinca na superfície inferior da placa entre marca 02 e 03 no CP01 (ver Figura 7.13).

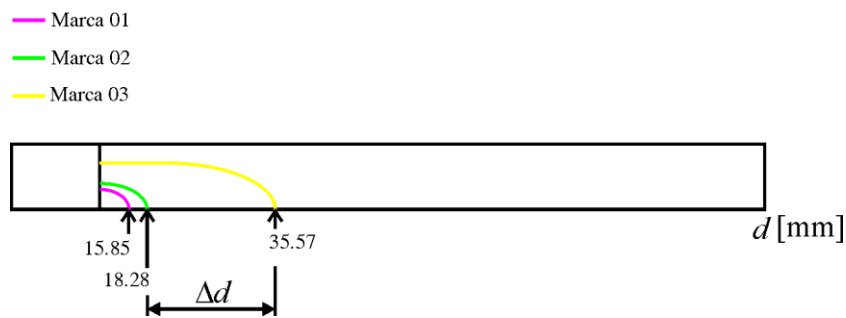


Figura 7.13 – Marcas das frentes da trinca obtidas no corpo-de-prova CP01, ilustrando a distância entre marca 02 e 03.

Desta forma, marcas adicionais são extraídas dos corpos-de-prova ensaiados, que não sofreram retardos ou acelerações que modificaram consideravelmente a geometria da trinca de canto. Visto que no CP07 e CP06 foram aplicados blocos de carregamento de $\Delta\sigma$, que podem modificar essa geometria. Por esta razão, não foram usadas geometrias das marcas no CP06 e geometrias do CP07 obtidas por blocos com decréscimo $\Delta\sigma$, que não ocasionaram crescimento na profundidade da trinca (estes blocos geraram as marcas 01b, 02b, 03b, 04b, 05b, 06b, 07b e 08b).

A expressão geral do FIT na frente da trinca é proposta entre a marca 01 e a marca 03 no CP01, usando as marcas intermediárias marca 02a, marca 03a e marca 04a do CP07. O esquema da geometria da trinca durante seu crescimento é ilustrado na Figura 7.14. Nesta figura, indica-se o comprimento d da trinca em milímetros. Futuramente, devem-se executar mais ensaios para que se determine com mais precisão a geometria da trinca e distribuição do FIT.

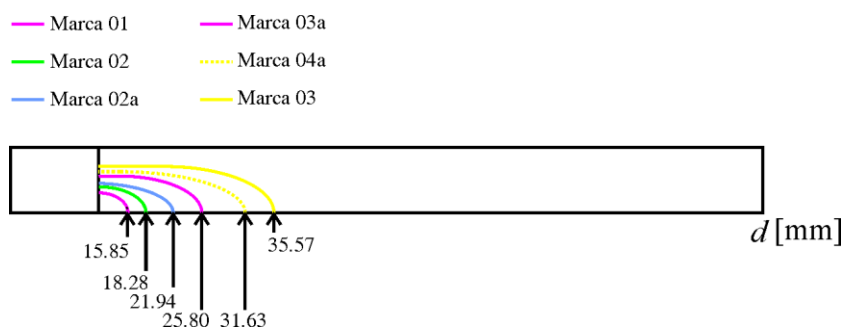


Figura 7.14 – Marcas obtidas nos corpos-de-prova CP01 e CP07, com distribuições ΔK_I determinadas no FRANC3D aproximadas por uma solução geral de interpolação destas marcas.

Novamente, são usados os resultados de distribuições do FIT com o método de correlação dos deslocamentos obtidos nas Seções 7.1, 7.2 e 7.3, que foram tratados com extrapolação do FIT, conforme descrito na Seção 5.3.3. A solução geral para interpolar as distribuições de FIT nas geometrias indicadas, que é ajustada com o método dos mínimos quadrados, é

$$\Delta K_I(\phi, a/t, a/c) = \Delta\sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} g(\phi, a/t, a/c) f_w(c/w, a/t) \quad (7.15)$$

para a/c e a/t indicados na Tabela 7.4, onde

$$f_w(c/w, a/t) = \left[\sec\left(\frac{\pi c}{2w} \sqrt{\frac{a}{t}}\right) \right]^{1/2}, \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned} Q &= 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65} && \text{para } \frac{a}{c} \leq 1 \\ Q &= 1 + 1.464 \left(\frac{c}{a}\right)^{1.65} && \text{para } \frac{a}{c} > 1 \end{aligned}, \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} g(\phi, a/t, a/c) &= M_{11} \left(\frac{a}{c}\right) \left(\frac{a}{t}\right) + M_{02} \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_{01} \left(\frac{a}{t}\right) + \\ &+ M_{00} + M_{10} \left(\frac{a}{c}\right) + M_{20} \left(\frac{a}{c}\right)^2 \end{aligned}, \quad (7.18)$$

$$\begin{aligned} M_{11} &= 2.327 \times 10^{-7} \phi^5 - 5.9087 \times 10^{-5} \phi^4 + 5.5001 \times 10^{-3} \phi^3 - 0.25899 \phi^2 + \\ &+ 9.1077 \phi - 222.66 \\ M_{02} &= 2.7195 \times 10^{-8} \phi^5 - 8.0089 \times 10^{-6} \phi^4 + 9.2466 \times 10^{-4} \phi^3 - 0.060526 \phi^2 + \\ &+ 2.7833 \phi - 66.241 \\ M_{01} &= -1.3624 \times 10^{-7} \phi^5 + 3.5848 \times 10^{-5} \phi^4 - 3.5428 \times 10^{-3} \phi^3 + 0.187 \phi^2 + \\ &- 7.3993 \phi + 179.45 \\ M_{00} &= 1.2842 \times 10^{-7} \phi^5 - 3.2062 \times 10^{-5} \phi^4 + 2.9122 \times 10^{-3} \phi^3 - 0.13321 \phi^2 + \\ &+ 4.7081 \phi - 116.04 \\ M_{10} &= -3.9308 \times 10^{-7} \phi^5 + 9.6161 \times 10^{-5} \phi^4 + 8.4192 \times 10^{-3} \phi^3 - 0.35539 \phi^2 + \\ &- 11.433 \phi + 285.29 \\ M_{20} &= 2.8482 \times 10^{-7} \phi^5 - 6.8655 \times 10^{-5} \phi^4 + 5.8497 \times 10^{-3} \phi^3 - 0.23196 \phi^2 + \\ &+ 6.8897 \phi - 170.99 \end{aligned} \quad (7.19)$$

Essa expressão de ΔK_I é obtida conforme expressão para trinca de superfície proposta em Newman e Raju (1981), onde f_w é o fator de correção para placas com largura finita e g é uma função obtida por julgamento de engenharia, ajustando dados que dependem de $\phi, a/t, a/c$. Portanto, na expressão (7. 15), $g f_w / \sqrt{Q}$ originam a função de geometria para esta solução de FIT.

Complementarmente, em trincas longas, que são simplificadas por curvas quarto-elípticas não-concêntricas (ver Figura 5.9 (b)), deve-se utilizar $\phi = 90^\circ$ na expressão (7. 15) no trecho com profundidade constante simplificada assumido paralelo às superfícies da placa, pois o FIT é constante neste trecho e igual à magnitude alcançada no semi-eixo a ($\phi = 90^\circ$) da curva-elíptica não concêntrica.

Tabela 7.4 – Fatores de geometria utilizados na solução geral do FIT, onde c é o semi-eixo da elipse.

	a/c	a/t	a [mm]	c [mm]
Marca01	0.66	0.30	2.68	3.96
Marca02	0.55	0.42	3.49	6.39
Marca2a	0.55	0.45	3.96	7.17
Marca3a	0.45	0.56	4.93	11.03
Marca4a	0.40	0.63	5.54	13.37
Marca03	0.42	0.70	6.20	14.73

7.5. Estimativa da vida à fadiga no CP01

Na seção anterior foram feitas estimativas de FIT. Para se conhecer a eficiência destas estimativas, deve-se prever a vida e comparar com os dados medidos durante o ensaio do corpo-de-prova analisado, CP01.

Convencionalmente, essa previsão de vida é feita com as estimativas de FIT e curva $da/dN - \Delta K$ de um corpo-de-prova padrão sob tração usinado com o mesmo material, que traz informações das propriedades à fadiga do material. Note que sob tração, a trinca cresce com geometria passante. Por outro lado, sob flexão pura, a trinca, independente da sua geometria inicial, torna-se uma trinca de canto.

A dificuldade desta previsão é que em diversos trabalhos (ver Capítulo 1) foram obtidas as taxas de crescimento da trinca passante superiores às taxas de crescimento da trinca de canto. Por esta razão, nesta seção é apresentada esta previsão de vida, calculando o FIT com as expressões da Seção 7.4, extraindo os dados de carregamento e geometria do CP01. Além disso, são discutidas as taxas de crescimento obtidas em cada geometria da frente da trinca (trinca passante e trinca de superfície). Finalmente, utiliza-se o fator de intensidade de tensão efetivo para melhorar a previsão de vida.

7.5.1. Valores aceitáveis

Em Newman & Raju (1981; 1982) foram sugeridas expressões de fator de intensidade de tensão para trincas de superfície. Para obter essas expressões, foram efetuadas investigações comparando tensões experimentais e tensões calculadas numericamente. Foi observado que existe uma faixa de valores aceitáveis entre essas duas tensões. No caso de tensões calculadas usando o método dos elementos finitos, essa faixa de valores aceitáveis é +/- 10%.

7.5.2. Curvas $da/dN - \Delta K$

Neste trabalho foram efetuadas duas amostras de corpos-de-prova sob tração para determinar a curva $da/dN - \Delta K$ do material ASTM A36, os ajustes desta curva estão no Apêndice 2. Nesta seção, são usados os ajustes da segunda amostra de corpos-de-prova. Entretanto, por causa da dispersão dos dados medidos nestes ensaios, foram feitos três ajustes $da/dN - \Delta K$. Um ajuste considera a média dos dados obtidos, que é chamado de ajuste por pontos médios, e outro ajuste considera uma distribuição de Gauss dos pontos medidos e confiabilidade de 97.72% para obter os pontos inferiores e ajustar a curva $da/dN - \Delta K$.

Assim, o modelo de $da/dN - \Delta K$ de ajuste dos pontos médios é

$$\frac{da}{dN} = 9.702 \times 10^{-13} \Delta K^{2.975} \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 + 0.42R)}{(1 - R)} \right]^{0.683} \quad (7.20)$$

onde $\Delta K_{th} = 8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R = 0.1$. Os dados $da/dN - \Delta K$ são obtidos em m/ciclos. O ajuste de $da/dN - \Delta K$ nos pontos inferiores é

$$\frac{da}{dN} = 2.687 \times 10^{-13} \Delta K^{3.49} \left(\frac{\Delta K - (1 - 76.915R)}{(1 - R)} \right)^{0.292} \quad (7.21)$$

onde $R = 0.1$. Adicionalmente, para os pontos médios, foi feito ajuste dos dados com a equação de Paris. Esse ajuste foi obtido por

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-13} \Delta K^{3.955}. \quad (7.22)$$

7.5.3.

ΔK na superfície inferior da placa e na profundidade da trinca

Para se prever a vida a fadiga, deve-se estimar precisamente o fator de intensidade de tensão. Nesta seção são apresentadas as magnitudes de fator de intensidade de tensão, $\Delta K_{I,c}$, usando a expressão (7. 11) e o fator de intensidade de tensão, $\Delta K_{I,a}$, utilizando a expressão (7. 13). Essas magnitudes são determinadas com as tensões do carregamento aplicado remotamente no CP01 e dimensões deste corpo-de-prova.

Na Figura 7.15 e na Figura 7.16 são ilustradas $\Delta K_{I,c}$ e $\Delta K_{I,a}$, respectivamente. As legendas nessas figuras indicam o carregamento $\Delta\sigma$ aplicado remotamente.

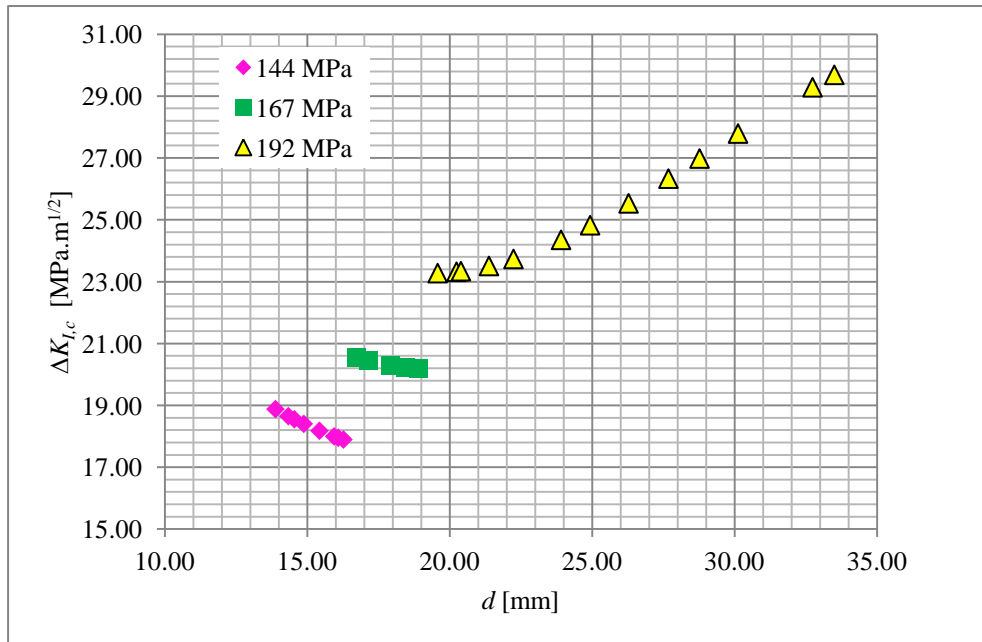


Figura 7.15 – Fator de intensidade de tensão em C no CP01.

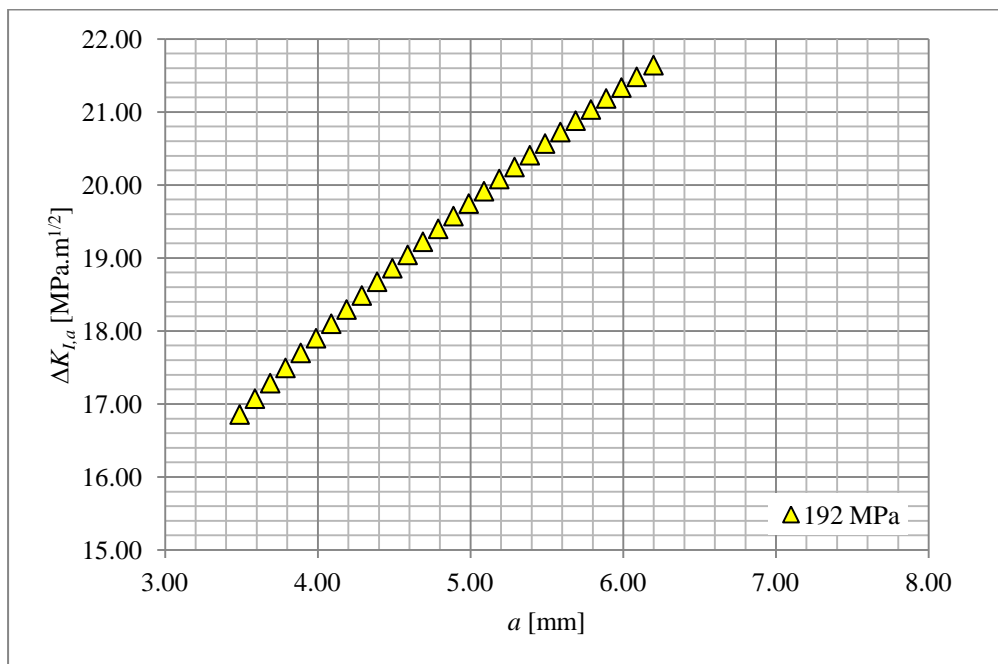


Figura 7.16 – Fator de intensidade de tensão em A no CP01.

7.5.4. Comparação das taxas de propagação

Nesta seção são comparadas as taxas de propagação obtidas no ensaio de tração e ensaio de flexão pura do CP01. A motivação em desenvolver esta seção é avaliar as taxas de crescimento em toda a frente da trinca usando as estimativas de FIT feitas na Seção 7.4. Os incrementos da trinca são determinados com a distância Δa entre as marcas na Figura 7.14. Já os incrementos de ciclos ΔN medidos são calculados durante ensaio dos corpos-de-prova na superfície inferior da placa. Assim, é possível estimar as taxas de crescimento em toda a frente da trinca.

Nesta seção determinam-se primeiro as taxas de crescimento em C e em A (ver Figura 2.7). Depois, avaliam-se as taxas de crescimento em três trajetórias ao longo da trinca de canto.

Durante todo o ensaio, os dados d vs. N foram coletados apenas na superfície inferior da placa. Esses dados foram medidos constantemente no ensaio. Todavia, o FIT é na interseção da trinca com a superfície inferior é estimado por extrapolação de um polinômio de ajuste, ocasionando incertezas no FIT.

Além disso, o crescimento da trinca de canto é complexo, porque envolve uma trajetória em um plano. Por exemplo, em uma posição inicialmente próxima a superfície inferior da placa, poderia alcançar uma localização no trecho curvo da trinca de canto, ao final da sua trajetória (por exemplo, ver a trajetória 3 na Figura 7.17). Entretanto, nas estimativas de taxa de crescimento na superfície inferior da placa é adotado que a trinca tem uma trajetória que se mantém na superfície inferior da placa. Essas duas trajetórias são ilustradas na Figura 7.17.



Figura 7.17 – Trajetórias da trinca adotada na superfície inferior da placa e trajetória 3.

Para se obter as taxas de propagação do ensaio de flexão pura, foram utilizados os dados de d vs. N coletados durante o ensaio deste corpo-de-prova. Esses dados são ilustrados na Figura 7.18 e são ajustados por

$$d = 8 \times 10^{-27} N^4 - 10^{-20} N^3 + 3 \times 10^{-15} N^2 + 4 \times 10^{-9} N + 1.38 \times 10^{-2}, \quad (7.23)$$

onde d é o comprimento da trinca na superfície inferior da placa e N é o número de ciclos acumulado.

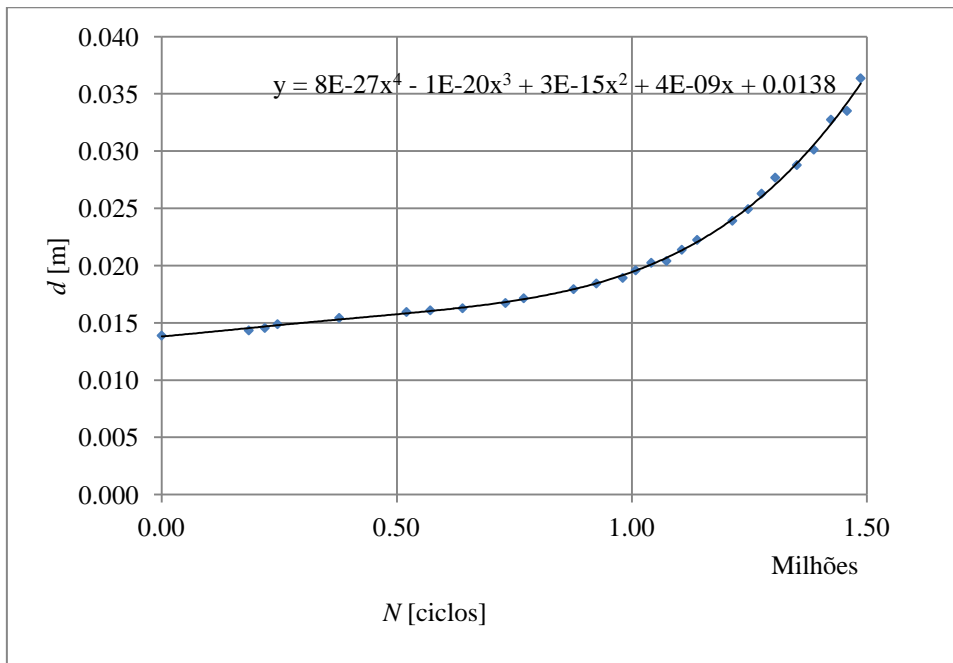


Figura 7.18 – Ajuste polinomial dos dados d vs. N coletados durante ensaio no CP01.

