



Fábio Pereira Figueiredo

**Simulação Numérica e Computacional de Correntes
de Turbidez de Baixa Densidade Para Sedimentação
de Bacias**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Doutor pelo Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Rio de Janeiro, janeiro de 2010



Fábio Pereira Figueiredo

**Simulação Numérica e Computacional de Correntes de
Turbidez de Baixa Densidade Para Sedimentação de
Bacias**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Luiz Fernando C. R. Martha

Presidente/Orientador
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Prof. Marco Antonio Schreiner Moraes

CENPES/Petrobras

Prof. Nelson Ferreira Fernandes

Instituto de Geociências - UFRJ

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial
do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 18 de janeiro de 2010.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fábio Pereira Figueiredo

Graduou-se em Engenharia Civil com ênfase em Estruturas na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) em 2001, defendeu sua dissertação de Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas) na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) em 2005 e, atualmente trabalha como pesquisador no Tecgraf/PUC-Rio

Ficha Catalográfica

Figueiredo, Fábio Pereira

Simulação numérica e computacional de correntes de turbidez de baixa densidade para sedimentação de bacias / Fábio Pereira Figueiredo ; orientadores: Luiz Fernando Campos Ramos Martha. – 2010.
109 f. : il. (color.); 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Civil)– Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Correntes de turbidez. 3. Fluxos gravitacionais. 4. Simulação numérica. 5. Dinâmica dos fluidos. I. Martha, Luiz Fernando Campos Ramos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus pais, Antônio José e Dalva;

Meu irmão, Flávio;

Minha esposa, Daniela.

Agradecimentos

Aos meus pais, Antônio José e Dalva Helena a minha eterna gratidão pelo apoio e incentivo que me deram ao longo de toda minha vida.

A minha esposa Daniela por toda dedicação, compreensão e amor. Ao meu irmão Flávio, demais familiares e amigos, por todo carinho e apoio.

Ao meu orientador Luiz Fernando Martha, pela oportunidade que me proporcionou de realizar esta pesquisa, e por toda contribuição dada neste trabalho.

Ao Prof. Márcio da Silveira Carvalho do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio por toda atenção, paciência e pela valiosa contribuição dada durante a fase de implementação computacional do modelo numérico.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil da Puc-Rio. A equipe do Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Aos amigos e funcionários do *Department of Earth Science* da *Royal Holloway University of London* e em especial ao Prof. David Waltham, por toda atenção e apoio durante o período de pesquisas realizadas na Inglaterra.

Aos amigos do Tecgraf, pela amizade e companheirismo durante todos esses anos de convívio diário. Em especial a Rafael Sousa, Pedro Cambier, Gisele Holtz, André Derraik, Marcos Arruda, Isabelle Telles, Luiz Fernando Bitton, Alonso Juvinao e Mauro Carrion.

Ao CNPq, Tecgraf e Petrobras por proporcionarem todas as condições necessárias para que esta pesquisa pudesse ser realizada e pelo apoio financeiro.

Resumo

Figueiredo, Fábio Pereira; Martha, Luiz Fernando C. R. **Simulação Numérica e Computacional de Correntes de Turbidez de Baixa Densidade Para Sedimentação de Bacias**. Rio de Janeiro, 2010. 109p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Correntes de turbidez ocorrem tanto na natureza como em situações criadas pelo homem. Segundo alguns pesquisadores, grande parte das reservas de petróleo conhecidas no mundo estão armazenadas nos reservatórios de hidrocarbonetos formados a partir dos sistemas turbidíticos. Tendo em vista a importância dessas correntes, este trabalho pretende propor um modelo numérico consistente e com baixo custo computacional, capaz de auxiliar na previsão de sedimentação de bacias nos processos de modelagem estratigráfica no contexto do simulador numérico de sedimentação tridimensional com ênfase nos processos deposicionais em ambientes de talude plataforma e bacia, chamado *Steno*, e validar o modelo numérico proposto através de simulações físicas conduzidas no Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. O modelo numérico proposto é baseado nas equações de Navier-Stokes, que são resolvidas tirando-se a média na profundidade do perfil de velocidades característico. Além disso, uma aplicação gráfica tridimensional para simulação numérica de correntes de turbidez, chamada *Turb3D*, foi desenvolvida com base nas equações propostas. O programa possui uma interface gráfica amigável para o usuário no que diz respeito à entrada de dados, solução e visualização dos resultados. Os resultados obtidos mostraram que apesar do modelo numérico possuir um bom desempenho computacional, se comparado com os complexos modelos numéricos existentes, não foi possível reproduzir com precisão a evolução das correntes de turbidez e seus depósitos. Contudo, acredita-se que a abordagem dada ao problema de simulação numérica de correntes de turbidez apresentada neste trabalho pode fornecer bons resultados. Entretanto, é fundamental que seja dada continuidade a pesquisa, de modo que ajustes e melhorias ao modelo proposto possam ser realizadas.

Palavras-chave

Correntes de turbidez; fluxos gravitacionais; simulação numérica; dinâmica dos fluidos.

Abstract

Figueiredo, Fábio Pereira; Martha, Luiz Fernando C. R. **Numerical and Computational Simulation of Low Density Turbidity Currents for Basin Sedimentation.** Rio de Janeiro, 2010. 109p. DSc. Thesis - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Turbidity currents occur in both natural and man-made situations. In agreement with some researchers, most of the world's oil reserves are stored in hydrocarbon reservoir built by turbidity systems. Because of the importance of these currents, this work proposes a consistent and efficient numerical method for simulations of turbidity currents for basin sedimentations predictions in the stratigraphic modelling process, which will be incorporated to the numerical simulator of sedimentation 3D called *Steno*. In order to validate the proposed numerical model experiments were conducted at the Hydraulics Research Institute of Federal University of Rio Grande do Sul. The proposed numerical model is based on Navier-Stokes equations that are solved in the depth-average. Moreover, a three-dimensional graphic application for numerical simulations of turbidity currents called *Turb3D* was developed. The application user interface provides a common, user-friendly, graphical environment for pre-processing, solution and post-processing. Despite the good computational performance achieved by using this approach, the method presented did not reproduce accurately the evolution of turbidity current and their deposits. However, it is believed that the approach to the numeric simulation of the turbidity current problem given in this work can provide better results, although this research should continue and improvements should be made.

Keywords

Turbidity currents; gravitational flows; numeric simulations; fluid dynamics.

Sumário

1	Introdução	16
1.1.	Motivação	18
1.2.	Revisão Bibliográfica	21
1.3.	Objetivos	26
1.4.	Organização da Tese	26
2	Correntes de Turbidez	28
2.1.	Iniciação	31
2.2.	Fluxos por Descarga (<i>Surges</i>)	32
2.3.	Fluxos Contínuos (<i>Steady</i>)	33
2.4.	Anatomia	33
2.5.	Perfis Verticais Característicos	36
2.6.	Perfil Característico de Velocidade	36
2.7.	Perfil Característico de Concentração	36
3	Modelo Matemático	38
3.1.	Conservação da Massa	39
3.2.	Conservação da Quantidade de Movimento	41
3.3.	Modelo Matemático Para as Correntes de Turbidez	43
3.3.1.	Tensão de Cisalhamento em Fluxos Newtonianos Turbulentos	44
3.3.2.	Transporte de Sedimentos e Deposição de Partículas	49
3.4.	Resumo das Equações Propostas para as Correntes de Turbidez	50
4	Modelo Computacional	51
4.1.	Técnicas Numéricas	51
4.1.1.	Solução das Equações do Problema	53
4.1.2.	Estabilidade	60
4.1.3.	Algoritmo de Solução do Problema	60
4.2.	Programa Para Simulação, Pré e Pós Processamento de Correntes de Turbidez.	63
5	Simulação Física	69

5.1. Metodologia	70
5.2. Resultados	73
5.2.1. Evolução	74
5.2.2. Deposição	76
6 Simulação Numérica	80
6.1. Simulação do Ensaio 1	81
6.2. Simulação do Ensaio 2	84
6.3. Discussão dos Resultados	87
6.3.1. Evolução	87
6.3.2. Deposição	89
7 Conclusões e Sugestões	91
7.1. Conclusões	91
7.2. Sugestões	93
8 Referências Bibliográficas	95
Anexo A. Conceitos Básicos de Escoamentos Turbulentos	101
A.1. Aproximação Empírica	105
A.2. Distribuição da Velocidade Turbulenta	108

Lista de figuras

Figura 1 - Corrente de gravidade de ar frio na atmosfera, visível devido à suspensão da areia e da poeira (Simpson, 1997)	17
Figura 2 – Tipos de correntes de densidade em ambiente marinho (Mulder & Alexander, 2001)	17
Figura 3 - Interface do sistema numérico de modelagem estratigráfica <i>Steno</i> ...	19
Figura 4 - Tanque T usado numa primeira validação das equações de correntes de densidade (Bitton, 2008).....	24
Figura 5 - Comparação dos deslocamentos das correntes modeladas fisicamente e numericamente (Bitton, 2008).....	25
Figura 6 – Afloramento turbidítico na região oeste da Irlanda (fonte: U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program).....	28
Figura 7 – Corrente de turbidez escoando em um grande volume de água. (Simpson, 1997 - adaptada)	29
Figura 8 – Mecanismos de iniciação de correntes de turbidez: (a) volume finito e (b) fluxo contínuo (Mutti <i>et al</i> , 2009)	32
Figura 9 – Imagem da cabeça e corpo de uma corrente de gravidade salina mostrando os vórtices de Kelvin-Helmholtz, e uma vista esquemática dos lobos e ranhuras (Kneller e Buckee, 2000).....	34
Figura 10 – Formas de instabilidade que ocorrem na parte frontal da corrente de turbidez movendo-se na superfície: (a) vórtices de Kelvin-Helmholtz e (b) complexo de lobos e ranhuras (Simpson, 1997)	34
Figura 11 – Diagrama da cabeça e do corpo de uma corrente de turbidez, mostrando um perfil de velocidades típico (Kneller e Buckee, 2000 - adaptada).....	36
Figura 12 – Perfis verticais de velocidade e densidade/concentração (Kneller e Buckee, 2000).....	37
Figura 13 - Volume de controle em coordenadas retangulares.....	39
Figura 14 – Tensões na direção x de um elemento infinitesimal de um fluido....	42
Figura 15 - Gradiente de pressão no ponto P	45
Figura 16 - Exemplos de gradiente de pressão.....	46
Figura 17 - Esquema do perfil de velocidades próximo à parede	47
Figura 18 - Célula da malha deslocada. A altura é armazenada no centro enquanto que as velocidades são armazenadas no centro.....	54

Figura 19 – Discretização das derivadas presentes na equação de momento na direção x	55
Figura 20 – Discretização das derivadas presentes na equação de momento na direção y	56
Figura 21 – Discretização das derivadas presentes na equação de continuidade	57
Figura 22 – Índices utilizados para endereçamento das variáveis em uma malha deslocada com coordenadas i, j . (a) fracionário (b) inteiro.....	59
Figura 23 – Etapas do processo de solução do problema	62
Figura 24 – Diagrama de classes da API do Turb3D	64
Figura 25 – Interface gráfica do programa <i>Turb3D</i>	65
Figura 26 – Diálogo de entrada da malha da superfície.....	66
Figura 27 – Diálogo de dados do canal	66
Figura 28 – Diálogo de dados da simulação	67
Figura 29 – Diálogo de sedimentos	67
Figura 30 - Esquema do tanque utilizado nos ensaios.....	70
Figura 31 – Difusor acrílico usado para garantir a uniformidade do fluxo durante os ensaios.....	71
Figura 32 - Reservatório elevado, utilizados para armazenar a mistura	72
Figura 33 - Medidor de vazões conectado a entrada da tubulação.....	72
Figura 34 - Medição da espessura dos depósitos com a utilização de laser	73
Figura 35 – Evolução da corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro, nos seguintes tempos: (a) 10 s, (b) 60 s, (c) 120 s, (d) 180 s, (e) 240 s e (f) 300 s	74
Figura 36 – Evolução da corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm de diâmetro, nos seguintes tempos: (a) 10 s, (b) 60 s, (c) 120 s, (d) 180 s, (e) 240 s e (f) 300 s	75
Figura 37 – Geometria da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro, medidas em metros.	76
Figura 38 – Vista lateral da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro. (a) Geometria da deposição.	77
Figura 39 – Geometria da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm , medidas em metros.....	77

Figura 40 – Vista lateral da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm , medidas em metros.....	78
Figura 41 – Reconstrução das superfícies dos ensaios com o software GoCad®. (a) Ensaio 1 (b) Ensaio 2.....	79
Figura 42 – Tela do programa Turb3D mostrando a deposição ocorrida para uma corrente de turbidez com sedimentos de 100 μm . Escala da deposição aumentada em 3 vezes.....	81
Figura 43 – Vista superior da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s.....	82
Figura 44 – Vista lateral da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s.....	83
Figura 45 – Vista superior do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 100 μm	83
Figura 46 – Vista lateral do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 100 μm	84
Figura 47 – Tela do programa Turb3D mostrando a deposição ocorrida para uma corrente de turbidez com sedimentos de 150 μm . Escala da deposição aumentada em 3 vezes.....	84
Figura 48 – Vista superior da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s.....	85
Figura 49 – Vista lateral da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s.....	85
Figura 50 – Vista superior do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 150 μm	86
Figura 51 – Vista lateral do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 150 μm	86
Figura 52 – Ajuste da relação $fz0$. (a) $fz0 = 125$ (b) $fz0 = 250$ (c) $fz0 = 500$..	88

Lista de tabelas

Tabela 1 - Características dos ensaios	69
Tabela 2 - Resumo dos resultados dos ensaios.....	78
Tabela 3 - Resumo dos resultados da evolução da corrente com sedimentos de 100 µm.....	87
Tabela 4 - Resumo dos resultados da evolução da corrente com sedimentos de 150 µm.....	88
Tabela 5 – Resumo dos resultados das deposições das correntes	89

Lista de símbolos

Carcteres Romanos

c - concentração total da corrente de turbidez

c_k - concentração em volume do sedimento k

f - espessura fracionária da camada limite

f_b - coeficientes de atrito de Darcy-Weisbach na camada inferior

f_i - coeficientes de atrito de Darcy-Weisbach na camada superior

g - aceleração devido à gravidade

g' - aceleração devido à gravidade reduzida

h - espessura média da corrente de turbidez

H - coordenada do topo da corrente de turbidez

k - constante de Von kármán

L_k - carga de sedimentos associado ao grão k

p - pressão

s_k - taxa de sedimentação para o grão k

S - declividade

t - tempo

u - velocidade na direção x

u_* - velocidade de cisalhamento ou de atrito

\bar{u}_b - velocidade média na base

\bar{u}_t - velocidade média no topo

u' - velocidade vertical flutuante

\bar{U} - velocidade média da corrente de turbidez

v - velocidade na direção y

v_k - velocidade de queda do sedimento k

w - velocidade na direção z

z - altura acima da base da parede ou superfície sólida

z_0 - faixa de profundidade da camada limite

z_b - faixa de profundidade da camada limite

Caracteres Gregos

α - constante da condição de estabilidade de Courant

Δt - intervalo de tempo

Δx - distância entre as células do grid na direção x

Δy - distância entre as células do grid na direção y

$\Delta\rho$ - diferença de densidade entre o fluxo e o meio circundante

μ - viscosidade

ρ - densidade

ρ_w - densidade do meio circundante

ρ_f - densidade da corrente de turbidez

1 Introdução

Correntes de densidade ou correntes de gravidade ocorrem tanto na natureza como em situações criadas pelo homem. As avalanches, correntes oceânicas, movimentos de massas de ar com diferentes temperaturas, lançamentos acidentais de gases densos na atmosfera, são alguns exemplos desse tipo de corrente.

As correntes de densidade são fluxos gravitacionais que fluem pela ação da gravidade, devido à diferença de densidade entre o fluxo e o fluido circundante (Simpson, 1997). A diferença de densidade das correntes de densidade pode ser causada por efeitos térmicos, ou como resultado do material dissolvido ou material suspenso, ou ainda pela combinação desses dois fatores. A corrente é dita conservativa, se o material estiver dissolvido dentro da corrente. Porém, se o material estiver suspenso, a corrente é dita não-conservativa.

Embora existam diversos tipos de correntes de densidade, os registros geológicos revelam que somente dois desses processos, correntes de detritos e correntes de turbidez, são responsáveis pelo depósito de cerca de 90% de sedimentos de grãos maiores no fundo do mar (Middleton & Hampton, 1976). Assim, a corrente de turbidez, que é tradicionalmente definida como sendo uma corrente de densidade induzida pela presença de material em suspensão, é um caso particular das correntes de densidade.

Em correntes de densidade atmosféricas como, por exemplo, as brisas marinhas ou tempestades, a diferença de densidade é causada tipicamente pela diferença de temperatura entre a propagação da frente fria e o relativo ar aquecido do ambiente, Figura 1. Em outras situações, a diferença de densidade pode ocorrer devido a outras fontes, tais como a falta de homogeneidade na distribuição das substâncias dissolvidas na corrente como, por exemplo, o sal nas correntes oceânicas, ou pela presença de partículas pesadas, ou ainda o pó da neve em avalanches.



Figura 1 - Corrente de gravidade de ar frio na atmosfera, visível devido à suspensão da areia e da poeira (Simpson, 1997)

De acordo com Mulder & Alexander (2001), no ambiente marinho, as correntes de densidade podem ser classificadas de acordo com a diferença de densidade entre a corrente, ρ_f , e o fluido circundante, ρ_w . Isso permite a definição de quatro tipos de fluxos, Figura 2. Essa classificação é baseada na coesividade das partículas, duração do fluxo, concentração de sedimentos e no mecanismo de suporte das partículas.

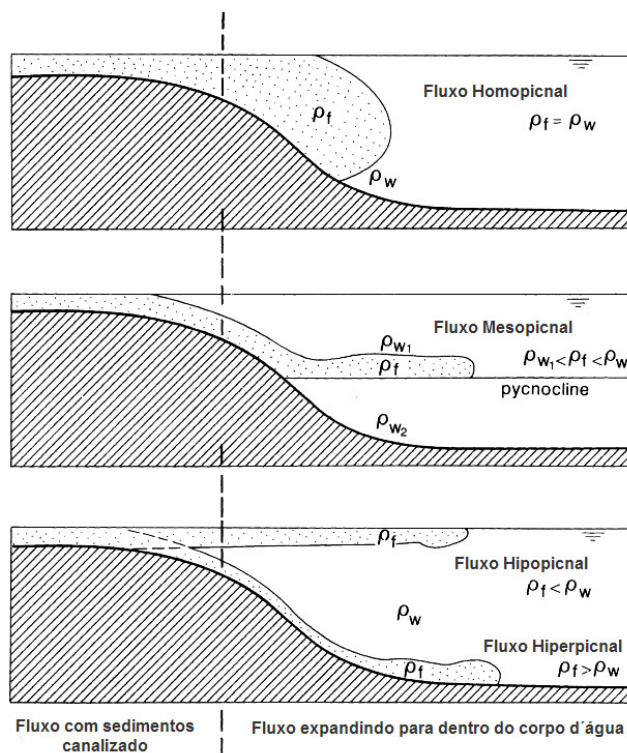


Figura 2 – Tipos de correntes de densidade em ambiente marinho (Mulder & Alexander, 2001)

Se $\rho_f = \rho_w$, isto quer dizer que as densidades do ambiente e da corrente são iguais, logo, tem-se um *fluxo homopícnal*. Para $\rho_f < \rho_w$, tem-se um *fluxo hipopícnal*, para $\rho_f > \rho_w$, tem-se um *fluxo hiperpícnal*. Caso a densidade do fluxo esteja compreendida entre a densidade de dois fluidos ambientes distintos, o fluxo irá percorrer sua trajetória acima da *pycnocline*, e esse fluxo é dito *mesopícnal*.

Correntes de densidade são freqüentemente encontradas no contexto geofísico, porém o comportamento dessas correntes também é de interesse em engenharia, devido ao importante papel que elas desempenham em vários problemas relacionados com segurança industrial e proteção ambiental. De acordo com Mulder *et al* (2003), nos últimos anos, correntes de densidade têm sido amplamente estudadas, estimulado pela necessidade de caracterização de reservatórios de águas profundas e outras necessidades da indústria *offshore*. Segundo Kneller & Buckee (2000), profissionais de diversas áreas foram envolvidos no estudo e pesquisa desses tipos de correntes, concentrando o foco de seus estudos em basicamente três grupos: modelagem matemática, simulação física em laboratório e observação dos registros geológicos dos sistemas turbidíticos.

1.1. Motivação

Esse trabalho insere-se na linha de pesquisa de Computação Gráfica Aplicada do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, que visa investigar técnicas de computação gráfica aplicadas ao desenvolvimento de programas gráficos interativos para o auxílio a análise e projetos em engenharia. Em um convênio firmado entre o Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica da PUC-Rio, Tecgraf, e a Petrobras, essa linha de pesquisa vêm desenvolvendo aplicativos e tecnologia em diversas áreas, dentre elas: engenharia civil, engenharia mecânica e geologia. Atualmente o Tecgraf desenvolve importantes aplicativos de alta-performance utilizados pela Petrobras que auxiliam em diversas etapas do processo de exploração de petróleo dessa empresa. Dentre esses aplicativos pode-se citar um sistema numérico de modelagem estratigráfica, chamado *Steno*, Figura 3.

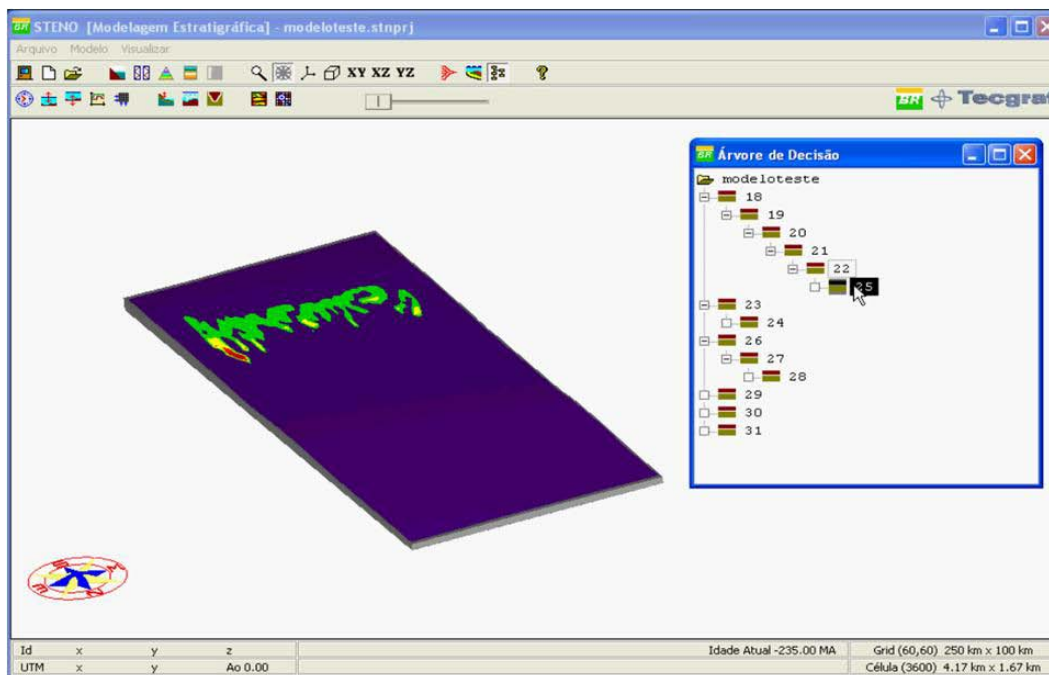


Figura 3 - Interface do sistema numérico de modelagem estratigráfica *Steno*

O *Steno* é um simulador numérico de sedimentação tridimensional, com ênfase nos processos deposicionais em ambientes de plataforma, talude e bacia. O algoritmo do simulador é baseado nos conceitos quantitativos formulados pela estratigrafia de seqüências, como mecanismos de controle primário da arquitetura dos estratos sedimentares, e em uma análise numérica para simulação do fluxo bidimensional de um fluido incompressível, em regime permanente, não viscoso, em função da batimetria da região a ser modelada através de uma malha regular definida pelo usuário (Carvalho, 2002).

O *Steno* tem como objetivos: produzir um simulador numérico que opere em escala estratigráfica, isto é, com tempo de simulação da ordem de milhões de anos; apoiar a modelagem de bacias e testar cenários exploratórios.

Com base nos dados de entrada fornecidos pelo usuário, o programa determina os campos de velocidades, calculado a partir das velocidades de aporte de sedimentos e das velocidades de corrente. Esse campo de velocidades é usado, então, para determinar a direção do escoamento dos sedimentos, as chamadas linhas de fluxo. Os sedimentos são transportados hidrodinamicamente, isto é, na direção x e y eles são transportados segundo as linhas de fluxo e na direção z a movimentação/deposição dos sedimentos é controlada pelo volume do espaço disponível para acomodação em cada uma das colunas formadas a partir das células do modelo discretizado.

Além disso, havia a necessidade de incorporar ao *Steno* um módulo capaz de simular outro importante processo deposicional, os fluxos gravitacionais, mais especificamente as correntes de turbidez. No contexto do *Steno*, essas correntes são eventos catastróficos que ocorrem durante um curto intervalo de tempo, se comparado à escala de tempo da simulação, em um dado instante.

Esse módulo deve ser capaz de fornecer resultados que sejam relativamente consistentes e aceitáveis do ponto de vista geológico, e precisa ser simples e rápido o suficiente para ser executado em computadores portáteis e não em poderosos computadores, como é o caso de muitos modelos numéricos utilizados atualmente para solução desse tipo de problema, que chegam a consumir dias de processamento contínuo.

Assim, o principal objetivo desse trabalho é propor um modelo numérico simplificado de correntes de turbidez capaz de produzir previsões relativamente precisas da evolução das correntes e características dos depósitos, fornecendo uma ferramenta que possa ser utilizada para previsão de sedimentação de bacias nos processos de modelagem estratigráfica do *Steno*.

Adota-se como simplificação um modelo de média vertical, em que as equações de Navier-Stokes são resolvidas tirando-se a média ao longo da profundidade, tomando-se por base o perfil característico de velocidades¹. De acordo com Kneller e Buckee (2000), modelos de média vertical, mesmo não modelando os processos dinâmicos dentro das correntes de turbidez, podem produzir previsões relativamente precisas da evolução das correntes e características dos depósitos, fornecendo uma compreensão valiosa para geólogos com relação a depósitos formados pelas correntes de turbidez. Daqui em diante, esses modelos serão citados no texto como modelos de média vertical. Esses modelos também são conhecidos como modelos utilizando equações de águas rasas, do inglês *shallow-water*.

Dessa forma, pretende-se, ao simplificar o modelo numérico de correntes de turbidez, atingir as duas condições primordiais impostas pelo *Steno*: resultados da simulação de correntes de turbidez relativamente precisos e baixo custo computacional.

1. Em inglês usa-se o termo *depth-average* para denominar os modelos de média vertical.

É importante ressaltar que o objetivo desse estudo é, portanto, fornecer uma ferramenta que possa ser utilizada para previsão de sedimentação de bacias nos processos de modelagem estratigráfica, visando basicamente o processo deposicional gerado pelo método, e não a simulação completa de escoamentos turbulentos.

1.2.Revisão Bibliográfica

O interesse no estudo de corrente de densidade por diversas áreas de pesquisa deu origem a uma quantidade substancial de pesquisas teóricas e experimentais. Muitos trabalhos foram desenvolvidos em correntes de densidade confinadas em canais e tubos, ou na propagação das correntes sobre superfícies horizontais e inclinadas.

Existem diversos modelos matemáticos para correntes de densidade, que variam desde simples equações hidráulicas até complexos modelos de turbulência. Esses modelos matemáticos podem ser usados com diversos propósitos, desde fornecimento de estimativa de velocidade e espessura da corrente, para previsão da geometria de turbiditos e sua distribuição de grãos, até modelagem da estrutura vertical da turbulência em correntes de densidade (Kneller e Buckee, 2000).

As equações matemáticas que necessitam ser resolvidas nesse tipo de modelos são basicamente: a conservação da massa de fluido, a conservação da massa de sedimentos e a conservação da quantidade de movimento, conhecida também como equações de Navier-Stokes. As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais parciais não-lineares, que podem ser resolvidas para escoamentos turbulentos, tais como as correntes de densidade, desde que sejam assumidas algumas hipóteses simplificadoras (Tennekes & Lumley, 1972).

Os primeiros modelos de correntes de turbidez eram baseados em uma equação modificada da conhecida equação de Chézy para fluxos permanentes e uniformes, que pode ser obtida da equação de Navier-Stokes (Komar, 1977):

$$\bar{U} = \sqrt{\frac{8g'Sh}{f_b + f_i}} \quad (1)$$

onde \bar{U} é a velocidade média da corrente, S é a declividade do canal, h é a espessura média da corrente, g' é a aceleração da gravidade reduzida e f_b e f_i são os coeficientes de atrito de Darcy-Weisbach na camada inferior e superior da corrente respectivamente.

Middleton e Southard (1984) sugerem que para correntes de turbidez volumosas a soma dos coeficientes $f_b + f_i$ é aproximadamente 0,01, onde $f_b < f_i$, e esses dois coeficientes são provavelmente função do número de Froude. Modelos baseados nas equações modificadas de Chézy têm sido freqüentemente utilizados para modelar as propriedades do fluxo de correntes de turbidez naturais. Alguns desses modelos têm sido estendidos com o propósito de estudar a evolução, erosão e deposição dessas correntes, (Kneller e Buckee, 2000).

Uma simples análise para propagação da velocidade e deposição das partículas em correntes de densidade por ser feita empregando-se o modelo de caixas, do inglês *box models* (Huppert, 1998). Este modelo não é baseado nas equações de Navier-Stokes, em vez disso, a corrente é modelada como uma série de retângulos de mesma área, e sem que haja uma variação temporal das propriedades horizontais e verticais do fluxo. A taxa de propagação é controlada pelo número de Froude, que é assumido constante na faixa de 0,7 a 0,8. Dessa maneira, uma forma dimensional da solução pode ser determinada e resolvida analiticamente. Esses modelos são adequados para modelagem de casos simples, porém raramente foram testados para modelagem de casos de deposição natural, devido à dificuldade na restrição das condições iniciais (Kneller e Buckee, 2000).

Em modelos mais complexos, as equações de Navier-Stokes são resolvidas pela média vertical. A hipótese é feita considerando o fato de que as variações verticais nas propriedades das correntes não são significativas, assim as equações governantes podem ser integradas na altura do fluxo. Essa hipótese resulta em uma média para cada variável, por exemplo, velocidade ou concentração de sedimentos, em cada ponto. Porém, as propriedades das correntes de turbidez variam drasticamente com a altura, logo se utiliza um perfil vertical ou fator de forma para a velocidade ou concentração de sedimentos (Garcia, 1994). Apesar de esses modelos levarem em consideração algumas propriedades importantes da corrente, o fator de forma utilizado geralmente é adotado como sendo uma constante nos modelos numéricos, o que não ocorre no caso das correntes de turbidez naturais, onde tanto o perfil de velocidade como o de concentração de sedimentos pode variar com o decorrer do tempo. Assim, tais modelos são ditos quase bi-dimensional, uma vez que as variações verticais das propriedades não são verdadeiramente modeladas.

Modelos baseados na média vertical levam a turbulência em consideração através do emprego de uma função empírica para a entrada de fluido ambiente

no topo da corrente (Ellison & Turner, 1959), e são geralmente resolvidas numericamente através da discretização das equações governantes. Entretanto, adotam-se algumas simplificações, como, por exemplo, considera-se o escoamento permanente. Assim, as equações de Navier-Stokes reduzem-se a equações que podem ser resolvidas analiticamente, ao contrário de complexas soluções numéricas que podem exigir grande esforço computacional.

Apesar dos modelos baseados na média vertical produzirem previsões da evolução da corrente e das características dos depósitos relativamente precisos, eles não são capazes de modelar verdadeiramente a dinâmica dos escoamentos turbulentos dentro da corrente de turbidez (Kneller e Buckee, 2000).

Diversos modelos de escoamentos turbulentos têm sido aplicados às correntes de turbidez (Rodi, 1980). Tais modelos são ideais para situações onde há uma significativa variação das propriedades verticais da corrente e, portanto são adequados para correntes de turbidez. Além disso, fornecem um melhor entendimento da dinâmica de tais correntes (Stacey & Bowen, 1988).

Porém, modelos turbulentos possuem um grande custo computacional e de tempo inerente ao processo. Por exemplo, uma simples rodada de um modelo numérico de corrente de densidade de alta definição realizada por Cantero *et al* (2007) no *National Center for Supercomputing Applications* da Universidade de Illinois em Urbana-Campaign nos Estados Unidos, requer um mês de processamento contínuo em um SGI Altix 3000 equipado com 64 processadores, cerca de 70 Gb de memória RAM, 600 Gb de espaço livre para armazenamento de dados e 18 Tb para armazenamento da visualização do modelo.

Em muitos casos, a resposta fornecida por tais modelos, como distribuição espacial dos grãos ou espessura dos depósitos, não justificam o tremendo esforço computacional requerido. Isto porque, as incertezas quanto às condições iniciais das correntes naturais, fornecidas como dados de entrada, podem produzir respostas que seriam alcançadas utilizando modelos muito mais simples, como os modelos baseados na média vertical, por exemplo.

A simulação de correntes de densidade com um modelo numérico simplificado, baseado nas equações de Navier-Stokes utilizando a média vertical, vem sendo objeto de pesquisa de alguns pesquisadores, especialmente do grupo de pesquisa do *Department of Earth Science* da *Royal Holloway University of London*, há alguns anos. Waltham & Davison (2001), Waltham (2004), Waltham (2007), Bitton (2008) e Waltham *et al* (2008) são alguns exemplos do resultado obtido com essas pesquisas nesses últimos anos.

Em 2006, foi firmada então uma parceria entre a *Royal Holloway University of London* e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro com o objetivo de fomentar o estudo, aperfeiçoamento e validação de simulações numéricas de correntes de densidade iniciadas pelo grupo de pesquisa do *Department of Earth Science* da *Royal Holloway University of London*.

O primeiro resultado dessa parceria foi a verificação de um modelo matemático simplificado para correntes de turbidez (Bitton, 2008). Nesse trabalho Bitton (2008) realiza inúmeros experimentos utilizando um tanque T, para coletar informações sobre a evolução espaço-temporal de velocidades das correntes de turbidez não-confinadas, e os compara com os resultados do modelo numérico. Esse tanque é composto de um canal conectado a uma plataforma quadrada. O canal mede 1,50 m x 0,32 m e a plataforma mede 1,55 m x 1,55 m, Figura 4.



Figura 4 - Tanque T usado numa primeira validação das equações de correntes de densidade (Bitton, 2008)

As velocidades das correntes de turbidez nos experimentos com o tanque foram coletadas com o uso de um medidor de velocidade por ultra-som UVP. O UVP (*ultrasonic velocity profiling*) é utilizado para medir instantaneamente as velocidades de uma corrente em meio aquoso. Para isso o UVP é dividido em três partes, os transdutores, que emitem e recebem os pulsos de ultra-som; o hardware, que interpreta os dados adquiridos pelos transdutores; e um computador, para instalação do software do UVP e armazenamento dos dados coletados. Nos experimentos realizados foram utilizados 10 transdutores posicionados em alturas diferentes.

Porém é importante salientar que as equações que modelam o fluxo, utilizadas por Bitton (2008), além de não simularem a deposição das partículas apresentam diferenças significativas com o modelo proposto neste trabalho, especialmente no que tange a lei de fricção adotada.

Esse estudo compara os resultados de uma versão simplificada do modelo numérico com os dados coletados exatamente no final do canal do tanque T, e como neste ponto do tanque a corrente ainda se encontrava confinada, avaliou-se a precisão da equação de velocidade média para problemas 1D. A comparação revelou resultados otimistas, uma vez que os gráficos das curvas de espessura e velocidade, dos experimentos e do modelo, apresentavam uma semelhança muito grande. Seguindo com as análises, Bitton (2008) compara os gráficos das curvas de espessura e velocidade de correntes não confinadas com os dados de saída do simulador 2D e mostra que no início da plataforma de ensaio as correntes coincidem satisfatoriamente, porém, conforme a corrente vai se afastando do canal começa a surgir uma discordância significativa entre elas. Sendo assim, o cálculo de velocidade média é extremamente afetado.

Na Figura 5 mostra-se uma comparação do estudo feito por Bitton (2008) do deslocamento das correntes, experimental e modelada, sobre a plataforma. Ele conclui que o deslocamento na direção do fluxo se assemelha bastante para as duas correntes, porém, na outra direção perpendicular ao fluxo, o simulador tem um deslocamento um pouco mais rápido do que o experimento.

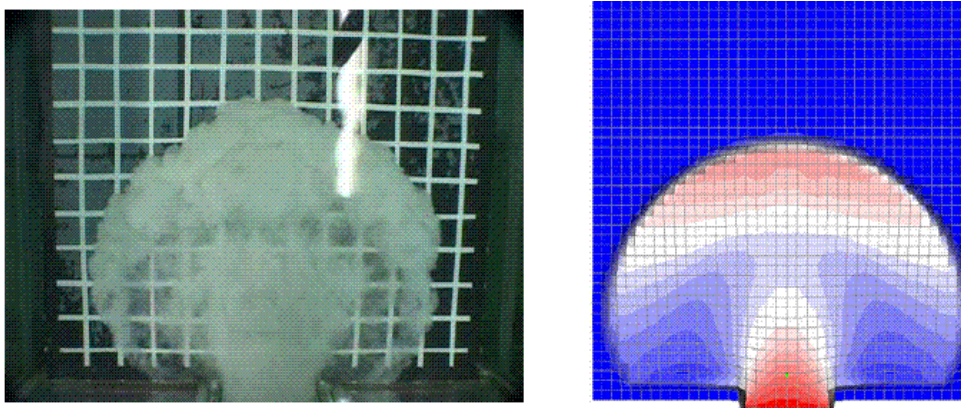


Figura 5 - Comparação dos deslocamentos das correntes modeladas fisicamente e numericamente (Bitton, 2008)

Dessa forma, Bitton (2008) conclui que apesar da equação de velocidade média não ter funcionado exatamente da forma que se esperava, ainda foi possível obter alguns bons resultados com o modelo 1D e com a comparação entre os deslocamentos das correntes dos experimentos e o simulador 2D.

1.3. Objetivos

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um módulo de simulação numérica de correntes de turbidez para sedimentação de bacias, que será incorporado ao simulador numérico de sedimentação tridimensional com ênfase nos processos deposicionais em ambientes de talude plataforma e bacia, chamado *Steno*. O modelo numérico proposto é baseado nas equações de Navier-Stokes resolvidas tirando-se a média ao longo da profundidade, tomando-se por base o perfil característico de velocidades. A hipótese é feita considerando o fato de que as variações verticais nas propriedades das correntes não são significativas, assim as equações governantes podem ser integradas na altura do fluxo.

Dessa forma, pretende-se com esta pesquisa: propor um modelo numérico consistente e com baixo custo computacional, se comparado aos complexos modelos de correntes de turbidez, que seja capaz de auxiliar na previsão de sedimentação de bacias nos processos de modelagem estratigráfica no contexto do *Steno*, e validar o modelo numérico proposto através de simulações físicas conduzidas no Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

É importante observar que apesar de toda a teoria envolvida nessa pesquisa já ser de conhecimento da comunidade científica, a abordagem dada nesse trabalho é inovadora no que tange a concepção e aplicação dessas teorias para solução de problemas de simulação numérica de correntes de densidade.

Foi desenvolvida ainda uma aplicação gráfica tridimensional para simulação numérica de correntes de turbidez. O programa possui uma interface gráfica amigável para o usuário no que diz respeito à entrada de dados e visualização dos resultados.

1.4. Organização da Tese

No capítulo 1 apresentou-se uma breve introdução ao assunto, o objetivo e fatores que o motivaram essa pesquisa, uma revisão bibliográfica dos trabalhos realizados na área de modelagem matemática das correntes de densidade, e apresentou-se os objetivos do trabalho.

O capítulo 2 apresenta uma introdução as correntes de turbidez, descrevendo os principais processos de iniciação dessas correntes, bem como sua anatomia e dinâmica.

O capítulo 3 apresenta as equações matemáticas e simplificações propostas para o modelo numérico das correntes de turbidez.

O capítulo 4 apresenta as técnicas numéricas utilizadas no desenvolvimento do algoritmo computacional de solução. Apresenta-se também um aplicativo de pré e pós-processamento de correntes de turbidez desenvolvido a partir do modelo numérico proposto.

No capítulo 5 é feita uma exposição dos resultados obtidos com as simulações físicas realizadas em laboratório, apresentando a metodologia adotada e os resultados alcançados.

No capítulo 6 apresenta-se os resultados das simulações numéricas implementadas e uma discussão acerca dos resultados obtidos nessas simulações.

O capítulo 7 resume as principais conclusões deste trabalho e apresenta sugestões para futuros trabalhos.

2 Correntes de Turbidez

Correntes de turbidez são correntes de densidades subaquosas e turbulentas, em que a diferença de densidade é causada por sedimentos em suspensão. Essas correntes transportam os grãos, em uma solução composta de água e sedimentos dispersos, que são mantidos em suspensão devido à turbulência. São provocadas por processos como tempestades, avalanche subaquática, descarga de rios, e outros. A deposição dos sedimentos oriundos desse tipo de corrente dá origem a uma rocha sedimentar denominada turbidito.



Figura 6 – Afloramento turbidítico na região oeste da Irlanda (fonte: U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program)

De acordo com Weimer & Link (*apud* Kneller & Buckee, 2000), a corrente de turbidez é o principal agente transportador de sedimentos em ambientes fluviais e marinhos. Ela é importante não somente pelo potencial de risco ambiental que possuem, tais como sedimentação de reservatórios, rompimento de cabos submarinos, dispersão de poluentes e riscos vulcânicos, mas também pelo fato dos sistemas turbidíticos serem responsáveis pela formação dos maiores reservatórios de hidrocarbonetos do mundo. Segundo Fávera (2001), esses reservatórios de hidrocarbonetos contêm quase 90% da reserva de petróleo conhecida no Brasil. Entretanto, sabe-se que atualmente devido à descoberta da camada de pré-sal, que é um conjunto de rochas localizadas nas

porções marinhas de grande parte do litoral brasileiro, com potencial para a geração e acúmulo de petróleo, essa afirmação deixa de ser verdadeira.

Segundo Simpson (1997), as correntes de turbidez são um exemplo de um conjunto mais geral de correntes de densidade, no qual o movimento da corrente se dá devido à diferença de densidade entre o fluido local e o fluido circundante. A Figura 7 mostra o esquema de uma corrente de água turva entrando em um lago ou reservatório e iniciando o escoamento como uma corrente de turbidez sob a água doce com densidade menor que a da corrente.

A força impulsora da corrente é a componente da força devida ao peso atuando na declividade provocada pela diferença de densidade. Diferenças de densidades devido ao gradiente de temperatura e salinidade são comumente encontrados na natureza por uma variedade de razões, na atmosfera, nos lagos, estuários e nos fundo dos oceanos.

As partículas suspensas na corrente de turbidez fazem com que a densidade da corrente seja maior que a densidade do fluido circundante, devido a este fato, a suspensão turbulenta pode se mover em qualquer inclinação.

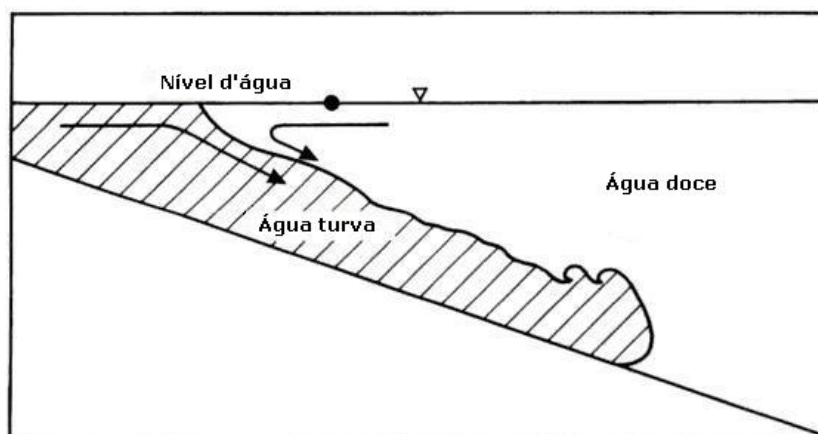


Figura 7 – Corrente de turbidez escoando em um grande volume de água. (Simpson, 1997 - adaptada)

A densidade máxima das correntes de turbidez é algo controverso, há ainda bastante discussão acerca da concentração limite desse tipo corrente de densidade. Acredita-se que uma concentração em massa de 10% seria o limite máximo que essas correntes podem atingir. Isto porque, quando essa concentração excede 10%, os sedimentos suspensos na corrente começam a entrar em constante contato uns com os outros, o que é característico de uma corrente de detritos e não de uma corrente de turbidez (Pratson *et al*, 2000). Todavia, pesquisas mais recentes realizadas pelo Núcleo de Estudos de Correntes de Densidade, NECOD, do Instituto de Pesquisas Hidráulicas, IPH, da

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS mostram que correntes de turbidez de alta densidade chegam a atingir concentrações em volume de cerca de 30%.

O prognóstico da erosão pelas correntes de turbidez e a distribuição dos depósitos turbidíticos, tais como extensão, espessura e distribuição dos grãos, requer um entendimento dos mecanismos de transporte de sedimentos e deposição, o que é por sua vez dependente da dinâmica dos fluidos das correntes. Segundo Middleton (1983), um melhor entendimento da dinâmica das correntes de turbidez é essencial para o julgamento de diversos casos de fenômenos naturais modernos, e antigos sistemas turbidíticos.

Entretanto, a dinâmica dessas correntes é altamente complexa devido à interação entre a turbulência e as partículas em suspensão. Por conseguinte, uma abordagem simplificada é geralmente adotada para modelagem de tais correntes, freqüentemente pela média vertical.

Além disso, estudos sobre a dinâmica das correntes de densidade conduzidos em laboratórios mostram que a distribuição da turbulência e da tensão de cisalhamento é significativamente diferente dos escoamentos em canais livres. A estrutura da turbulência afeta a maneira no qual os sedimentos são suspensos e transportados e, por conseguinte, a maneira como o comportamento e a deposição dos sedimentos nas correntes de turbidez são modelados.

Estudos do mecanismo de correntes de turbidez têm sido limitados pelas dificuldades implícitas no estudo dessas correntes no ambiente natural. As correntes de turbidez no oceano podem alcançar velocidades de dezenas de metros por segundo e espessuras de centenas de metros, o que faz com que mesmo correntes modestas danifiquem equipamentos utilizados com o propósito de seu estudo.

Conseqüentemente, tudo o que se sabe sobre grandes correntes de turbidez naturais é inferido por fontes indiretas tais como alturas de depósito no fundo de vales submarinos. Uma pequena quantidade de correntes de turbidez tem sido visualizada ou monitorada, mas o conhecimento de correntes de turbidez naturais permanece incompleto. Experimentos em pequena escala conduzidos em laboratório oferecem uma das melhores maneiras para o estudo da dinâmica das correntes de turbidez.

Os avanços tecnológicos dos últimos anos têm aumentado consideravelmente o entendimento de questões que variam desde a completa

descrição da morfologia das correntes de turbidez até a estrutura da turbulência dessas correntes.

Modelos matemáticos também podem proporcionar significativos discernimentos da dinâmica das correntes. Soluções analíticas têm sido propostas para alguns aspectos do comportamento de correntes de densidade, porém espera-se que em longo prazo as técnicas numéricas poderão oferecer um melhor entendimento e previsão dos processos tridimensionais e da deposição das correntes de densidade.

Entretanto, as correntes de turbidez são fenômenos altamente complexos, elas são não uniformes, transiente, não linear, não conservativa, isto é, a diferença de densidade dessas correntes varia à medida que sedimentos são erodidos ou depositados. Na maior parte dos casos há mais variáveis do que equações governantes, e os modelos então necessitam adotar simplificações a fim de serem resolvidos. A precisão do modelo depende então da escolha e validade das hipóteses adotadas. Os resultados obtidos por modelos experimentais fornecem uma maneira para limitar algumas dessas variáveis, bem como uma maneira de validar tais modelos.

2.1. Iniciação

A iniciação das correntes de turbidez pode ser causada basicamente por duas maneiras: pela remobilização de sedimentos já depositados no fundo do oceano, como por exemplo, instabilidades de encostas, terremotos, atividades vulcânicas, movimentos tectônico; ou pela entrada de sedimentos por meio de uma fonte externa, por exemplo, nas inundações fluviais. Segundo Mutti *et al* (2009), as instabilidades de encostas e as inundações fluviais são os mecanismos de iniciação mais comuns das correntes de turbidez no ambiente marinho.

As correntes de turbidez podem ser divididas em: *fluxos por descarga* (*surge*) e *fluxos contínuos* (*steady*), Figura 8. *Fluxos por descarga* são aqueles produzidos pelo deslizamento e desintegração de um volume finito de sedimento e, os *fluxos contínuos* que são fluxos com uma descarga constante de sedimentos por um longo período de tempo, provavelmente produzidos por inundações fluviais, deslizamentos constantes ou ambos os casos. Nos fluxos contínuos a velocidade média em um ponto permanece constante durante um intervalo de tempo substancial, o que significa que essas correntes podem ser ditas quase-permanentes. Na realidade, todas as correntes de turbidez naturais

são não permanentes, entretanto, a velocidade média tende a permanecer quase constante por um período relativamente longo. Além disso, os fluxos contínuos ainda podem ser ditos quase-permanentes devido a constante realimentação de sedimentos, logo, podem ser aproximadas a um escoamento permanente, uma vez que possuem variações temporais lentas.

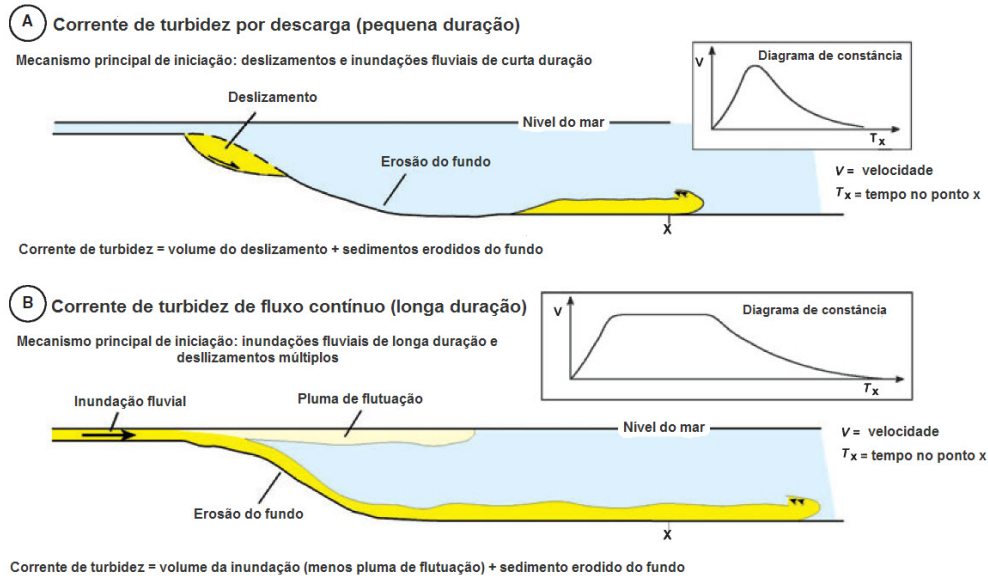


Figura 8 – Mecanismos de iniciação de correntes de turbidez: (a) volume finito e (b) fluxo contínuo (Mutti *et al*, 2009)

2.2. Fluxos por Descarga (*Surges*)

Fluxos por descarga são fenômenos de curta duração sem realimentação de sedimentos. O fluxo é fortemente não uniforme, isto é, sua velocidade varia com a distância, e o desenvolvimento de um corpo contínuo do fluxo é desprezível (Middleton, 1966a). A cabeça da corrente é responsável pelo processo erosivo, porém o grau de erosão geralmente decai com a distância percorrida. O processo erosivo pode ser aumentado devido à inclinação acentuada do fundo ou pela constrição do fluxo (Mulder & Alexander, 2001). Fluxos por descarga geralmente apresentam volumes finitos e pequenos e, com isso, não produzem depósitos espessos. Grande parte dessas descargas são provavelmente iniciadas por deslizamentos subaquoso de taludes.

A duração das descargas depende do tamanho do talude que foi desestabilizado. Descargas curtas, com espessuras que variam de centímetros a metros, têm duração de segundos ou minutos. Em contrapartida, descargas longas, com espessuras que variam de dezenas a centenas de metros, podem durar horas.

2.3. Fluxos Contínuos (*Steady*)

Fluxos contínuos são caracterizados por um fluxo contínuo que persiste por um determinado período de tempo durante seu curso, isto é, o fluxo é realimentado, enquanto que a cabeça da corrente já atingiu a área final de dissipação. Kneller & Branney (1995), definem esse tipo de fluxo com base na velocidade do fluxo, como sendo fluxos que possuem velocidade média em um ponto constante durante um significativo período de tempo.

Nos fluxos contínuos, a duração da passagem da cabeça, ou da frente do fluxo, é muito pequena comparada com a passagem do corpo, deste modo, a cabeça se torna relativamente insignificante na determinação da natureza do depósito (Kneller & Buckee, 2000).

Fluxos *hiperpicnais* são considerados contínuos e quase-permanente, pelo menos durante um período de tempo considerável, enquanto são alimentados pelas descargas fluviais, que podem chegar a ter duração de horas ou mesmo dias. Espera-se que os depósitos provenientes dessas correntes reflitam, principalmente, as condições do corpo do fluxo.

2.4. Anatomia

Correntes de densidade são descritas como tendo cabeça, corpo e em alguns casos cauda bem definidos. A dinâmica da cabeça é importante, pois pode definir a condição de contorno para a corrente como um todo (Kneller & Buckee, 2000). Segundo Middleton (1993), a cabeça é onde acontece todo o processo erosivo, e, portanto é sedimentologicamente importante. Em alguns casos, a cabeça possui um nariz, Figura 9, como resultado da condição de não deslizamento da camada inferior e uma resistência de atrito na camada superior (Britter & Simpson, 1978).

A parte traseira da cabeça, Figura 9, apresenta uma série de vórtices transversais conhecidos como instabilidades de Kelvin-Helmholtz. Esse tipo de vórtice é associado com a instabilidade formada na interface entre dois fluidos com densidades diferentes movendo-se um em relação ao outro. A instabilidade de Kelvin-Helmholtz pode ocorrer quando o número de Richardson, R_i , dado por $g'h/u^2$, é inferior a 1/4 (Simpson, 1997). Onde g' é a gravidade reduzida, h é a altura do fluxo e u é a velocidade.

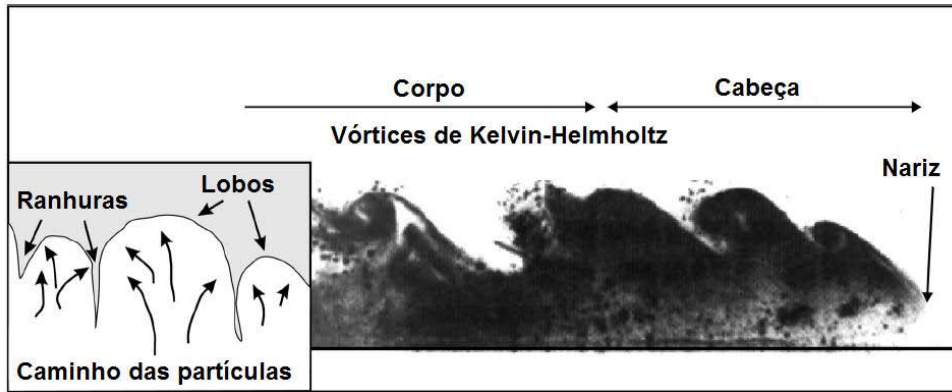


Figura 9 – Imagem da cabeça e corpo de uma corrente de gravidade salina mostrando os vórtices de Kelvin-Helmholtz, e uma vista esquemática dos lobos e ranhuras (Kneller e Buckee, 2000)

O processo de mistura da corrente de turbidez com o fluido ambiente é um importante processo que acontece na cabeça. A Figura 10 apresenta dois dos principais tipos de instabilidade responsáveis pela mistura: os vórtices transversais do tipo Kelvin-Helmholtz, e um complexo de lobos e ranhuras.