Os dados $da/dN - \Delta K$ na superfície inferior da placa são determinados com o fator de intensidade de tensão na expressão (7. 11) e com taxas de propagação da/dN com a expressão (7. 23). O único dado $da/dN - \Delta K$ na profundidade da trinca é obtido com a diferença Δa entre a marca 03 e 02 do CP01, ΔN foi obtido nestas marcas na superfície inferior da placa. Adicionalmente, o FIT em A é calculado com a expressão (7. 13).

Esses dados são comparados com os ajustes das taxas de propagação apresentadas na Seção 7.5.2 e são mostrados na Figura 7.19. A legenda Hall 4 parametros, C(t) Paris e Hall 4P inferior referem-se às expressões (7. 20), (7. 22) e (7. 21), respectivamente.

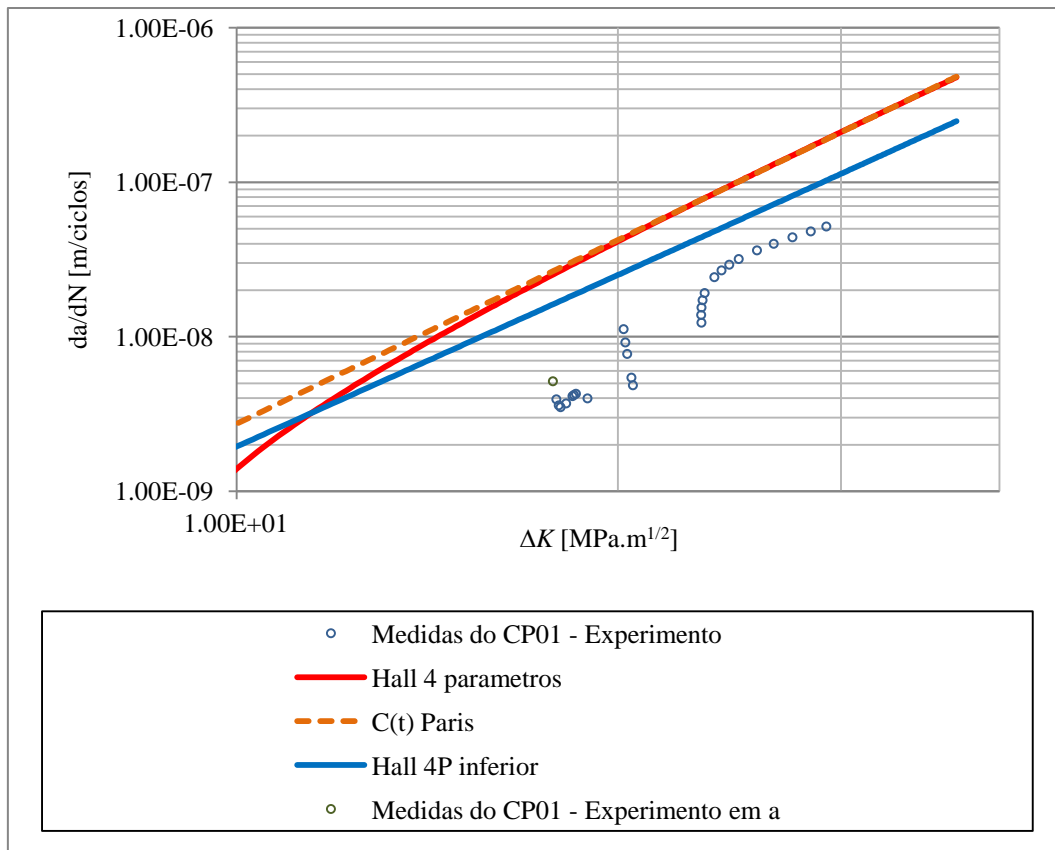


Figura 7.19 – Comparação das taxas de propagação no corpo-de-prova padrão sob tração (trinca passante) e taxas de propagação no CP01 (trinca de superfície), localizadas em A e em C.

Complementarmente, são definidas três trajetórias de trinca usando as geometrias simplificadas introduzidas no Capítulo 4. Essas geometrias foram previamente mostradas na Figura 7.14. Na Figura 7.20, elas são novamente ilustradas com as três trajetórias. Note que cada trajetória inicia na marca 01 com ângulo ϕ escolhido aleatoriamente. A partir desta marca, a direção de crescimento é normal a marca i com o incremento de trinca Δa determinado como o comprimento do vetor nesta direção de crescimento partindo da marca i até a marca subsequente. Por esta razão, o ângulo ϕ muda e ele é determinado a partir do centro X do CP01 ($X = 11.89$ mm), usando as simplificações de geometria mostradas no Capítulo 4. Na Tabela 7.5 estão disponíveis esses ângulos, que são utilizados para determinar ΔK_i na expressão (7. 15).

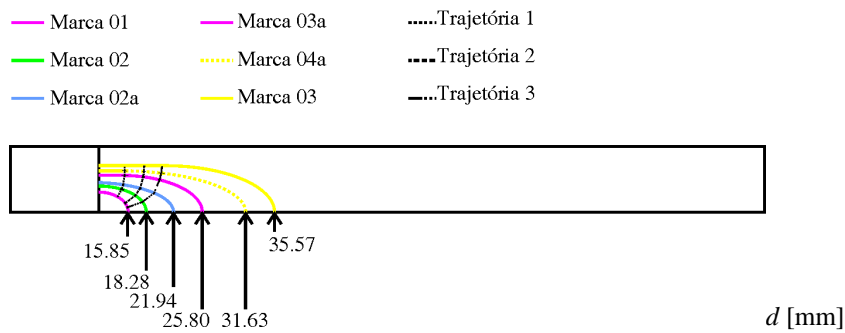


Figura 7.20 – Trajetórias de crescimento da trinca partindo da marca 01, usando direção de crescimento normal a marca atual.

Tabela 7.5 – Ângulo ϕ [em graus] determinado nas trajetórias usadas para determinar as taxas de crescimento na trinca de superfície.

	Marcas	Trajetoária 01	Trajetoária 02	Trajetoária 03
ϕ [°]	Marca 01	50	26	14
	Marca 02	61	39	23
	Marca 02a	68	54	40
	Marca 03a	87	76	61
	Marca 04a	88	79	71

Desta forma, relaciona-se o número de ciclos acumulados N medidos na superfície inferior da placa com as marcas, obtendo-se o ΔN . Entretanto, nas marcas do CP07, devem-se remover os ciclos adicionais oriundos de retardos ocasionados pelos blocos de subcargas (decréscimo do carregamento $\Delta\sigma$ remotamente aplicado). Isto pode ser realizado com os dados de comprimento de trinca d na marca 02a, 03a e 04a e expressão (7. 23), para calcular o N nestas marcas usando a curva d vs. N do CP01.

Os ciclos calculados são indicados na Tabela 7.6. A comparação entre curvas d vs. N do CP01 e CP07 é mostrada na Figura 7.21. Com o N estimado de acordo com a curva d vs. N do CP01, pode-se determinar o ΔN . Adicionalmente, na Tabela 7.6 também se encontra o resumo dos dados para estimar as taxas de propagação nessas trajetórias.

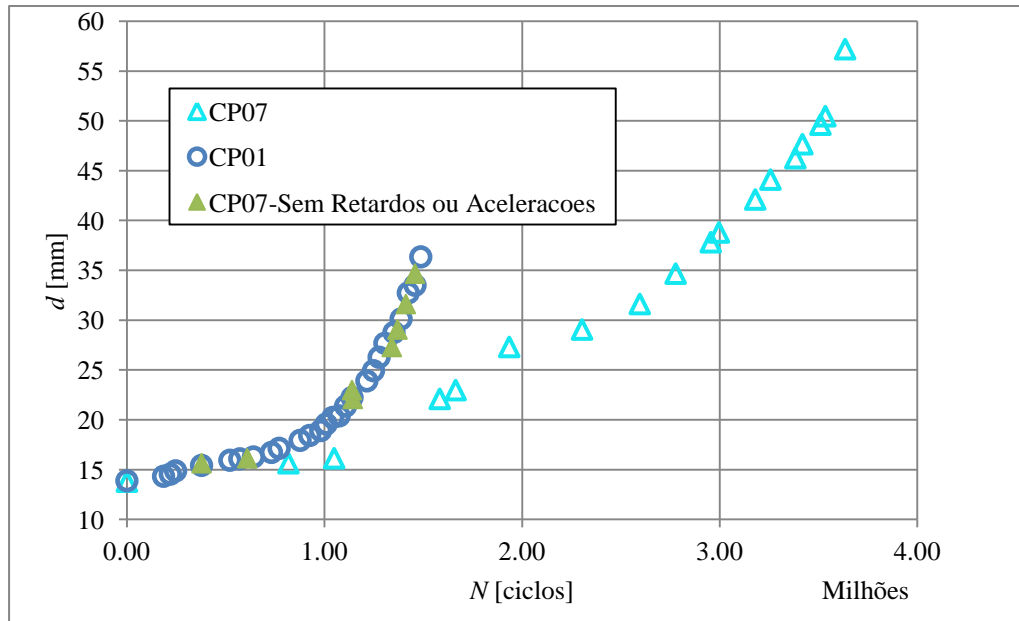


Figura 7.21 – Determinação do número de ciclos acumulados nas marcas do CP07 eliminando retardos ou acelerações.

Tabela 7.6 – Resumo da geometria da trinca nas marcas usadas na expressão de ΔK_I .

CP	Marcas	x_c [mm]	a [mm]	c [mm]	a/c^*	a/t	d [mm]	N [ciclos]
CP01	Marca 01	-	2.68	3.96	1.08	0.30	15.85	0.69×10^6
	Marca 02	-	3.49	6.39	0.77	0.42	18.28	0.98×10^6
	Marca 03	20.79	6.20	14.73	0.28	0.70	35.57	1.49×10^6
CP07	Marca 02a	-	3.96	7.17	0.53	0.45	21.94	1.14×10^6
	Marca 03a	-	4.93	11.03	0.43	0.56	25.80	1.34×10^6
	Marca 04a	16.49	5.54	13.37	0.32	0.63	31.63	1.41×10^6

De posse de da/dN e ΔK_I , para cada trajetória, na Figura 7.22 comparam-se as taxas de crescimento na trinca de canto com as taxas de crescimento previamente mostradas na Figura 7.19. Com essa comparação, percebe-se a influência do caminho da trinca durante o crescimento. Quando a hipótese de direção normal de crescimento da trinca é feita na trinca de canto, as taxas de crescimento são mais altas do que as taxas de crescimento nas extremidades da trinca de canto (em A e C).

A previsão da vida pode ser influenciada por uma hipótese de trajetória da trinca inconsistente com a trajetória nos corpos-de-prova. Por este motivo, em trabalhos futuros, dever-se-ia executar ensaios em diversos corpos-de-prova sob carregamento de flexão com amplitude constante e interromper esses ensaios em

diferentes comprimentos d . Após o ensaio, o corpo-de-prova seria quebrado em nitrogênio líquido e a geometria da trinca de canto poderia ser mapeada. Com essas geometrias, deveriam ser feitas diversas hipóteses de trajetória da trinca, para se conhecer a melhor hipótese de crescimento em trincas de superfície.

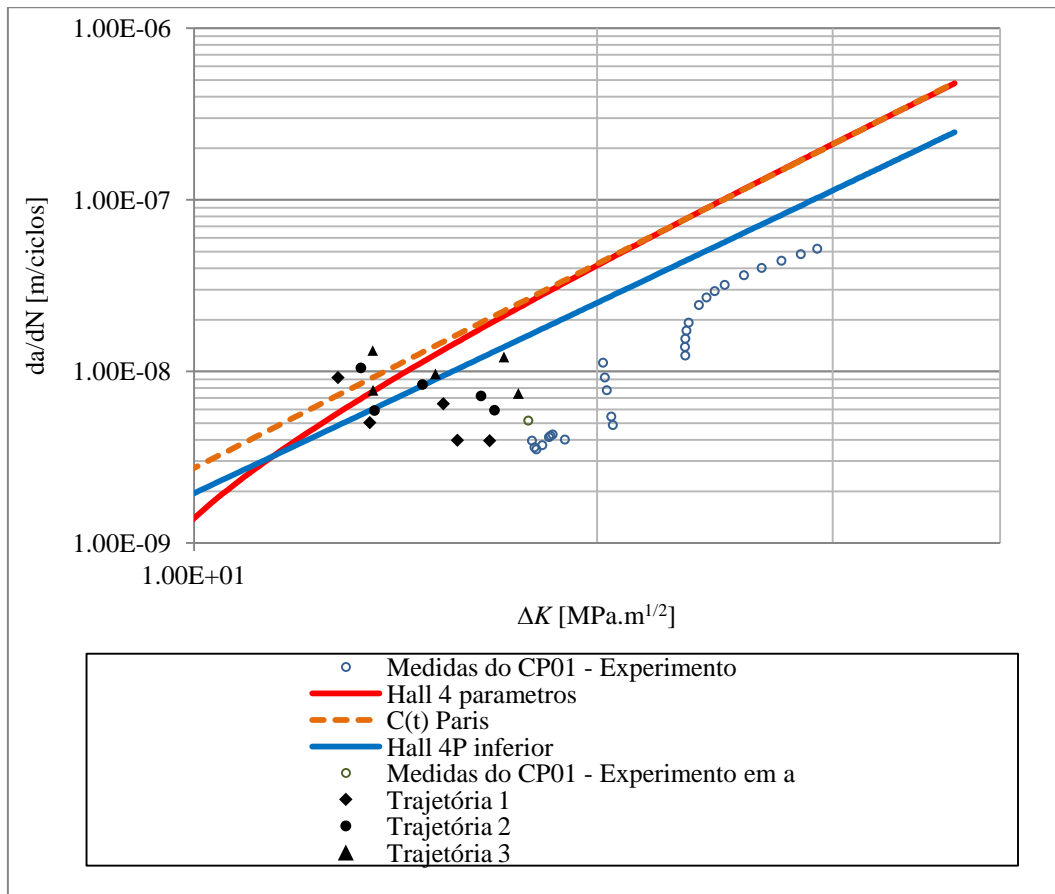


Figura 7.22 – Taxas de propagação ao longo das trajetórias 1, 2 e 3.

7.5.5. Previsão de vida à fadiga

Primeiramente, é feita a estimativa da vida na superfície inferior do CP01 e compara-se com os dados medidos neste corpo-de-prova, esta previsão é ilustrada na Figura 7.23. Os dados de FIT foram previamente calculados na Seção 7.5.3 e as curvas de crescimento da trinca usadas nesta previsão, foram mostradas na Seção 7.5.2.

Os números de ciclos acumulados com a curva de propagação da trinca do CP sob tração e razão entre dados obtidos a partir da simulação numérica e dados experimentais coletados são resumidos na Tabela 7.7.

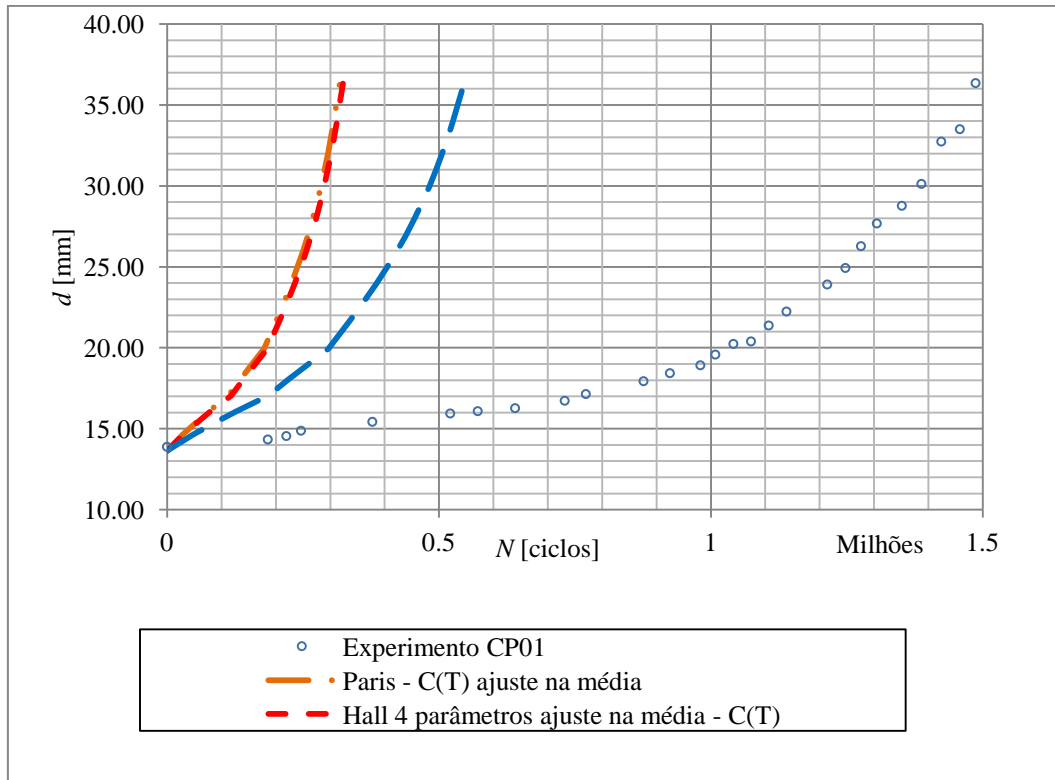


Figura 7.23 – Comparação de d vs. N com previsão numérica da vida usando $\Delta K_{I,c}$ e medidas do ensaio no CP01.

Os resultados apresentados na Figura 7.23 são conservadores, onde a trinca na predição numérica cresce mais rápido que o crescimento medido no CP01. Esta predição alcançou a razão entre número de ciclos da predição N e número de ciclos medidos no experimento N_{exp} semelhante a predição realizada no Capítulo 6, executada com incrementos discretos de trinca. Isto mostra que o FIT nestas duas predições é semelhante.

Na Figura 7.24 são apresentadas as estimativas de vida entre a marca 02 e 03 em A. Complementarmente, as razões entre dados obtidos a partir da simulação numérica e dados experimentais estão disponíveis na Tabela 7.8. Novamente, os resultados são conservadores e na Seção 7.5.6 serão tratados com parâmetros de fechamento por Elber (1970).

Tabela 7.7 – Resumo das estimativas totais do número de ciclos N usando expressão de $\Delta K_{I,c}$ e taxas de propagação de um corpo-de-prova padrão sob tração.