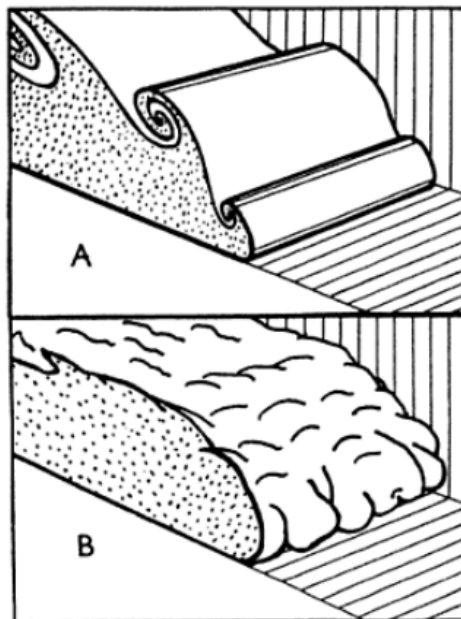


Figura 10 – Formas de instabilidade que ocorrem na parte frontal da corrente de turbidez movendo-se na superfície: (a) vórtices de Kelvin-Helmholtz e (b) complexo de lobos e ranhuras (Simpson, 1997)

Britter e Simpson (1978) utilizando imagens em câmera lenta obtiveram a razão entre a amplitude e o comprimento de onda dos vórtices gerados pelos fluxos, identificando-os como os de Kelvin-Helmholtz. Middleton (1966b) investigou o movimento do fluido e partículas dentro e em frente a cabeça da corrente, mostrando que as linhas de fluxo divergem dentro da cabeça e que a

cabeça desloca o fluido ambiente. Segundo Simpson (1997), esses complexos de lobos e ranhuras na cabeça da corrente movendo-se ao longo de uma superfície horizontal são causados por uma instabilidade gravitacional devido à entrada de fluxo ambiente pelo nariz da corrente.

Em correntes de turbidez movendo-se horizontalmente, a cabeça torna-se quase-permanente, todavia, movendo-se em uma superfície inclinada a espessura da cabeça aumenta em função do ângulo de inclinação da superfície (Simpson, 1997).

Para baixas declividades, ângulos menores que 2° ou 3°, a velocidade da cabeça da corrente é pouco afetada pela inclinação da superfície (Middleton, 1966b). Estudos posteriores com maiores declividades, ângulos entre 5° até 90°, mostram que o aumento das forças gravitacionais é compensado pela maior entrada de fluido circundante na corrente devido à resistência na camada superior, comprovando que a velocidade é fracamente dependente da inclinação da superfície (Britter e Linden, 1980).

Poucas descrições físicas do corpo ou da cauda das correntes de turbidez estão disponíveis na literatura. Ellison & Turner (1959) descrevem o corpo como uma região de velocidade permanente no sentido da corrente e que apresenta uma camada de fluido densa e delgada próxima à base da corrente, o qual, com o aumento da velocidade à jusante, mistura-se com o fluido ambiente no limite superior como uma sucessão irregular de grandes turbilhões.

Através de ensaios conduzidos em laboratórios, Britter e Simpson (1978), verificaram comportamentos distintos entre a camada inferior, região mais densa, e a camada superior, região menos densa, da corrente.

A velocidade no corpo da corrente, que também é dependente da declividade, é cerca de 30% ou 40% mais rápida que a velocidade da cabeça (Middleton, 1966b). Conseqüentemente, a altura da cabeça aumenta à medida que a velocidade do corpo aumenta e o material move-se mais rapidamente para a cabeça.

A cauda, presente em alguns casos, caracteriza-se por ser uma região com espessura que decresce rapidamente, além disso, possui baixas velocidades e concentração de sedimentos.

2.5. Perfis Verticais Característicos

2.6. Perfil Característico de Velocidade

A forma dos perfis de velocidade de correntes de turbidez naturais ou mesmo aqueles provenientes de ensaios experimentais é similar aos perfis de velocidade de escoamentos de jatos junto à parede (Launder & Rodi, 1983). Correntes de turbidez, e jatos junto à parede, são descritas como tendo uma região interior e uma região exterior divididas pela velocidade máxima, Figura 11.

A região interior, próxima à parede, tem um gradiente de velocidade positivo, e possui uma altura que é geralmente menos da metade da espessura da região exterior, que tem gradiente de velocidade negativo. A altura da velocidade máxima é controlada pela proporção entre as forças de arraste exercidas no limite inferior e superior, e em geral é igual a 0.2-0.3 da espessura da corrente (Altinakar, 1996). Para correntes de turbidez movendo-se em superfície rugosa, a altura da velocidade máxima será superior se comparada com aquelas que são dominadas pelo arraste no limite superior.

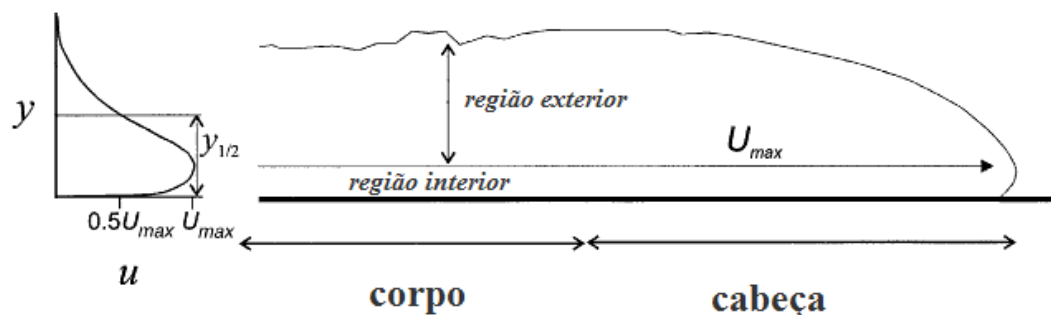


Figura 11 – Diagrama da cabeça e do corpo de uma corrente de turbidez, mostrando um perfil de velocidades típico (Kneller e Buckee, 2000 - adaptada)

2.7. Perfil Característico de Concentração

As correntes de turbidez são bastante estratificadas quanto à densidade, isto é, apresentam um gradiente vertical de concentração de sedimentos, sendo mais densa na camada inferior, e menos densa e mais heterogênea na camada superior, Figura 12a (Kneller e Buckee, 2000). De acordo com Kneller e Buckee (2000), pode-se identificar, além disso, dois tipos principais de perfis característicos de concentração de sedimentos.

O perfil da Figura 12b é comumente observado em fluxos conservativos, isto é, que não apresentam material em suspensão. Esses fluxos são altamente

estratificados, com um gradiente de densidade/concentração que é maior na base da corrente e decresce rapidamente em direção ao topo na altura da velocidade máxima. A segunda classe de distribuição de densidade, Figura 12c, possui um perfil inclinado e é comumente observado em correntes erosivas ou correntes com alta mistura na camada superior.

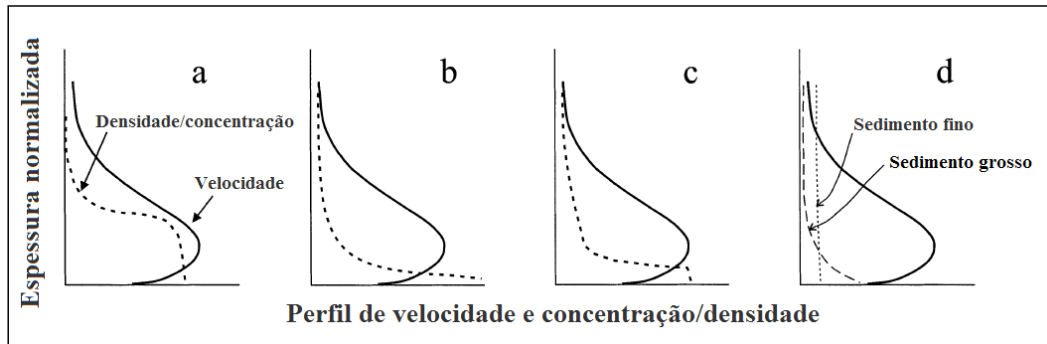


Figura 12 –. Perfis verticais de velocidade e densidade/concentração (Kneller e Buckee, 2000)

Experimentos, nos quais a distribuição granulométrica vertical dos sedimentos têm sido medidas em correntes de turbidez, Figura 12d, revelam que o material mais fino é mais uniformemente distribuído na vertical do que os materiais mais grossos, que tendem a se concentrar na camada inferior da corrente (Garcia & Hull, 1994).

Kneller e Buckee (2000), baseados em estudos teóricos e experimentais de correntes de turbidez, sugerem que há um padrão de distribuição vertical de sedimentos similar aos dos fluxos cisalhantes, no qual o perfil vertical de concentração de sedimentos obedece à lei da potência, dada por Rouse em 1937, com um expoente que é dado pela razão entre a velocidade de cisalhamento, u_* (Vide Anexo A), e a velocidade de queda do grão, u_s . Isto, de acordo com Kneller e Buckee (2000) tem duas importantes conseqüências: qualquer fluxo polidisperso, isto é, com múltiplos grãos, apresentará uma estratificação vertical tanto na densidade quanto na granulometria, e ainda, a faixa granulométrica próxima a base da corrente será mais variada.

3 Modelo Matemático

A mecânica dos fluidos é, no vasto campo da mecânica aplicada, a disciplina que se dedica ao estudo do comportamento dos fluidos, em repouso e em movimento. A disciplina da mecânica dos fluidos que estabelece as leis que regem o movimento dos fluidos é chamada hidrodinâmica.

O estudo do movimento dos fluidos já vem sendo desenvolvido há séculos, a primeira tentativa de descrever as equações de movimento dos fluidos foi feita por Leonard Euler, considerado um dos fundadores da hidrodinâmica. Porém, somente no século XIX o estudo ganhou força com o desenvolvimento das equações de Navier-Stokes, a partir dos trabalhos pioneiros dos franceses Claude Navier (1822) e Siméon Denis Poisson (1829) e do inglês George Stokes (1845) (Fortuna, 2000).

A condição física de um fluido é totalmente determinada se forem conhecidas as componentes u , v e w da velocidade, relativas ao eixo cartesiano x , y e z respectivamente, assim como os valores da densidade ρ e da pressão p , para qualquer tempo t de todos os pontos ocupados pelo fluido. Há, portanto cinco incógnitas (u , v , w , ρ , p) e quatro variáveis independentes (x , y , z , t) no problema relativo ao escoamento dos fluidos.

Há ainda dois métodos de abordagem do problema: método de Lagrange e método de Euler. O primeiro consiste em acompanhar as partículas individuais em seu movimento ao longo de sua trajetória. O segundo estuda as grandezas físicas do fluido no decorrer do tempo, em um determinado volume de controle, fixo no espaço. O método Euleriano é usado na maior parte dos problemas de fluidos (Kundu & Cohen, 2002).

As equações que modelam o escoamento dos fluidos são baseadas nas seguintes leis de conservação: conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia. Essas leis podem ser expressas na forma integral, e nessa forma as expressões podem ser aplicadas a um volume fixo no espaço ou a um volume material, que consiste das mesmas partículas fluidas e, no qual a superfície de contorno move-se com o fluido.

Um volume fixo no espaço é chamado de volume de controle, e é um volume arbitrário no espaço através do qual o fluido escoar. O contorno

geométrico do volume de controle é chamado de superfície de controle (Fox & MacDonalds, 1985).

3.1. Conservação da Massa

O volume de controle usado para deduzir o princípio da conservação da massa é um cubo infinitesimal de lados dx , dy e dz Figura 13. A densidade no centro, O , do volume de controle é ρ e a velocidade é $\mathbf{u} = \hat{i}u + \hat{j}v + \hat{k}w$.

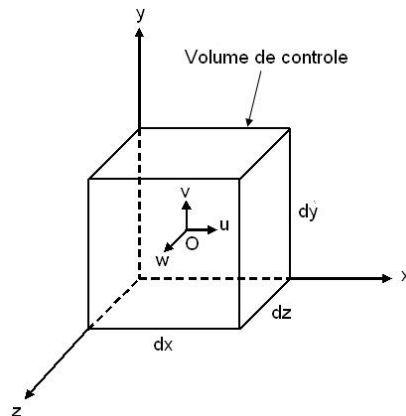


Figura 13 - Volume de controle em coordenadas retangulares

Para avaliar as propriedades em cada uma das seis faces do volume de controle, usamos a expansão em série de Taylor em torno de ponto O . Por exemplo, na face da direita tem-se:

$$\rho_{x+dx/2} = \rho + \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) \frac{dx}{2} + \left(\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}\right) \frac{1}{2!} \left(\frac{dx}{2}\right)^2 + \dots \quad (2)$$

Desprezando os termos de ordem elevada, obtém-se:

$$\rho_{x+dx/2} = \rho + \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) \frac{dx}{2} \quad (3)$$

$$u_{x+dx/2} = u + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{dx}{2}$$

As expressões, correspondentes ao lado esquerdo do volume de controle, são:

$$\begin{aligned} \rho_{x-dx/2} &= \rho + \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) \left(-\frac{dx}{2}\right) = \rho - \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) \frac{dx}{2} \\ u_{x-dx/2} &= u + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \left(-\frac{dx}{2}\right) = u - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{dx}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

A lei da conservação da massa estabelece que:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Taxa líquida de fluxo} \\ \text{de massa através da} \\ \text{superfície de controle} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Taxa de variação da} \\ \text{massa dentro do volume} \\ \text{de controle} \end{array} \right] = 0 \quad (5)$$

Para avaliar o primeiro termo da eq. (5), deve-se considerar o fluxo de massa através de cada uma das seis faces da superfície de controle. Assim, a taxa líquida de fluxo de massa através da superfície de controle é dada por:

$$\int_{sc} \rho \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} = \left[\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (6)$$

A massa dentro do volume de controle em qualquer instante é o produto da massa por unidade de volume, ρ , e o volume, $dx dy dz$. Então, a taxa de variação de massa dentro do volume de controle é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (7)$$

Em coordenadas retangulares a equação diferencial para a conservação da massa é:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

Sendo o operador diferencial, ∇ , em coordenadas cartesianas tridimensionais, definido por:

$$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (9)$$

Logo:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = \nabla \cdot \rho \vec{V} \quad (10)$$

Assim a conservação da massa pode ser escrita então como:

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

A taxa total de variação, D/Dt , de uma variável qualquer, F do fluxo é geralmente chamada de derivada material (também conhecida como derivada substancial, derivada da partícula ou derivada total) para enfatizar o fato de que a partícula é tomada em relação a um elemento fluido, eq. (12). Ela é composta de duas parcelas: a derivada local $\partial F/\partial t$ é a taxa local de variação de F em um dado ponto fixo, e é zero para fluxos permanentes. A segunda parcela $u_i \partial F/\partial x_i$ é chamada derivada advectiva, isto porque ela representa a variação de F como resultado da advecção da partícula de um local para outro, sendo o valor de F diferente (Kundu & Cohen, 2002).

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} dx_i \quad (12)$$

Com isso, pode-se reescrever o termo divergente da eq. (11) da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (13)$$

Logo, define-se a equação da continuidade como:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (14)$$

Onde o termo $D\rho/Dt$ representa a taxa de variação da densidade seguindo a partícula fluida. Esse termo pode ser diferente de zero devido a variação da pressão, temperatura ou composição do fluido, tal como a salinidade da água do mar. O fluido é usualmente chamado de incompressível se essa densidade não varia com a pressão, caso contrário são denominados compressíveis. Líquidos são praticamente incompressíveis, entretanto gases são compressíveis. Para velocidades inferiores a 100 m/s , as variações absolutas da pressão no fluido são pequenas. Neste, e em diversos outros casos, a variação da densidade no fluido também é pequena.

Para fluidos satisfazendo determinadas condições, Boussinesq em 1903 sugeriu que a variação da densidade no fluido pode ser desprezada, exceto nos termos que contém a parcela da gravidade, onde ρ é multiplicado por g (Spiegel & Veronis, 1960). Logo, o termo $\rho^{-1}D\rho/Dt$, na eq. (14) pode ser desprezado, neste caso a equação da continuidade é reduzida para a forma incompressível, dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (15)$$

sendo o fluido permanente ou não.

3.2. Conservação da Quantidade de Movimento

A lei da conservação da quantidade de movimento pode ser expressa na forma diferencial aplicando-se diretamente a segunda Lei de Newton em um elemento de fluido infinitesimal.

Considere o movimento de um elemento de fluido infinitesimal conforme mostrado na Figura 14.

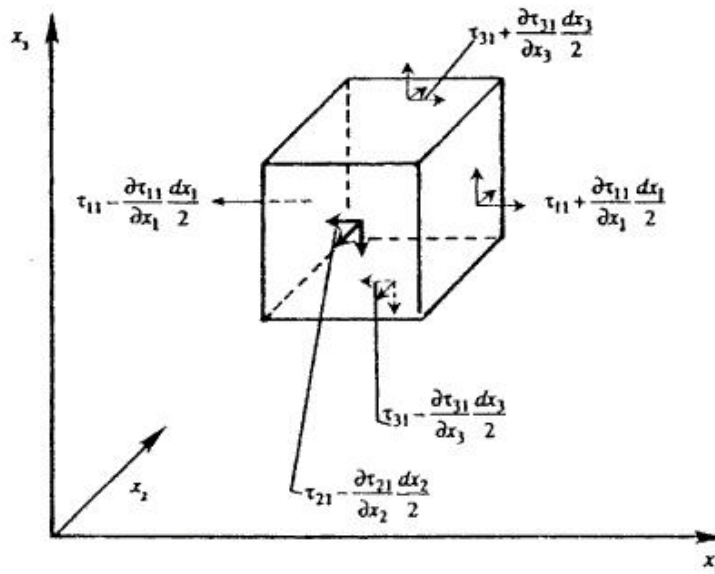


Figura 14 – Tensões na direção x de um elemento infinitesimal de um fluido

A lei de Newton exige que a força no elemento seja igual à massa multiplicada pela aceleração do elemento. A soma da força na superfície na direção x_1 é igual a:

$$\begin{aligned} & \left(\tau_{11} + \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} \frac{dx_1}{2} - \tau_{11} + \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} \frac{dx_1}{2} \right) dx_2 dx_3 \\ & + \left(\tau_{21} + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_2} \frac{dx_2}{2} - \tau_{21} + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_2} \frac{dx_2}{2} \right) dx_1 dx_3 \\ & + \left(\tau_{31} + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_3} \frac{dx_3}{2} - \tau_{31} + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_3} \frac{dx_3}{2} \right) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (16)$$

Simplificando a eq. (16), tem-se:

$$\left(\frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_3} \right) dx_1 dx_2 dx_3 = \frac{\partial \tau_{i1}}{\partial x_i} dV \quad (17)$$

Onde dV é o volume do elemento infinitesimal. Generalizando, tem-se que a componente i da força de superfície pela unidade de volume do elemento é dado por:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (18)$$

Nota-se que na eq. (18) foi usada a propriedade da simetria, $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. Sendo g a força de corpo pela unidade de massa, logo, ρg é a força de corpo por unidade de volume. Assim, a lei de Newton fornece:

$$\rho \frac{Du_j}{Dt} = \rho g_j + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (19)$$

A eq. (19) é, portanto, a equação de movimento que relaciona a aceleração com a força, e é conhecida como equação de movimento de Cauchy.

Reescrevendo-se a derivada material da eq.(19), tem-se:

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho g_j \quad (20)$$

3.3. Modelo Matemático Para as Correntes de Turbidez

As equações para o movimento das correntes de turbidez no contexto deste trabalho são governadas pela lei de conservação da massa e pela lei da conservação da quantidade de movimento.

A conservação da massa, eq. (11), para fluidos incompressíveis pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (21)$$

Onde u_i é a velocidade na direção x_i .

E a lei de conservação da quantidade de movimento, eq. (20), pode ser escrita como:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = T'_j + g_j \quad (22)$$

Onde j corresponde a direção 1, 2 e 3, t é o tempo, g_j é a força de corpo e T'_j é a força de superfície na direção i do plano perpendicular a direção j e é dada por:

$$T'_j = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (23)$$

Utilizando-se as equações de velocidade média, apenas $j = 1$ ou $j = 2$ interessam, uma vez que a direção $j = 3$ corresponde à direção vertical. Isto faz com que a força de corpo no lado direito da eq. (22) desapareça.

Integrando a eq. (21) e (22) ao longo da altura h do fluxo, e utilizando o teorema de Leibniz (Abramowitz & Stegun, 1965), tem-se:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} (h \bar{u}_i) + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (24)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\bar{u}_j) + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i}(h\bar{u}_i\bar{u}_j) = h\bar{T}_j' \quad (25)$$

Onde os termos com barra significam uma quantidade média na profundidade. Finalmente, combinando as eq. (24) e (25) obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}_j) + \sum_{i=1}^2 \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_j) = \bar{T}_j \quad (26)$$

A eq. (26) é simplesmente a versão 2D da eq. (22). As eq. (24) e (26) são utilizadas para modelar a evolução da espessura do fluxo e a velocidade do fluxo respectivamente. Essas expressões são absolutamente gerais, visto que não fazem nenhuma hipótese com relação a propriedades reológicas, tipo de fluxo (laminar, turbulento ou granular) ou sobre como a densidade do fluxo varia no tempo e espaço. Esses fatores são incorporados ao modelo através do termo que relaciona a tensão no lado direito da eq. (26).

3.3.1. Tensão de Cisalhamento em Fluxos Newtonianos Turbulentos

A tensão em um fluido Newtoniano é definida pela seguinte relação, (Acheson, 1990):

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (27)$$

Onde p é a pressão e μ é a viscosidade.

Para escoamentos turbulentos, como os considerados neste trabalho, as velocidades podem ser estendidas como um grupo de médias, isto é, são as médias das velocidades de uma grande quantidade de fluxos idênticos avaliados, e μ é a viscosidade turbulenta.

Segundo Waltham *et al* (2008), para correntes de turbidez de baixa concentração a densidade do fluxo é quase constante, isto é, pode ser aproximada a densidade da água, $\rho = \rho_w$, assim combinando as eq. (23) e (27) obtém-se:

$$\bar{T}_j \approx \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \nabla^2 \bar{u}_j + \tau_j(h) - \tau_j(0) \right) \quad (28)$$

Onde $\nabla^2 = \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2$ e $\tau_j = \mu \partial u_j / \partial x_3$ é a tensão de cisalhamento horizontal na direção j .

O termo que relaciona a viscosidade turbulenta na eq. (28) é equivalente a equação da velocidade-difusão, e esta simplesmente suaviza o campo de velocidades resultante. O coeficiente de difusão é dado por μ/ρ_w , este por sua

vez depende da velocidade do fluxo e pode ser anisotrópico (Waltham *et al*, 2008). Entretanto, por simplicidade, esse termo será considerado como um parâmetro constante na modelagem, escolhido apenas para garantir a estabilidade numérica.

A altura da lâmina de fluido ambiente é muito maior do que a altura da corrente de turbidez. Logo, o escoamento é considerado similar ao escoamento de camada limite. Isto é, como a escala horizontal é muito maior que a espessura do fluido, pode-se utilizar uma aproximação hidrostática apropriada para obter o gradiente de pressão hidrostático. Além disso, é considerada a concentração do fluxo constante. Assim, para o gradiente de pressão hidrostático no ponto P , Figura 15, tem-se:

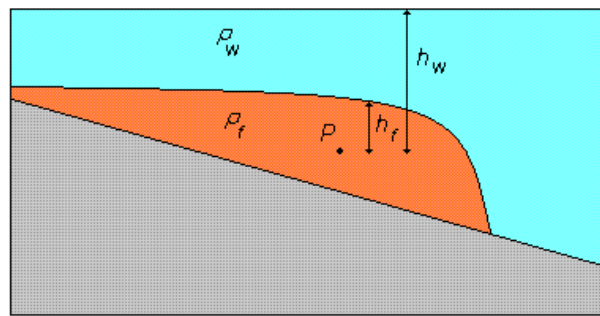


Figura 15 - Gradiente de pressão no ponto P

$$P = \rho_w g (h_w - h_f) + \rho_f g h_f \quad (29)$$

Sendo a altura h_w constante ao longo da direção x , tem-se o gradiente de pressão definido por:

$$\frac{\partial P}{\partial x_j} = -\rho_w g \frac{\partial h_f}{\partial x_j} + \rho_f g \frac{\partial h_f}{\partial x_j} \quad (30)$$

Logo:

$$\frac{\partial P}{\partial x_j} = \frac{\partial P}{\partial x_j} = \Delta \rho g \frac{\partial h_f}{\partial x_j} \quad (31)$$

onde g é a aceleração devido à gravidade, ρ_f é a densidade do fluxo, ρ_w é a densidade do meio circundante, $\Delta \rho$ é a diferença entre a densidade do sedimento e a densidade do meio circundante e h_f é a altura do topo do fluido.

O gradiente de pressão hidrostático ocorre devido à declividade. O fluxo se move até que o gradiente de pressão seja equilibrado com a tensão de cisalhamento. Por outro lado, a tensão de cisalhamento, tanto no topo quanto na base do fluxo, aumenta com a velocidade.

A eq. (31) mostra que o gradiente de pressão hidrostático não depende da declividade da superfície da base, sendo função apenas da declividade do topo do fluxo e da diferença de densidade entre o meio circundante e o fluxo, como ilustrado na Figura 16.

Na Figura 16a o mar não se move na direção da declividade da terra. Porém, na Figura 16b o rio move-se na direção da declividade da terra, conforme eq. (31).

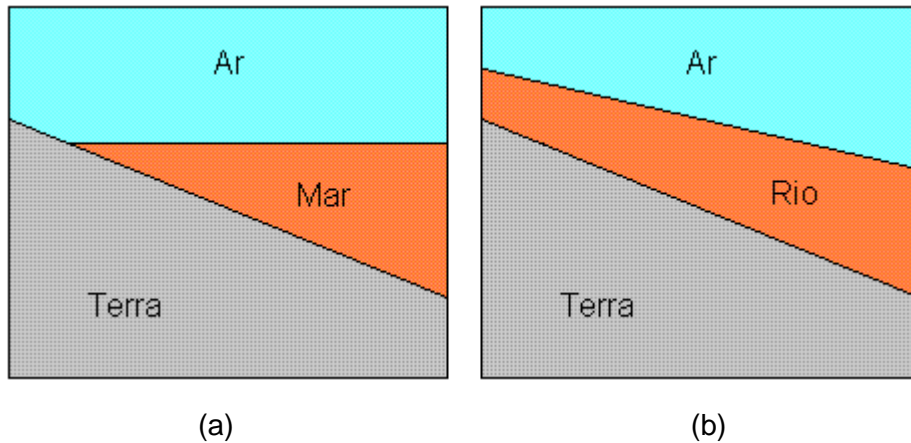


Figura 16 - Exemplos de gradiente de pressão

Uma aproximação razoável para as correntes de turbidez é assumi-las como um escoamento permanente, isto porque, tipicamente essas correntes podem durar longos períodos, o que torna essa hipótese válida. Essas correntes não são completamente uniformes, uma vez que a largura do canal ou a inclinação do talude variam com a distância e, o fluxo é influenciado pela entrada ou perda de água e sedimentos. Porém, como esses fatores variam suavemente ao longo da distância, a hipótese de escoamento uniforme pode ser uma boa aproximação local (Waltham, 2008). Assim, para escoamentos permanentes e uniformes, a tensão gravitacional é balanceada puramente pelo atrito, logo:

$$\tau = \Delta\rho ghS \quad (32)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, $\Delta\rho$ é a diferença de densidade entre o fluxo e o meio circundante, g é a aceleração devido à gravidade, h é a altura do fluxo, S é a declividade e ρ é a densidade do fluxo. Sendo a gravidade reduzida definida como:

$$g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (33)$$

Substituindo a eq. (33) na eq. (32) tem-se:

$$\tau = -\rho hg'S \quad (34)$$

A tensão de cisalhamento tem componentes na base e no topo do fluxo, porém iremos adotar que a tensão na base é dominante. O sinal negativo na eq. (34) indica que a tensão de cisalhamento atua na direção contrária a direção da velocidade.

Segundo Duncan *et al* (1960), a tensão de cisalhamento na base pode ser representada em termos da velocidade, essa teoria é conhecida como *Mixing-Length* (vide Apêndice A). O primeiro passo é representar a tensão por meio de uma velocidade de atrito equivalente, u_* , dada por:

$$\tau = -\rho u_*^2 \tag{35}$$

Combinando as eq. (34) e (35), tem-se:

$$u_* = \sqrt{-hg'S} \tag{36}$$

Dentro da camada limite turbulenta, próximo à base do fluxo, a velocidade de atrito ou velocidade de cisalhamento é relacionada com a velocidade do fluxo através da lei da parede (Duncan *et al*, 1960).

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad z_0 < z < z_b \tag{37}$$

onde k é a constante de Von Kármán, que para água limpa é 0,41, z é a altura acima da base da parede, ou superfície sólida, enquanto que z_0 e z_b definem as faixas de profundidade da camada limite. A altura acima da base da parede até a base da camada limite podem ser diretamente relacionadas com a rugosidade da superfície desde que a espessura da parede seja inferior a $30z_0$ (Raudkivi, 1998).

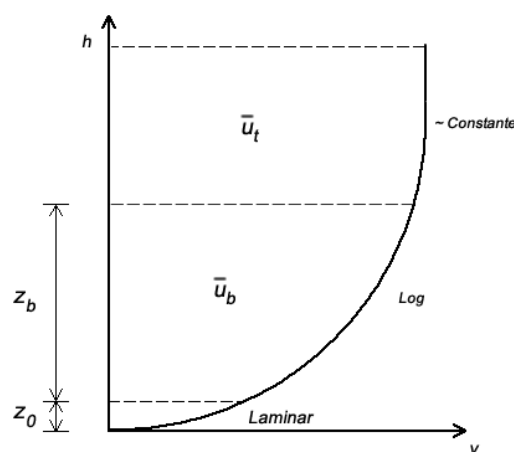


Figura 17 - Esquema do perfil de velocidades próximo à parede

A altura do topo da camada limite pode ser estimada através de experimentos de laboratório. Segundo Kneller *et al* (1999), a espessura fracionária da camada limite, $f = z_b/h$, é em torno de 0.05, Figura 17.

A velocidade média na camada limite é obtida integrando-se a eq. (37) e assumindo $z_b \gg z_0$.

$$\bar{u}_b = \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_b}{z_0}\right) - 1 + \frac{z_0}{z_b} \right] \approx \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_b}{z_0}\right) - 1 \right] \quad (38)$$

Acima da camada limite Kneller *et al* (1999) mostraram experimentalmente que o perfil de velocidades aproxima-se muito bem de uma função gaussiana. Entretanto, para uma maior generalização, assim como, a fim de se obter uma simplicidade matemática, a média das velocidades na parte superior do fluxo pode ser representada pela velocidade no topo da camada limite multiplicada por uma constante.

$$\bar{u}_t = a u(z_b) = \frac{a u_*}{k} \ln\left(\frac{z_b}{z_0}\right) \quad (39)$$

Onde \bar{u}_t é a média das velocidades na parte superior do fluxo e a é a uma constante de ordem um. Combinando a eq. (38) e (39), tem-se a velocidade média ao longo da altura de todo o fluxo.

$$\begin{aligned} \bar{u} &= f \bar{u}_b + (1 - f) \bar{u}_t \\ \bar{u} &= \frac{u_*}{k} \left[(f + (1 - f)a) \ln\left(\frac{z_b}{z_0}\right) - f \right] \end{aligned} \quad (40)$$

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} b \ln\left(\frac{z_b}{z_0}\right) = \frac{u_*}{k} b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)$$

Onde $b = f + (1 - f)a$ é uma nova contante de ordem um.

Assim, combinando as eq. (35) e (40), tem-se:

$$\tau = -\rho \left(\frac{k \bar{u}}{b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)} \right)^2 \quad (41)$$

Para o caso de fluxos 2D considerado neste trabalho, a eq. (41) pode ser generalizada para:

$$\tau_j = -\rho \bar{u}_j V \left(\frac{k}{b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)} \right)^2 \quad (42)$$

onde V é velocidade média, isto é, $V^2 = \bar{u}_1 + \bar{u}_2$.

Assim a fricção basal é controlada por duas constantes: b no qual assume-se um valor unitário e z_0/f que é fortemente relacionada com a rugosidade da superfície. Essa aproximação utilizada para calcular a tensão de atrito basal é formalmente equivalente a lei de fricção de Chézy, exceto pelo fato do coeficiente de Chézy resultante ter uma fraca dependência com a espessura do

fluxo e, mais importante, esta é diretamente relacionada com um parâmetro potencialmente qualificável, a rugosidade da superfície.

3.3.2. Transporte de Sedimentos e Deposição de Partículas

O espalhamento de partículas pelo movimento molecular aleatório (movimento Browniano) e pela turbulência é referido como difusão ou dispersão. Por outro lado, aquele devido ao gradiente de velocidades é conhecido como dispersão convectiva ou gradiente difusivo, embora difusão turbulenta seja também um gradiente difusivo (Raudkivi, 1998).

De acordo com Raudkivi (1998), para que haja a suspensão de sedimentos por difusão, o valor quadrático médio ou rms (*root mean square*) da velocidade vertical flutuante, u' , precisa exceder a velocidade de queda, v_k (onde k é avaliado para cada diâmetro de grão). Entretanto, estudos experimentais conduzidos em laboratório mostram que o valor quadrático médio da velocidade vertical flutuante é similar a magnitude da velocidade de cisalhamento.

A taxa de sedimentação, s_k , é conseqüentemente zero para $u_* > v_k$, porém é igual a $c_k v_k$ onde c_k é a concentração do tamanho do grão quando o fluxo é estacionário. Um modelo matemático simples consistente é dado por:

$$\begin{aligned} s_k &= c_k(v_k - u_*) & u_* &\leq v_k \\ s_k &= 0 & u_* &> v_k \end{aligned} \quad (43)$$

A velocidade de queda pode ser obtida utilizando-se um grande número de formulações diferentes. Porém, neste trabalho, adoto-se a lei de Stokes para obtenção desta.

Cada diâmetro de grão é então modelado de forma independente usando uma forma modificada da eq. (24).

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} (L_k \bar{u}_i) + \frac{\partial L_k}{\partial t} = -s_k \quad (44)$$

Onde L_k é a carga de sedimentos associada com o grão k , isto é:

$$L_k = c_k h \quad (45)$$

A altura do fluxo é então recalculada:

$$h = c \sum_k L_k \quad (46)$$

onde c é a concentração total do fluxo. A fim de garantir a consistência com as hipóteses anteriormente adotadas, esse valor é assumido constante.

3.4. Resumo das Equações Propostas para as Correntes de Turbidez

Com base no exposto nas seções anteriores, o problema da simulação numérica para correntes de turbidez e seus depósitos, proposta neste trabalho, é obtido pela solução das seguintes equações:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\bar{v}) = -\frac{S_k}{c_k} \quad (47)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}\bar{v}) = -\frac{1}{\rho} \left[\Delta\rho g \frac{\partial H}{\partial x} + \rho\bar{u}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \left(\frac{k}{b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)} \right)^2 \right] \quad (48)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}^2) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}\bar{v}) = -\frac{1}{\rho} \left[\Delta\rho g \frac{\partial H}{\partial y} + \rho\bar{v}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \left(\frac{k}{b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)} \right)^2 \right] \quad (49)$$

A eq. (47) é a equação da continuidade modificada usada para modelar a evolução da espessura da corrente, enquanto que as eqs. (48) e (49) são as equações de movimento utilizadas para modelar a evolução da velocidade.

O lado esquerdo das eqs. (48) e (49) contém os termos advectivos, e os lado direito contém os termos das forças de pressão e fricção respectivamente.

4 Modelo Computacional

Modelagem computacional é uma área de conhecimento multidisciplinar que trata da aplicação de modelos matemáticos à análise, compreensão e estudo de problemas complexos em diversas áreas. É a área que trata da simulação de soluções para problemas científicos, analisando os fenômenos, desenvolvendo modelos matemáticos para sua descrição, e elaborando códigos computacionais para obtenção daquelas soluções.

A Dinâmica dos Fluidos Computacional, DFC, é a área científica que, com a ajuda de computadores digitais, analisa os movimentos dos fluidos de acordo com suas leis de conservação.

As etapas envolvidas em uma análise de DFC basicamente são pré-processamento, onde são informados todos os dados referentes à geometria e condições iniciais do problema, algoritmos de solução, que constitui um conjunto de técnicas numéricas utilizadas na discretização das equações governantes do fenômeno, e finalmente o pós-processamento, responsável pela visualização gráfica dos resultados obtidos.

4.1. Técnicas Numéricas

As equações utilizadas para modelagem do problema em estudo nesse trabalho são equações diferenciais parciais (EDP) não-lineares e, segundo Fortuna (2000), a teoria matemática dessa classe de equações ainda não está suficientemente desenvolvida para permitir a obtenção das soluções analíticas em regiões arbitrárias e em condições de contorno gerais. Diversos métodos numéricos são utilizados para resolução dessas EDPs, entre eles volumes finitos, elementos finitos, diferenças finitas, entre outros. As aproximações por diferenças finitas são bastante empregadas na dinâmica dos fluidos computacionais, assim como, nesta pesquisa.

A tarefa do método numérico é então resolver as equações diferenciais parciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. As soluções analíticas dessas equações fornecem,

a princípio, a solução em uma forma fechada, e seria possível, obter valores das variáveis dependentes em qualquer ponto em nível infinitesimal.

Assim, para que seja possível tratar numericamente as EDPs, deve-se representá-las por meio de expressões algébricas, ou seja, discretizar as EDPs. Dessa forma, essas expressões podem ser manipuladas por computadores, relacionando entre si os valores das grandezas nos pontos discretos de uma dada região R . Logo, antes de resolver EDPs de forma numérica deve-se encontrar, para os termos que nela aparecem, as expressões escritas em termos dos pontos da malha. Essas expressões são denominadas aproximações por diferenças finitas, e o resultado final desse processo é uma equação algébrica, denominada equação de diferenças finitas, EDF. A EDF é escrita em cada ponto da região discretizada em que se deseja calcular a solução do problema, e resolvendo-se as EDFs encontra-se a solução aproximada do problema.

A expressão, em diferenças finitas, que representa uma aproximação de primeira ordem para a primeira derivada da função f , utilizando diferença progressiva é dada por:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad (50)$$

Nota-se que na eq. (50) o cálculo da derivada no ponto x_i é feito utilizando-se um ponto adiante. Porém, utilizando-se um ponto anterior a x_i , tem-se uma aproximação de primeira ordem para a primeira derivada da função f , utilizando diferença atrasadas.

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad (51)$$

Ou ainda, podem-se combinar as eq. (50) e (51) e obter-se uma aproximação que utiliza os pontos x_{i-1} e x_{i+1} para o cálculo da derivada no ponto x_i , neste caso, a aproximação de segunda ordem da primeira derivada da função f , é denominada diferença central.

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (52)$$

As EDPs que descrevem os fenômenos da dinâmica dos fluidos computacional podem ser classificadas em três categorias: elípticas, parabólicas e hiperbólicas. Na formulação matemática das correntes de turbidez, as equações que regem o fenômeno é dada pela eq. (24), que é uma equação diferencial parcial hiperbólica.

Situações descritas por esse tipo de equação, necessitam de valores iniciais da grandeza física na região que estamos buscando a solução e

condições de fronteira. A solução numérica de problemas hiperbólicos é mais complicada que de problemas elípticos e parabólicos devido à velocidade finita de propagação das informações através do domínio computacional, e à falta de mecanismos dissipativos. O método numérico adotado para solução das equações governantes deve refletir, então, essas duas propriedades. Além disso, ele deve ser consistente com as velocidades e direções que as informações estão sendo propagadas através do campo de escoamento, isto nada mais é do que obedecer às leis da física.

Diferenças finitas centrais nem sempre carregam adequadamente as informações através do campo de escoamento e, em muitos casos elas extraem informações externas ao domínio do problema, e isto pode comprometer a precisão da solução numérica. Um método que não apresenta essa dificuldade é a chamada discretização à montante, *upwind scheme*, em que a aproximação da derivada espacial depende da direção de propagação das características, isto é, do sinal da velocidade.

Problemas que envolvem a variação temporal de grandezas físicas são ditos problemas transientes ou de marcha. Esses problemas são tais que a partir de valores iniciais de determinada grandeza no intervalo de tempo t_0 calcula-se, através da solução numérica das EDPs, os valores dessas grandezas em sucessivos intervalos de tempo Δt até que se alcance o instante de tempo final t_f (Fortuna, 2000).

$$t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, t_0 + 3\Delta t, \dots, t_f - \Delta t, t_f \quad (53)$$

Em outras palavras, a discretização temporal visa a fornecer relações entre os valores de determinada grandeza, T , em instantes sucessivos de tempo. Assim, de posse dos valores de T no instante de tempo n , T^n , calcula-se os valores de T no instante de tempo $n + 1$, T^{n+1} .

4.1.1. Solução das Equações do Problema

As equações matemáticas do modelo numérico para simulação das correntes de turbidez, proposto no contexto deste estudo, a serem resolvidas são:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\bar{v}) = -\frac{S_k}{c_k} \quad (54)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}\bar{v}) = -\frac{1}{\rho} \left[\Delta \rho g \frac{\partial H}{\partial x} + \rho \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \left(\frac{k}{b \ln \left(\frac{hf}{z_0} \right)} \right)^2 \right] \quad (55)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}^2) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}\bar{v}) = -\frac{1}{\rho} \left[\Delta \rho g \frac{\partial H}{\partial y} + \rho \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \left(\frac{k}{b \ln \left(\frac{hf}{z_0} \right)} \right)^2 \right] \quad (56)$$

A solução dessas equações exige alguns cuidados especiais com relação ao armazenamento das incógnitas h , \bar{u} e \bar{v} na malha. Uma alternativa seria considerar a malha deslocada (Fortuna, 2000). Esse tipo de malha consiste em armazenar as alturas h do fluxo e d do depósito no centro da célula, a componente \bar{u} da velocidade na direção x nas faces laterais, que distam $\pm \Delta x/2$ do centro, e a componente \bar{v} da velocidade na direção y nas faces superiores e inferiores, que distam $\pm \Delta y/2$ do centro.

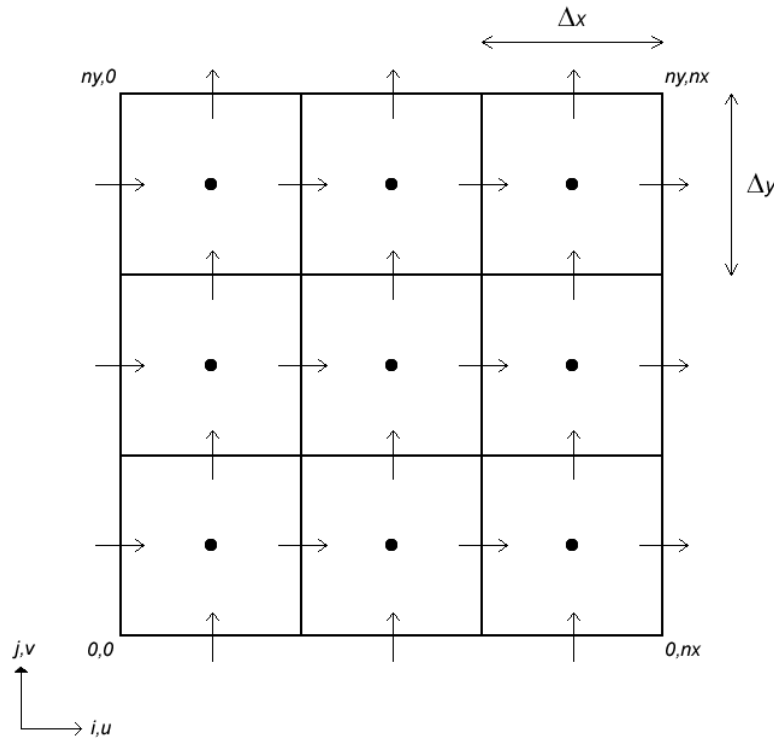


Figura 18 - Célula da malha desloçada. A altura é armazenada no centro enquanto que as velocidades são armazenadas no centro

A Figura 18 mostra uma parte do domínio computacional discretizado com a malha desloçada. A equação do momento na direção x , eq. (55), é então discretizada sobre a posição $i + 1/2, j$. Analogamente, a equação do momento na direção y , eq. (56), é discretizada sobre a posição $i, j + 1/2$. Por fim, a

equação da continuidade, eq. (54), é discretizada sobre o centro da célula, no ponto i, j .

Considere-se a discretização da equação de momento na direção x na célula de diferenças finitas, mostrada na Figura 19.

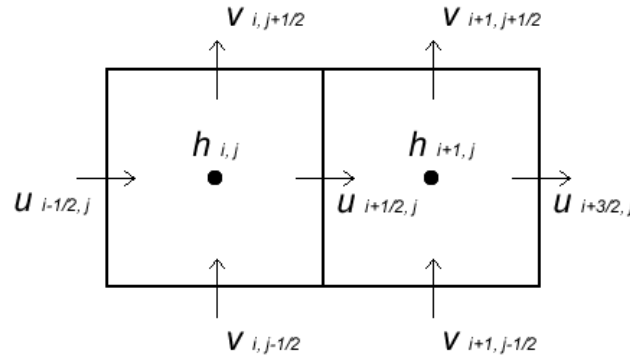


Figura 19 – Discretização das derivadas presentes na equação de momento na direção x

A discretização no ponto $i + 1/2, j$, dos termos convectivos e do termo que relaciona a pressão, é feita utilizando a aproximação por diferenças centrais de segunda ordem.

$$\frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j} \approx \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \tag{57}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}^2) \Big|_{i+1/2,j} \approx \frac{\bar{u}^2_{i+1,j} - \bar{u}^2_{i,j}}{\Delta x} \tag{58}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{uv}) \Big|_{i+1/2,j} \approx \frac{(\bar{uv})_{i+1/2,j+1/2} - (\bar{uv})_{i+1/2,j-1/2}}{\Delta y} \tag{59}$$

Os termos $\bar{u}^2_{i+1,j}$, $\bar{u}^2_{i,j}$, $(\bar{uv})_{i+1/2,j+1/2}$ e $(\bar{uv})_{i+1/2,j-1/2}$ nas eq. (58) e (59) não estão definidos na malha, e são obtidos a partir da interpolação linear dos valores de \bar{u} e \bar{v} das faces das células. O valor de H , na eq. (57), é dado pelo somatório da espessura do depósito, d , da coordenada z e da altura do fluxo, h , em cada ponto.

No último termo da eq. (55) o valor da velocidade \bar{v} e da altura h não estão definidos para o ponto $i + 1/2, j$ da malha. O valor da velocidade \bar{v} , nesse ponto, é obtido então pela média dos valores das velocidades \bar{v} nas faces das células adjacentes.

$$\bar{v} \Big|_{i+1/2,j} \approx \frac{\bar{v}_{i,j-1/2} + \bar{v}_{i+1,j-1/2} + \bar{v}_{i,j+1/2} + \bar{v}_{i+1,j+1/2}}{4} \tag{60}$$

E o valor da altura h no ponto $i + 1/2, j$ é obtido pela média dos valores das alturas no centro das células adjacentes.

$$h|_{i+1/2,j} \approx \frac{h_{i+1,j} + h_{i,j}}{2} \quad (61)$$

Analogamente, a discretização no ponto $i, j + 1/2$ das derivadas presentes na equação de momento na direção y é obtida segundo os pontos mostrados na Figura 20.

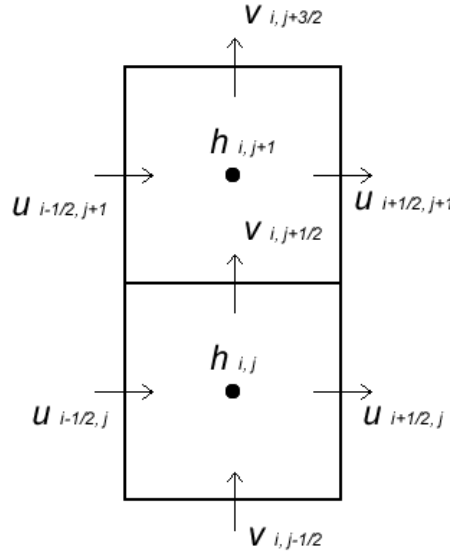


Figura 20 – Discretização das derivadas presentes na equação de momento na direção y

Assim como na equação de momentos na direção x , os temos, $\bar{v}^2_{i,j+1}$, $\bar{v}^2_{i,j}$, $(\bar{uv})_{i+1/2,j+1/2}$ e $(\bar{uv})_{i-1/2,j+1/2}$ também não estão definidos na malha, e são interpolados linearmente a partir dos valores de \bar{u} e \bar{v} das faces das células.

$$\frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{i,j+1/2} \approx \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta y} \quad (62)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}^2) \Big|_{i,j+1/2} \approx \frac{\bar{v}^2_{i,j+1} - \bar{v}^2_{i,j}}{\Delta y} \quad (63)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{uv}) \Big|_{i,j+1/2} \approx \frac{(\bar{uv})_{i+1/2,j+1/2} - (\bar{uv})_{i-1/2,j+1/2}}{\Delta x} \quad (64)$$

O valor H , na eq. (62), é dado pelo somatório da espessura do depósito, d , da coordenada z e da altura do fluxo, h , em cada ponto. A média da velocidade \bar{u} , no último termo da eq. (56), é calculada da mesma forma que no caso da equação de momento na direção x , ou seja, pela média dos valores das velocidades \bar{u} nas faces das células adjacentes.

$$\bar{u} \Big|_{i,j+1/2} \approx \frac{\bar{u}_{i-1/2,j} + \bar{u}_{i+1,j} + \bar{u}_{i-1/2,j+1} + \bar{u}_{i+1/2,j+1}}{4} \quad (65)$$

E a altura h é dada pela média dos valores do centro das células adjacentes.

$$h|_{i,j+1/2} \approx \frac{h_{i,j+1} + h_{i,j}}{2} \quad (66)$$

A equação da continuidade, eq. (54), é calculada através do método da discretização à montante, *upwind*, em que a aproximação da derivada espacial depende do sinal da velocidade. Para o ponto i,j a discretização da equação da continuidade é dada de acordo com os pontos da Figura 21.

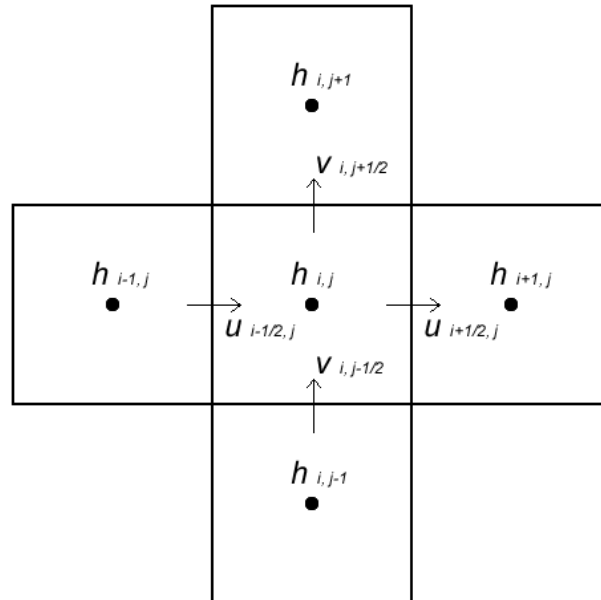


Figura 21 – Discretização das derivadas presentes na equação de continuidade

O primeiro termo do lado direito da eq. (54), que representa a derivada da função em relação a x , é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}) \Big|_{i,j} \approx \frac{h_d \bar{u} - h_e \bar{u}}{\Delta x} \quad (67)$$

onde :

$$h_d = \begin{cases} h_{i,j}, & \bar{u}_{i-1/2,j} < 0 \\ h_{i-1,j}, & \bar{u}_{i-1/2,j} \geq 0 \end{cases} \quad (68)$$

$$h_e = \begin{cases} h_{i+1,j}, & \bar{u}_{i+1/2,j} < 0 \\ h_{i,j}, & \bar{u}_{i+1/2,j} \geq 0 \end{cases} \quad (69)$$

E o segundo termo, que representa a derivada da função em relação a y , é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial y} (h\bar{v}) \Big|_{i,j} \approx \frac{h_t \bar{v} - h_b \bar{v}}{\Delta y} \quad (70)$$

onde :

$$h_t = \begin{cases} h_{i,j+1}, & \bar{v}_{i,j+1/2} < 0 \\ h_{i,j}, & \bar{v}_{i,j+1/2} \geq 0 \end{cases} \quad (71)$$

$$h_b = \begin{cases} h_{i,j}, & \bar{v}_{i,j-1/2} < 0 \\ h_{i,j-1}, & \bar{v}_{i,j-1/2} \geq 0 \end{cases} \quad (72)$$

A discretização temporal das equações de momento é baseada no método de Euler explícito, em que todos os termos que envolvem as velocidades são discretizados no nível de tempo n . A seguir o termo envolvendo a altura h do fluxo é discretizada no nível de tempo $n + 1$, de forma que, após os cálculos das velocidades \bar{u}^{n+1} e \bar{v}^{n+1} todas as variáveis do escoamento tenham sido avançadas no tempo.

Na discretização explícita tem-se a vantagem das equações serem facilmente calculadas no nível de tempo n , contudo métodos explícitos normalmente apresentam restrições de estabilidade, o que limita o valor de Δt efetivo que pode ser utilizado. Por outro lado, aproximações no nível de tempo $n + 1$ resultam discretizações implícitas que são, em geral, incondicionalmente estáveis para qualquer valor de Δt . Entretanto, elas fornecem um conjunto de equações acopladas, cuja solução exige um maior esforço computacional do que para as equações dos métodos explícitos (Fortuna, 2000).

Dessa forma, a discretização temporal da equação da continuidade, eq. (54), para a célula i, j da malha é dada por:

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} \approx - \left(\frac{h_d \bar{u} - h_e \bar{u}}{\Delta x} + \frac{h_t \bar{v} - h_b \bar{v}}{\Delta y} \right) - \frac{s_k}{c_k} \quad (73)$$

E a discretização temporal das equações de momentos nas direções x e y , na face da célula i, j da malha, são dadas pelas equações (74) e (75) respectivamente.

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{u}_{i+1/2,j}^{n+1} - \bar{u}_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} \\ & \approx - \frac{\Delta \rho g}{\rho} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \\ & - \left(\frac{\bar{u}_{i+1,j}^2 - \bar{u}_{i,j}^2}{\Delta x} + \frac{(\bar{u}\bar{v})_{i+1/2,j+1/2} - (\bar{u}\bar{v})_{i+1/2,j-1/2}}{\Delta y} \right) \\ & - \bar{u}_{i+1/2,j}^n \sqrt{(\bar{u}_{i+1/2,j}^n)^2 + (\bar{v}_{i+1/2,j}^n)^2} \left(\frac{k}{b \ln \left(\frac{h_{i+1/2,j} f}{z_0} \right)} \right)^2 \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{v}_{i,j+1/2}^{n+1} - \bar{v}_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} \\
 & \approx \frac{\Delta \rho g H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\rho \Delta y} \\
 & - \left(\frac{\bar{v}_{i,j+1}^2 - \bar{v}_{i,j}^2}{\Delta y} + \frac{(\bar{u}\bar{v})_{i+1/2,j+1/2} - (\bar{u}\bar{v})_{i-1/2,j+1/2}}{\Delta x} \right) \quad (75) \\
 & - \bar{v}_{i,j+1/2}^n \sqrt{(\bar{u}_{i,j+1/2}^n)^2 + (\bar{v}_{i,j+1/2}^n)^2} \left(\frac{k}{b \ln \left(\frac{h_{i,j+1/2} f}{z_0} \right)} \right)^2
 \end{aligned}$$

Programar essas equações no computador da forma como foram apresentadas não seria possível, pois as linguagens de computação não suportam índices de vetores fracionados, como os utilizados para representar a célula da malha deslocada, para endereçamento das variáveis. Assim, para a implementação no computador das equações apresentadas neste trabalho adota-se os índices inteiros para endereçamento das variáveis de uma célula i, j , Figura 22.