Início da previsão	Pré-trinca	
	N (ciclos)	N / N_{exp}
Dados considerados		
Experimentos CP01	1.49×10^6	1.00
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Paris nos pontos médios	0.32×10^6	0.22
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Hall nos pontos médios	0.33×10^6	0.22
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Hall nos pontos inferiores	0.55×10^6	0.37

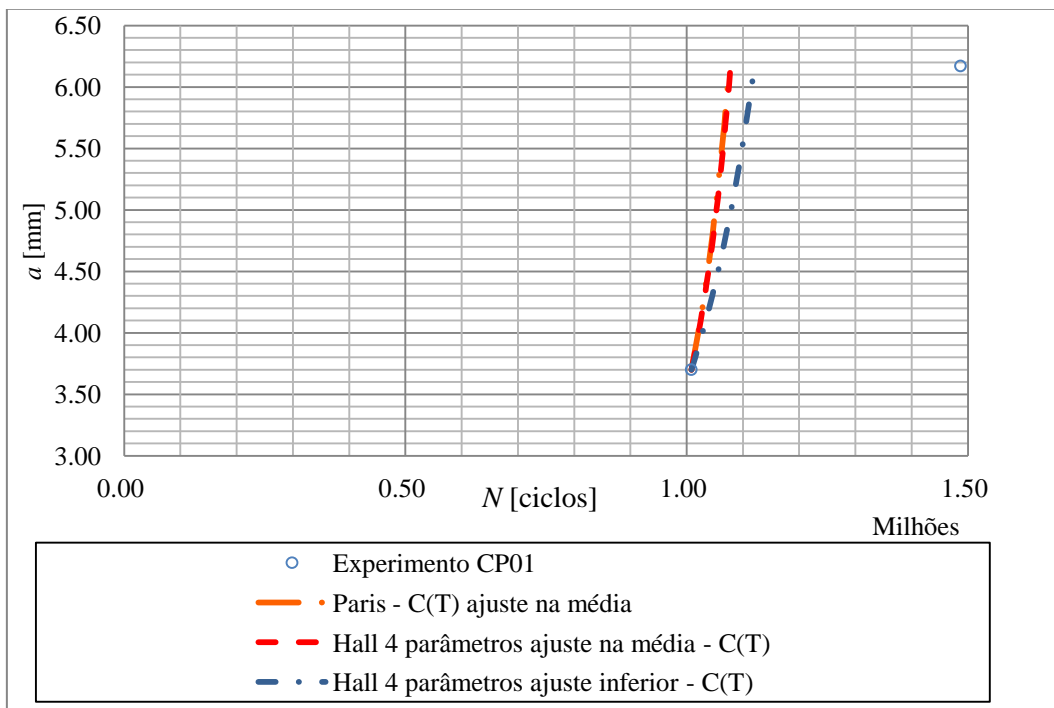


Figura 7.24 – Comparação de a vs. N com previsão numérica da vida usando $\Delta K_{I,a}$ e medidas do ensaio no CP01.

Tabela 7.8 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos usando expressão de $\Delta K_{I,a}$ e diversos ajustes das taxas de propagação realizadas em um ensaio de tração.

Início da previsão	Marca 02	
	N (ciclos)	N / N_{exp}
Dados considerados		
Experimentos CP01	0.48×10^6	1.00
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Paris nos pontos médios	0.07×10^6	0.14
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Hall nos pontos médios	0.07×10^6	0.15
da/dN- ΔK – corpo-de-prova CT, ajuste de Hall nos pontos inferiores	0.11×10^6	0.23

As razões entre N/N_{exp} são comparadas com a medida realizada na marca 2 e marca 3, por isso são N_{exp} é igual a 0.48×10^6 . As razões N/N_{exp} são menores em A do que as razões em C. A profundidade da trinca não é acompanhada durante o experimento. Assim, a medida de incremento de trinca não é realizada em pequenos intervalos. Além disso, a estimativa do fator de intensidade de tensão, que é feita por extrapolação de valores, não alcança a profundidade de 90° . A geometria inicial da trinca passante (pré-trinca) do CP01 é ligeiramente inclinada. Isto pode interferir na direção de crescimento na profundidade da trinca, pois $\Delta K_{I,a}$ foi determinado em uma direção normal às superfícies da placa, ou seja, para uma trajetória reta e não ligeiramente inclinada. Neste caso, essa simplificação pode ser inadequada para crescimento em A.

7.5.6. Correção do fator de intensidade de tensão

Uma análise de propagação de trinca por fadiga requer algumas entradas de dados como, por exemplo, propriedade do material, precisão no fator de intensidade de tensão, tamanho da trinca, curva de taxa de propagação ($da / dN - \Delta K$). A qualidade do resultado final depende da qualidade de cada uma destas entradas de dados.

Assumindo-se que todas essas entradas de dados são satisfatórias, diferenças obtidas na estimativa de vida podem ser explicadas por algum mecanismo que

alterou a magnitude do fator de intensidade de tensão, decorrente de uma frente de trinca não completamente aberta. Assim, muitas vezes são considerados os fatores de intensidade de tensão efetivo. Essa solução será utilizada neste trabalho.

O conceito de fechamento da trinca utiliza ΔK_{eff} que é obtido experimentalmente para diversas razões de tensão R . Entretanto, neste trabalho, a $da/dN - \Delta K$ foi obtida apenas para $R = 0.1$. Por este motivo, utiliza-se uma razão $U (R = 0.1)$ encontrada em Schijve (1988) para corpos-de-prova com trinca passante sob tração. Esta razão U foi apresentada no Capítulo 3 para o aço médio e aplicando as expressões (3.12) e (3.13) com $R = 0.1$, resulta, respectivamente, em $U = 0.74$ e 0.71 . Nesta correção de FIT é adotado o valor $U = 0.74$ para relacionar $\Delta K_{eff} / \Delta K_I$, onde ΔK_I é o FIT determinado no corpo-de-prova sob tração (trinca passante). Assim, a taxa de propagação ajustada com a Lei de Paris no corpo-de-prova padrão (ver Apêndice 2) é

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-13} \Delta K^{3.955}. \quad (7.24)$$

Usando $\Delta K_{eff} = U \Delta K$, com $U = 0.74$, obtém o ajuste da Lei de Paris como

$$\frac{da}{dN} = 10 \times 10^{-13} \Delta K_{eff}^{3.954}. \quad (7.25)$$

Esses ajustes são apresentados na Figura 7.25.

Por outro lado, existe uma razão U que relaciona ΔK_{eff} e $\Delta K_{I,sup}$ ($U = \Delta K_{eff} / \Delta K_{I,sup}$). Esta razão U , entretanto, pode não depender apenas de R e ter magnitudes diferentes ao longo da frente da trinca de canto. Para se distinguir U em uma trinca passante (corpo-de-prova sob tração) e o U em um trinca de canto (corpo-de-prova sob flexão), adota-se a nomenclatura U para trinca passante e U_{sup} para relacionar ΔK_{eff} e $\Delta K_{I,sup}$, onde $\Delta K_{I,sup}$ são $\Delta K_{I,c}$ e $\Delta K_{I,a}$.

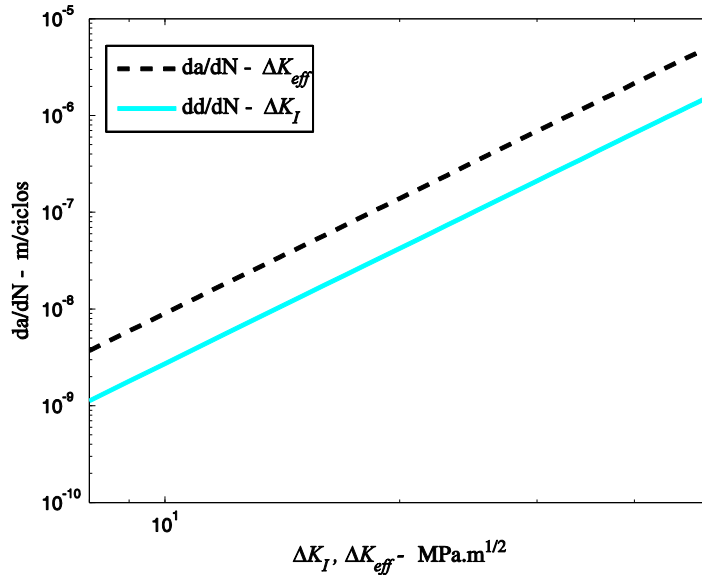


Figura 7.25 – Taxas de crescimento do aço ASTM A36 ajustadas com lei de Paris $da/dN - \Delta K_I$ e $da/dN - \Delta K_{eff}$.

O procedimento de cálculo do fator de correção exibido na Tabela 7.9 é: (i) extraí taxas de crescimento da/dN do ensaio de flexão no CP01; (ii) estimativa de ΔK_I utilizando taxas de crescimento obtidas em (i) e o ajuste das taxas de crescimento $da/dN - \Delta K$ de um ensaio de tração (expressão (7. 24)); (iii) determina ΔK_{eff} com $\Delta K_{eff} = U \Delta K_I$, onde $U = 0.74$; (iv) calcula $\Delta K_{I,c}$ a partir da expressão (7. 11) com d_i do ensaio de flexão; e (v) obtém U_{sup} empregando $\Delta K_{eff} - \Delta K_{eff,num} = 0$, onde $\Delta K_{eff,num} = U_{sup} \Delta K_{I,c}$. Complementarmente, o fator de intensidade de tensão de abertura K_{op} é a diferença entre K_{max} e ΔK_{eff} .

O mesmo procedimento de cálculo é aplicado em A na frente da trinca de canto, determinando $\Delta K_{I,a}$ com a expressão (7. 13). Os dados obtidos estão na Tabela 7.10.

Na Figura 7.26 são exibidas as distribuições discretas do K_{op} em relação à K_{max} . Note que $K_{max} = \Delta K / (1 - R)$. Na Figura 7.27 relacionam-se os valores de U_{sup} e $\Delta K_{I,sup}$, conforme apresentados na Tabela 7.9 e Tabela 7.10.

O ajuste do coeficiente U_{sup} na Figura 7.27 é realizado com a expressão

$$U_{sup} = 6.8722 \times 10^{-3} \Delta K_{I,sup}^{1.0497} + 0.3444, \quad (7. 26)$$

onde $\Delta K_{I,sup}$ são $\Delta K_{I,c}$ e $\Delta K_{I,a}$.

Em trabalhos futuros, devem-se estudar a influencia de diferentes razões R , diversas espessuras t de placa e comprimento de entalhe na estimativa U_{sup} para se generalizar a sua aplicação.

Tabela 7.9 – Dados usados para determinar U_{sup} na interseção de trinca com a superfície inferior.

da/dN	Trinca passante C(T) - $U = 0.74$		Trinca de superfície			
	ΔK_I [MPa]	ΔK_{eff} [MPa]	$\Delta K_{I,c}$ [MPa]	d [mm]	U_{sup}	K_{op} [MPa]
4×10^{-9}	11.01	8.15	17.80	16.64	0.53	11.36
1×10^{-8}	13.90	10.29	20.25	19.44	0.51	12.03
2×10^{-8}	16.55	12.25	23.33	20.25	0.50	13.34
3×10^{-8}	18.00	13.32	24.24	23.63	0.50	13.33
3.5×10^{-8}	19.06	14.10	24.93	25.14	0.50	13.44
4×10^{-8}	19.71	14.59	25.87	26.89	0.50	13.94
4.6×10^{-8}	20.42	15.11	27.05	28.89	0.50	14.58
5×10^{-8}	20.86	15.44	28.41	31.17	0.50	15.94
5.8×10^{-8}	21.66	16.03	29.82	33.77	0.50	16.73

Tabela 7.10 – Dados usados para determinar U_{sup} em A.

da/dN	Trinca passante C(T) $U = 0.74$		Trinca de superfície				
	ΔK_I [MPa]	ΔK_{eff} [MPa]	$\Delta K_{I,a}$ [MPa]	d [mm]	U_{sup}	K_{op} [MPa]	a [mm]
2.79×10^{-9}	10.05	7.44	14.93	15.85	0.50	9.03	2.68
2.89×10^{-9}	10.15	7.51	17.65	18.28	0.43	11.84	3.49
4.92×10^{-9}	11.61	8.59	18.80	21.94	0.46	12.00	3.96
8.60×10^{-9}	11.68	8.64	20.98	25.80	0.42	14.31	4.93
8.74×10^{-9}	17.66	13.07	22.24	31.63	0.58	11.50	5.54

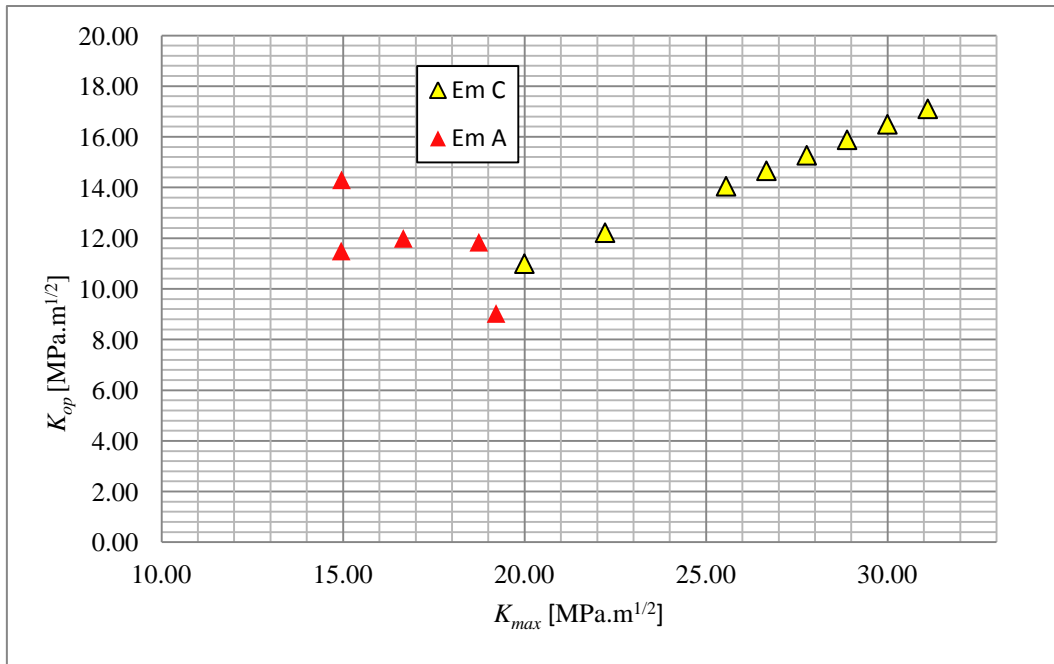


Figura 7.26 – Gráfico K_{max} vs. K_{op} em A e em C.

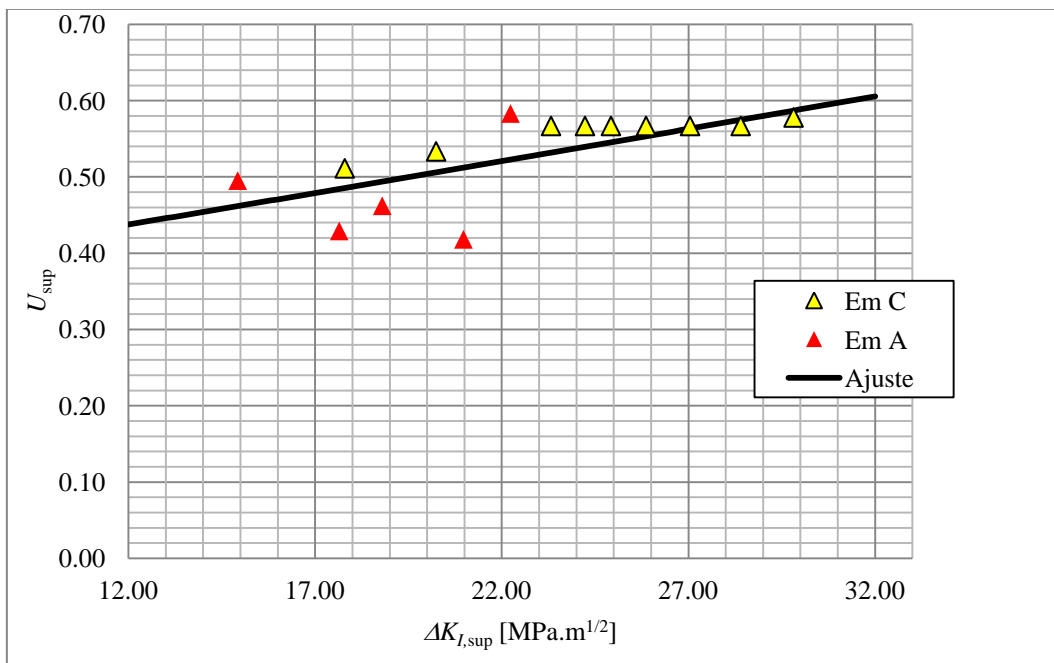


Figura 7.27 – Gráfico U_{sup} vs. $\Delta K_{I,sup}$ em A e em C.

Finalmente, a curva d vs. N é reconstruída com os seguintes passos: (i) utiliza-se a expressão de $\Delta K_{I,c}$ definida na expressão (7. 11) em d_i ; (ii) determina-se ΔK_{eff} , onde $\Delta K_{eff} = U_{sup} \Delta K_{I,c}$, usando a expressão (7. 26); (iii)

substitui ΔK_{eff} na curva $da/dN - \Delta K_{eff}$ (expressão (7. 25)) e encontra-se da/dN ; (iv) a partir desta da/dN , estima-se ΔN empregando $\Delta d = d_{i+1} - d_i$. Assim, $\Delta N = \Delta d / (da/dN)$; e (v) $N = \sum \Delta N$. A curva a vs. N utiliza os mesmos passos descritos, onde em (i) se deve empregar $\Delta K_{I,a}$ em a_i (expressão (7. 13)) ao invés de $\Delta K_{I,c}$ em d_i . Essas curvas são apresentadas na Figura 7.28 e Figura 7.29.

Os resultados apresentados na Figura 7.28 e na Figura 7.29 são melhores estimados com as razões entre número de ciclos N e número de ciclos medidos no experimento N_{exp} mais próximas de 1, conforme indicado na Tabela 7.11 e na Tabela 7.12.

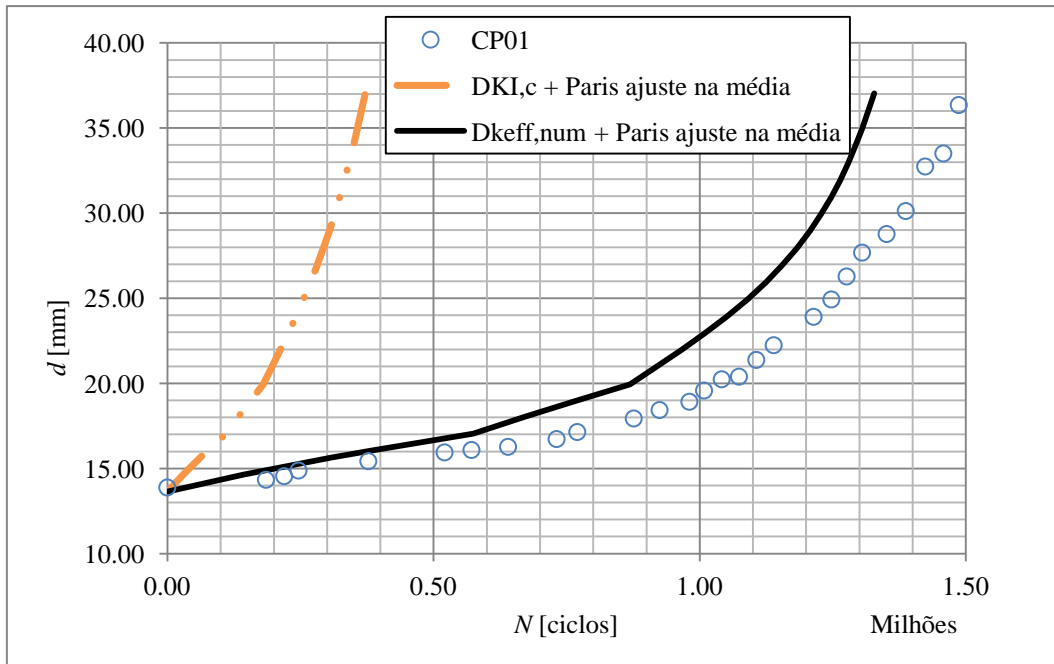


Figura 7.28 – Predição de vida usando ΔK_{eff} em C.