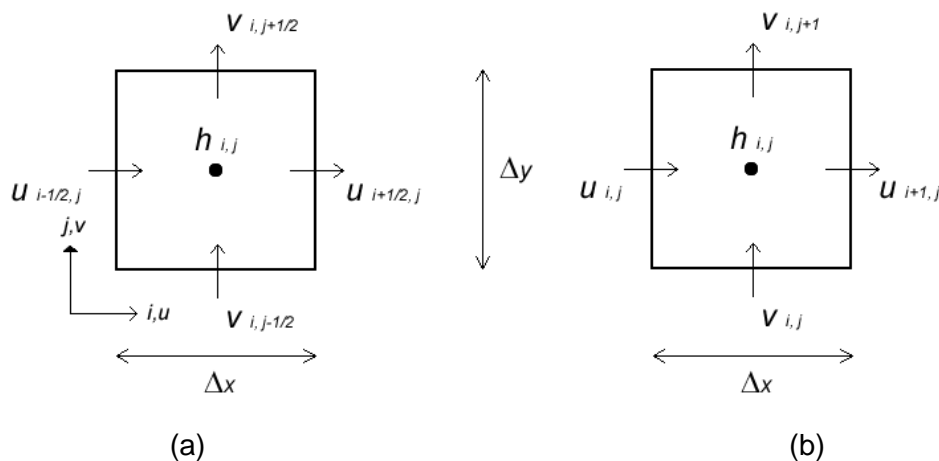


Figura 22 – Índices utilizados para endereçamento das variáveis em uma malha deslocada com coordenadas i, j . (a) fracionário (b) inteiro

Para se obter o valor de $\bar{u}_{i\pm 1/2,j}$ basta somar 1/2 ao índice i , e para se obter $\bar{v}_{i,j\pm 1/2}$ basta somar 1/2 ao índice j . Os índices para a altura h não necessitam de alteração. Isso significa dizer que no código fonte da implementação dessas equações, a velocidade \bar{u} no ponto $i + 1/2, j$ das equações apresentadas está armazenado no vetor de velocidades \bar{u} na posição i, j , como mostrado na Figura 22.

4.1.2. Estabilidade

A estabilidade do método numérico é garantida usando a condição de Courant-Friedrichs-Lewy, também conhecida como condição CFL. A condição CFL representa uma relação entre a malha, o passo de tempo e a velocidade de entrada do fluido e garante a estabilidade de solução de modelos explícitos. Essa condição declara que a onda numérica deve propagar-se pelo menos tão rapidamente quanto a onda física. Isso significa que a velocidade da onda numérica $\Delta x/\Delta t$ deve ser, pelo menos, tão rápida quanto a velocidade da onda física $|u|$, isto é, $\Delta x/\Delta t > |u|$, (Osher & Fedkiw, 2002). Assim, a condição CFL conduz a seguinte restrição no passo de tempo:

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\max\{|u|\}} \quad (76)$$

Onde o termo $\max\{|u|\}$ é dado pelo máximo valor da velocidade na malha. A eq. (76) geralmente é aplicada adotando-se um número para a condição CFL.

$$\Delta t \left(\frac{\max\{|u|\}}{\Delta x} \right) = \alpha \quad (77)$$

sendo $0 < \alpha < 1$. Segundo Osher & Fedkiw (2002) uma boa escolha é $\alpha = 0,9$ e uma escolha mais conservadora é $\alpha = 0,5$. A condição CFL multidimensional pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta t \max \left\{ \frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + \frac{|w|}{\Delta z} \right\} = \alpha \quad (78)$$

Ou ainda:

$$\Delta t \left(\frac{\max\{|\vec{V}|\}}{\min\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}} \right) = \alpha \quad (79)$$

4.1.3. Algoritmo de Solução do Problema

As etapas do processo de cálculo da solução do problema resume-se em:

1. Calcula-se dt de acordo com base nas condições de estabilidade, ou seja, $\Delta t = \alpha \min\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\} / \max\{|\vec{V}|\}$.
2. Para cada face da célula da malha deslocada calculam-se os termos $\partial \bar{u} / \partial t$ e $\partial \bar{v} / \partial t$ de acordo com as eq. (57) a (66).
3. Atualiza-se os termos contendo a integração temporal nas equações de momento usando o método de Euler explícito de acordo como as eq. (74) e (75).

4. Para cada célula da malha deslocada calculam-se os termos $\partial(h\bar{u})/\partial t$ e $\partial(h\bar{v})/\partial t$ de acordo com as eq. (67) e (70).
5. Calcula-se a taxa de sedimentação $\partial s/\partial t$, para cada célula da malha, de acordo com o critério dado pela eq. (80).

$$\begin{aligned} \partial s/\partial t &= c_k(v_k - u_*) & u_* \leq v_k \\ \partial s/\partial t &= 0 & u_* > v_k \end{aligned} \quad (80)$$

A velocidade de queda de cada tipo de grão é dada pela equação de Stokes, eq. (81).

$$v_k = \frac{\Delta\rho g D^2}{0.018} \quad (81)$$

E a velocidade cisalhante u_* é dada por:

$$u_* = \frac{kV^2}{b \ln\left(\frac{hf}{z_0}\right)} \quad (82)$$

6. Atualiza-se os termos contendo a integração temporal da equação de continuidade utilizando o método de Euler explícito conforme eq. (73).

A Figura 23 mostra o algoritmo com as etapas de todo o processo de cálculo.

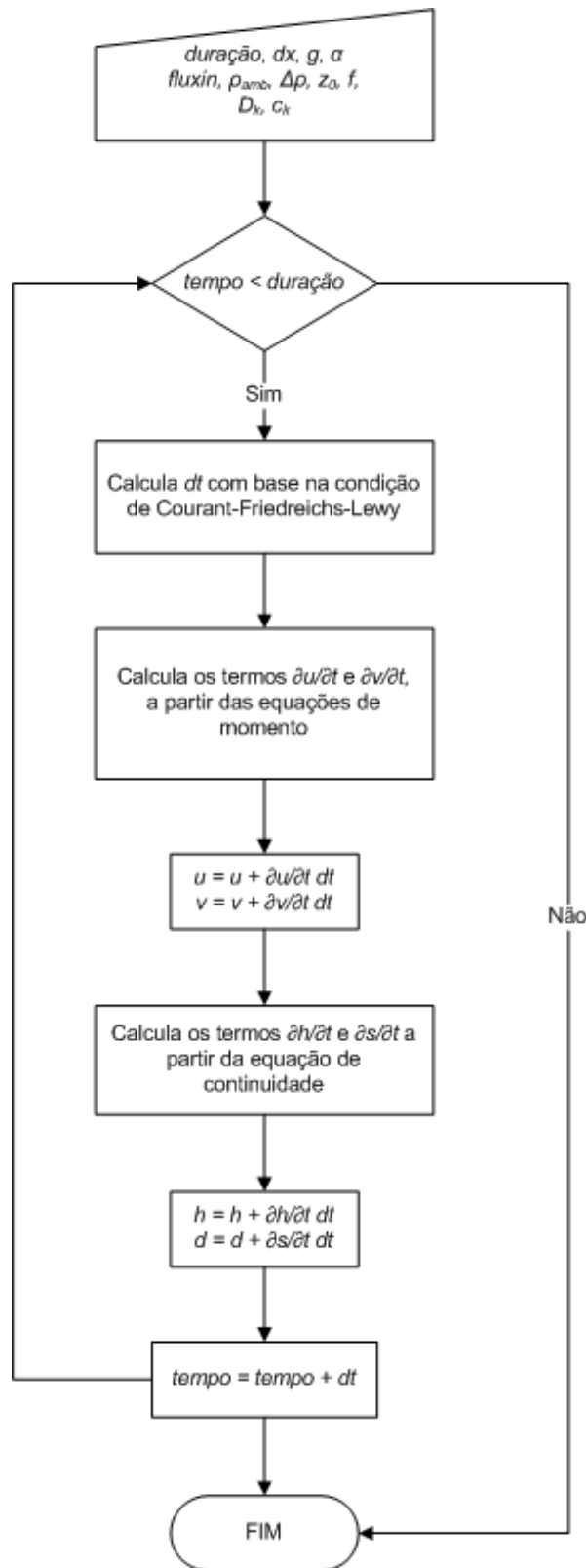


Figura 23 – Etapas do processo de solução do problema

4.2. Programa Para Simulação, Pré e Pós Processamento de Correntes de Turbidez.

Neste trabalho foi desenvolvido o programa *Turb3D*, Figura 25. Esse programa simula a evolução e o processo deposicional de correntes de turbidez de baixa densidade. Ele possui uma interface gráfica com usuário bastante amigável, que facilita todo o processo de análise, pré e pós-processamento dos resultados.

O aplicativo foi escrito usando os paradigmas da orientação a objetos com o uso da linguagem C++, sua interface gráfica foi implementada com a biblioteca de interfaces gráficas IUP (Levy, 1993) e com a biblioteca gráfica OpenGL (Woo *et al*, 2005).

Em programação orientada a objetos, um determinado problema é examinado por “entidades” independentes, chamadas objetos, que se relacionam com outras partes do problema. Tais entidades não são escolhidas por sua “computabilidade”, mas, sim, por terem uma relação física ou conceitual que as separa do resto do problema (Cox, 1991).

Na programação orientada a objetos, os dados e as funções que manipulam esses dados são agrupados em uma mesma entidade denominada *Classe*, isto simplifica bastante a implementação e manutenção do código. A *Classe* representa um conjunto de objetos com características afins. Uma classe define o comportamento dos objetos através de seus métodos, e quais estados ele é capaz de manter através de seus atributos. Em outras palavras, o uso da classe permite agrupar os dados e funções de um determinado objeto de modo a obter uma implementação simplificada e uma maior reutilização do código. Reutilizar o código não significa evitar a duplicidade de código. Isso, as “funções” e “procedimentos” das linguagens procedurais já o faziam. Reutilização de código significa que o sistema poderá crescer com consistência e novos sistemas poderão se beneficiar de objetos criados anteriormente, aumentando ainda mais a eficiência e diminuindo custos. O enfoque da orientação a objetos pode ser aplicado tanto a análise quanto à programação e essa é uma das grandes vantagens dessa tecnologia (Alencar, 2002).

O processo de desenvolvimento de um sistema computacional pode, numa visão genérica, ser estruturado em três fases distintas que correspondem ao seu ciclo de vida. Essas fases são chamadas de fase de definição ou concepção do produto, fase de desenvolvimento e fase de manutenção.

Na fase de definição identifica-se o problema, ou seja, que informação deve ser processada, que funções e desempenho são pretendidos, que interfaces são necessária, que restrições devem ser consideradas e que critérios devem ser utilizados na avaliação do projeto. Na fase de desenvolvimento identifica-se a solução, como é que as estruturas de dados, arquitetura do produto e funções serão realizadas e como tudo isso será implementado em uma linguagem de programação. A fase de manutenção foca nas alterações do produto devido a erros não detectados nas fases anteriores ou nas alterações propostas pelos usuários do sistema.

Essa metodologia de desenvolvimento de software descrita acima foi adotada na elaboração do sistema computacional desenvolvido neste trabalho. A Figura 24 apresenta o diagrama de classe da Interface de Programação de Aplicativos, API, do inglês *Application Programming Interface*, para a biblioteca que implementa a simulação de correntes de turbidez elaborada na fase de desenvolvimento do produto. A API é um conjunto de rotinas e padrões estabelecidos por um *software* para a utilização das suas funcionalidades por programas aplicativos que não querem envolver-se em detalhes da implementação do *software*, mas apenas usar seus serviços (Wikipédia).

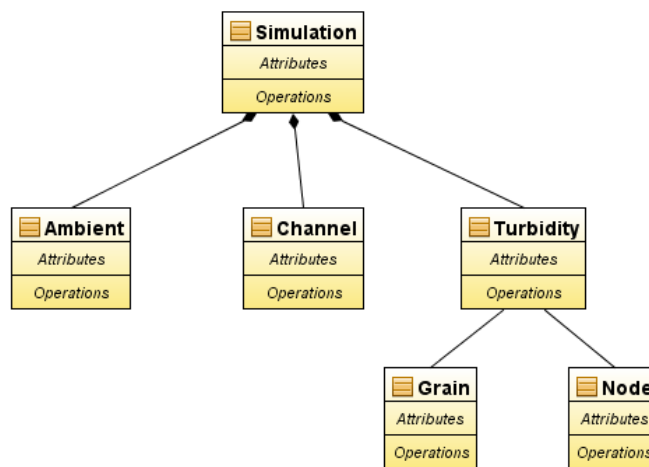


Figura 24 – Diagrama de classes da API do Turb3D

A classe *Node* encapsula todos os dados e métodos referentes às coordenadas x, y, z da malha e a classe *Grain* se encarrega de gerenciar as informações referentes ao diâmetro e a concentração de cada tipo de sedimento presente na corrente.

A classe *Turbidity*: contém os atributos e métodos necessários para manipulação de dados como as velocidades, altura da corrente, altura dos depósitos e demais parâmetros associados à corrente. As classes *Ambient* e

Channel são classes que guardam os dados e métodos referentes ao meio circundante e ao canal de entrada da corrente no meio circundante, respectivamente.

Por fim, tem-se a classe *Simulation* que possui as classes *Turbidity*, *Channel* e *Ambient* como atributos, ou seja, instâncias dessas classes são criadas e associadas a classe *Simulation* para que esta se encarregue de gerenciar todos os dados da simulação, bem como realizar todo o processo de cálculo da simulação.

Além da API, que fornece os métodos necessários para a simulação numérica, tem-se uma interface gráfica para pré-processamento e pós-processamento, Figura 25. Essa interface é responsável por coletar os dados de entrada, processar todas as informações por meio de chamadas a API de cálculo e pela posterior visualização dos resultados.

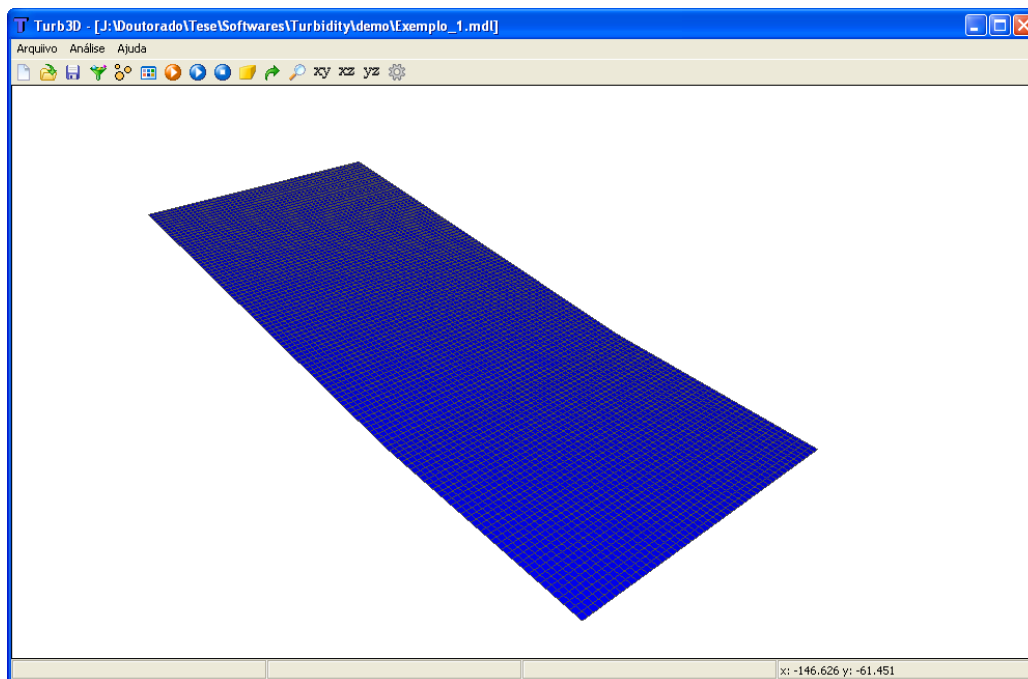


Figura 25 – Interface gráfica do programa *Turb3D*

A partir desse diálogo pode-se dar início a criação de um novo modelo de corrente de turbidez. Inicialmente deve-se fornecer os dados da superfície inicial por onde a corrente irá escoar. Essa superfície deve ser representada por uma malha uniforme e regular. A malha é então fornecida como dado de entrada ao programa através de um arquivo de texto no formato x, y, z , Figura 26. Os valores da abertura, comprimento e largura da malha são calculados automaticamente a partir dos dados contidos no arquivo texto.

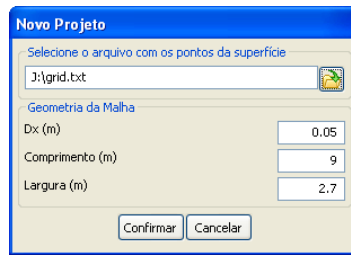


Figura 26 – Diálogo de entrada da malha da superfície

A seguir especificam-se os parâmetros referentes ao canal de entrada do fluxo no fluido ambiente, Figura 27. Nesse diálogo deve-se fornecer as coordenadas do vértice inferior esquerdo e do vértice superior direito do retângulo correspondente ao canal na malha, e a altura de fluxo na saída do canal.

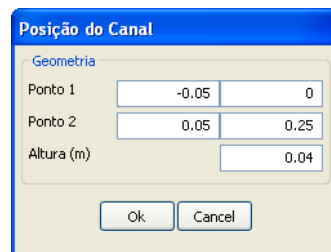


Figura 27 – Diálogo de dados do canal

A Figura 28 apresenta o diálogo responsável pela coleta dos dados referentes à simulação, ao fluxo e ao fluido ambiente. A seguir descreve-se em detalhe cada campo do diálogo.

<i>Tipo</i>	Tipo de iniciação do fluxo, que pode ser contínuo ou pulso.
<i>Duração</i>	Duração em que o canal de entrada do fluxo permanece alimentando a simulação, no caso de fluxo contínuo.
<i>Fator de suavização</i>	Fator usado para garantir a estabilidade numérica da análise.
<i>CFL constante</i>	Constante de Courant-Friedrichs-Lewy.
<i>Aceleração da gravidade</i>	Valor da aceleração devido à gravidade.
<i>Vazão</i>	Vazão do fluxo de entrada.
<i>Densidade do ambiente</i>	Densidade do fluido ambiente ou circundante.
<i>Diferença de densidade</i>	Diferença entre a densidade do sedimento e do fluido.
<i>Rugosidade</i>	Rugosidade da superfície.

Altura fracionária da camada limite Razão entre a camada limite turbulenta e a altura total do fluxo.

Figura 28 – Diálogo de dados da simulação

O diálogo da Figura 29 captura todos os dados de entrada referentes aos sedimentos. É através dele que se deve informar ao programa o diâmetro dos grãos e suas respectivas concentrações dentro da corrente. Pode-se ainda visualizar no gráfico, lado direito do diálogo, uma curva granulométrica formada pelos tipos de grãos inseridos. O programa foi escrito para simular correntes de turbidez com mais de um tamanho de grão. Contudo, como os ensaios físicos realizados para aferição do modelo proposto só contemplam um tipo de sedimento, não serão usados mais do que um grão nesse diálogo.

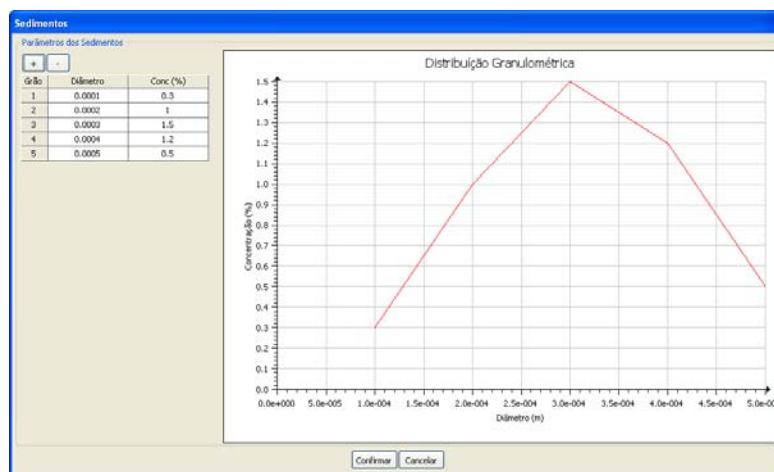


Figura 29 – Diálogo de sedimentos

Com todos os parâmetros definidos pode-se então proceder a análise do modelo. Para a realização da simulação numérica o programa inicialmente faz chamadas a métodos disponibilizados pela API de cálculo, recebe os resultados da API contendo a solução do algoritmo, e os exibe na tela em cada passo de

tempo até que o tempo de simulação seja alcançado. Com isso, é possível visualizar a evolução da corrente e o depósito resultante a cada passo de tempo.

5 Simulação Física

O comportamento da corrente de turbidez foi avaliado segundo as observações dos experimentos conduzidos juntamente com o Núcleo de Estudos de Correntes de Densidade, NECOD, do Instituto de Pesquisas Hidráulicas, IPH, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. O objetivo desses ensaios foi determinar os parâmetros hidráulicos e posicionais necessários para validação do modelo numérico proposto.

As correntes de turbidez são fluxos induzidos pela ação da gravidade sobre misturas de fluido e sedimentos, devido à diferença de densidade entre a mistura e o fluido ambiente. Assim, os ensaios consistem basicamente em liberar uma mistura composta de água e partículas sólidas em suspensão, *corrente de turbidez*, em um tanque cheio de água, *fluido ambiente*.

As simulações físicas foram constituídas por dois experimentos, variando-se apenas o diâmetro dos sedimentos, conforme Tabela 1. As correntes de turbidez têm sido ensaiadas pelo NECDO, no IPH, utilizando-se vazões que variam de 30 a 100 l/min, o que seria valores razoáveis para a vazão desse tipo de correntes. Assim, adotou-se neste trabalho a vazão de 40 l/min para todos os ensaios físicos. Conforme já mencionado anteriormente, a concentração das correntes de turbidez de alta densidade chega a atingir valores da ordem de 30% em volume. Entretanto, pretende-se simular neste trabalho corrente de turbidez de baixa densidade. Dessa forma, adoto-se o valor de 2% em volume para a concentração das partículas.

Ensiao	Diâmetro (µm)	Conc. em volume (%)	Vazão (l/min)
1	100	2%	40
2	150	2%	40

Tabela 1 - Características dos ensaios

Dessa forma, têm-se basicamente dois tipos de fluxo contínuo de material. O primeiro composto por sedimentos com diâmetro de aproximadamente 100 µm e concentração de 2% em volume. E o segundo com sedimentos de aproximadamente 150 µm e concentração de 2% em volume. O material

granular presente nas misturas foi composto por microesferas de vidro com massa específica de 2600 kg/m^3 . O protocolo de ensaio prevê ainda que a mistura seja liberada no tanque como um fluxo contínuo durante 5 min e vazão média de 40 l/min.

5.1. Metodologia

A Figura 30 mostra a geometria do tanque utilizado nos ensaios. A parte externa do tanque é construída em concreto armado e alvenaria. A plataforma de ensaio é formada por duas rampas de policarbonato, com ajuste de declividade de 0° a 4° . Com isso, a inclinação da plataforma pode ser ajustada, de tal forma que cada protocolo de ensaio especificado seja devidamente atendido.

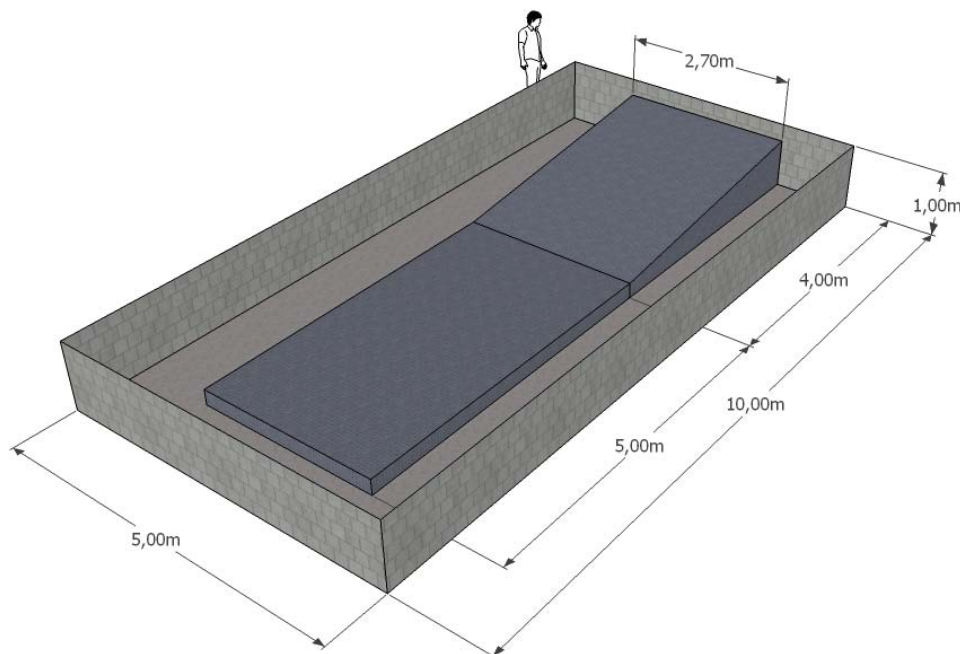


Figura 30 - Esquema do tanque utilizado nos ensaios

Nos ensaios deste trabalho adotou-se uma declividade de 4° , com uma projeção de 4,0 m, e uma plataforma com 5,0 m de comprimento.

Conectado a entrada do tanque há um difusor, Figura 31, que é ligado a dois reservatórios elevados, Figura 32, onde fica armazenado o fluido que será liberado no tanque durante o ensaio. O armazenamento do fluido mais denso nesses reservatórios elevados permite uma alimentação constante do tanque, da mesma forma que se tem nos casos de fluxos gravitacionais iniciados por fluxo contínuo.

O fluido nos reservatórios é composto por uma mistura de água e grãos e a homogeneização dessa mistura é garantida por um agitador eletromecânico posicionado dentro dos reservatórios. Esses grãos são constituídos por microesferas de vidro.

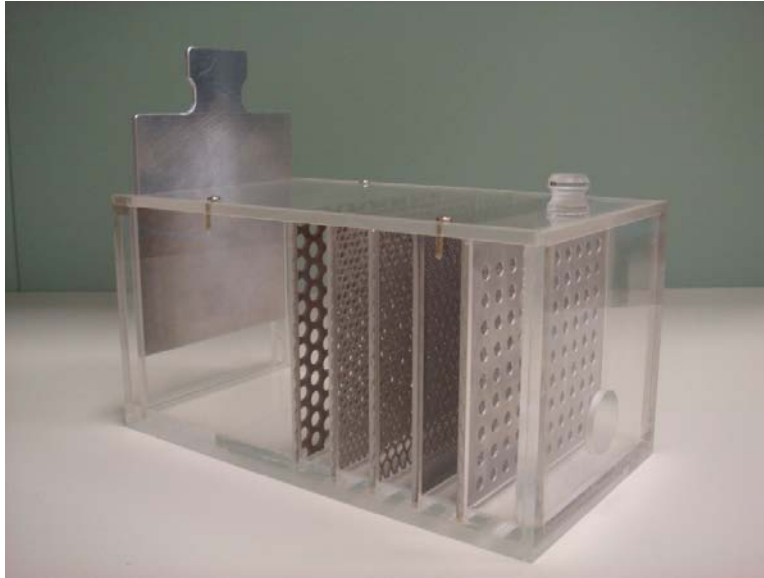


Figura 31 – Difusor acrílico usado para garantir a uniformidade do fluxo durante os ensaios

O difusor é uma caixa acrílica com 12 cm de largura, 11 cm de altura e 22,3 cm de comprimento. A função principal desse difusor, além de garantir a uniformidade do fluxo de entrada, é fornecer um controle adequado de todas as condições de contorno necessárias para a simulação computacional da corrente de turbidez.

Na parte frontal do difusor acrílico há uma comporta regulável, que serve para ajustar a altura exata da abertura por onde a mistura armazenada nos reservatórios adentra o tanque, logo, sabendo-se a altura e a largura da abertura do difusor em cada ensaio, é possível calcular a velocidade e a altura inicial do fluxo que serão usados como parâmetros de entrada do modelo numérico. Na parte traseira do difusor há uma abertura de 25 mm por onde a tubulação que sai dos reservatórios, onde se encontra a mistura, se conecta ao difusor.

Uma série de telas dentro do difusor é disposta de forma a garantir a uniformização do fluxo antes que este seja liberado no tanque. Por fim, tem-se a tampa superior que não permite que a mistura dentro do difusor entre em contato com o fluxo ambiente antes do lançamento no tanque.



Figura 32 - Reservatório elevado, utilizados para armazenar a mistura

Em seguida o tanque é cheio com água e todo o equipamento de iluminação e apoio é montado. É feito também o posicionamento da câmera de vídeo sobre o tanque, para que todo o ensaio possa ser registrado.

Concluída a etapa de preparação inicia-se então o ensaio propriamente dito. Um registro na tubulação é aberto e o fluido contido no reservatório é liberado no tanque durante aproximadamente 5 min com uma vazão média de 40 l/min, vazão esta monitorada por um computador conectado na tubulação durante todo o ensaio, gerando com isso um histórico de vazões, Figura 33.

Três amostras da mistura são retiradas do reservatório durante o decorrer do ensaio para verificar se a concentração da mistura está conforme o protocolo especificado. As amostras são coletadas nos tempos 0 min, 2,5 min e 5 min.



Figura 33 - Medidor de vazões conectado a entrada da tubulação

Após aproximadamente cinco minutos o registro é fechado, e com isso o fluido deixa de ser liberado no tanque. Depois de um período de decantação das partículas suspensas no tanque, o mesmo é esvaziado lentamente, com velocidades muito baixas, de modo que não ocorra nenhum tipo de perturbação, sejam elas ravinamentos ou mesmo destruição parcial do depósito.

A última etapa do ensaio consiste no levantamento da superfície resultante do depósito gerado pelos sedimentos durante os ensaios no tanque. Utilizou-se para essa tarefa um medidor de distância à laser, acoplado a um sistema de movimentação. O equipamento utilizado é um medidor de distância à laser de alta precisão, Figura 34, destinado à avaliação de distâncias, dimensões, posicionamentos relativo e comparação de cotas, realizando uma medida dinâmica, pontual ou contínua, sem contato físico entre o medidor e o objeto alvo, significando portanto maior precisão, durabilidade e rapidez (Manica, 2002). O laser mede as coordenadas x , y e z de toda superfície deposicional e as armazena em um arquivo texto, com isso pode-se reconstituir cada superfície de deposição formada.

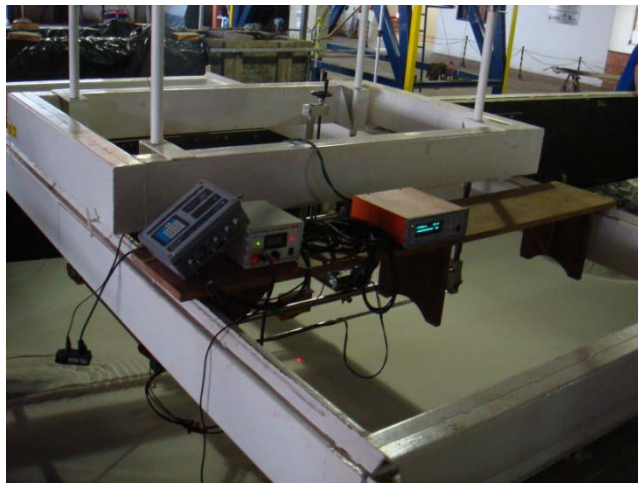


Figura 34 - Medição da espessura dos depósitos com a utilização de laser

5.2. Resultados

Nesta seção serão mostrados os resultados dos ensaios realizados. Conforme mencionado anteriormente, todos os experimentos tiveram duração de 5 min e vazão média de 40 l/min. A concentração da mistura utilizada em cada ensaio foi determinada pela média aritmética das amostras da mistura coletadas nos tempos 0 min, 2,5 min e 5,0 min de cada experimento.

5.2.1. Evolução

A Figura 35 mostra a evolução do ensaio com sedimentos de 100 μm e concentração de 1,91%. As imagens na Figura 35 foram obtidas nos seguintes instantes de tempo: 10 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s e 300 s, respectivamente.

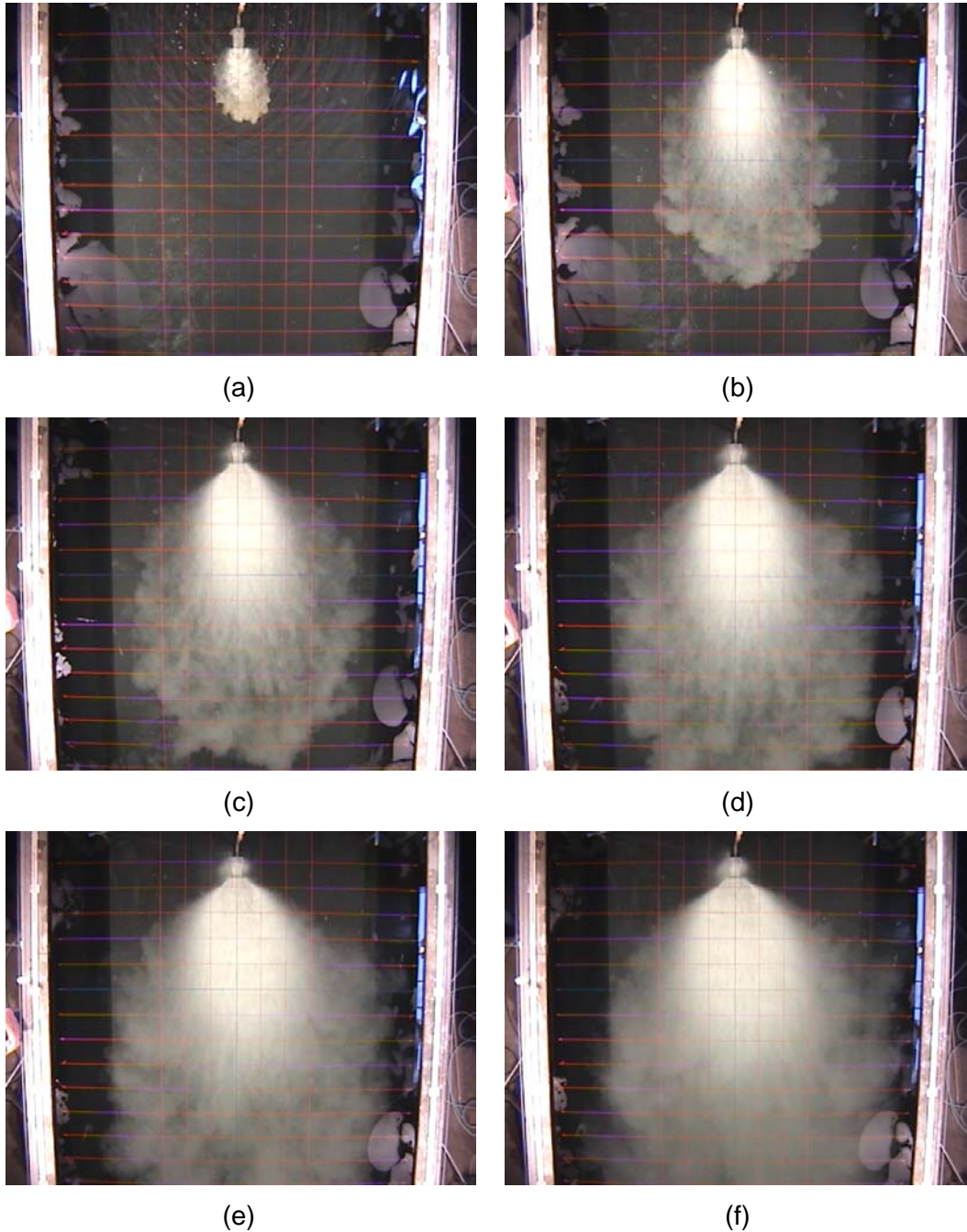


Figura 35 – Evolução da corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro, nos seguintes tempos: (a) 10 s, (b) 60 s, (c) 120 s, (d) 180 s, (e) 240 s e (f) 300 s

A Figura 36 mostra a evolução do ensaio com sedimentos de 150 μm e concentração de 1,85%. As imagens na Figura 36 foram obtidas nos seguintes instantes de tempo: 10 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s e 300 s, respectivamente.

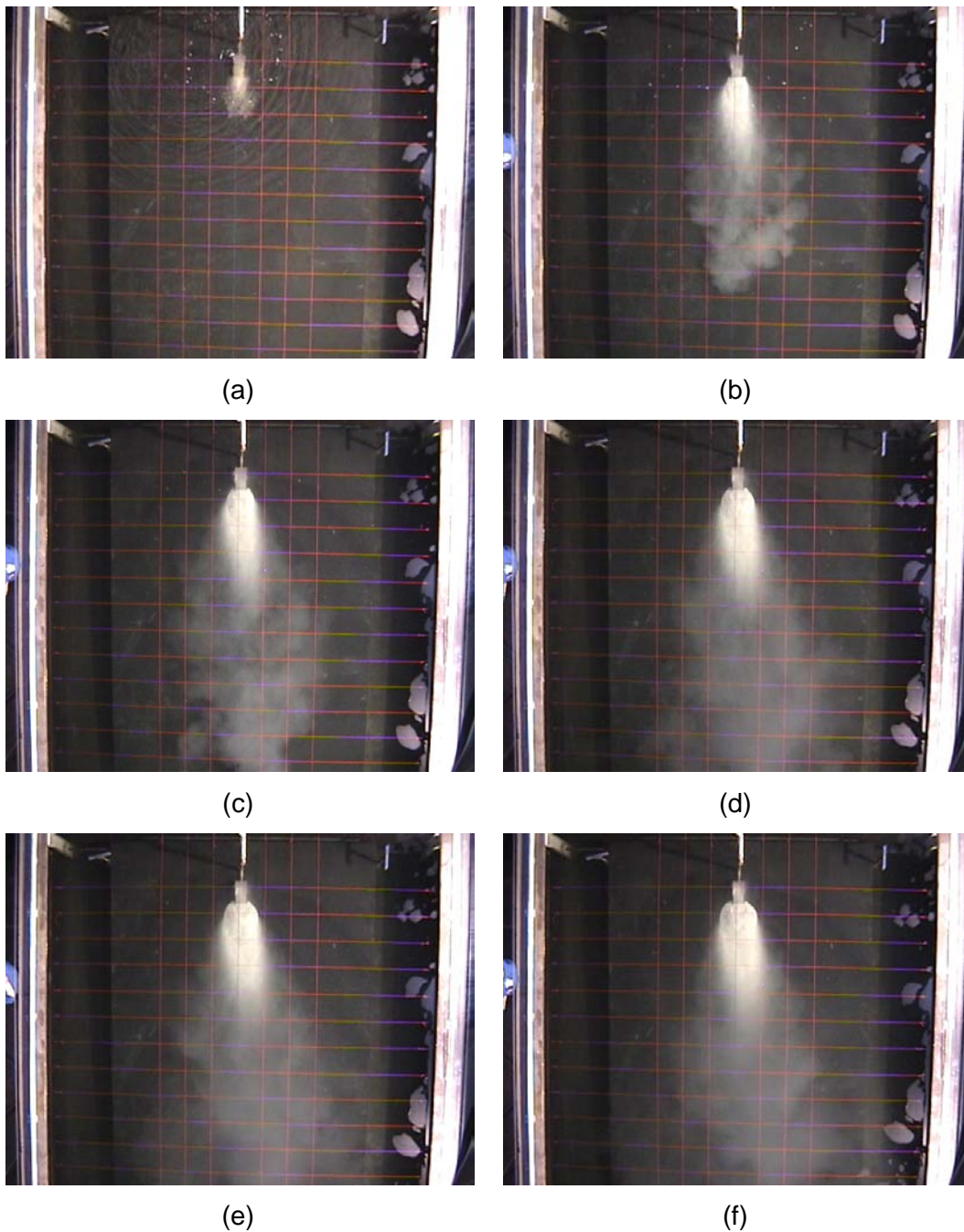


Figura 36 – Evolução da corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm de diâmetro, nos seguintes tempos: (a) 10 s, (b) 60 s, (c) 120 s, (d) 180 s, (e) 240 s e (f) 300 s

Nota-se, Figura 35b e Figura 36b, que à medida que se aumenta o diâmetro dos grãos presente na mistura, ocorre uma conseqüente diminuição no espalhamento da mistura dentro do tanque. Isso ocorre porque a partícula é mantida em suspensão devido à turbulência do fluxo, ou seja, quando a velocidade de queda da partícula é menor que a velocidade do fluxo a partícula é carregada pela corrente por mais tempo. Assim, como a velocidade de deposição da partícula é diretamente proporcional ao diâmetro do grão em suspensão, tem-se uma deposição mais rápida das partículas na mistura com maior diâmetro de grão suspenso, em conseqüência, um menor espalhamento da mistura dentro do tanque, conforme verificado.

5.2.2. Deposição

Nas Figura 37 e Figura 38, nota-se que a maior parte do depósito concentrou-se a uma distância de 33 cm da saída do difusor e espalhou-se por um raio de aproximadamente 34 cm, além desta distância houve apenas uma fina camada de depósitos. Na saída do difusor formou-se ainda um *vale*, ou seja, uma zona de menor deposição, com comprimento de 15 cm e raio de 18 cm. A altura máxima de depósitos atingida foi de aproximadamente 4,0 cm. Observa-se ainda, a formação de lobos oriundos da sobreposição de camadas subseqüentes de depósitos.

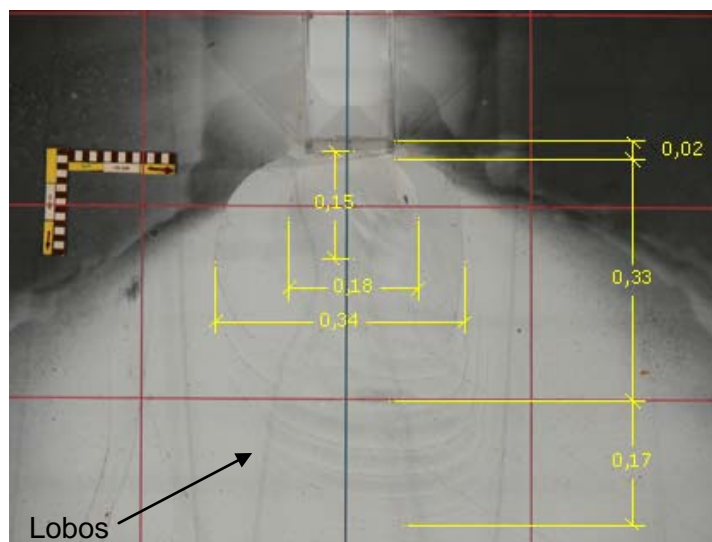


Figura 37 – Geometria da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro, medidas em metros.



(b)

Figura 38 – Vista lateral da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,91% em volume e sedimentos de 100 μm de diâmetro. (a) Geometria da deposição.

As Figura 39 e Figura 40 referem-se ao ensaio com sedimentos de 150 μm e concentração de 1,85% em volume. O comprimento do lóbulo formado pela deposição das partículas foi de 32 cm e o raio de espalhamento foi de 42 cm. O comprimento da zona de menor deposição formada na saída do difusor foi de 17 cm e o raio de espalhamento foi de 15 cm. Os leques formados possuem um comprimento de 19 cm de extensão. Nota-se pela imagem que não houve a formação de uma camada fina de deposição fora dessa área de deposição.

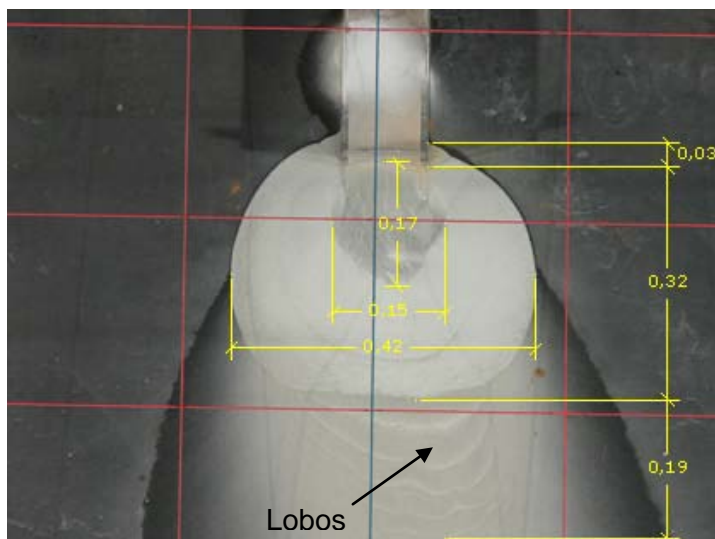


Figura 39 – Geometria da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm , medidas em metros.



(b)

Figura 40 – Vista lateral da deposição gerada pela corrente de turbidez com concentração de 1,85% em volume e sedimentos de 150 μm , medidas em metros.

A Tabela 2 resume os resultados das deposições, conforme apresentada na Figura 37 e na Figura 39, obtidas pelas simulações físicas dos dois tipos de corrente de turbidez realizadas, o primeiro com sedimentos de 100 μm e o segundo 150 μm . A altura máxima na tabela foi obtida na parte frontal do lobo formado pelas partículas.

Ensaio	Sedimento (μm)	Conc. em volume (%)	Geometria da Deposição				
			L (cm)	R (cm)	l (cm)	r (cm)	e_{max} (mm)
1	100	1,91%	33	34	15	18	40,66
2	150	1,85%	32	42	17	15	63,66

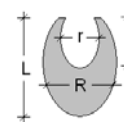
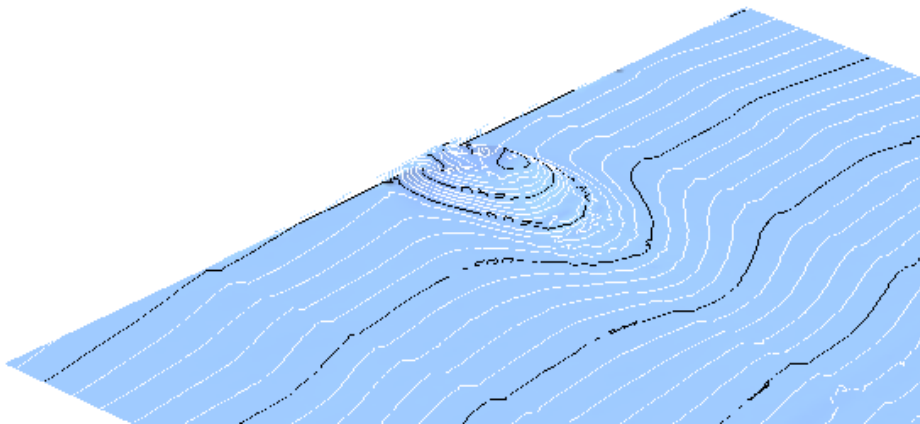


Tabela 2 - Resumo dos resultados dos ensaios

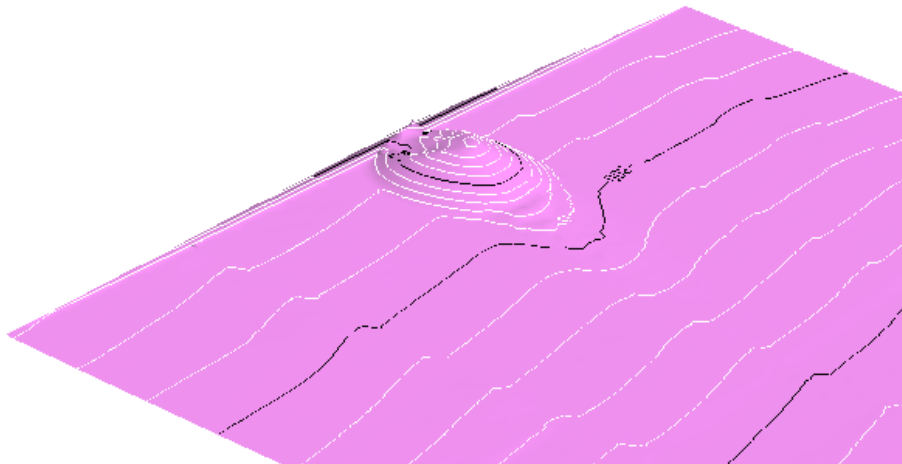
Com o arquivo de saída fornecido pelo medidor de distâncias à laser pode-se a reconstruir a superfície deposicional gerada em cada experimento, Figura 41. O arquivo de saída do medidor de distância fornece a coordenada z da superfície deposicional já descontada a coordenada da plataforma de ensaio, ou seja, a coordenada z já é a espessura de depósito em cada ponto. As

superfícies da Figura 41 foram geradas utilizando-se o software *GoCad*® da *Paradigm Software*.

Com as superfícies geradas pelo *GoCad*® é possível avaliar com precisão onde estão localizados os pontos de altura máxima e mínima, bem como, o valor de um dado ponto em uma posição qualquer da malha.



(a)



(b)

Figura 41 – Reconstrução das superfícies dos ensaios com o software *GoCad*®.

(a) Ensaio 1 (b) Ensaio 2

6 Simulação Numérica

Para que o modelo proposto seja válido é necessário realizar a verificação dos resultados obtidos pela simulação numérica. Para isso, serão comparados os resultados obtidos nas simulações físicas conduzidas no Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul com a simulação numérica realizada com o aplicativo *Turb3D*, que foi desenvolvido com base no modelo matemático apresentado neste trabalho.

Dessa forma, esse capítulo tem por objetivo apresentar uma validação, com base nas observações e dados coletados nos ensaios físicos, para o modelo numérico de correntes de turbidez proposto. No entanto, cabe ressaltar que essa comparação será feita levando em consideração apenas o resultado final da deposição e a geometria do fluxo durante a evolução da corrente, ou seja, apenas a parâmetros geométricos serão avaliados. Não foram obtidos dados referentes às velocidades e alturas do fluxo durante os ensaios físicos, esse estudo foi foco da pesquisa conduzida por Bitton (2008), que comparou os dados das velocidades provenientes das simulações físicas e numéricas.

Para a realização da simulação numérica com o programa *Turb3D* é necessário fornecer inicialmente um arquivo contendo as coordenadas x, y, z da superfície inicial, em seguida todos os demais parâmetros podem ser ajustados por meio da interface gráfica. O arquivo texto contendo as coordenadas da superfície inicial foi criado com base na geometria do tanque de ensaio, adotou-se uma malha com abertura de 0,05 m, com 55 nós na direção x e 181 nós na direção y para ambos os ensaios.

A superfície inicial de deposição, ou seja, as coordenadas x, y, z da plataforma do tanque de ensaio foram lidas pelo medidor de distância à laser antes do ensaio com o intuito de se calcular a rugosidade da superfície a ser utilizada na simulação numérica. Entretanto, a precisão do equipamento utilizado é de décimos de milímetro e de acordo com a literatura consultada, a rugosidade média absoluta do policarbonato é cerca de 0,001 mm, ou seja, o uso dos pontos coletados pelo laser para determinação da rugosidade da superfície tornou-se inadequado, sendo adotado o valor de 0,001 mm, que é a rugosidade média absoluta do policarbonato dado pela literatura.

Devido à insuficiência de dados e de estudos específicos sobre o tema, também não foi possível determinar a altura fracionária da camada limite turbulenta. Logo, adotou-se o valor de 0,05 sugerido por Kneller *et al* (1999) em seus estudos sobre correntes de densidade.

Outro ponto importante nas simulações é quanto ao critério de estabilidade empregado. A natureza explícita da integração temporal, usada neste trabalho, impõe restrições aos valores permitidos de Δt . Assim, como critério de estabilidade nas simulações numéricas, adotou-se usar o valor de 0,5 para a constante de Courant, que seria um valor mais conservativo segundo Osher & Fedkiw (2002).

6.1. Simulação do Ensaio 1

A previsão da evolução e da deposição do ensaio 1, corrente de turbidez com sedimentos de 100 μm , foi realizada com os mesmos parâmetros especificados para o ensaio físico, ou seja, vazão de entrada de 40 l/min, densidade do ambiente de 1000 kg/m^3 , densidade dos sedimentos de 2600 kg/m^3 e concentração de 1,91% em volume.

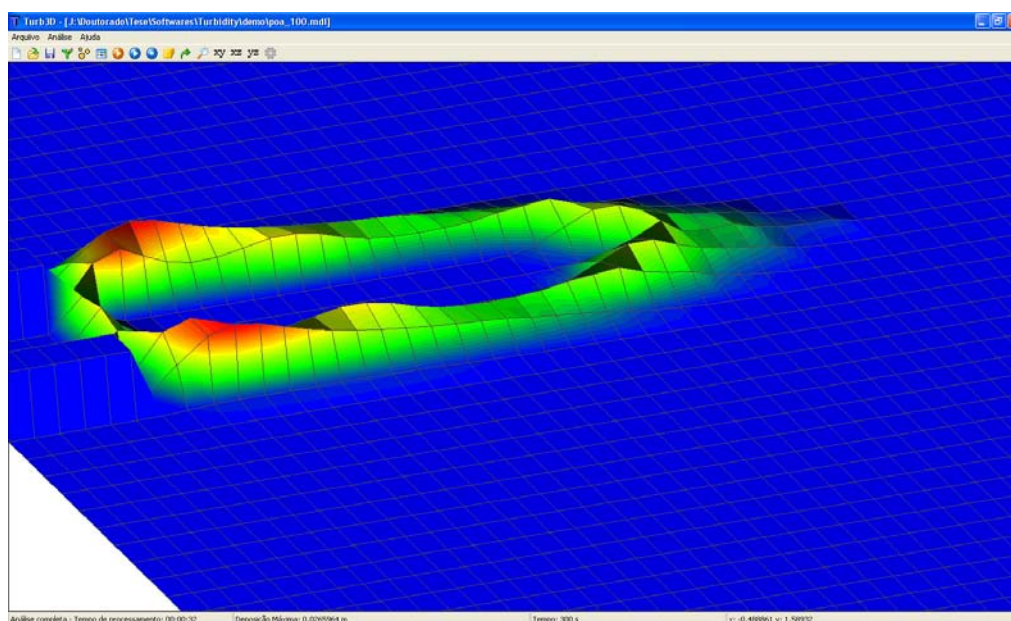


Figura 42 – Tela do programa Turb3D mostrando a deposição ocorrida para uma corrente de turbidez com sedimentos de 100 μm . Escala da deposição aumentada em 3 vezes

A Figura 42 mostra a tela do programa *Turb3D* com o resultado final da simulação. Pode-se visualizar o depósito gerado pela corrente após a análise, onde a cor vermelha representa maiores espessuras e a cor azul representa

menores espessuras. A escala de cores mostra que a deposição dos sedimentos originou um lobo, nota-se a formação de uma zona de menor deposição logo a frente do canal. O lobo tem comprimento de 1,55 m e a largura de 0,50 m. A altura máxima da deposição é de 26,60 mm.

Na Figura 43 apresenta-se a evolução da corrente nos instantes de tempo 10 s e 60 s. Nota-se pela escala de cores apresentada que a maior espessura da corrente acontece dentro do canal, uma vez que o canal continua a alimentar o tanque até que seja alcançado o tempo máximo de simulação. No instante 10 s a corrente atingiu uma distância aproximada de 0,75 m da saída do canal e 0,80 m de largura, Figura 43a. No instante seguinte, 60 s, a corrente alcançou 2,30 m de comprimento e 1,90 m de largura, Figura 43b.

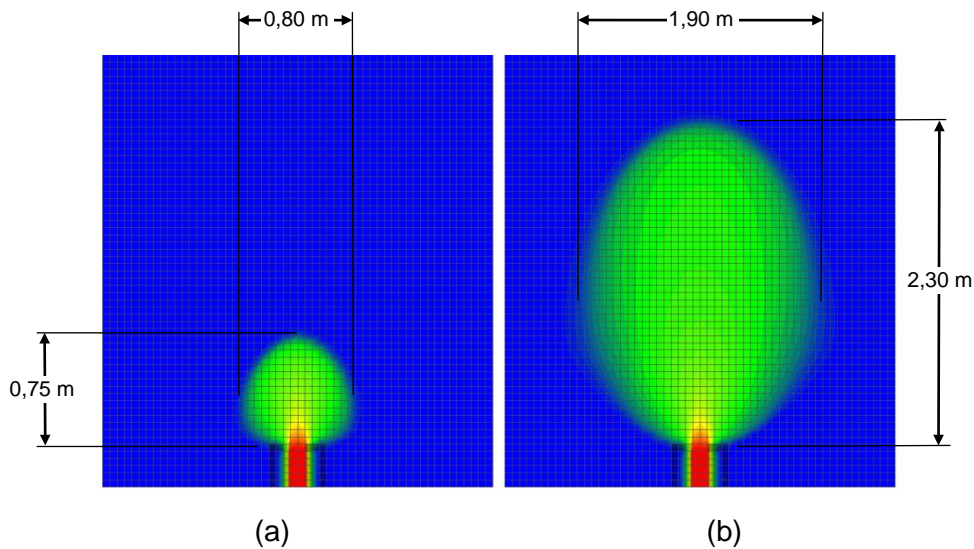


Figura 43 – Vista superior da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s

A vista lateral da simulação, Figura 44, mostra que houve uma rápida diminuição da cabeça da corrente. No instante 10 s, Figura 44a, ainda percebe-se que há uma clara distinção entre a cabeça e corpo da corrente, porém, a cabeça se dissipa rapidamente e já no instante 60 s, Figura 44b, já não é mais possível visualizar sua presença.