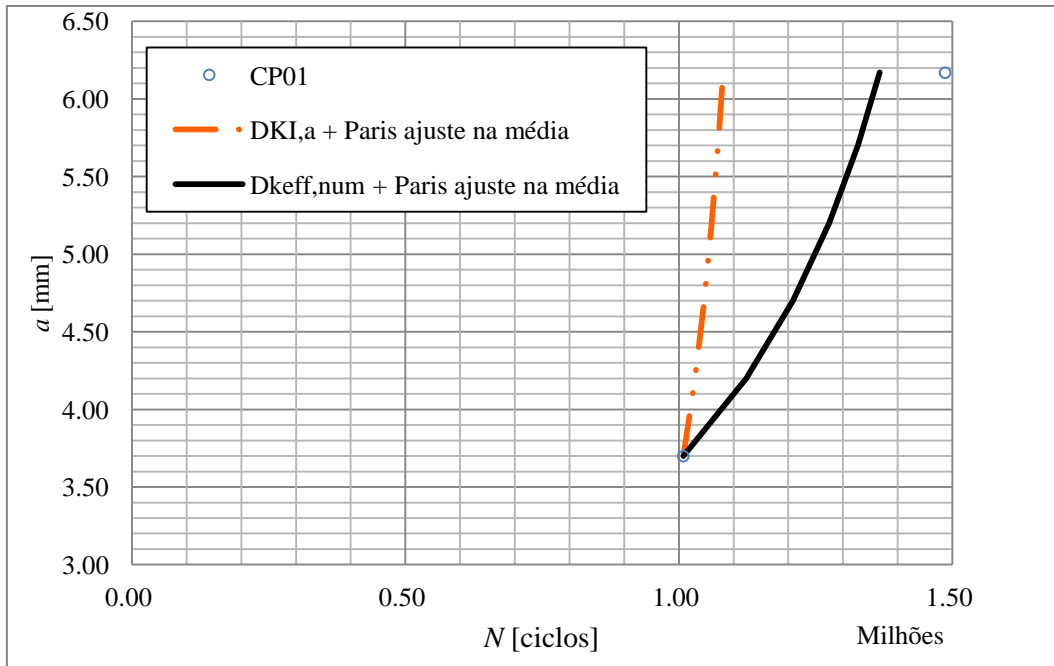


Figura 7.29 – Predição de vida usando ΔK_{eff} em A.

Tabela 7.11 – Razão N/N_{exp} usando $\Delta K_{eff, num}$ em C.

Dados considerados	N	N/N_{exp} em C
Experimentos	1.49×10^6	1.00
$\Delta K_{I,c}$ e Paris ajuste na média	0.37×10^6	0.25
$\Delta K_{eff, num}$ e Paris ajuste na média	1.40×10^6	0.94

Tabela 7.12 - Razão N/N_{exp} usando $\Delta K_{eff, num}$ em A entre a marca 02 e 03.

Dados considerados	N	N/N_{exp} em A
Experimentos	0.48×10^6	1.00
$\Delta K_{I,a}$ e Paris ajuste na média	0.07×10^6	0.14
ΔK_{eff} e Paris ajuste na média	0.36×10^6	0.75

8. Comentários e conclusões

O propósito deste trabalho foi realizar um estudo numérico e experimental do crescimento de uma trinca a partir de um defeito inicial que fecha parcialmente as faces da trinca sob ação do carregamento remoto de flexão pura. Por causa deste fechamento, a geometria inicial se altera durante seu crescimento, tornando-se uma trinca de superfície.

O carregamento remoto induz compressão e tração nas faces da trinca. Sob compressão, as faces da trinca se fecham. Portanto, em uma parte das faces da trinca que ocorre problema de contato. Por outro lado, sob tração, a trinca cresce, mudando gradativamente de geometria, tornando-se uma trinca de superfície.

Para conhecer a geometria dessa trinca de superfície, foram executados ensaios em corpos-de-prova de aço ASTM A-36. Esses ensaios foram reproduzidos em um programa computacional com as hipóteses de mecânica da fratura linear elástica em um problema tridimensional para avaliação da distribuição do FIT, pois trinca de superfície é o caso mais simples que deve ser tratado tridimensionalmente. Complementarmente, foram feitas as hipóteses de crescimento de trinca de superfície, que envolvem dados de taxas de crescimento da trinca, distribuição de FIT, incremento máximo de trinca e direção de crescimento.

Ao final deste trabalho foi possível conhecer a eficiência do programa numérico de mecânica da fratura e avaliar as hipóteses simplificadoras usadas. Desta forma, na Seção 8.1 são listadas as principais conclusões e contribuições deste trabalho e na Seção 8.2 são sugeridos futuros trabalhos nesta área.

8.1. Principais conclusões e contribuições

Em relação aos ensaios executados neste trabalho, foram obtidas as seguintes conclusões:

- Após os ensaios, observou-se que a trinca cresceu predominantemente no trecho de sua frente sob tração. De acordo com o esperado, a trinca não cresce no trecho sob compressão, onde ocorre o contato. Além disso, por causa das redistribuições de esforços internos, a trinca cresce inicialmente no trecho sob tração, mas alcança profundidade superior à superfície média da placa.
- Após quebrar o corpo-de-prova, foram observadas duas geometrias distintas da trinca: trinca reta (com geometria remanescente da pré-trinca) e trinca de canto. Na transição dessas duas geometrias existe uma quina.
- Essa geometria de trinca de canto é bem conhecida e esperada em frentes de trincas sob tensões variáveis, mostrando a tendência das trincas procurarem geometrias curvas. Adicionalmente, também pode ser observado outro comportamento bem conhecido em fadiga, que trincas crescem em modo I de fratura. Portanto, durante seu crescimento, a trinca permaneceu em um plano de trincamento que é perpendicular às superfícies da placa.
- Verificou-se que a geometria da trinca de canto não é bem simplificada por curva quarto-elíptica concêntrica, como usualmente aproximada em trincas de canto sob tração cíclica ou tração e flexão cíclica. Por esta razão, neste trabalho, foram propostas simplificações de geometria apenas aplicadas em trincas longas, no caso de corpos-de-prova inicialmente com uma trinca de borda, a partir 25.96 mm de comprimento de trinca na superfície inferior da placa. A simplificação da geometria da trinca foi feita com a combinação de uma curva quarto-elíptica não concêntrica e um trecho de trinca com profundidade constante e igual ao semi-eixo a da curva quarto-elíptica.
- Foi proposta uma expressão empírica para relacionar a profundidade da trinca com o comprimento da trinca, facilitando futuramente o acompanhamento da geometria da trinca de canto durante seu crescimento.

- Blocos de carregamento marcaram nitidamente as frentes curvas da trinca durante seu crescimento e puderam ser usados para relacionar os ciclos medidos com as marcas das frentes, depois de quebrar o corpo-de-prova.

Em relação à avaliação dessas frentes de trincas obtidas nos experimentos, por causa da complexidade da geometria da trinca, não foi possível utilizar soluções fechadas de FIT, por exemplo, as soluções de Newman-Raju. A frente da trinca inicia como uma frente passante e reta e sob carregamento de flexão pura ocasiona fechamento parcial de suas faces, tornando-se uma trinca de canto com um trecho remanescente da trinca inicial.

Para obter a distribuição de FIT na frente da trinca, foi realizado em um programa tridimensional de MFLE empregando a metodologia incremental. Complementarmente, utilizando as geometrias das marcas nos corpos-de-prova, foram investigadas apenas distribuições de FIT. Utilizando a geometria das marcas das trincas, foram desenvolvidas equações aproximadas para o FIT, facilitando a aplicação destas análises na previsão de vidas. Com essas análises, dois assuntos importantes para predição de crescimento puderam ser executados com sucesso: (i) predição da geometria da trinca e (ii) previsão de vida à fadiga. As conclusões sobre os resultados obtidos com as simulações tridimensionais são apresentadas a seguir.

- Diversos testes foram realizados com o intuito de avaliar na geometria da trinca subsequente a influência da distribuição do FIT e a influência dos parâmetros usados nas hipóteses de crescimento. Estes testes serviram para desenvolver sensibilidade a cada variável e/ou hipótese de crescimento. Com estes teste verificou-se que a magnitude do carregamento remotamente aplicado não interfere na predição de geometria da trinca subsequente, pois para incrementos máximos de trinca de 0.25 mm, apenas utiliza a região II da curva $da/dN - \Delta K$.
- Na posição da quina, que é a transição entre a trinca reta remanescentes e trinca de canto, observou-se singularidade numérica. No Capítulo 5, evidenciou a necessidade do tratamento desta singularidade na quina, pois ocasionam geometrias de trinca

inconsistentes com as geometrias obtidas nos corpos-de-prova. Assim, foram propostas três metodologias de tratamento que devem ser incorporadas nas hipóteses de crescimento em um programa numérico.

- Empregando o tratamento de suavização de geometria da frente da trinca no crescimento incremental da trinca inicialmente passante, obtiveram-se geometrias finais da trinca coerentes com a geometria do corpo-de-prova, com desvio máximo de 6% (ver Capítulo 6). Foram realizados dois crescimentos de trinca incrementalmente, avaliando-se as influências da curva $da/dN - \Delta K$ na predição da geometria. Nesta avaliação, obteve-se que caso as curvas $da/dN - \Delta K$ sejam mal estimadas, a distribuição do FIT corrige incrementalmente a geometria da trinca, convergindo para a geometria do corpo-de-prova, mostrando a robustez e eficiência do programa numérico tridimensional.
- Na previsão de vida, são necessárias boas estimativas de curvas $da/dN - \Delta K$ e precisão no FIT.
- No Apêndice 7, são apresentadas as comparações das funções de geometria em C utilizando o FIT normalizado obtido em um crescimento incremental no FRANC3D e o FIT obtido com a geometria das marcas das trincas nos corpos-de-prova. Os resultados são próximos com erro de aproximadamente 10%.
- A previsão da vida foi satisfatória quando se admitiu a hipótese de fechamento elberiano (Elber, 1970). Entretanto, isto não afirma existência deste fechamento, pois não foram medidos em ensaios nestes corpos-de-prova. Todavia, o fechamento proposto por Eber é uma boa técnica para ajustar os resultados numéricos aos resultados dos ensaios.
- Complementarmente, uma hipótese mais geral deve ser usada para o crescimento de uma trinca de superfície, com a direção de propagação que considere o gradiente de tensões.

8.2. Sugestões para futuros trabalhos

Com o suporte de flexão usinado durante esta tese, podem-se realizar experimentos com outros materiais, por exemplo, alumínio. No alumínio podem ser observadas estrias na superfície de trincamento, evitando-se o uso de blocos de cargas para marcar as frentes de trinca.

Futuras investigações serão necessárias para generalizar o coeficiente de correção U_{sup} e as expressões de FIT, utilizando diferentes espessuras de corpos-de-prova, comprimentos de entalhe e comprimentos de pré-trinca.

Na análise numérica, deve-se ainda utilizar a hipótese de comportamento do material elasto-plástico sob compressão. Mesmo assim, sob tração, o crescimento da trinca deve ser tratado com as hipóteses de mecânica da fratura linear elástica. Esta análise deve ser feita quando forem disponíveis frentes de trinca que atravessem duas regiões com comportamento distinto do material no programa FRANC3D.

Adicionalmente, o caminho da trinca no plano de trincamento deve ser cuidadosamente investigado em trabalhos numéricos e experimentais.

Referências bibliográficas

- Agência Estado. Falha no motor provocou queda do avião da NoAr from Agencia Estado. Disponível em: <<http://g1.globo.com/brasil/noticia/2011/09/falha-no-motor-provocou-queda-do-aviao-da-noar.html>>. Acesso em: 02 ago. 2012.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E647-00**: Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. United States, 2000.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E8M-04**: Standard test methods for tension testing of metallic materials [Metric]. United States, 2004.
- Anderson, T. L. (2005). **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3rd Edition. CRC Press.
- Banks-Sills, L., Sherman, D. (1992). On the computation of stress intensity factors for three-dimensional geometries by means of the stiffness derivative and J-integral methods. *International journal of fracture*, **61**(1), 1-20.
- Barson, J. M.; Rolfe, S. T. (1999). **Fracture and Fatigue Control in Structures: Applications of Fracture Mechanics**. 3rd Edition. USA: ASTM.
- Bathe, K. J. (1996). **Finite Element Procedures**. New Jersey: Prentice Hall.
- Bazant, Z.P. and Estenssoro, L.F. (1979). Surface singularity and crack propagation. *International Journal of Solids and Structures*. **15**, 405–426.
- Budiansky, B.; Rice, J. (1973). Conservation laws and energy-release rates. *Journal of Appl. Mechanics*, (March), 201–203.
- Carter, D. L., Canda, W. R., and Blind, J. A. (1990). Experimental evaluation of stress-intensity solutions for surface flaw growth in plates. *Surface-crack growth: Models, Experiments, and Structures, ASTM STP 1060*, W. G. Reuter, J. H. Underwood, and J. C. Newman, Jr., Eds. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 215-236.
- Carter, B. J., Wawrzynek, P. a., Ingraffea, A. R. (2000). Automated 3-D crack growth simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **47**(1-3), 229-253.

- Castro, J. T. P.; Meggiolaro, M. A. (2009). **Fadiga – Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**, Volume I e Volume II. CreateSpace, Scotts Valley: USA.
- Corbani, S.; Miranda, A. C. O.; Martha, L. F.; Castro, J. T.; Carter, B. J. (2010). Investigations in a cracked plate under bending. *In: 31th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Buenos Aires: AMCA, 2010. v. XXIX.
- Dempsey, J.P.; Shekhtman, I. I., Slepyan, L. I. (1998). Closure of a through crack in a plate under bending. *International Journal of Solids and Structures*. **35**, N. 31-32, 4077-4089.
- Dill, H. D.; Saff, C. R. (1978). Environment-load interaction effects on cracks growth. *AFFDL-TR-78-137*, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH, Nov., pp. 161-182.
- Elber, W. (1970). Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, **2**, pp. 37-45.
- Erdogan, F.; Tuncel, O.; Paris, P. (1962). An experimental investigation of the crack tip stress intensity factors in plates under cylindrical bending, *Journal of Basic Engineering*. **84**, 542-546.
- FRANC3D/NG Version 6.0 Reference Manual (2010).
<http://www.fracanalysis.com/Franc3D_Documentation/>. Acesso em: 09 set. 2012.
- Furukawa, C., Bucalem, M., & Mazella, I. (2009). On the finite element modeling of fatigue crack growth in pressurized cylindrical shells. *International Journal of Fatigue*, **31** (4), 629-635.
- Ghahremani, F. and Shih, C.F. (1992). Corner singularities of three-dimensional planar interface cracks. *Journal of Applied Mechanics*. **59**, 61–68.
- Griffith, A. A. (1920). The phenomenon of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions series A*. **221**, 163-198.
- Hall, L. R.; Shah, R. C.; Engstrom, W. L. (1974). Fracture and fatigue crack growth behavior of surface flaws and flaws originating at fastener holes. *AFFDL-TR-74-47*.
- Hartranft, R.; Sih, G. C. (1968). Effect of plate thickness on the bending stress distribution around through cracks. *Journal of Mathematics and Physics*, **47** (3), 276–291.
- Hibbitt, D.; Karlsson; B.; Sorensen, P. (1996). ABAQUS/Standard User's manual, version 5.6. Pawtucket, R.I.

- Ingraffea, A. R.; Manu, C. (1980). Stress-intensity factor computation in three dimensions with quarter-point elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **15** (10), 1427–1445.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*. **24**, 361-370.
- _____. (1962). Crack extension force for a part-through crack in a plate. *Journal of Applied Mechanics*, **Dec.**, pp. 651-654.
- Janssen, M.; Zuidema, J. and Wanhill, R. J. H. (2006). **Fracture Mechanics**. 2nd Edition. Netherlands: VSSD.
- Joseph, P., & Erdogan, F. (1989). Surface crack problems in plates. *International journal of fracture*, **41** (2), 105–131.
- Kim, J. H., Song, J. (1992). Crack growth and closure behaviour of surface cracks under axial loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, **15** (5), 477-489.
- Lawson, L.; Chen, E. Y.; Meshii, M. (1999). Near-threshold fatigue : a review. *differences*, **21**, 15-34.
- Leguillon, D. (1995). Computation of 3D singularities in elasticity. *Boundary Value Problems and Integral Equations in Nonsmooth Domains* (Edited by M. Costabel, M. Dauge and S. Nicaise), Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker, New York, 161–170.
- Li, F. Z.; Shih, C. F.; Needleman, A. (1985). A comparison of methods for calculating energy release rates. *Engineering Fracture Mechanis*, **21**, 405-421.
- Lin, X.; Smith, R. A. (1999a). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part II: Crack shape change. *Engineering Fracture Mechanics*, **63** (5), 523-540.
- _____. (1999b). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life. *Engineering Fracture Mechanics*, **63** (5), 541-556.
- Liu, Y, Chen, C.; Li, G. Q.; Li, J. B. (2010). Fatigue life prediction of semi-elliptical surface crack in 14MnNbq bridge steel. *Engineering Failure Analysis*, **17** (6), 1413-1423.
- Mahmoud, M. A.; Hosseinis, A. (1986). Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates. *Engineering Fracture Mechanics*, **24** (2), 207-221.
- Milne, I. (1994). The importance of the management of structural integrity. *Eng. Failure Analysis*, **1** (3), 171-181.

- Miranda, A. C. O. **Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis**, Rio de Janeiro, 2003. 106p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.
- Mullinix, B. R.; Smith, C. W. (1974). Distribution of local stresses across the thickness of cracked plates under bending fields. *International Journal of Fracture*, **10**, 337-352.
- Newman, J. C.; Raju, I. S. (1978). Analysis of surface cracks in finite plates under tension or bending loads. NASA-TM-78805, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1978.
- _____. (1981). An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack. *Engineering Fracture Mechanics*, **15** (1-2), 185-192.
- Oh, C.; Song, J. (2001). Crack growth and closure behaviour of surface cracks under pure bending loading. *International Journal of Fatigue*, **23**(3), 251-258.
- Paris, P. C.; Gomez, M. P.; Anderson, W. E. (1961). A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*, **13**, 9-14.
- Perez, R., Grandt, A. F., Jr., and Saff, C.R. (1990). Tabulated stress-intensity factor for corner cracks at holes under stress gradients. *Surface-crack growth: Models, Experiments, and Structures, ASTM STP 1060*, W. G. Reuter, J. H. Underwood, and J. C. Newman, Jr., Eds. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 49-62.
- Potyondy, D. O.; Wawrzynek, P. A.; Ingraffea, A. R. (1995). Discrete crack growth analysis methodology for through cracks in pressurized fuselage structures. *International journal for numerical methods in engineering*, **38** (10), 1611–1633.
- Rice, J. R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, **35**, 379-386.
- Riddell, W. T., Ingraffea, A. R., & Wawrzynek, P. A. (1997). Experimental observations and numerical predictions of three-dimensional fatigue crack propagation. *Engineering fracture mechanics*, **58**(4), 293–310.
- Schijve, J. (1988). Fatigue crack closure: observations and technical significance. *Mechanics of fatigue crack closure, ASTM STP 982*, 5-34.
- _____. (2009). **Fatigue of Structures and Materials**. 2nd Edition. Springer: Dordrecht.
- Sih, G.; Paris, P.; Erdogan, F. (1962). Crack-tip, stress-intensity factors for plane extension and plate bending problems. *Journal of Applied Mechanics*, **29** (June), 306-312.

- Smith, D. G.; Smith, C. W. (1970). A Photoelastic Evaluation of the Influence of Closure and Other Effects Upon the Local Bending Stress in Cracked Plates. *International Journal of Fracture Mechanics*. **6**: 305 – 318.
- Song, P. S., Shue, B. C., Shieh, Y. L. (2002). Prediction of semi-elliptical surface crack growth behavior of 2024-T4 aluminum alloy. *Int. Journal Press Vessels Pip*. **79**:273-8.
- Unger, D. J. (1995). **Analytical Fracture Mechanics**. San Diego: Academic Press.
- Williams, M. L. (1952). Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *Journal of Applied Mechanics*. **74**, 526-528.
- _____. (1957). On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*. **24**, 109-114.
- Wu, S. X. (1985). Shape change of surface crack during fatigue growth. *Engineering Fracture Mechanics*. **22**, 897-913.
- Wu, Z. (2006). The shape of a surface crack in a plate based on a given stress intensity factor distribution. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, **83**, 168-180.
- Wynn, R. H.; Smith, C. W. (1969) An experimental investigation of fracture criteria for combined extension and bending. *Journal of Basic Engineering*. **Dec**: 841-849.
- Yau, J.; Wang, S.; Corten, H. (1980). A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity. *Journal of Applied Mechanics*, **47** (June), 335.
- Young, M. J.; Sun, C. T. (1992). Influence of crack closure on the stress intensity factor in bending plates – A classical plate solution. *International Journal of Fracture*. **55**: 81-93.
- Zehnder, A. T.; Viz, M. J.; Potdar, Y. (2000). Fatigue fracture in plates in tension and out-of-plane shear. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, (**23**), 403-415.
- Zhao, J.; Liu, R.; Wu, X. (2008). Effects of partial crack–face contact for the bending of thin shell structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **49**(1), 128-150.

Apêndice 1 – Teste de convergência

O FRANC3D é um pré- e pós-processador tridimensional desenvolvido para determinar parâmetros de mecânica da fratura e para simular o crescimento da trinca. Este programa de mecânica da fratura é acoplado a programas de simulação numérica, como método dos elementos de contorno ou método dos elementos finitos. Nesta tese, o FRANC3D é utilizado com um programa de elementos finitos, o ABAQUS. Desta forma, no FRANC3D geram-se malhas de sólidos tridimensionais com trincas para análise do problema em elementos finitos (Carter et al., 2000).

Resumidamente, a estratégia de geração da malha usada no programa FRANC3D, divide o domínio do problema em regiões, chamadas neste trabalho de região da trinca e demais regiões. A vantagem desta abordagem é que a malha de elementos finitos é refeita apenas na região da trinca. Nas demais regiões, mantêm-se com mesmas definições de tamanho do elemento desde a primeira análise. Por esta razão, são feitos dois testes de convergência da malha de elementos finitos, onde a malha que é usada nas análises desta tese é a malha com menor número de elementos e, mesmo assim, com resultados precisos de deslocamentos e FIT.

Além disso, as dimensões da região da trinca devem ser definidas pelo usuário. Desta forma, pela condição de carregamento e concentração de tensões, é conhecida que a trinca cresce no plano (trinca de superfície), por isso foi escolhida como a região da trinca uma faixa de 10 mm de comprimento em toda a largura w da placa. Essa faixa tem distância de 5 mm de cada lado do entalhe. Na Figura A1. 1 (a) são ilustradas as dimensões da placa e na cor verde a região da trinca. Complementarmente, na Figura A1. 1 (b) são ilustradas as malhas geradas no FRANC3D.

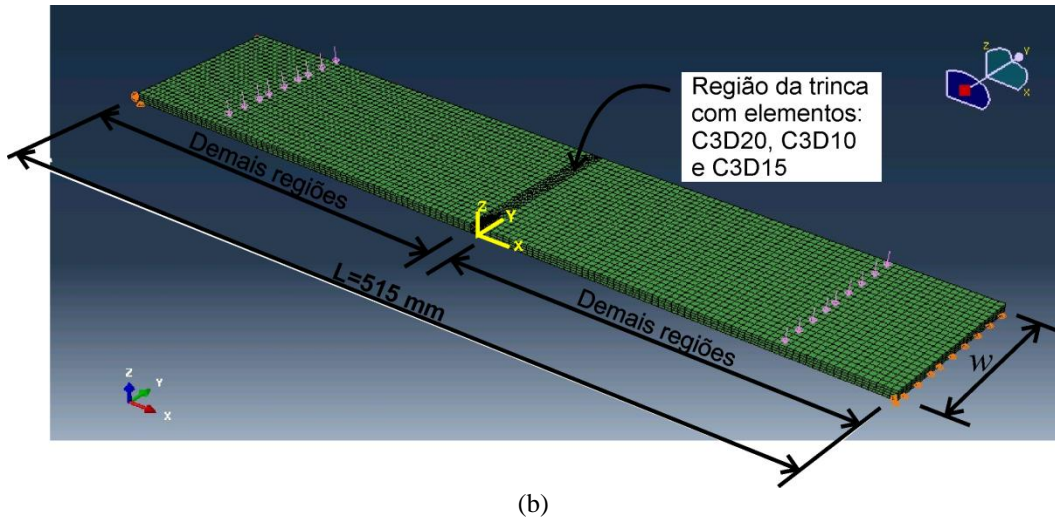
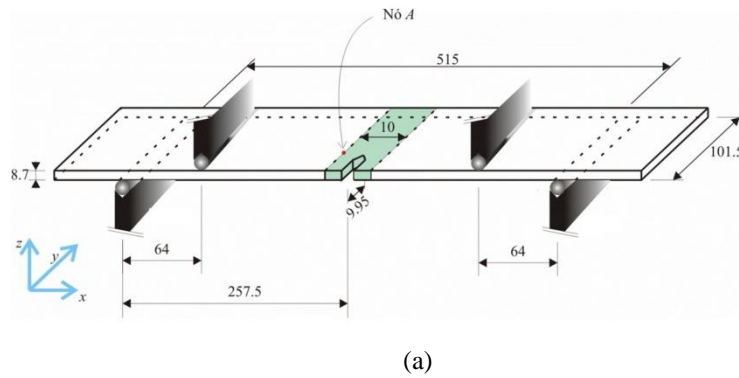


Figura A1. 1 – Dados para análise: (a) Dimensões da placa trincada [mm] e; (b) Malha na região da trinca e demais regiões e condições de contorno.

No teste de convergência nas demais regiões, seis refinamentos de malhas diferentes são utilizados, que são chamadas por malha global 001, 002, 003, 004, 005 e 006. Estas malhas são feitas com diferentes dimensões dos elementos no plano xy usando quatro ou dois elementos em z . As dimensões dos elementos no plano xy são chamadas de l_x e l_y ; e altura do elemento l_z (ver Figura A1. 2). Note que a geometria e o refinamento da trinca são iguais nas malhas globais.

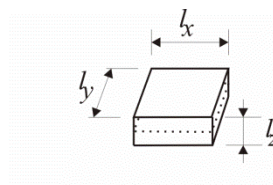


Figura A1. 2 – Dimensões dos elementos nas regiões de malha sem trinca.

Complementarmente, os parâmetros de refinamento da malha na região da trinca são definidos. Esses parâmetros são o raio da roseta e o número de anéis. Neste teste, estes parâmetros são adotados iguais em todas as análises, onde o raio da roseta (TR) e o número de anéis são, respectivamente, 10^{-5} metros e 3 anéis. Esses parâmetros serão alterados no teste de convergência da região da trinca.

As dimensões dos elementos associadas a cada malha global são encontradas na Tabela A1. 1. Depois da análise, são obtidos os deslocamentos medidos no nó A (-5, 24, 8.7), indicado na Figura A1. 1 (a). Adicionalmente, são mostrados o tempo de CPU para executar cada análise e número de elementos. Os deslocamentos para cada solução e o FIT na frente da trinca também são ilustrados na Figura A1. 3 e na Figura A1. 4, respectivamente.

Tabela A1. 1 – Dimensões da malha na região sem trinca e resultados.

Malha Global	l_x [mm]	l_y [mm]	l_z [mm]	Nó A (-5, 24, 8.7)		Tempo CPU [min]	Número de elementos
				Desl.em z [m]	Tensões [MPa]		
001	8	8	4	6.450e-3	179.30	28.2	66474
002	4	4	4	6.451e-3	187.90	27.7	69853
003	2	2	4	6.453e-3	190.73	63.7	102177
004	8	8	2	6.451e-3	191.02	34.0	71917
005	4	4	2	6.451e-3	199.90	43.9	83790
006	2	2	2	6.453e-3	203.70	113.5	141177

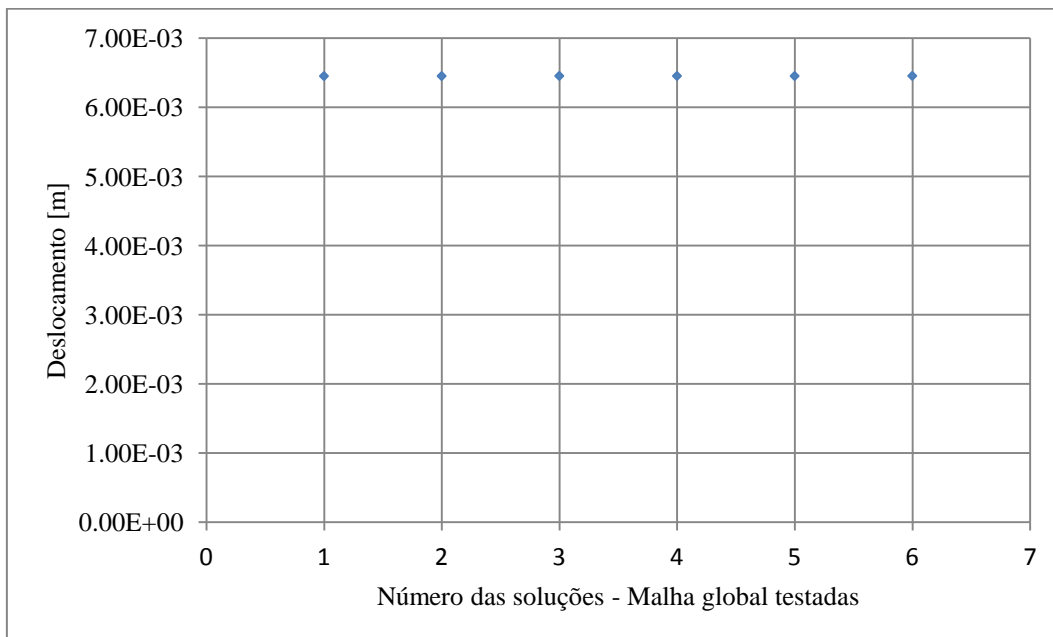


Figura A1. 3 – Deslocamento no nó A para diversas malhas nas regiões sem trinca.

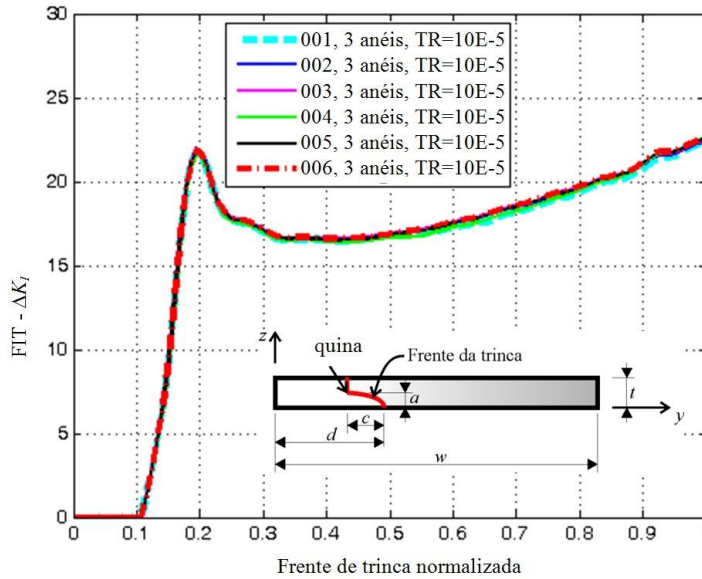


Figura A1. 4 – FIT ao longo da frente de trinca normalizada.

Os valores de deslocamento no nó A e o FIT na frente da trinca são coincidentes para todos os refinamentos de malha na região sem trinca. Assim, conclui-se que todas essas malhas representam eficientemente este problema.

Definida a malha nas demais regiões, pode-se iniciar o teste de convergência na região da trinca. O usuário do FRANC3D pode controlar três parâmetros que melhoram o refinamento da malha na frente da trinca. Esses parâmetros são raio da roseta, número de anéis na roseta e o tamanho do elemento ao longo da frente da trinca. Note que o tamanho do elemento é definido pela razão entre dimensão do elemento perpendicular a frente da trinca (l_e) e a altura deste elemento (l_a).

O raio da roseta (*template radius*) é o comprimento total entre a frente da trinca e a última aresta de elemento da roseta. A disposição da roseta e a dimensão l_e são ilustradas na Figura A1. 5.

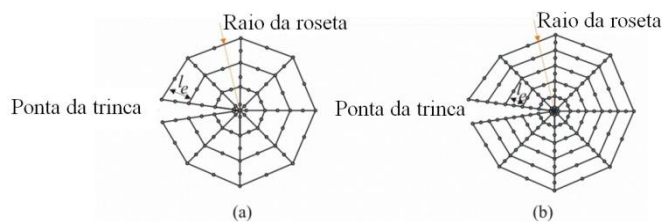


Figura A1. 5 – Roseta na ponta da trinca: (a) três anéis de elementos e (b) cinco anéis de elementos.

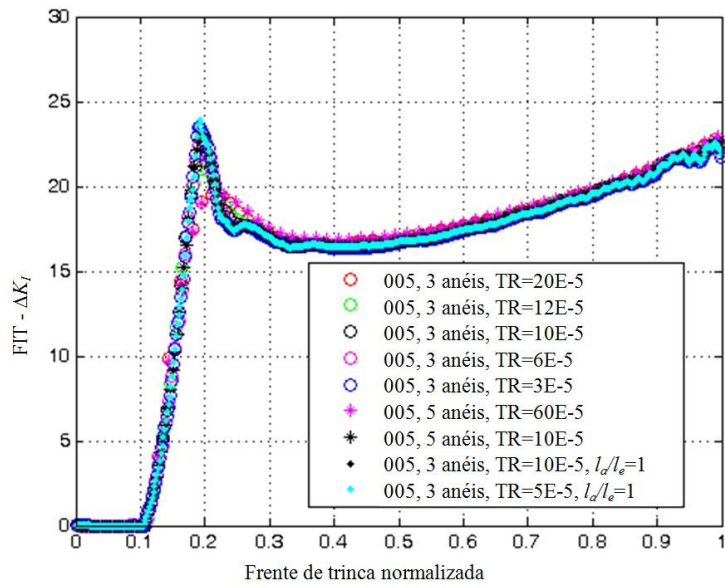
A razão l_a/l_e é definida pelo usuário antes de gerar a malha na região trincada. O programa FRANC3D tem uma razão padrão l_a/l_e igual a 2.5. Entretanto, pode ser alterada sempre que o usuário desejar.

Os valores adotados para os três parâmetros já citados anteriormente são mostrados na Tabela A1. 2.

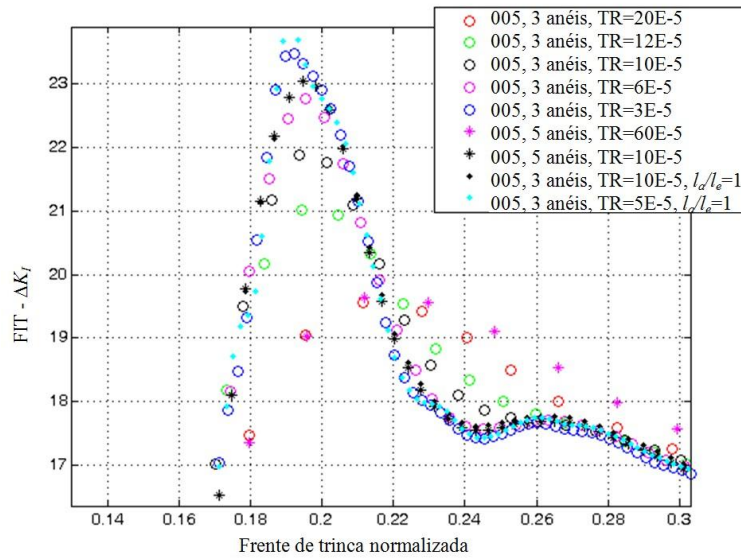
Tabela A1. 2 – Refinamento da malha na frente da trinca.

Malha Global	Número de anéis	Raio da roseta (mm)	l_a/l_e
005	3	0.20	2.5
005	3	0.12	2.5
005	3	0.10	2.5
005	3	0.06	2.5
005	3	0.03	2.5
005	5	0.60	2.5
005	5	0.10	2.5
005	3	0.10	1.0
005	3	0.05	1.0

Na Figura A1. 6 é mostrada a distribuição do FIT na frente da trinca. Para valores de raio de roseta 0.10 mm, 3 anéis e razão l_a/l_e 2.5, o FIT tem valores satisfatórios. Assim, este refinamento de frente da trinca é escolhido para as análises desta tese. Entretanto, se a convergência do contato não for encontrada com esses parâmetros de refinamento, para obter a solução de elementos finitos nessas específicas análises, utiliza-se raio de roseta inferior a 0.10 mm.



(a)



(b)

Figura A1. 6 – Refinamento dos elementos na frente da trinca: (a) FIT na frente da trinca e (b) FIT na quina.

Apêndice 2 – Ajuste de ensaios $da/dN-\Delta K$

Dois conjuntos de ensaios a fadiga sob carregamento cíclico de tração foram feitos para se obter a curva taxa de propagação da trinca da/dN do aço ASTM A36. Os corpos-de-prova usados são compactos usinados a partir da mesma barra chata que deu origem aos corpos-de-prova de flexão. A norma ASTM E647 fornece dimensões e equações para determinar o fator de intensidade de tensão desse corpo-de-prova compacto. A geometria é ilustrada na Figura A2. 1.

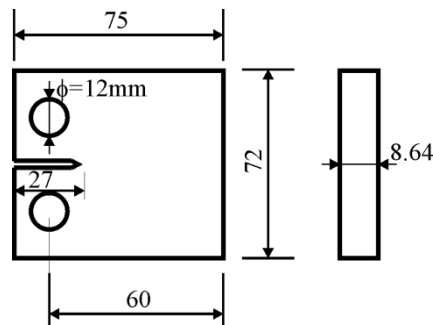


Figura A2. 1 – Geometria do corpo-de-prova padrão compacto de tração C(T).

Uma máquina servo-hidráulica MTS modelo 810 *Material Testing System* foi usada e a célula de carga com uma capacidade de 10 kN sob condições de carregamento dinâmico garantiam a precisão do carregamento aplicado sob um controle de carga. A frequência do carregamento e taxa de tensão eram 35 Hz e $R = 0.1$, respectivamente.

A variação do deslocamento da abertura da boca da trinca e dados de carregamento foram coletados durante o ensaio de fadiga. Este deslocamento foi medido com um *clip gage* no corpo-de-prova C(T).

Por causa de uma dispersão nos pontos medidos na região I da curva $da/dN-\Delta K$, foram realizadas dois grupos de amostras, conforme mostrado a seguir.

A2.1 Dados da/dN do primeiro conjunto

Os pontos medidos no primeiro experimento foram ajustados sob ΔK , usando a equação de Elber modificado, como

$$\frac{da}{dN} = 1.53 \cdot 10^{-10} \left(\Delta K - \Delta K_{th} (1-R) \right)^{2.23}, \quad (\text{A2. 1})$$

obtida pelo método dos mínimos quadrados. A magnitude do limiar de propagação ΔK_{th} e razão de tensão R são $7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e 0.1 , respectivamente. Na Figura A2. 2 são apresentados os pontos medidos em dois C(T)s.