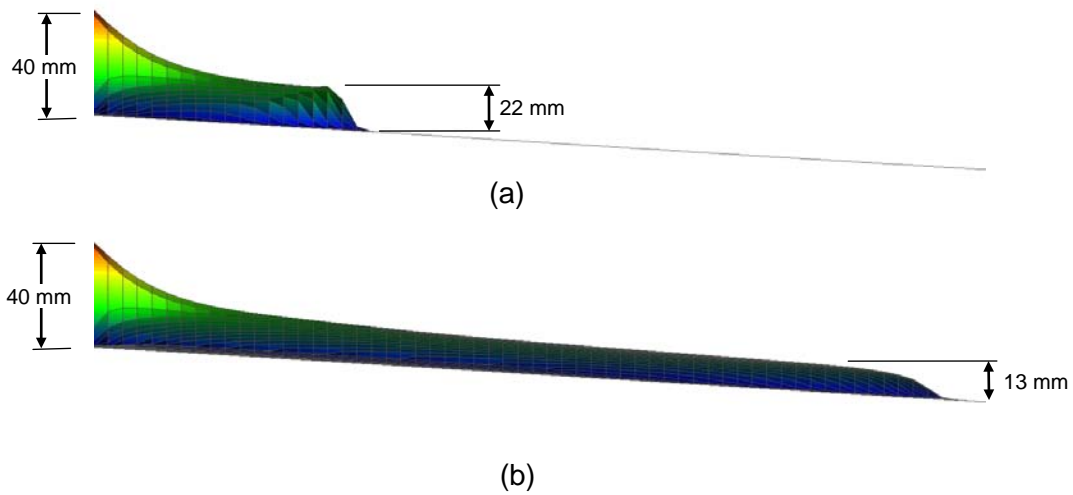


Figura 44 – Vista lateral da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s

Na Figura 45 tem-se a vista do lobo formado como resultado da deposição ocorrida após a simulação numérica, nota-se que não houve deposição no núcleo do lobo. Logo a frente ao canal tem-se uma pequena deposição de sedimentos, seguida da zona de não deposição.

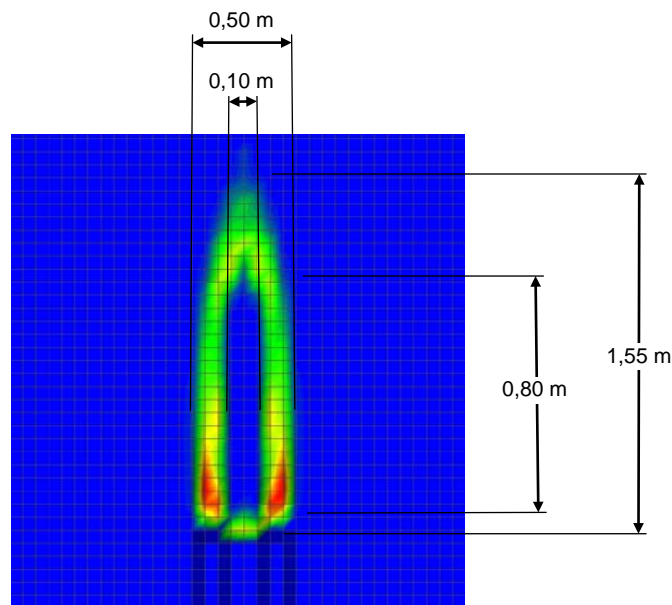


Figura 45 – Vista superior do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 100 μm

O perfil longitudinal da superfície deposicional é mostrado na Figura 46, percebe-se pela escala de cores que a espessura máxima de sedimentos ocorreu perto da saída do canal, medindo 26,60 mm.

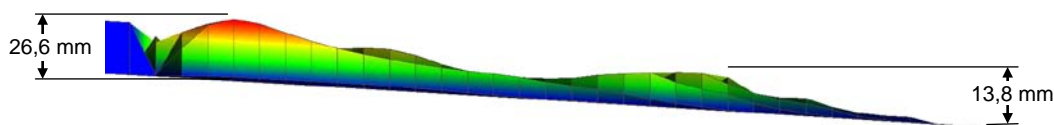


Figura 46 – Vista lateral do depósito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 100 μm

6.2. Simulação do Ensaio 2

A previsão da evolução e da deposição do ensaio 2, corrente de turbidez com sedimentos de 150 μm , também utilizou as mesmas especificações do ensaio físico 2, vazão de entrada de 40 l/min, densidade do ambiente de 1000 kg/m^3 , densidade dos sedimentos de 2600 kg/m^3 e concentração de 1,85% em volume, a Figura 47 mostra a tela do programa com a visualização 3D do resultado da deposição. O depósito gerado pela análise da corrente com sedimentos de 150 μm , formou um lobo com comprimento de 1,05 m e largura de 0,40 m. A altura máxima de sedimentos foi de aproximadamente 55,90 mm. A maior altura de sedimentos acontece logo à frente do canal, e diminui progressivamente com a distância. Na Figura 47 a cor vermelha da escala de cores representa valores máximos e a cor azul valores mínimos.

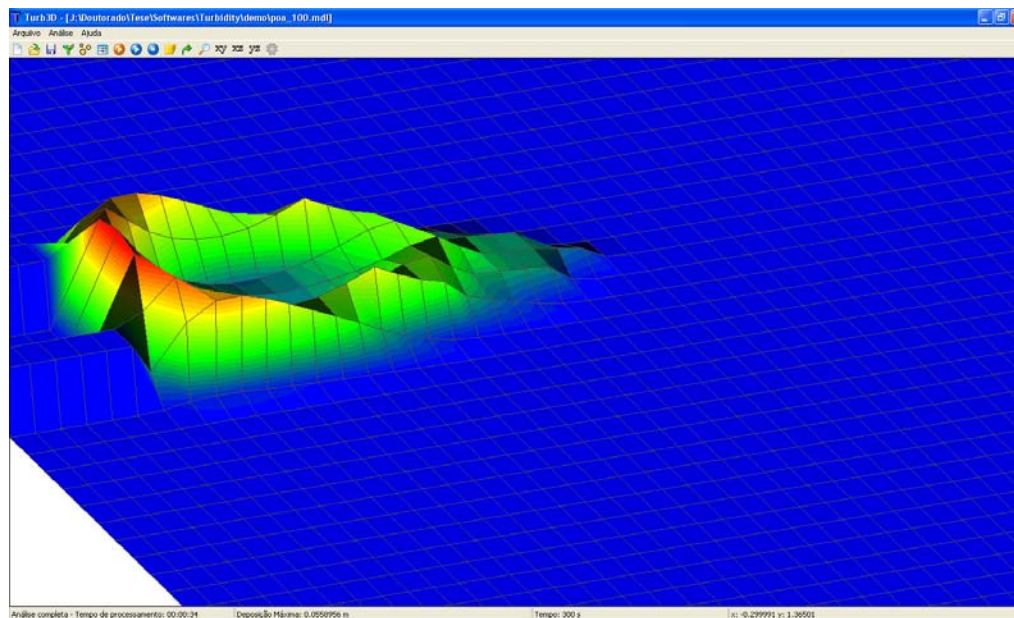


Figura 47 – Tela do programa Turb3D mostrando a deposição ocorrida para uma corrente de turbidez com sedimentos de 150 μm . Escala da deposição aumentada em 3 vezes

Analisando-se a evolução da corrente, Figura 48, constata-se que no instante 10 s ela mede 0,75 m de comprimento e 0,70 m largura. No instante 60 s o comprimento do fluxo mede 1,15 m e a largura mede 0,80 m. Como o canal alimenta o tanque até que seja alcançado o tempo máximo da simulação, 300 s, verifica-se, através da escala de cores, que a maior altura do fluxo acontece sempre dentro do canal e decresce à medida que o fluxo avança para dentro do tanque.

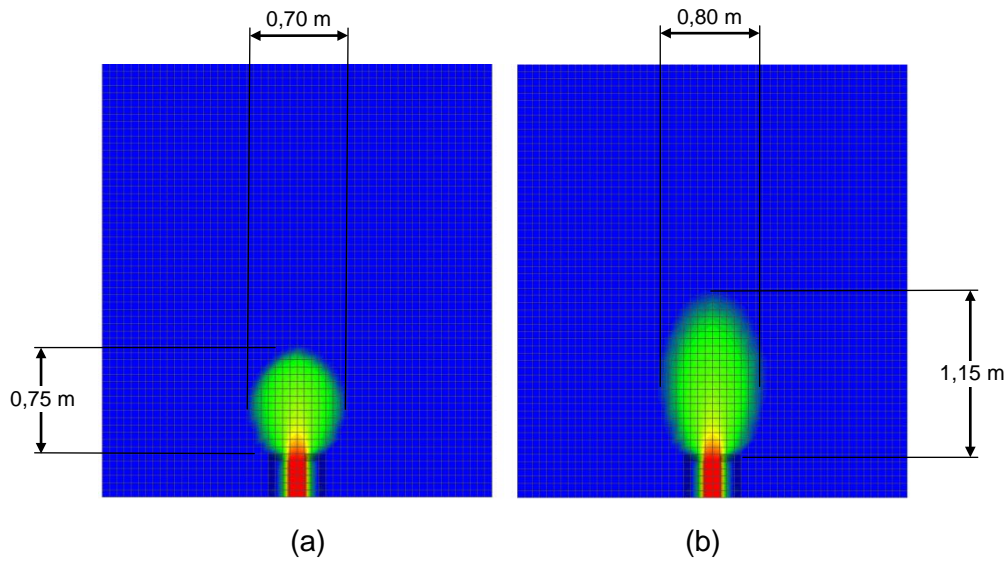


Figura 48 – Vista superior da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s

Nota-se a presença de uma cabeça bem pequena na corrente no instante 10 s, Figura 49a, com o corpo formando-se logo atrás. No instante 60 s o fluxo sai do canal, região vermelha na escala de cores da Figura 49b, e logo em seguida forma-se o corpo da corrente, neste caso, toda a cabeça já se dissipou e não é mais possível visualizar sua presença.

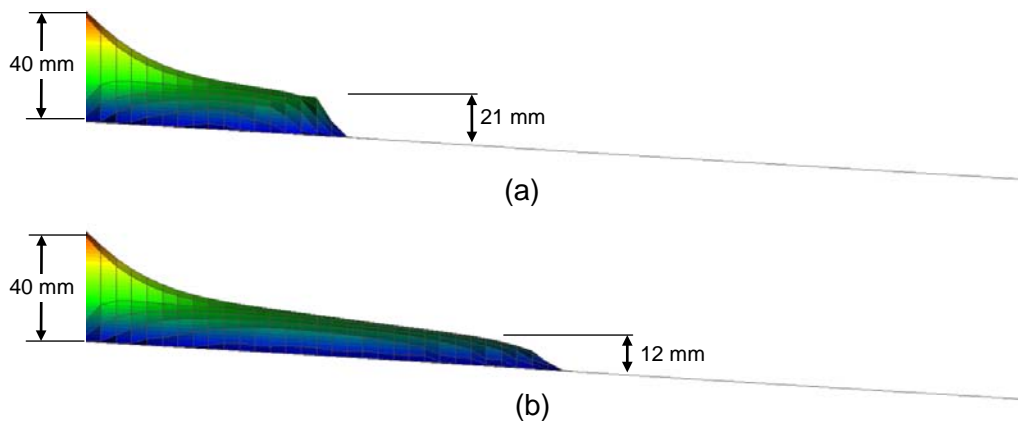


Figura 49 – Vista lateral da evolução da corrente nos instantes (a) 10 s (b) 60 s

O lobo formado pela simulação numérica é mostrado na Figura 50. A espessura máxima de sedimentos ocorreu na frente do canal, conforme verifica-se pela escala de cores, medindo 55,90 mm. Nesse caso, também houve a formação de uma zona de menor deposição no núcleo do lobo.

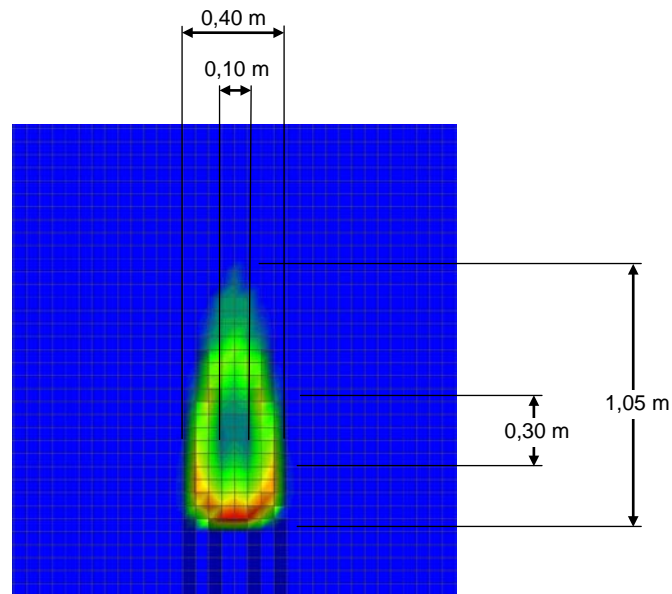


Figura 50 – Vista superior do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 150 μm

A Figura 51 mostra o perfil longitudinal do lobo gerado pela deposição de sedimentos durante a simulação numérica. A escala de cores evidencia que a espessura máxima de sedimentos localiza-se imediatamente em frente ao canal de saída e vai diminuindo progressivamente.

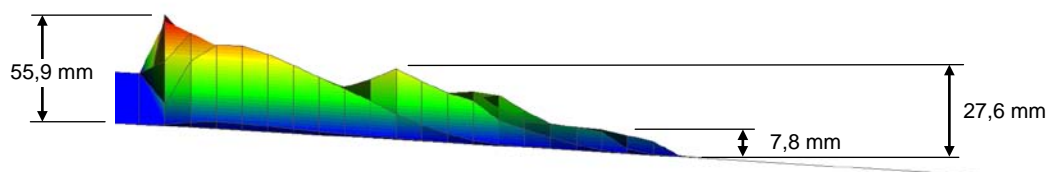


Figura 51 – Vista lateral do deposito ocorrido devido a simulação numérica da corrente com sedimentos de 150 μm

6.3. Discussão dos Resultados

6.3.1. Evolução

Comparando-se a evolução das simulações, numérica e física, para a corrente com sedimentos de 100 μm , Tabela 3, verifica-se que no instante 10 s a corrente na simulação física atingiu o comprimento de 0,82 m e a simulação numérica atingiu o comprimento de 0,75 m, ou seja, erro relativo percentual de 8,53%, a largura do fluxo na simulação física foi de 0,65 m e na simulação numérica foi de 0,80 m, um erro relativo percentual de 23,07%.

No instante 60 s o erro relativo percentual, entre o comprimento do fluxo na simulação física e numérica, foi de 11,54%, tendo o comprimento do fluxo na simulação física alcançado 2,60 m, e na simulação numérica 2,30 m. A largura do fluxo na simulação física foi de 1,85 m, contra 1,90 m na simulação numérica, resultando um erro relativo percentual de 2,70%.

Instante (s)	Tipo de Simulação			
	Numérica		Física	
	L (m)	D (m)	L (m)	D (m)
10	0,75	0,80	0,82	0,65
60	2,30	1,90	2,60	1,85

Tabela 3 - Resumo dos resultados da evolução da corrente com sedimentos de 100 μm

Para as correntes com sedimentos de 150 μm , Tabela 4, os valores dos erros relativos percentuais do comprimento e da largura do fluxo no instante 10 s foram de 87,5% e 125,8% respectivamente, sendo a comprimento e a largura da simulação numérica de 0,75 m e 0,70 m, e na simulação física de 0,40 m e 0,31 m. No instante 60 s o comprimento da simulação numérica foi de 1,15 m e o comprimento da simulação física de 2,10 m, um erro relativo percentual de 45,23%, já para a largura o erro foi 31,62%, medindo na simulação numérica 0,80 m e na física 1,17 m.

Instante (s)	Tipo de Simulação			
	Numérica		Física	
	L (m)	D (m)	L (m)	D (m)
10	0,75	0,70	0,40	0,31
60	1,15	0,80	2,10	1,17

Tabela 4 - Resumo dos resultados da evolução da corrente com sedimentos de 150 µm

Analisando-se os resultados das evoluções das correntes tomando-se como base apenas os erros relativos percentuais, é evidente que os resultados oriundos da simulação numérica com sedimentos de 150 µm foram insatisfatórios, pois se obteve erros bem elevados. No caso da corrente com sedimentos de 100 µm, esses erros foram bem menores e satisfatórios.

Entretanto, é importante salientar que a relação entre a altura fracionária da camada limite turbulenta, f , e a rugosidade da superfície do fundo desempenha um papel muitíssimo importante na evolução da corrente na simulação numérica, como pode ser visto nas equações matemáticas propostas neste trabalho, ou seja, esses parâmetros influenciam fortemente a maneira como a corrente se comporta. Quanto maior a relação f/z_0 maior é a distância que o fluxo atinge, porém com uma largura menor. Caso contrário, menor é a distância que o fluxo alcança, com uma largura maior, Figura 52. Assim, é possível obter resultados melhores para as simulações numéricas apenas ajustando essa relação.

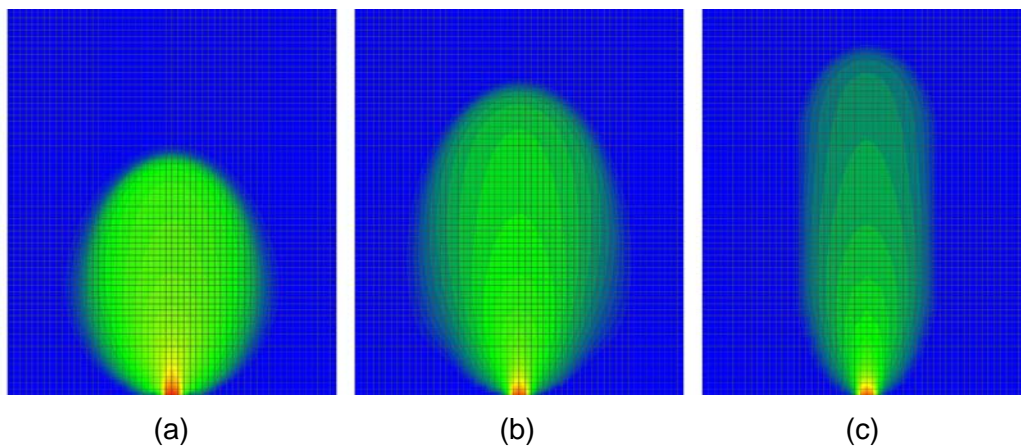


Figura 52 – Ajuste da relação f/z_0 . (a) $f/z_0 = 125$ (b) $f/z_0 = 250$ (c) $f/z_0 = 500$

Todavia, ainda que se utilizem valores de rugosidade e f obtidos na literatura, esses valores devem estar compreendidos entre certos limites para que seja garantida a compatibilidade com os ensaios físicos realizados. Por

exemplo, o valor da rugosidade para este trabalho deve ser algo em torno de 0,001 mm, que é o valor da rugosidade do material usado na confecção da plataforma de ensaio, sob pena desse valor não mais corresponder a um valor condizente com esse material.

Utilizou-se nos ensaios físicos as mesmas especificações, em ambos os ensaios a única diferença entre as correntes são os sedimentos, sendo 100 μm no primeiro ensaio e 150 μm no segundo ensaio. Logo, utilizou-se também os mesmos parâmetros para ambas as simulações numéricas. E apesar de tais parâmetros terem sido suficientes para produzirem bons resultados para a previsão da evolução da corrente com sedimentos de 100 μm , não foram suficientes para produzirem resultados satisfatórios para avaliação da evolução da corrente de 150 μm .

6.3.2. Deposição

As geometrias dos lobos formados pela sedimentação das partículas nos ensaios são apresentadas na Tabela 5. Verifica-se que no ensaio 1, corrente com sedimentos de 100 μm , a sedimentação da simulação numérica tem comprimento de 1,55 m, já na simulação física o comprimento do lobo é cerca de cinco vezes menor, 0,33 m. Na largura o erro relativo percentual é de quase 50%, medindo 0,50 m na simulação numérica e 0,34 m na física.

No ensaio 2, corrente com sedimentos de 150 μm , o lobo formado pela deposição da simulação física tem comprimento de 1,05 m e largura de 0,40 m, e na simulação numérica mede 0,32 m de comprimento e 0,42 m largura, ou ainda, um erro de 4,76% na largura e um erro maior que 200% no comprimento.

Sedimento (μm)	Tipo de Simulação	Geometria da Deposição			
		L (m)	R (m)	l (m)	r (m)
100	Física	0,33	0,34	0,15	0,18
100	Numérica	1,55	0,50	0,80	0,10
150	Física	0,32	0,42	0,17	0,15
150	Numérica	1,05	0,40	0,30	0,10

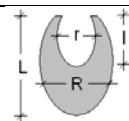


Tabela 5 – Resumo dos resultados das deposições das correntes

Em ambas as simulações, numérica e física, verifica-se um mesmo padrão deposicional, ou seja, forma-se um lobo com uma zona de menor deposição no

núcleo do lobo. Porém, como pode se observar na Tabela 5, as geometrias das superfícies deposicionais obtidas pelas simulações físicas e numéricas não são similares, sendo as dimensões da simulação numérica em alguns casos bem maiores que as da simulação física.

As espessuras máximas também apresentaram discrepância, principalmente no que diz respeito a sua localização. Nas simulações físicas as espessuras máximas de sedimentos localizaram-se, em ambos os casos, na extremidade do lobo oposta a saída do canal. Na simulação numérica ocorreu exatamente o oposto, as espessuras máximas de sedimentos localizaram-se próximo a saída do canal.

7 Conclusões e Sugestões

7.1. Conclusões

O foco dessa pesquisa: foi propor um modelo numérico consistente e com baixo custo computacional, se comparado aos complexos modelos de correntes de turbidez, que fosse capaz de auxiliar na previsão de sedimentação de bacias nos processos de modelagem estratigráfica no contexto do *Steno*, e validar o modelo numérico proposto através de simulações físicas conduzidas no Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

A validação do modelo matemático proposto foi feita comparando-se apenas a geometria da evolução da corrente e de seus depósitos. Neste trabalho optou-se por realizar os experimentos físicos necessários para a validação do modelo matemático em um tanque com maiores dimensões, e, não medir as velocidades do fluxo, para evitar que os equipamentos de medição de velocidades instalados não afetassem a evolução da corrente. Além disso, essa opção foi baseada no fato de que a avaliação das velocidades já teria sido estudada anteriormente, (Bitton, 2008), em um tanque de menores dimensões, com todo o equipamento necessário para realizar a coleta desses dados com sucesso.

Assim, os registros desses ensaios físicos foram feitos apenas com fotos e vídeos obtidas por cima do tanque, ou seja, não há registros laterais do ensaio e isso implica na falta de dados referentes às alturas do fluxo em cada instante, bem como na falta de registro sobre a anatomia das correntes.

Os resultados obtidos através da comparação do modelo numérico com o modelo físico mostram que as equações matemáticas propostas não foram suficientes para reproduzir com precisão a evolução e o depósito gerado pelas correntes de turbidez.

A análise da simulação numérica da corrente com sedimentos de 100 μm mostra que se pode ter uma boa idéia evolução dessa corrente, verifica-se que nos instantes 10 s e 60 s elas atingem o mesmo ponto com uma geometria aceitável. Porém, no caso da corrente com sedimentos de 150 μm não se alcançou um resultado satisfatório, tendo as correntes, numérica e física,

atingido pontos diferentes nos mesmos instantes 10 s e 60 s. Apesar de não se ter nenhum tipo de registros laterais da simulação física, conforme já mencionado, é possível afirmar que a simulação numérica também não reproduziu a anatomia da corrente de forma adequada, uma vez que a dissipação da cabeça ocorreu de forma bastante acelerada. Isso pode ter acontecido devido ao fato do modelo numérico não ser capaz de simular a variação da densidade do fluxo pela incorporação e perda de água pela cabeça, bem como pela incorporação de sedimentos oriundos da erosão do leito.

Notou-se ainda, que a evolução da corrente é fortemente influenciada pela relação entre a altura fracionária da camada limite turbulenta, f , e a rugosidade da superfície do fundo. O termo que relaciona as tensões de cisalhamento na equação de movimento é predominante no cálculo das velocidades, e esse termo é controlado pela relação f/z_0 , logo, é possível alterar significativamente a forma da evolução da corrente alterando-se apenas o valor da relação f/z_0 . Dessa forma, conclui-se que os parâmetros utilizados nas simulações numéricas devem ser investigados com bastante critério. Deve-se determinar de maneira precisa o valor da rugosidade da superfície do fundo, utilizando-se rugosímetros digitais, por exemplo. Além disso, devem-se conduzir estudos mais profundos e detalhados a cerca do parâmetro f , tendo esse parâmetro neste trabalho sido baseado apenas na pouca literatura existente sobre o assunto. Enfim, a falta de dados mais precisos sobre esses parâmetros conseqüentemente conduz a incertezas quanto à validade da evolução do modelo numérico, logo, a adoção desses procedimentos ajudaria a dirimir as incertezas oriundas desse fato.

Em relação à deposição, pode-se concluir que o modelo de sedimentação das partículas proposto não reproduziu de forma adequada o experimento físico. Apesar das formas dos depósitos nas simulações numéricas terem sido consistente com a forma da simulação física, ou seja, forma de lobos com uma zona de menor deposição no núcleo, suas medidas foram bem diferentes e apresentaram espessuras máximas de deposição localizadas em pontos diferentes. Nesse caso, além do modelo de deposição bastante simples que foi adotado, não foi simulado pelas equações matemáticas o retrabalhamento da deposição, ou seja, o sedimento era depositado em cada ponto e lá permanecia por todo o tempo da simulação. Assim, a falta de um modelo numérico capaz de simular o retrabalhamento das partículas que eram depositadas pode ter contribuído para que os resultados atingidos não fossem satisfatórios.

Os ensaios físicos neste trabalho tiveram por objetivo simular em laboratório o comportamento das correntes de turbidez e seus depósitos, de

modo que fosse possível comparar tais resultados com a simulação numérica proposta. Entretanto, analisando-se os resultados obtidos, observa-se que as correntes de turbidez simuladas nesses ensaios tiveram a forma de jato, ou seja, fluxo e deposição inerciais. Esse fato pode explicar a formação da zona de não deposição imediatamente à frente do difusor, o que é geologicamente incorreto para correntes de turbidez. Em outras palavras, a maior parte da deposição das partículas só ocorreu a partir da perda de velocidade do jato, formando uma densa camada de depósitos nesses pontos e um resíduo de baixíssima concentração responsável pela deposição da fina camada nos demais pontos. A falta de um canal, conforme Figura 4, responsável pela estabilização da corrente na entrada do tanque pode ter contribuído para a formação desses jatos. Conclui-se dessa forma, que os depósitos resultantes desses ensaios não são geologicamente corretos e não corresponde à deposição resultante de correntes de turbidez e, por conseguinte, compromete o uso desses ensaios na validação do modelo proposto.

Finalmente conclui-se que o modelo matemático simplificado proposto, apesar de não ter produzido resultados adequados, parece promissor e pode fornecer resultados úteis na previsão da sedimentação de bacias de maneira rápida e a um baixo custo computacional, que é o foco deste trabalho, à medida que a pesquisa do modelo proposto evolua e sejam realizadas melhorias nas equações matemáticas, como as que se sugerem a seguir.