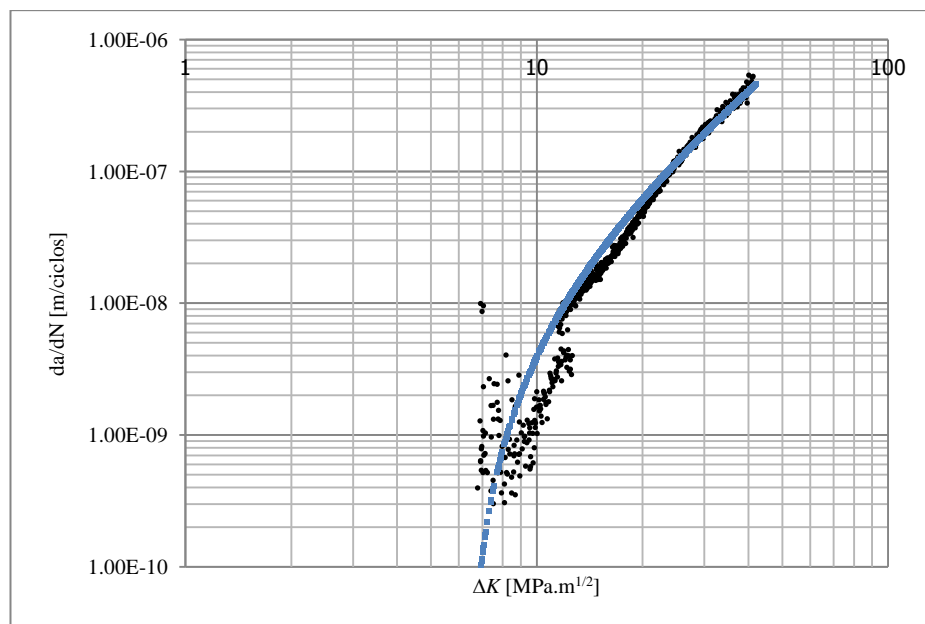


Figura A2. 2 – Primeira amostra de dados coletados, ensaio de taxa de propagação de trinca, usando um C(T).

A.2.2 Dados da/dN do segundo conjunto

As novas taxas da/dN coletadas são encontradas na Figura A2. 3. O limiar de propagação ΔK_{th} é $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, determinado de acordo com a norma ASTM E-647.

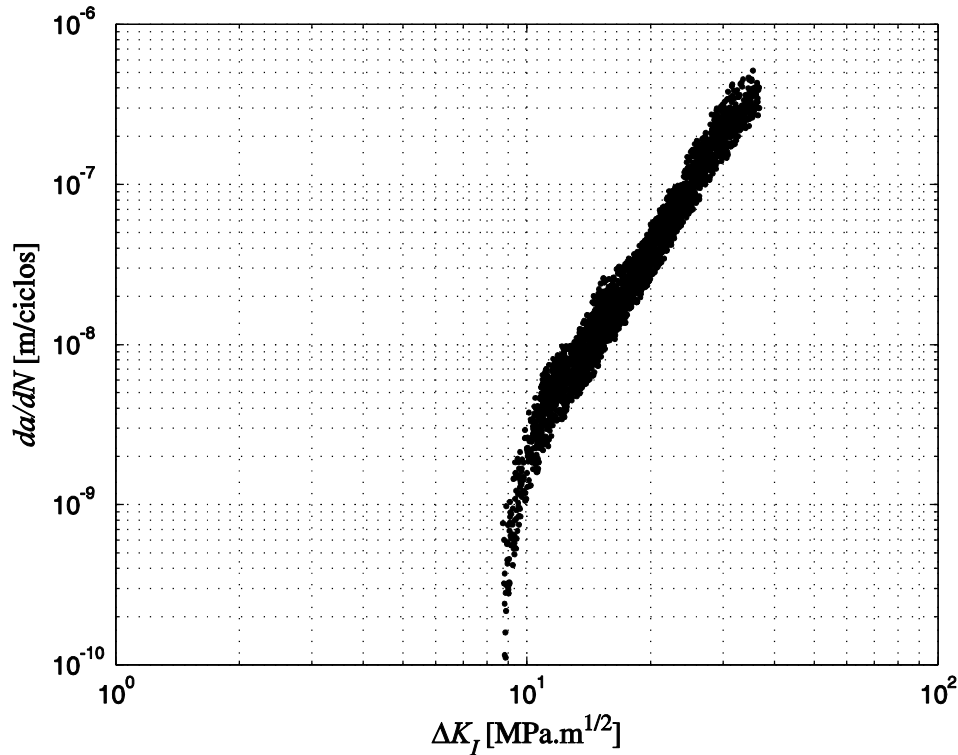


Figura A2. 3 – Pontos medidos na segunda amostra de dados coletados, usando CP compacto C(T).

Para se ter o melhor ajuste C , m e p , foi utilizado o método de otimização de Levenberg-Marquardt. O procedimento geral foi

- i. Cálculo da média μ dos dados $\log(da/dN)$ usando

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{da}{dN} \right)_i}{n} \quad (\text{A2. 2})$$

onde $\left(\frac{da}{dN} \right)_i$ são pontos experimentais medidos em cada ΔK e n é o número de pontos total.

- ii. Cálculo do desvio padrão s de $\log(da/dN)$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (y - \mu)^2}{n-1}}, y = \left(\frac{da}{dN} \right)_i \quad (\text{A2. 3})$$

com a média μ determinada em (i) para cada ΔK .

iii. Assumindo uma distribuição de Gauss ao longo da curva, com confiabilidade de 97.72% associada a $k=2$, pode-se obter pontos de máximo e mínimo para determinar uma faixa de da/dN como

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\min} = \mu - ks \quad \text{e} \quad \left(\frac{da}{dN}\right)_{\max} = \mu + ks \quad (\text{A2.4})$$

respectivamente, curva mínima e máxima de da/dN vs. ΔK .

Finalmente, o ajuste dos pontos médios μ vs. ΔK é feito com o método Levenberg-Marquardt. Adicionalmente, também são determinados os ajustes da curva $(da/dN)_{\min}$ e $(da/dN)_{\max}$.

Na Figura A2.4 são apresentados os pontos médios calculados para essa amostra de dados, pontos inferiores e pontos superiores para uma confiabilidade de 97.72%.

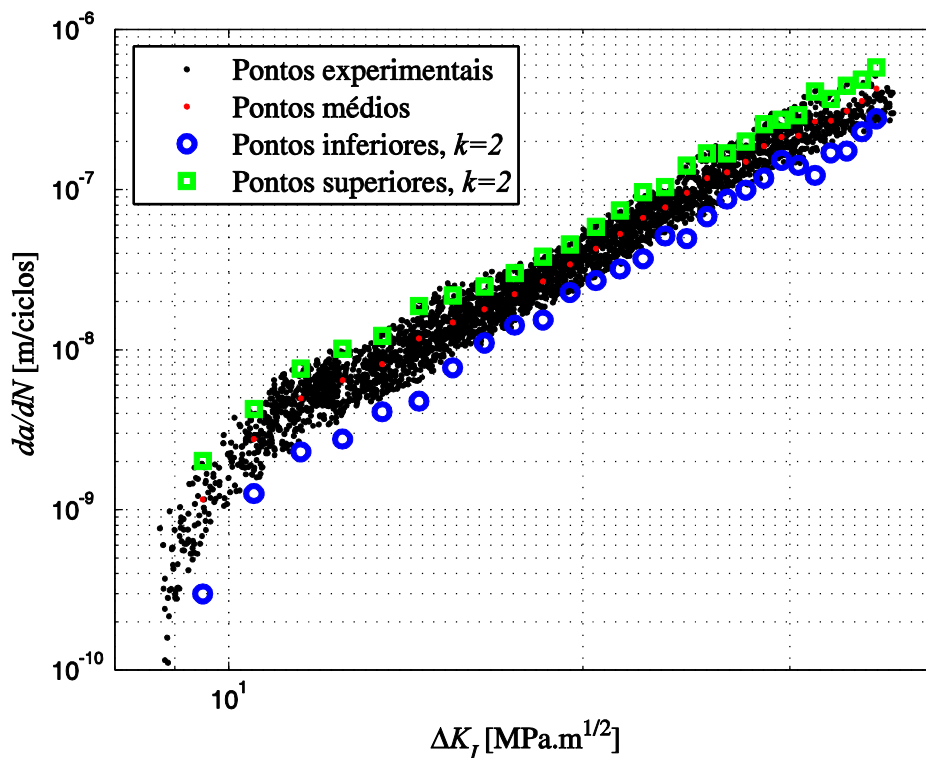


Figura A2.4 – Pontos para ajuste de curva.

Quatro modelos $da/dN - \Delta K$ foram usados para se estimar o melhor ajuste. Estes modelos são Elber, Elber modificado e Hall com 3 e 4 parâmetros

(ver Capítulo 3). Os diversos ajustes são encontrados na Figura A2 .5 e o melhor ajuste foi com a curva de Hall 4 parâmetros.

Elber

$$\frac{da}{dN} = 4.012 \times 10^{-11} (\Delta K - \Delta K_{th})^{2.79} \quad (A2. 5)$$

Elber modificado

$$\frac{da}{dN} = 3.587 \times 10^{-11} (\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R))^{2.818} \quad (A2. 6)$$

Hall 3 parâmetros

$$\frac{da}{dN} = 1.201 \times 10^{-12} \Delta K^{2.596} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R)}{(1 - R)} \right)^{1.006} \quad (A2. 7)$$

Hall 4 parâmetros

$$\frac{da}{dN} = 9.702 \times 10^{-13} \Delta K^{2.975} \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 + 0.42R)}{(1 - R)} \right]^{0.683} \quad (A2. 8)$$

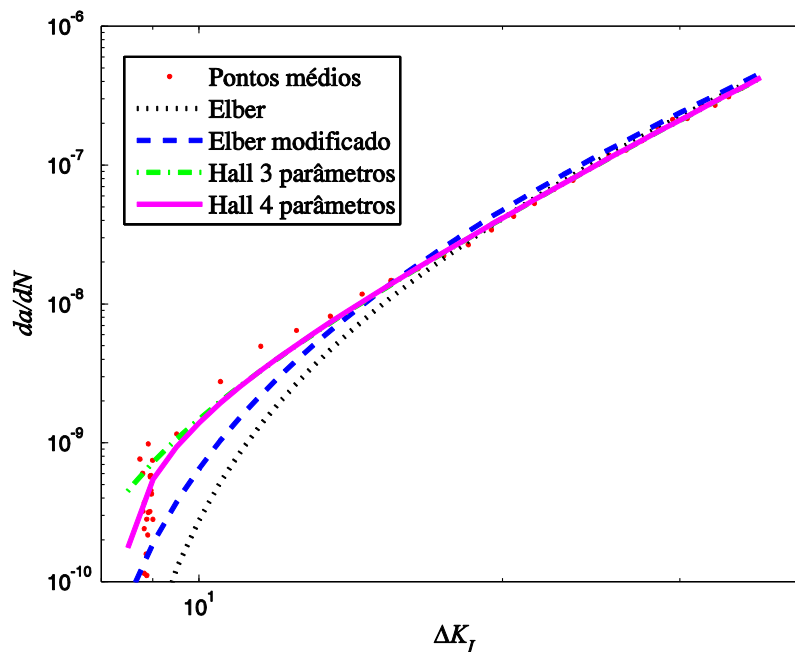


Figura A2 .5 – Ajuste de curva nos pontos médios.

A regra de Paris é largamente usada em previsões de vida e foi utilizada neste trabalho para comparar com o ajuste da região I e II das geometrias de frente de trinca. Para a regra de Paris ajustando os pontos médios é

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-13} \Delta K^{3.955}. \quad (A2. 9)$$

Considerando os pontos mínimos, os parâmetros experimentais foram determinados como

$$\frac{da}{dN} = 2.687 \times 10^{-13} \Delta K^{3.49} \left(\frac{\Delta K - (1 - 76.915R)}{(1 - R)} \right)^{0.292}, \quad (A2. 10)$$

onde a taxa de crescimento da trinca da/dN está em m/ciclos. Na Figura A2. 6 e Figura A2. 7, respectivamente, são ilustradas a curva de ajuste dos pontos superiores e a curva de ajuste dos pontos inferiores.

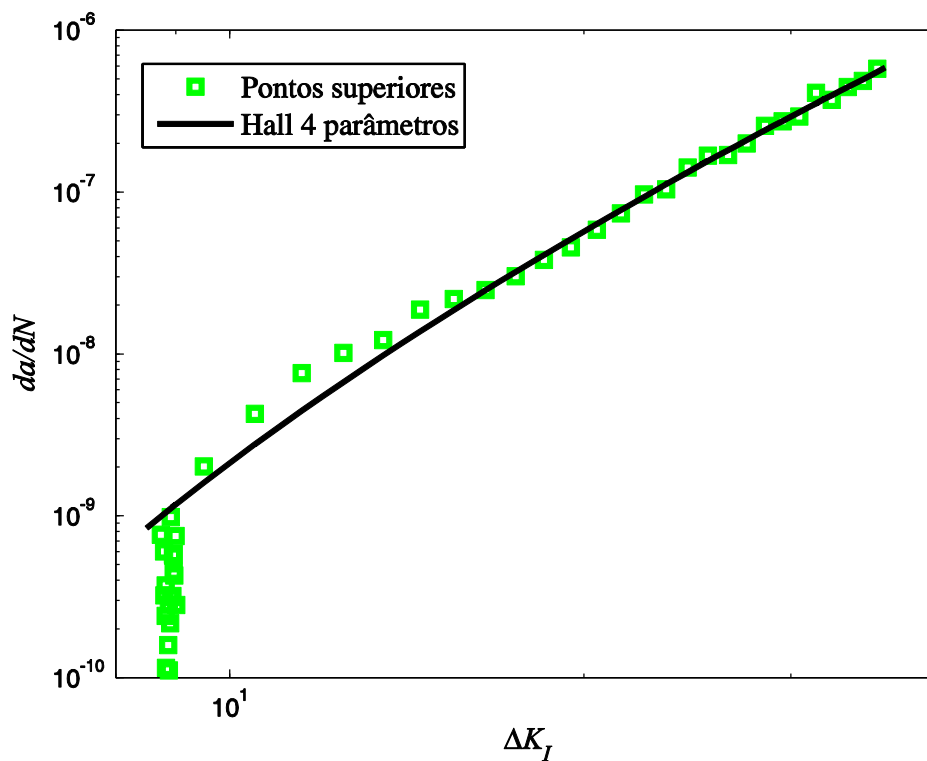


Figura A2. 6 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos superiores.

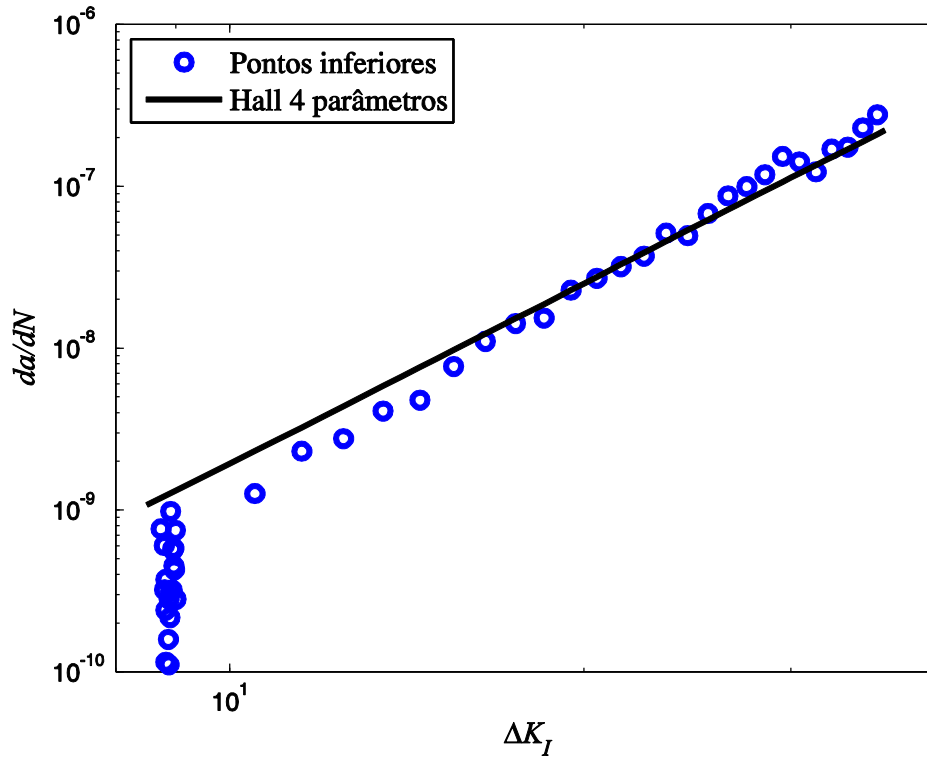


Figura A2. 7 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos inferiores.

Algumas comparações dos dados coletados com curvas de ASTM A36 e SAE 1020 são feitas e ilustradas na Figura A2. 8, verificando a coerência dos pontos médios coletados nos ensaios. Em Barsom & Rolfe (1999), os dados do aço A36 são ajustados com a lei de Paris

$$\frac{da}{dN} = 6.889 \times 10^{-12} \Delta K^3 \tag{A2. 11}$$

e em Miranda (2003), são ajustados dados de SAE1020 com a curva

$$\frac{da}{dN} = 2.5 \times 10^{-10} [\Delta K - \Delta K_0 (1 - 0.55R)]^{2.2}, \tag{A2. 12}$$

onde $\Delta K_0 = 12.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R = 0.1$.

Assim, os pontos médios coletados nos ensaios são satisfatórios e foram usados nos Capítulos 5, 6 e 7 para se obter previsões de vida no corpo-de-prova de flexão.

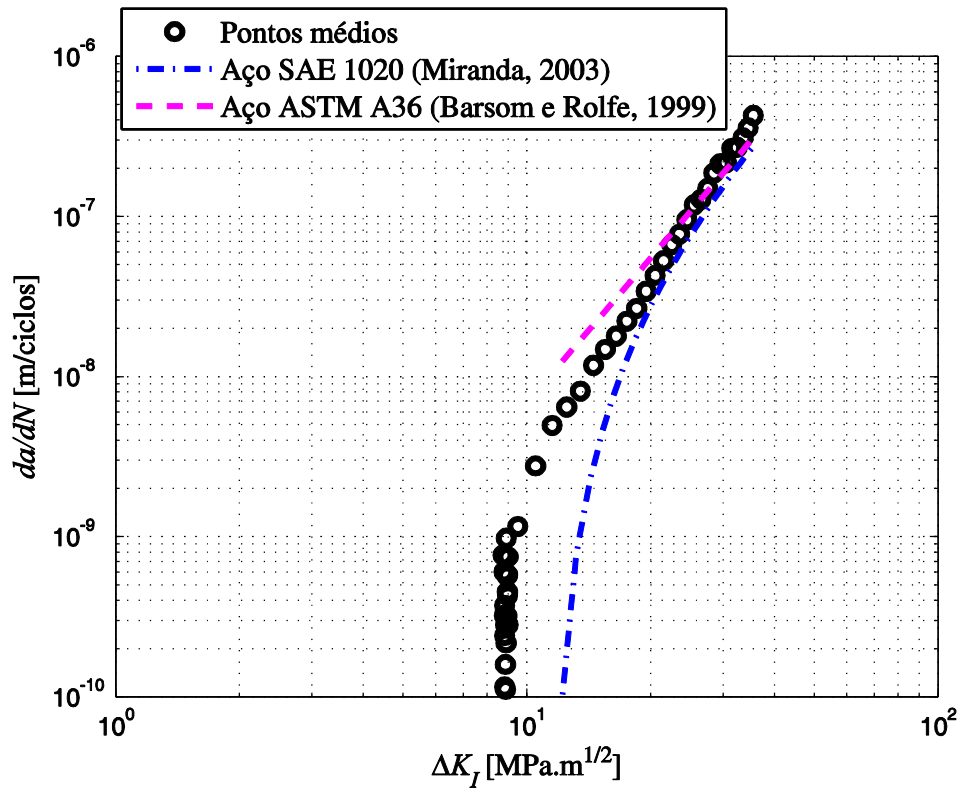


Figura A2. 8 – Comparação da curva medida com resultados disponíveis na literatura.

Apêndice 3 – Projeto dos corpos-de-prova para pré-trinca

A proposta deste trabalho foi estudar o crescimento da trinca partindo de um defeito inicial. Este defeito inicial é uma trinca reta-passante. Com esta finalidade, foram feitos ensaios de tração cíclica nos corpos-de-prova de flexão para realizar o pré-trincamento dos corpos-de-prova de flexão. Estes ensaios iniciam em corpos-de-prova com entalhes.

Foram projetadas três geometrias diferentes de corpos-de-prova, conforme apresentado na Seção 4.1. O critério de escolha das geometrias destes corpos-de-prova foi descrita na Seção 4.1.

Nesta seção é apresentado o projeto dos corpos-de-prova para esse ensaio de pré-trincamento. Complementarmente, são apresentados os números de ciclos e o carregamento aplicado durante o ensaio de pré-trincamento. Esse ensaio deve ser realizado para se iniciar a trinca e evitar as incertezas oriundas desta transição de comportamento entre entalhe e trinca.

Uma máquina de teste servo-hidráulica universal modelo 8501 Instron foi usada na execução dos ensaios de pré-trincamento. O carregamento aplicado foi senoidal com razão de tensão $R = 0.1$. As frequências usadas são entre 22 e 38 Hz para um CP com um entalhe de borda e 17 Hz para um CP com entalhe central. O carregamento aplicado induziu um FIT de aproximadamente $12 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. A temperatura do experimento foi 24 graus Celsius.

A.3.1 Projeto dos corpos-de-prova

Utilizou-se o programa Quebra2D (Miranda, 2003) para se determinar o fator de intensidade de tensão para os corpos-de-prova sob tração. Admitiu-se que o comprimento total da trinca a ou $2a$ é igual ao comprimento do entalhe e trinca. O carregamento remoto de tração cíclica é distribuído ao longo do perímetro do furo, onde é fixado o pino. Complementarmente, as geometrias dos corpos-de-prova são mostradas na Figura A3. 1.

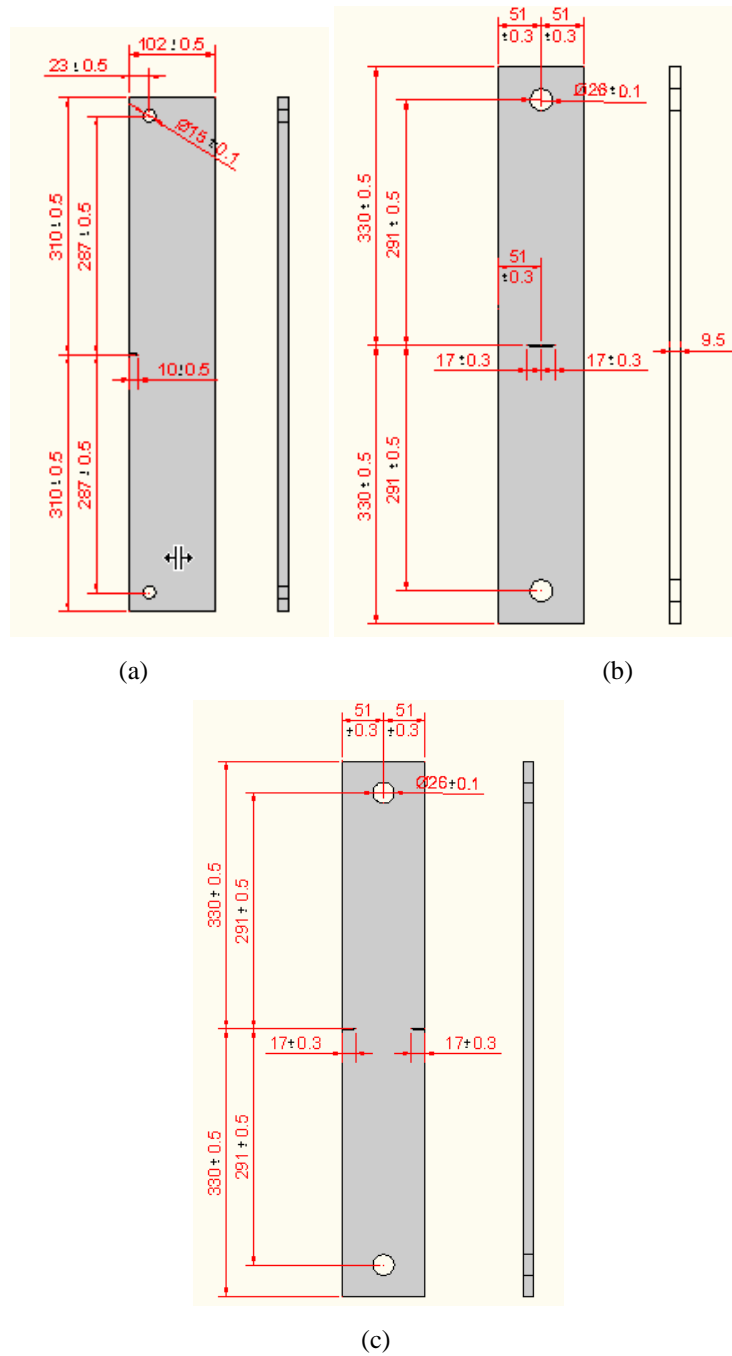


Figura A3. 1 – Geometria do corpo-de-prova em [mm]: (a) entalhe de borda; (b) entalhe central e (c) dois entalhes de borda.

O módulo de elasticidade do aço adotado é 205 GPa e o coeficiente de Poisson é 0.3. A propagação da trinca foi realizada numericamente utilizando as geometrias na Figura A3. 1 e foram conhecidos os valores numéricos do fator de intensidade de tensão para cada incremento Δa de trinca no Quebra2D. Com estes

valores discretos de fator de intensidade de tensão, foi determinada a função $f(a/w)$. A expressão utilizada é

$$f(a/w) = \frac{\Delta K_I}{\Delta \sigma \sqrt{\pi a}}, \tag{A3. 1}$$

onde $f(a/w)$ é ilustrada Figura A3. 2, Figura A3. 3 e Figura A3. 4, respectivamente, para o corpo-de-prova com um entalhe de borda, com um entalhe central e com dois entalhes de borda.

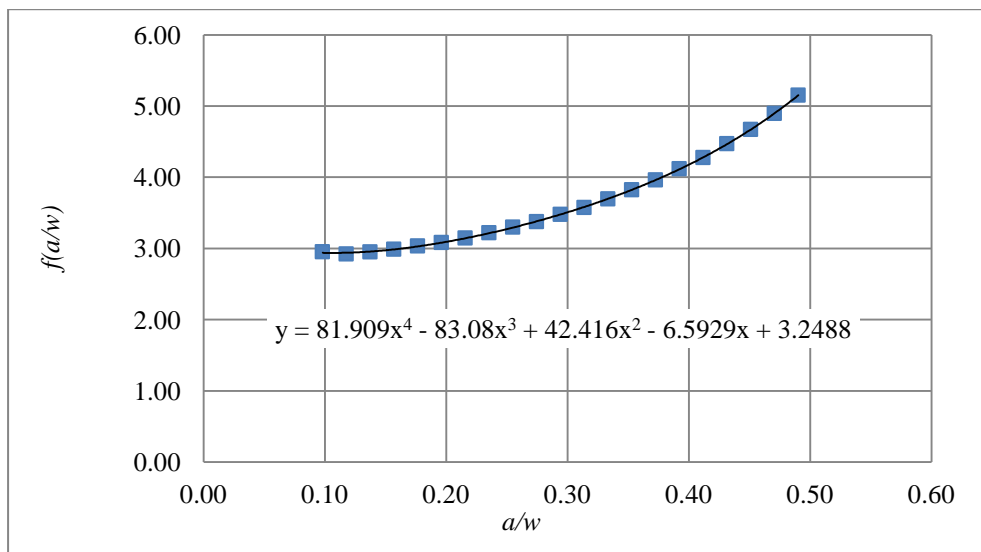


Figura A3. 2 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe de borda.

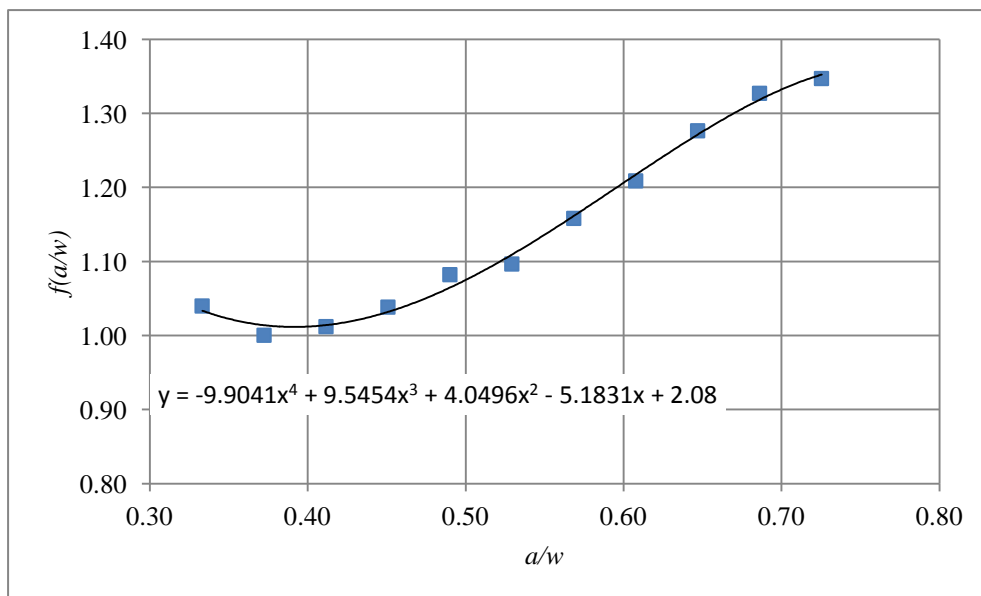


Figura A3. 3 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe central.

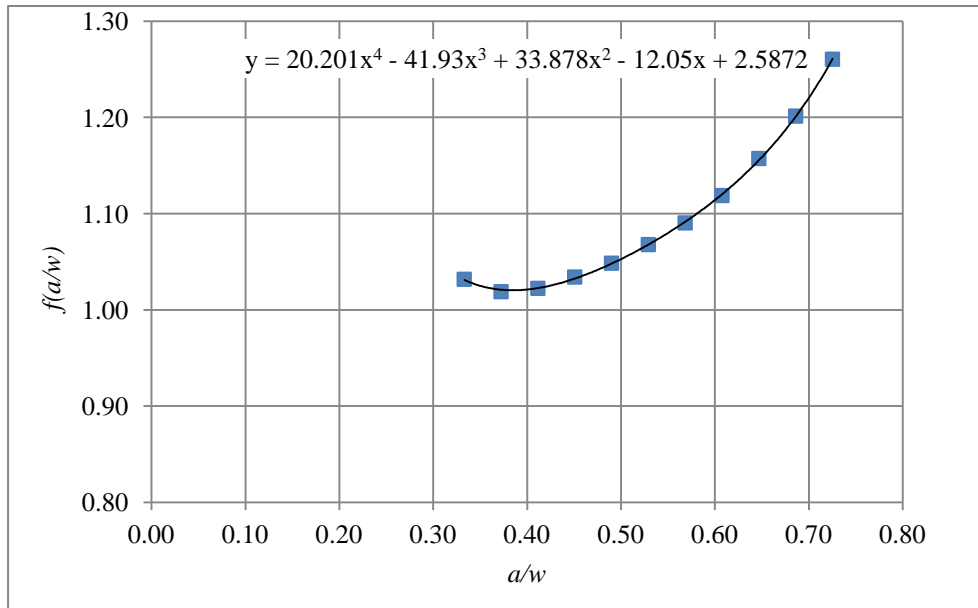


Figura A3. 4 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com dois entalhes de borda.

Os polinômios aproximados $f(a/w)$ para descrever os pontos discretos são

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = 81.91\left(\frac{a}{w}\right)^4 - 83.08\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 42.42\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 6.59\left(\frac{a}{w}\right) + 3.25, \quad (\text{A3. 2})$$

para um entalhe de borda.

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = -9.90\left(\frac{a}{w}\right)^4 + 9.55\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 4.05\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 5.18\left(\frac{a}{w}\right) + 2.08 \quad (\text{A3. 3})$$

para entalhe de central.

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = 20.20\left(\frac{a}{w}\right)^4 - 41.93\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 33.88\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 12.05\left(\frac{a}{w}\right) + 2.59, \quad (\text{A3. 4})$$

para dois entalhes de borda.

Com base nos polinômios, foi possível determinar o FIT para qualquer comprimento de trinca. Com essa estimativa, pode-se definir o comprimento do entalhe e carregamento aplicado, que ocasiona $\Delta K_I = 12 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e sob razão de tensão $R = 0.1$. Os carregamentos estão disponíveis na Tabela A3. 1. Complementarmente, os dados dos ensaios dos corpos-de-prova com um entalhe

de borda e com um entalhe central estão, respectivamente, na Tabela A3. 2 e Tabela A3. 3.

Tabela A3. 1 – Carregamento aplicado.

Corpo-de-prova	Carregamento máximo [kN]	Carregamento mínimo [kN]
Entalhe de borda	24.44	2.44
Entalhe central	55.56	5.56

Tabela A3. 2 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe de borda.

Corpo-de-prova	Frequência (Hz)	N (ciclos)
CP01	22 e 35	153865
CP06	38	291865
CP07	38	372697

Tabela A3. 3 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe central.

Corpo-de-prova	Frequência (Hz)	N (ciclos)
CP02	17	436093
CP03	17	370303
CP04	17	348323

Durante o ensaio, uma trinca foi iniciada e propagada em um dos furos do CP05 (ver Figura A3. 5), pois houve um erro no projeto deste CP, que ocasionou o nascimento da trinca no furo. O corpo-de-prova foi removido da máquina antes do fraturamento nessa região. Duas soluções imediatas são possíveis para este problema: (i) aumento dos furos de fixação da garra, mas outra garra deveria ser utilizada; (ii) aumento do comprimento do entalhe, mas a seção do ligamento poderia ter falha por colapso plástico. Desta forma, os corpos-de-prova com dois entalhes tornaram-se inviáveis para este estudo.



Figura A3. 5 – Trinca no furo do CP05.

Observação: PID: P = 5.08, I = 1.0; D = 2.84.

Apêndice 4 – Resumo dos resultados experimentais

Tabela A4. 1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais: (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.

	Corpo-de-prova	largura (mm)		entalhe (mm)		t (mm)	a^* / w
(a)	CP03	$2w$	101.6	$2a$	35.0	8.8	0.34
	CP02		101.5		34.2	8.8	0.34
(b)	CP01	w	101.4	a	9.95	8.8	0.10
	CP06		101.5		10.65	8.7	0.10
	CP07		101.4		12.64	8.8	0.12

Note que a^* é o comprimento do entalhe antes do ensaio de pré-trinca. O entalhe era passante e reto ao longo de toda a espessura dos CPs.

Tabela A4. 2 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total N_{total} e razão final a / w : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.

	Corpo-de-prova	Histórico	N_{total} (10^6 ciclos)	a^{**} / w
(a)	CP03	subcarga	1.78	0.66
	CP02	subcarga	1.11	0.57
(b)	CP01	ΔK constante	1.48	0.37
	CP06	sobrecarga	4.75	0.50
	CP07	subcarga	3.63	0.57

Tabela A4. 3 – Resumo das coordenadas de centro (concêntrico) nos CPs com entalhe de borda.

CPs	X [mm]
CP01	11.89
CP06	13.63
CP07	14.77

CP01

Tabela A4. 4 – Resumo dos dados – CP01.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c	a/t	a/c^*
Pré-trinca	0	5.97	144	0	0	0	-	-	-
Marca 01	690 224	6.89	166	2.68	3.96	15.85	0.68	0.30	1.08
Marca 02	980 990	7.94	191	3.49	6.39	18.28	0.55	0.42	0.77
Marca 03	1 487 115	-	-	6.20	23.68	35.57	0.26	0.70	0.28

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

Tabela A4. 5 – Semi-eixos não concêntricos da Marca03 do CP01.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	d [mm]	a_{NC}/c_{NC}	a_{NC}/t	a/c^*
Marca 03	20.79	6.23	14.73	35.52	0.26	0.70	0.28

CP06

Tabela A4. 6 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP06.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c^*	a/t
Marca 01	982 126	7.00	173	4.48	6.39	20.00	0.71	0.54
Marca 02	1 781 930	7.00	173	5.35	12.33	25.96	0.44	0.65
Marca 03	2 632 479	7.35	182	6.17	19.98	33.61	0.33	0.78
Marca 04	4 145 954	4.50	111	6.17	26.95	40.58	0.24	0.78
Marca 05	4 750 267	-	-	7.41	38.00	51.63	0.19	0.87

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Tabela A4. 7 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC}/c_{NC}	a_{NC}/t	a/c^*
Marca 03	20.66	6.17	12.94	0.48	0.78	0.33
Marca 04	20.66	6.17	19.90	0.31	0.78	0.24
Marca 05	20.66	7.41	31.16	0.24	0.87	0.19

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

CP07

Tabela A4. 8 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP07.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c	a/t	a/c^*
Pré-trinca	0	7.0	173	-	-	14.77	-	-	-
Marca 01a	817 423	5.5	136	2.55	0.91	15.68	2.80	0.29	2.25
Marca 01b	1 048 657	7.0	173	2.55	1.55	16.32	1.65	0.29	1.44
Marca 02a	1 583 040	5.5	136	3.96	7.17	21.94	0.55	0.45	0.53
Marca 02b	1 663 433	7.0	173	3.96	7.86	22.63	0.50	0.45	0.48
Marca 03a	1 934 783	5.1	126	4.93	11.03	25.80	0.45	0.56	0.43
Marca 03b	2 303 294	6.5	161	4.93	12.64	27.41	0.39	0.56	0.37
Marca 04a	2 595 390	4.5	111	5.54	16.86	31.63	0.33	0.63	0.32
Marca 04b	2 776 832	5.5	136	5.54	18.72	33.49	0.30	0.63	0.27
Marca 05a	2 954 809	5.0	124	6.07	23.29	38.06	0.26	0.69	0.25
Marca 05b	2 996 138	6.0	148	6.07	24.21	38.98	0.25	0.69	0.24
Marca 06a	3 179 856	4.8	119	6.60	27.44	42.21	0.24	0.75	0.23
Marca 06b	3 256 718	5.5	136	6.60	29.50	44.27	0.22	0.75	0.21
Marca 07a	3 382 849	4.5	111	6.86	31.62	46.39	0.22	0.78	0.21
Marca 07b	3 418 670	5.5	136	6.86	32.86	47.63	0.21	0.78	0.20
Marca 08a	3 509 839	4.3	106	7.04	34.97	49.74	0.20	0.80	0.19
Marca 08b	3 534 505	5.0	124	7.04	35.61	50.38	0.20	0.80	0.19
Marca 09a	3 634 569	-	-	7.48	42.56	57.33	0.18	0.85	0.17

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Tabela A4. 9 – Novos centros e semi-eixos no CP07.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC} / c_{NC}	a_{NC} / t	a / c^*
Marca 03b	16.49	4.67	9.20	0.51	0.56	0.37
Marca 04a	16.49	5.35	13.37	0.40	0.63	0.32
Marca 04b	16.49	5.35	16.09	0.33	0.63	0.27
Marca 05a	16.49	5.81	20.30	0.29	0.69	0.25
Marca 05b	18.40	5.81	17.55	0.33	0.69	0.24
Marca 06a	18.40	6.24	20.91	0.30	0.75	0.23
Marca 06b	18.40	6.27	22.88	0.27	0.75	0.21
Marca 07a	21.32	6.34	18.51	0.34	0.78	0.21
Marca 07b	23.10	6.34	16.18	0.39	0.78	0.20
Marca 08a	24.40	6.48	15.71	0.41	0.80	0.19
Marca 08b	24.40	6.59	16.36	0.40	0.80	0.19
Marca 09a	27.54	6.92	17.01	0.41	0.85	0.17

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Apêndice 5 – Tabelas dos carregamentos aplicados

Neste apêndice são complementados os dados de histórico de carregamento apresentado no capítulo 4. Na Tabela A5. 1, Tabela A5. 2 e Tabela A5. 3 são apresentados de forma resumida os números de ciclos acumulados antes de se aplicar o carregamento N_{inic} , os números de ciclos acumulados ao final do evento N_{fin} , os números de ciclos sob o evento N_{eve} , a força mínima no evento F_{min} e tensão gerada na superfície inferior da placa σ_{min} devido ao evento, a força máxima no evento F_{max} e tensão máxima gerada na superfície inferior da placa σ_{max} . Estes dados na Tabela A5. 1, Tabela A5. 2 e Tabela A5. 3 se referem, respectivamente, ao CP01, CP06 e CP07.