7.2. Sugestões

Com o objetivo de melhorar e corrigir falhas do modelo de correntes de turbidez proposto sugere-se como trabalhos futuros:

- ✓ Estudar novos modelos de deposição de partículas, uma vez que o modelo adotado não apresentou resultados satisfatórios.
- ✓ Incorporar as equações matemáticas modelos de retrabalhamento dos sedimentos.
- ✓ Simular a variação da densidade do fluxo pela incorporação e perda de água, bem como pela erosão do leito.
- ✓ Validar as equações matemáticas de correntes de turbidez com mais de um tipo de grão suspenso.
- ✓ Implementação das equações por um método implícito, para eliminar a limitação do passo de tempo, condição de Courant.

- ✓ Realização de ensaios físicos de correntes de turbidez utilizando um tanque com um canal, similar ao tanque T.

8 Referências Bibliográficas

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, And Mathematical Tables**. 1. ed. New York: Courier Dover Publications, 1965. 1046p.

ACHESON, D. J. **Elementary Fluid Dynamics**. 1. ed. New York: Oxford University Press, 1990. 408p.

ALTINAKAR, M. S.; GRAF, W. H.; HOPFINGER, E. J. **Flow Structure in Turbidity Currents**. J. Hydraul. Res. 34 (5), 1996. 713-718p.

BATCHELOR, G. K.; GREEN, J. T. **The Determination of The Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles to Order C2**. J. Fluid Mec. 56, 1972. 401-427p.

BITTON, L. F. R. **Verificação de um Modelo Matemático Simplificado para Correntes de Turbidez**. Rio de Janeiro, 2008. 86p. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BRITTER R. E.; SIMPSON, J. E. **Experiments On The Dynamics Of A Gravity Current Head**. Journal of Fluid Mechanics, 88:2, 1978. 223–240p.

BRITTER, R. E.; LINDEN, P. F. **The Motion Of The Front Of A Gravity Current Travelling Down An Incline**. Journal of Fluid Mechanics, 99(3), 1980. p. 531-543p.

CANTERO, M. I.; BALACHANDAR, S.; GARCIA, M. H. High-resolution simulations of cylindrical density currents. **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 590, 2007. 437-469p.

CARVALHO, C. V. A, **Simulação de transporte e deposição de sedimentos siliciclásticos em ambientes de plataforma, talude e bacia**. Rio de Janeiro, 2002. 127p. Tese de Doutorado – Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

COUSSOT, P. **Mudflow Rheology and Dynamics. IAHR Monograph Series**. Ed. Taylor & Francis. 1997.

Cox B. J., Novobilsk A. J. Object Oriented Programming – **An Evolutionary Approach**. 2. Ed. Reading MA. Addison – Wesley, 1991.

DUNCAN, W. J.; THOM, A. S.; YOUNG, A. D. **An Elementary Treatise on the Mechanics of Fluids**. 1. ed. London: Edward Arnold Ltd, 1960. 714p.

EINSTEIN, A. **Berichtigung Zu meiner Arbeit: "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen"**. Ann Physk 34, 1911. 591-592p.

ELLISON, T. H.; TURNER, J. S. **Turbulent Entrainment in Stratified Flows**. Journal of Fluid Mechanics, 6, 1959, 423-448p

FÁVERA, J. C. D. **Fundamentos da Estratigrafia Moderna**. Editora EdUERJ, 2001.

FORTUNA, A. O. **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos**. 1. ed. São Paulo: EDUSP, 2000. 432p.

FOX, R. W.; MACDONALD, A. T. **Introduction to Fluid Mechanics**. 3. ed. New York: John Wiley and Sons, 1985. 741p.

GARCÍA, M. H. **Depositional Turbidity Currents Laden with Poorly-Sorted Sediment**. ASCE Journal of Hydraulic Engineering, 120:11 (November) 1994. 1240-1263p

GARCIA, M.O.; HULL, D.M. **Turbidites From Giant Hawaiian Landslides: Results From Ocean Drilling Program Site 842**. Geology 22, 1994. 159–162p

HUPPERT, H. E. **Quantitative Modelling Of Granular Suspension Flows**. Phil. Trans. R. Soc. 356, 1998, 2471-2496p.

KOMAR, P.D. **Computer Simulation Of Turbidity Current Flow And The Study Of Deep-Sea Channels And Fan Sedimentation**. In: Goldberg, E.D., McCave, I.N., O'Brien, J.J., Steele, J.H. (Eds.), The Sea. Vol. 6, Marine Modeling. Wiley/Interscience, New York: 1977. pp. 603–621p.

KNELLER, B. **Beyond The Turbidite Paradigm: Physical Models For Deposition And Their Implications For Reservoir Prediction**. In: Characterization of Deep Marine Clastic Systems (Eds A.J. Hartlet and D.J. Prosser), Geol. Soc. (London) Spec. Publ., 1995. 94, 31–49p.

KNELLER, B.C. AND BRANNEY, M.J. **Sustained High-Density Turbidity Currents And The Deposition Of Thick Massive Sands**. Sedimentology, 42, 1995. 607-616p.

KNELLER, B. C.; BUCKEE, C.M. **The Structure And Fluid Mechanics Of Suspension Currents; A Review Of Some Recent Studies And Their Geological Implications**. Sedimentology, 47, Supplement 1, 2000, 62-94p.

KUNDU, P. K.; COHEN, I. M. **Fluid Mechanics**. 2. ed. San Diego: Academic Press, 2002. 730p.

LAUNDER, B. E.; RODI, W. **The turbulent wall jet-Measurements and modeling**. Annual Review of Fluid Mechanics 15 (1983), pp. 429-459.

LEVY, C. H. IUP/LED: **Uma Ferramenta Portátil de Interface com Usuário**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Informática, PUC-Rio, 1993.

MANICA, R. **Modelagem Física de Correntes de Densidade Não Conservativas em Canal Tridimensional de Geometria Simplificada**. Porto Alegre, 2002. 117p. Dissertação de Mestrado – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

MIDDLETON, G. V. **Small-scale Models of Turbidity Currents and The Criterion for Auto-Suspension.** Journal of Sedimentary Petrology 36(1), 1966a. 202-208p.

MIDDLETON, G. V. **Experiments on density and turbidity currents I. Motion of the head.** Canadian Journal of Earth Sciences 3, 1966b. 523-546p.

MIDDLETON, G. V.; HAMPTON, M. A. **Subaqueous Sediment Transport and Deposition by Sediment Gravity Flows, in Marine Sediment Transport and Environmental Management,** New York: Stanley, D.J. and Swift, J.P. (eds.), John Wiley, 1976. 197-218p.

MIDDLETON, G. V.; SOUTHARD, J. B. **Mechanics Of Sediment Movement.** Society of Economic Paleontologists and Mineralogists, Short Course 3, 1984. 401p.

MIDDLETON, G. V. **Sediment Deposition from Turbidity Currents,** Ann. Rev. Earth Planet. Sci., 21, 1993. 89-114p.

MULDER, T.; ALEXANDER J. **The Physical Character of Subaqueous Sedimentary Density Flows and Their Deposits;** Sedimentology: 48, 2001. 269-299

MUTTI, E.; BERNOULLI, D.; LUCCHI, F. R.; TINTERRI, R. **Turbidites And Turbidity Currents From Alpine 'Flysch' To The Exploration Of Continental Margins.** Sedimentology: v. 56 issue 1, 2009. 267-318p

OSHER, S. J.; FEDKIW, R. **Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces.** New York: SpringerVerlag, 2002. 273 p.

PRANDTL, L. **Essentials Of Fluid Dynamics.** New York: Hafner 1952. 448 p.

PRASUHN, A. L. **Fundamentals of Fluid Mechanics.** 1. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980. 563p.

PRATSON, L. F.; IMRAN, J.; PARKER, G.; SYVITSKI, J. P. M.; HUTTON, E. **Debris Flows Versus Turbidity Currents: A Modeling Comparison Of Their Dynamics And Deposits.** in A. H. Bouma and C. G. Stone, eds. Fine-grained turbidite systems. AAPG Memoir 72 /SEPM Special Publication (68), 2000, 57–72p.

PUHL, E, **Parametrização de Ensaios de Simulação Física de Correntes de Densidade.** Porto Alegre, 2007. 104p. Dissertação de Mestrado – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

RAUDKIVI, A. J. **Loose Boundary Hydraulics.** 3. ed. Rotterdam: A. A. Balkema Publishers, 1998. 507p.

RODI, W. **Turbulence models and their application in hydraulics - a state-of-the-art review.** Int. Assoc. for Hydraul. Res., Delft, Netherlands, 1980. 104 p.

SIMPSON, J. E. **Gravity Currents in The Environment and The Laboratory.** 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 244p.

SPIEGEL, E. A.; VERONIS, G. **On the Boussinesq approximation for a compressible fluid,** Astrophysical. Journal, 131, 1960, 442-447p.

STACEY, M. W.; BOWEN, A. J. **The Vertical Structure of Density and Turbidity Currents: Theory and Observations.** Journal of Geophysical Research, v. 93, 1988. 3528-3542p.

SYVITSKI, J. P. M. **The Process-Response Model in Quantitative Dynamic Stratigraphy.** In: T.A. Cross (ed.) Quantitative Dynamic Stratigraphy. New York: Prentice-Hall, 1989. 309-334p.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A First Course in Turbulence.** The MIT Press, 1972. 300p.

USGS - U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov/>> Acesso em: 27 nov. 2008.

WALTHAM, D. **Flow Transformations in Particulate Gravity Currents**. Journal of Sedimentary Research, 74(1), 2004. 129-134p.

WALTHAM, D.; DAIVSON, I. **Obstacle and Sinks: Effects on Turbidite Flow on Deepwater Continental Margins**. GCSSEPM Foundation 21st Annual Research Conference Petroleum Systems of Deep-Water Basins. 2001.

WALTHAM, D.; JAFFEY, N.; MACLEAN, S.; ZAMPETTI, V. **Stratigraphic Modelling of Turbidite Prospects to Reduce Exploration Risk**. Petroleum Geoscience, v. 14, 2008. 273–280p.

WALTHAM, D. **Slope Control on Submarine Channel Widths**. Journal of Sedimentary Research, 78, 2008, DOI: 10.2110/jsr2008.036.

WEIMER, P.; LINK, M. H. **Global Petroleum Occurrences in Submarine Fans and Turbidite Systems. Seismic Facies and Sedimentary Processes of Submarine Fans and Turbidite Systems**. Springer, Berlin, 1991. 9–67p.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics** 6 ed. New York: McGraw-Hill, 2006. 864p.

WIKIPÉDIA: A Enciclopédia Livre. Disponível em: <<http://www.wikipedia.org>>. Acesso em: 25 out. 2009.

WOO, M.; NEIDER, J.; DAVIS, T.; SHREINER, D. **OpenGL Programming Guide: The Official Guide to Learning OpenGL, Version 2**. 5 ed. New York: Addison Wesley Professional, 2005. 838p.

Anexo A. Conceitos Básicos de Escoamentos Turbulentos

O primeiro trabalho sistemático realizado sobre turbulência foi conduzido por Osborne Reynolds em 1883. Seus experimentos realizados em tubos mostravam claramente a existência de dois regimes de escoamento: laminar e turbulento. Ele estabeleceu a existência de um parâmetro adimensional de controle da transição à turbulência, conhecido como número de Reynolds.

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (A1)$$

onde, V é a velocidade média do fluido, D é a longitude característica do fluxo e ν é a viscosidade cinemática. Reynolds estabeleceu ainda, que um escoamento turbulento no interior de uma tubulação só pode ser sustentado para Re acima de 2300, hoje sabe-se que este valor depende da forma que o escoamento está sendo perturbado.

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por uma constante flutuação da velocidade devido a uma instabilidade inerente ao fluxo, (Prasuhn, 1980). A Figura A1 mostra um gráfico da velocidade turbulenta e seu comportamento no tempo. A velocidade instantânea u pode ser definida pela soma da velocidade média temporal, \bar{u} , e da velocidade flutuante, u' .

$$u = \bar{u} + u' \quad (A2)$$

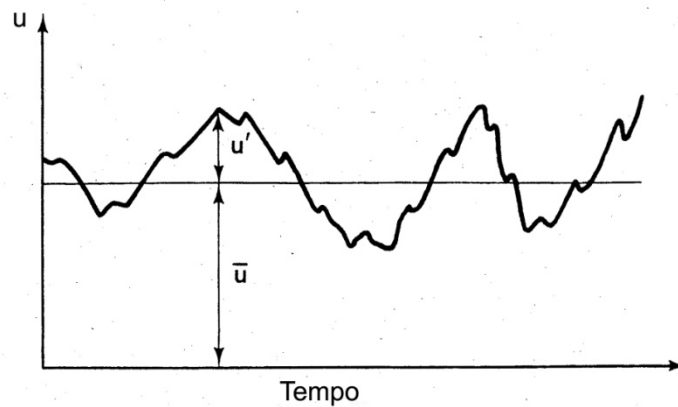


Figura A1 - Flutuação da velocidade com o tempo em escoamentos turbulentos

Se a velocidade média temporal \bar{u} é constante com o tempo, conforme Figura A1, então se diz que o escoamento é permanente. Se \bar{u} varia com o tempo em um ponto, o fluxo é dito transiente. Assim, mesmo que a velocidade instantânea, u , varie com o tempo, o fluxo turbulento será definido como permanente se a velocidade média temporal em cada ponto não variar com o tempo. O conceito de uniformidade também se aplica neste caso ao movimento médio. Diz-se que o escoamento turbulento é uniforme quando o campo dos vetores que representam as velocidades médias temporais se repete ao longo do escoamento.

A velocidade média temporal é obtida pelo processo usual de cálculo de variáveis médias com o tempo.

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt \tag{A3}$$

onde T é o tempo sobre o qual a média é tomada,

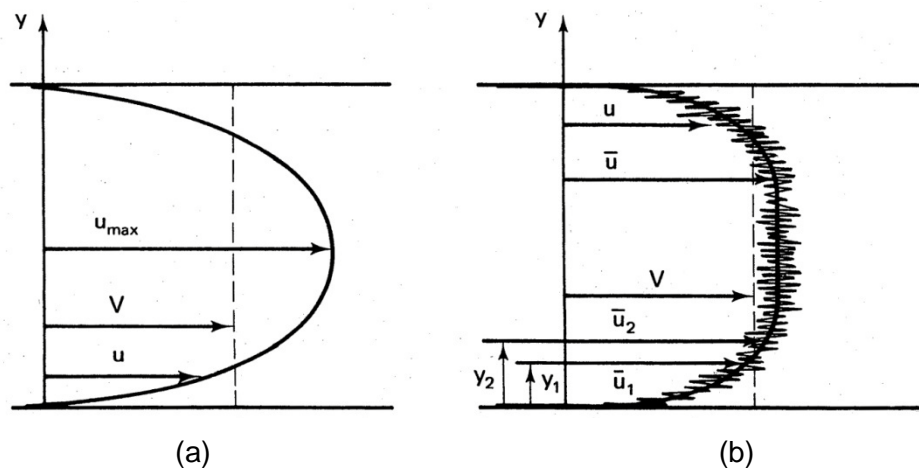


Figura A2 - Perfis de velocidade de escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente, entre contornos paralelos

A Figura A2a, mostra a distribuição uniforme das velocidades de um escoamento bi-dimensional, permanente e laminar, entre contornos paralelos. Um escoamento turbulento com a mesma vazão é mostrado na Figura A2b. Isso é indicado pela mesma média das velocidades V para cada caso. Para o fluido laminar sabe-se que a média das velocidades é dois terços da velocidade máxima, ou em termos da taxa de fluxo, a vazão dividida pela área, que pode ser também determinada pela seguinte integração:

$$V_{lam} = \frac{2}{3} u_{max} = \frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \int_A u dA \tag{A4}$$

O escoamento turbulento, Figura A2b, apresenta uma distribuição flutuante das velocidades que varia com o tempo e a posição. O gráfico apresentado

mostra a distribuição das velocidades em um instante qualquer. Num instante seguinte essa distribuição é alterada. Porém, examinando-se a velocidade em um dado ponto, por exemplo, y_1 , obtém-se um gráfico com o mostrado na Figura A1. Repetindo-se esse mesmo procedimento para o ponto y_2 , obtém-se algo similar, porém a magnitude da velocidade média temporal nesse caso deve ser maior que no caso anterior. Repetindo-se esse procedimento para cada ponto do escoamento, obtém-se a distribuição das velocidades médias temporais \bar{u} , conforme mostrado na Figura A2b. A velocidade média, tanto no escoamento laminar como nesse caso, pode ser relacionada com o perfil de velocidades, integrando-se a velocidade média temporal sobre a área.

$$V_{turb} = \frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \int_A \bar{u} dA \quad (A5)$$

As componentes cartesianas x , y e z da velocidade instantânea serão iguais a u , v e w respectivamente. Reescrevendo cada componente da velocidade instantânea em termos da velocidade média temporal e da velocidade de flutuação, tem-se:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' = v' \\ w &= \bar{w} + w' = w' \end{aligned} \quad (A6)$$

Como não há taxa líquida de fluxo nas direções y e z , as velocidades \bar{v} e \bar{w} são iguais a zero. A flutuação representa a velocidade instantânea relativa à média, e conseqüentemente a média das flutuações deve ser igual a zero. Isto pode ser mostrado matematicamente. Sendo a velocidade instantânea u definida como:

$$u = \bar{u} + u' \quad (A7)$$

Tomando-se a média de cada lado da eq. (A7), tem-se:

$$\bar{u} = \overline{\bar{u} + u'} \quad (A8)$$

Porém, a média da soma é igual à soma das médias, então:

$$\bar{u} = \bar{u} + \bar{u}' \quad (A9)$$

e

$$\bar{u}' = 0 \quad (A10)$$

Uma vez que a média das flutuações desaparece, deve-se definir outro termo para descrever a flutuação em uma dada direção. Assim, a intensidade da turbulência é dada pelo valor quadrático médio, rms, da média temporal tomada

das raízes quadradas de u' , para que os valores sejam positivos. Isto é, a intensidade da turbulência é o valor quadrático médio, rms, das velocidades de flutuação, $(\overline{u'^2})^{1/2}$.

Embora a média das flutuações seja igual a zero, isto não implica que a média do produto $u'v'$ também o seja. De fato, esse valor é geralmente menor do que zero.

$$\overline{u'v'} < 0 \tag{A11}$$

Isto fica claro analisando-se o perfil de velocidades \bar{u} apresentado na Figura A3.

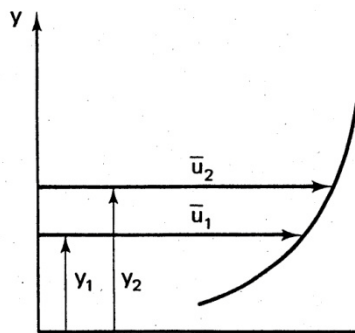


Figura A3 – Croqui para explicação da tensão de cisalhamento turbulenta

Observando-se as velocidades nos pontos y_1 e y_2 , pode-se notar que a velocidade no ponto y_2 é um pouco maior que a velocidade no ponto y_1 . Quando há uma flutuação positiva da velocidade vertical, $+v'$, no ponto y_1 , partículas fluidas com velocidade média de \bar{u}_1 serão carregadas em direção ao ponto y_2 , dessa forma diminuindo a velocidade no ponto mais alto. Essa redução representa uma flutuação negativa na direção x , $-u'$. Reciprocamente, a flutuação negativa da velocidade vertical, $-v'$, no ponto y_1 carrega as partículas fluidas com velocidade média de \bar{u}_2 na direção do ponto y_1 . Isto temporariamente aumenta a velocidade no ponto y_1 , acima dos valores médios de \bar{u}_1 , o que corresponde a uma flutuação positiva da velocidade $+u'$. Conseqüentemente, flutuações positivas das velocidades verticais são usualmente acompanhadas por flutuações negativas das velocidades horizontais, e vice-versa.

A Figura A4 mostra que a quantidade $\overline{u'v'}$ quando multiplicada pela densidade resulta na tensão de cisalhamento turbulenta, dada por:

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} \tag{A12}$$

A flutuação positiva da velocidade vertical através da unidade de área horizontal, Figura A4, carrega uma descarga de massa com magnitude $\rho v' A$, verticalmente através da superfície. Se a correspondente velocidade de variação na direção x é

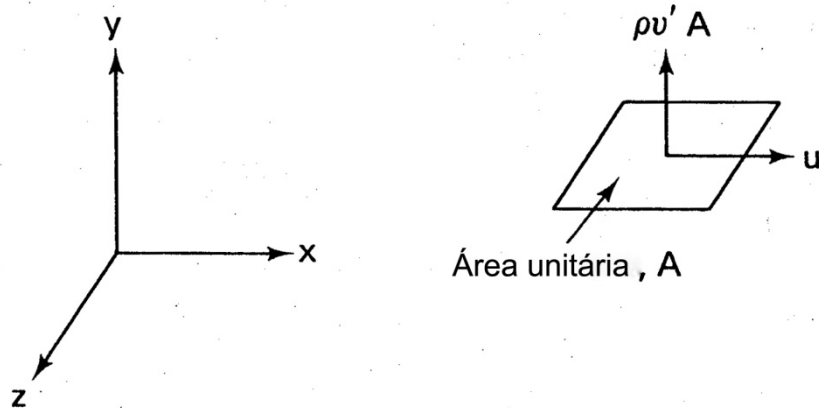


Figura A4 – Componentes da velocidade turbulenta em termos do fluxo

A.1. Aproximação Empírica

Apresenta-se nesta seção um enfoque empírico e bastante aproximado, baseado na viscosidade turbulenta e na teoria conhecida como *mixing-length* ou comprimento da mistura. Não se pretende apresentar toda a teoria referente ao assunto nesta seção, mas sim, apenas os tópicos necessários para o entendimento e desenvolvimento das equações que descrevem a distribuição de velocidades que prevalecem em determinados casos de escoamentos turbulentos.

A primeira hipótese adotada é creditada a J. Boussinesq, (1877). Para escoamentos turbulentos, a tensão de cisalhamento total, é devida a duas componentes. Uma resultante dos efeitos viscosos e outra devida às flutuações turbulentas, logo:

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \tag{A13}$$

De acordo com a eq. (A13), a tensão cisalhante turbulenta $\rho \overline{u'v'}$ é combinada com a viscosidade para se obter a tensão de cisalhamento total. Boussinesq assumiu que uma analogia semelhante poderia ser feita entre a ação molecular, responsável pela viscosidade e os turbilhões maiores que causavam as tensões turbulentas. Ele conseqüentemente definiu a viscosidade turbulenta η tal que a tensão turbulenta poderia ser obtida por $\eta \partial \bar{u} / \partial y$, assim:

$$-\rho \overline{u'v'} = \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{A14}$$

Logo, a tensão de cisalhamento total é expressa por:

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = (\mu + \eta) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{A15}$$

Dividindo η pela densidade, obtém-se a viscosidade cinemática turbulenta ϵ , assim pode-se escrever a eq. (A15) como:

$$\tau = \rho(v + \epsilon) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{A16}$$

É razoável assumir que próximo aos contornos à turbulência será suprimida pela presença do próprio contorno e as eqs. (A15) e (A16) serão revertidas às equações de viscosidade. Por outro lado, a mistura é muito mais intensa em escoamentos turbulentos do que em laminares, a viscosidade turbulenta terá magnitudes muito maiores do que em laminares através de todas as regiões do escoamento. Conseqüentemente pode-se expressar a tensão de cisalhamento por:

$$\tau = \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho \epsilon \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{A17}$$

A segunda relação empírica que será apresentada deve-se a Prandtl (1952). Essa formulação é conhecida como hipótese do comprimento da mistura, *mixing-length hypothesis*, Figura A5.

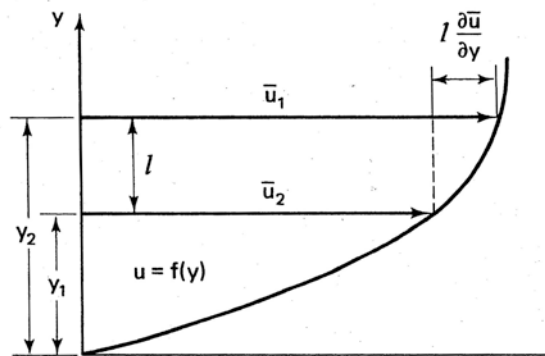


Figura A5 – Hipótese do comprimento da mistura

Os pontos y_1 e y_2 e suas respectivas velocidades médias \bar{u}_1 e \bar{u}_2 , estão separados por uma distância l , igual à média dos tamanhos dos turbilhões, isto é:

$$y_2 - y_1 = l \tag{A18}$$

Assim como discutido anteriormente, uma flutuação positiva $+v'$ no ponto y_1 causa uma redução na componente x da velocidade instantânea no ponto y_2 ,

que é aproximadamente proporcional à diferença na velocidade média. Desse modo então, no ponto y_2 :

$$u' \approx -(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \approx -l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{A19})$$

Na eq. (A19) assume-se uma variação linear da velocidade ao longo da distancia l . Desprezando-se a contribuição da viscosidade, tem-se:

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} \approx \rho v' l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{A20})$$

Comparando-se a eq. (A20) com a eq. (A17) tem-se:

$$\epsilon \approx v' l \quad (\text{A21})$$

Assim, a viscosidade cinemática turbulenta, que pode ser entendida como um coeficiente da mistura depende da magnitude da flutuação turbulenta e o tamanho dos turbilhões.

Se v' é mais ou menos igual a magnitude de u' , a eq. (A20) pode ser escrita como:

$$\tau = \rho l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (\text{A22})$$

O sinal de módulo é colocado apenas em torno de um gradiente de velocidades, assim a tensão de cisalhamento irá refletir algebricamente o sinal do gradiente. Para um gradiente de velocidades positivas, o valor absoluto do sinal pode ser ignorado e a equação rearranjada para:

$$\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{A23})$$

Para se obter a distribuição da velocidade dessa expressão, a variação em y , com relação a τ e l , deve ser conhecida ou pelo menos estimada. Prandtl assumiu que o tamanho dos turbilhões, ou do comprimento da mistura, era diretamente proporcional a distância do limite y .

$$l = \kappa y \quad (\text{A24})$$

onde κ é a constante de proporcionalidade. Ele posteriormente assumiu que se y é mantido suficientemente pequeno, a tensão de cisalhamento τ pode ser substituída pela tensão de cisalhamento da parede τ_0 .

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \kappa y \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{A25})$$

Convencionalmente, o termo da tensão de cisalhamento da parede é substituído pela velocidade de cisalhamento u_* definida por:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \tag{A26}$$

Assim a eq. (A25) assume a seguinte forma final:

$$u_* = \kappa y \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{A27}$$

Integrando a eq. (A27) obtém-se o perfil de velocidades turbulentas.

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + C \tag{A28}$$

A.2. Distribuição da Velocidade Turbulenta

Como nesta seção as componentes das flutuações turbulentas não serão consideradas, as barras serão omitidas. Desta forma, assume-se que as velocidades e as pressões daqui em diante serão expressas em termos dos valores médios.

Estudos experimentais mostram que a constante κ da eq. (A28), conhecida como constante universal de von Kármán, é igual a 0,4, em certos casos esse valor pode variar consideravelmente. Assim, a eq. (A28) pode ser reescrita como:

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln y + C \tag{A29}$$

Aplicando-se a eq. (A29) no limite onde $y = 0$ tem-se uma velocidade negativa infinita, Figura A6. Para contornar essa dificuldade é localizar o ponto de velocidade igual a zero, y_1 , como mostrado na Figura A6.

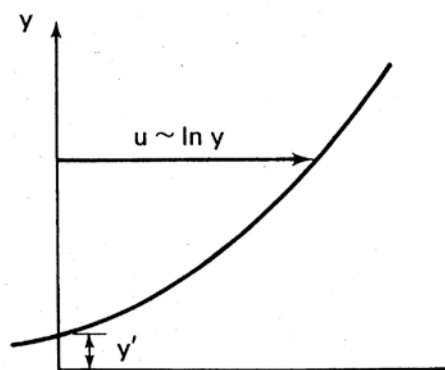


Figura A6 – Esquema para avaliação da constante de integração para perfis de velocidades logarítmicas

Substituindo esse ponto na eq. (A29) obtém-se:

$$0 = 2,5 \ln y + C \quad (A30)$$

e então:

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \left(\frac{y}{y'} \right) \quad (A31)$$

Para avaliação de y' é necessário considerar se o perfil de velocidades é dado sobre uma superfície suave ou uma superfície áspera.