Tabela A5. 1 – Condições gerais do carregamento de fadiga aplicado no CP01.

N_{inic}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	690 224	690 224	0.59 – 14	6.56 – 158
690 224	980 990	290 766	0.68 - 16	7.57 – 182
980 990	1 487 115	478 587	0.79 – 19	8.73 – 210

Tabela A5. 2 – Histórico de carregamento no CP06.

N_{inic}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	110 849	110 849	0.35 - 8	3.89 - 94
110 849	222 444	111 595	0.70 - 17	7.78 - 188
222 444	530 352	307 908	0.35 - 8	3.89 - 94
530 352	767 155	236 803	0.50 - 12	5.56 - 135
767 155	1 092 476	325 321	0.70 - 17	7.78 - 188
1 092 476	1 566 350	473 874	0.50 - 12	5.56 - 135
1 566 350	1 754 191	187 841	0.55 - 13	6.11 - 148
1 754 191	1 888 366	134 175	0.70 - 17	7.78 - 188
1 888 366	1 888 433	67	0.50 - 12	5.56 - 135
1 888 433	2 324 802	436 369	0.35 - 8	3.89 - 94
2 324 802	2 324 830	28	0.50 - 12	5.55 - 135
2 324 830	2 632 479	307 649	0.55 - 13	6.11 - 148
2 632 479	2 849 549	217 070	0.74 - 18	8.17 - 198
2 849 549	3 312 016	462 467	0.35 - 8	3.89 - 94
3 312 016	3 798 249	486 233	0.48 - 12	5.33 - 129
3 798 249	3 798 305	56	0.35 - 8	3.89 - 94
3 798 305	4 231 875	433 570	0.45 - 11	5.00 - 121
4 231 875	4 750 267	518 392	0.40 - 10	4.44 - 108

Tabela A5. 3 – Histórico de carregamento no CP07.

N_{inc}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	128 620	128 620	0.70 – 17	7.78 - 190
128 620	639 461	510 841	0.45 – 11	5.00 – 122
639 461	962 387	322 926	0.55 – 13	6.11 – 149
962 387	1 355 557	393 170	0.70 – 17	7.78 – 190
1 355 557	1 583 040	227 483	0.55 – 13	6.11 – 149
1 583 040	1 716 471	133 431	0.70 – 17	7.78 – 190
1 716 471	2 261 063	544 592	0.51 – 12	5.67 – 139
2 261 063	2 437 031	175 968	0.65 – 16	7.22 – 177
2 437 031	2 639 810	202 779	0.45 – 11	5.00 – 122
2 639 810	2 750 174	110 364	0.55 – 13	6.11 – 149
2 750 174	2 860 165	109 991	0.60 – 15	6.67 – 163
2 860 165	2 954 809	94 644	0.50 – 12	5.56 – 135
2 954 809	3 040 351	85 542	0.60 – 15	6.67 – 163
3 040 351	3 225 490	185 139	0.48 – 12	5.33 – 130
3 225 490	3 272 322	46 832	0.55 – 13	6.11 – 149
3 272 322	3 382 849	110 527	0.45 – 11	5.00 – 122
3 382 849	3 418 670	35 821	0.55 – 13	6.11 – 149
3 418 670	3 509 839	91 169	0.43 – 11	4.78 – 117
3 509 839	3 634 569	124 730	0.50 - 12	5.56 – 135

Apêndice 6 – Considerações do contato

Nesta seção são apresentadas as definições de contato utilizadas nas faces da trinca no programa ABAQUS, usando as hipóteses: (i) contato entre corpos igualmente deformáveis; (ii) não existe atrito entre as faces da trinca; (iii) pequenas deformações e pequenos deslocamentos; (iv) material linear-elástico.

Para atender as condições de contato, no arquivo de entrada de dados do ABAQUS, são usadas as opções escritas a seguir.

```
*surface behavior, pressure-overclosure=HARD
```

```
** crack face contact
```

```
*Contact Pair, interaction=nofric, type=NODE TO SURFACE
```

```
crack_surface_mate_nodes_a, crack_main_side_a
```

Com essas opções, define-se que as faces da trinca são igualmente deformáveis, usando contato de pares, que considera uma face como superfície escrava e a outra face como superfície mestre. O modelo de contato empregado é mecânico, com restrição de compatibilidade. Com esta entrada de dados, o usuário define que o método dos multiplicadores de Lagrange é utilizado para se determinar a área de contato e pressão, fazendo um controle interativo entre os pares. Em outras palavras, cada face da trinca interage com a outra face até alcançar um equilíbrio que atenda as restrições de compatibilidade.

Adicionalmente, o método direto pode ser usado restritamente para impor as condições de contato, que devem ser atendidas precisamente em cada nó localizado na superfície escrava, já que foram definidas como condições de contato *hard*. Neste caso, a discretização *NODE-TO-SURFACE CONTACT* estabelece condições de contato em cada nó contido na superfície escrava com um ponto de projeção na superfície mestre. Assim, cada condição de contato é formulada para um único nó da superfície escrava, $Nó_{esc}$. Por outro lado, um grupo de nós na superfície mestre é interpolado definindo a projeção do $Nó_{esc}$ na

superfície mestre. As condições de contato (restrições mecânicas) são minimizadas em $Nó_{esc}$ e não permitem a transferência das tensões de tração ao longo da interface. As limitações desta formulação são ilustradas na Figura A6. 1. Para evitar que uma superfície penetre outra superfície, deve-se usar uma malha refinada nas superfícies potencialmente em contato, que são as faces da trinca.

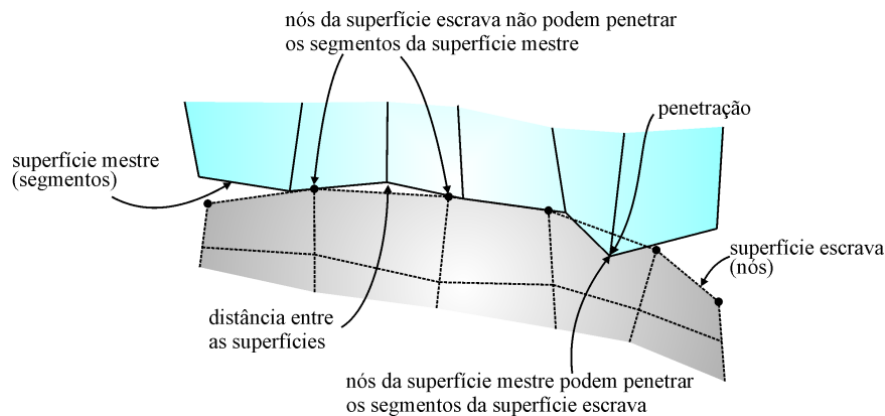


Figura A6. 1 – Penetração da superfície mestre na superfície escrava sob contato mestre-escrava com uma discretização grosseira da malha, atendendo as condições de compatibilidade nó em superfície (Hibbitt, 1996).

Para um sólido tridimensional genérico, a contribuição do contato no potencial total usando o método dos multiplicadores de Lagrange (mais detalhes em Wriggers, 2006 e Bathe, 2006) e satisfazendo as condições de contato na forma forte é adicionada com

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_B \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_B \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV - \int_{\Gamma_f} (\mathbf{U}^{\Gamma_f})^T \mathbf{f}^{\Gamma_f} d\Gamma - \sum_i (\mathbf{U}^i)^T \mathbf{R}_C^i + \\ & + \sum_{\Gamma_c} (\lambda_N g_N) \text{ em } B, \end{aligned} \quad (\text{A6. 1})$$

onde \mathbf{C} é a matriz tensão-deformação do material, $\boldsymbol{\varepsilon}$ e \mathbf{U} são, respectivamente, as deformações e deslocamentos no sólido tridimensional. V e S são o volume e a superfície do sólido B , respectivamente. \mathbf{f}^B são as forças de volume externas aplicadas, \mathbf{f}^{S_f} são as forças aplicadas na superfície Γ_f (forças por unidade de superfície de área) e \mathbf{R}_C^i são os carregamentos concentrados nas posições $i=1, 2, \dots$. O multiplicador de Lagrange λ_N pode ser identificado como a pressão

de contato p_N e Γ_c é a superfície de contato, que é discretizada em j nós. Em cada nó são atendidas as seguintes condições de Kuhn-Tucker-Karush para o contato,

$$\begin{aligned} g_N &= u_N - g \leq 0 \\ p_N &\leq 0 \text{ em } \Gamma_c, \\ g_N p_N &= 0 \end{aligned} \tag{A6. 2}$$

onde $u_N - g \leq 0$ é a restrição de impenetrabilidade. Note que $u_N = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ é a componente normal do campo de deslocamento, com vetor normal \mathbf{n} perpendicular à superfície de contato e \mathbf{u} é a diferença entre os deslocamentos nas superfícies de contato quando essas superfícies são igualmente deformáveis. p_N é a pressão de contato e g é a distância entre as faces da trinca.

Para $u_N - g < 0$ não ocorre o contato e $p_N = 0$. Entretanto, o contato ocorre se $u_N = g$ e $p_N < 0$. Desta forma, a condição $(u_N - g) p_N = 0$ é satisfeita em ambas as condições. Na Figura A6. 2 (a) são ilustradas a região Γ_c na superfície do contorno sob contato no corpo B e a distância g . Complementarmente, na Figura A6. 2 (b) é indicada a pressão de contato p_N em Γ_c .

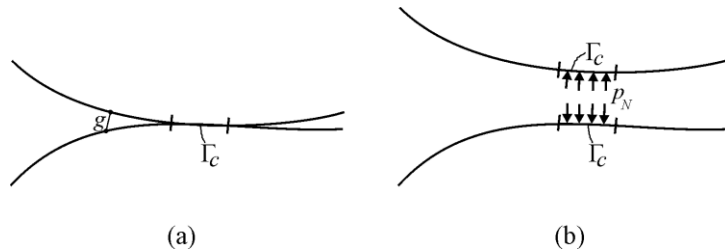


Figura A6. 2 – Contato em um sólido elástico.

A configuração de equilíbrio do corpo para pequenos deslocamentos impõe o estado de equilíbrio estacionário de Π , isto é, $\delta\Pi = 0$ e \mathbf{C} é simétrica no material elástico-linear. Assim,

$$\begin{aligned} \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} dV &= \int_V \delta \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV + \int_{S_f} \delta (\mathbf{U}^{S_f})^T \mathbf{f}^{S_f} dS + \sum_i \delta (\mathbf{U}^i)^T R_C^i + \\ &+ \sum_{\Gamma_c} (\lambda_N \delta g_N) + \sum_{\Gamma_c} (\delta \lambda_N g_N) \end{aligned} \tag{A6. 3}$$

Neste caso, a relação pressão-fechamento (*pressure-overclosure relationship*) adotada é ilustrada na Figura A6. 3. Com esta relação, na área em que as faces da trinca estão abertas, não ocorre pressão p_N . Por outro lado, na área de contato, a pressão pode atingir qualquer magnitude.

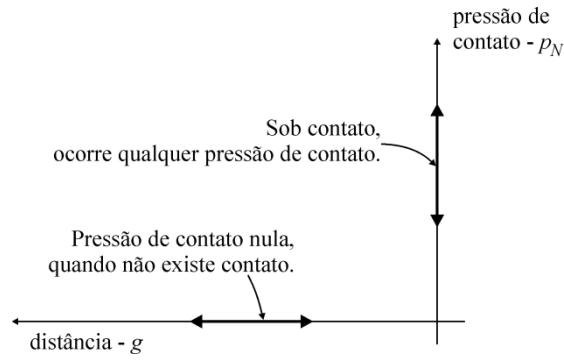


Figura A6. 3 – Relação pressão-fechamento (Hibbitt, 1996).

Apêndice 7 – Comparação das funções de geometria na interseção da trinca com a superfície inferior da placa

Nesta seção são comparadas quatro funções de geometria obtidas na interseção da trinca com a superfície inferior da placa, utilizadas na solução de $\Delta K_{I,c}$. Essas quatro funções foram obtidas: (i) simplificada em uma geometria de trinca passante (conforme comentado no Capítulo 4); (ii) em duas predições numéricas de crescimento incremental da trinca (conforme apresentado no Capítulo 6), e (iii) nas geometrias das trincas extraídas dos corpos-de-prova ensaiados neste trabalho, conforme solução do Capítulo 7.

Nesta seção são comparados os diversos resultados obtidos. A importância desta comparação é confrontar a sensibilidade da função de geometria com a geometria da frente da trinca, ou seja, se é possível obter boas estimativas com geometria de trinca simplificada.

Durante a fase de projeto dos CPs, foi obtida uma função de geometria $f(d/w)$ para trinca reta e passante (ver Figura A7. 1 (b)) sob a flexão pura induzindo o fechamento parcial das faces da trinca. A função de geometria é

$$f(d/w) = 3.32\left(\frac{d}{w}\right)^4 - 5.63\left(\frac{d}{w}\right)^3 + 4.48\left(\frac{d}{w}\right)^2 - 1.27\left(\frac{d}{w}\right) + 0.81 \quad , (A7. 1).$$

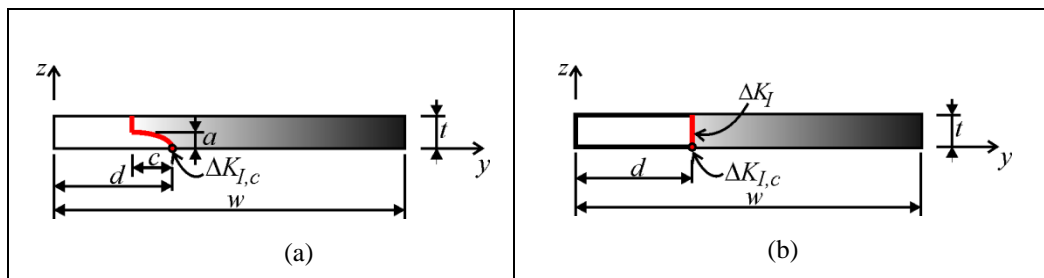


Figura A7. 1 – Geometria da frente da trinca: (a) trinca do experimento; (b) trinca reta-passante.

As demais aproximações do polinômio $f(d/w)$ são com geometria complexa, conforme Figura A7. 1 (a). A primeira expressão obtida com a

geometria complexa da trinca foi estimada com a curva $da/dN - \Delta K$ do C(T) sob tração cíclica. A expressão (6. 4) da função de geometria é

$$f(d/w) = 449.3 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 487.1 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 196.5 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 35.01 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.76 \quad (\text{A7. 2}).$$

Adicionalmente, foi determinada uma função de geometria com a expressão (6. 5) usando a curva $dd/dN - \Delta K$. Essa função de geometria é

$$f(d/w) = 394 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 429 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 174 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 31.4 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.55 \quad (\text{A7. 3}).$$

Finalmente, foi obtido um polinômio de ajuste do fator de intensidade de tensão para a geometria experimental (expressão 7. 12). A expressão encontrada é

$$f(d, w) = 137.45 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 192.27 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 97.99 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 21.50 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.18 \quad (\text{A7. 4}).$$

As funções de geometria previamente apresentadas estão no gráfico ilustrado na Figura A7. 2.

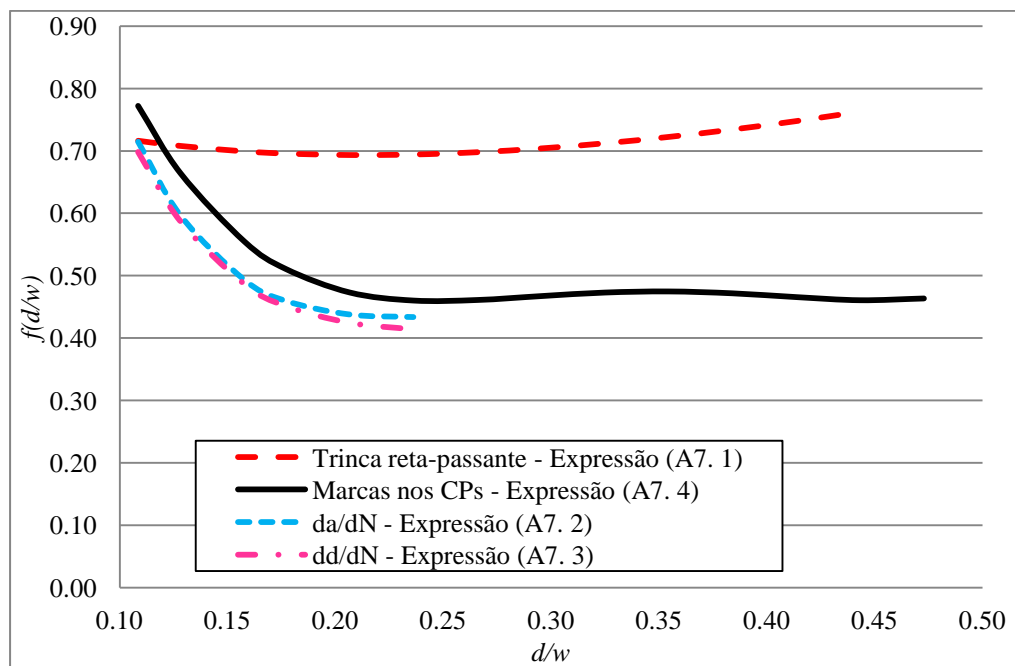


Figura A7. 2 – Comparação da função de geometria em C - $f(d/w)$.

Adicionalmente, as duas expressões obtidas pelo crescimento no FRANC3D cruzam no mesmo comprimento d a curva da trinca reta-passante. Isso é coerente, pois partem da mesma geometria inicial. Contudo, a geometria da trinca obtida experimentalmente é ajustada com três CPs diferentes, em que o

comprimento de trinca inicial é maior, por isso essa curva encontra a curva da geometria reta-passante em uma coordenada diferente.

A diferença entre a estimativa feita com a expressão (A7. 4) e as demais expressões é calculada com

$$Diferença [\%] = \frac{f(d/w)_{(A7.4)} - f(d/w)}{f(d/w)_{(A7.4)}}, \quad (A7. 5)$$

onde $f(d/w)_{(A7.4)}$ é o polinômio de ajuste apresentado na expressão (A7. 4) e $f(d/w)$ são as expressões (A7. 1), (A7. 2) e (A7. 3).

Como todas as geometrias iniciam em uma trinca reta-passante, as equações polinomiais interseccionam a expressão da trinca reta-passante. Entretanto, caso essa geometria reta-passante seja utilizada para simplificar a geometria, resulta em estimativas conservadoras da função de geometria. Com base na Tabela A7. 1, observa que essa simplificação pode ser ocasionar diferenças em torno de 50% usando a função de geometria obtida com frente de trinca passante e obtida com frente de trinca extraída dos corpos-de-prova ensaiados.

Tabela A7. 1 – Diferença na magnitude da função de geometria em diversas razões d/w quando comparadas a função de geometria obtida com a geometria dos corpos-de-prova.

d/w	Diferença [%]		
	Expressão (A7. 1)	Expressão (A7. 2)	Expressão (A7. 3)
0.18	40	10	12
0.21	47	7	10
0.24	51	6	10
0.27	51	6	12
0.30	51	8	14
0.33	51	9	17

As diferenças entre as estimativas da função de geometria com crescimento incremental e geometria dos corpos-de-prova diferem no máximo em 17%, reproduzindo satisfatoriamente as influências das dimensões finitas dos corpos-de-prova, condições de carregamento remoto e geometria da trinca no FIT.