

Eduardo Setton Sampaio da Silveira

**Análise Dinâmica de Linhas de Ancoragem
com Adaptação no Tempo e Subciclagem**

Tese de Doutorado

Departamento de Engenharia Civil

Rio de Janeiro, Agosto de 2001

Eduardo Setton Sampaio da Silveira

Análise Dinâmica de Linhas de Ancoragem
com Adaptação no Tempo e Subciclagem

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia
Civil da PUC-Rio como parte dos requisitos para
a obtenção do título de Doutor em Engenharia
Civil – Ênfase: Estruturas

Orientador: Luiz Fernando Martha
Co-orientadores: Isaías Quaresma Masetti
Ivan Fábio M. de Menezes

Departamento de Engenharia Civil
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, Agosto de 2001

À Daniella por tudo.

Agradecimentos

A Deus pela vida.

À minha esposa Daniella pelo apoio, incentivo e dedicação nos momentos mais difíceis e pelos muitos momentos felizes vividos juntos, e ao meu filho Daniel que faz da minha família a maior razão da minha vida.

Aos meus pais por tudo que fizeram para que eu chegasse até aqui.

Ao meu orientador, Luiz Fernando, pela orientação, amizade, apoio, confiança e conhecimentos transmitidos durante os cursos de mestrado e doutorado.

Ao grande incentivador deste trabalho, Isaías Masetti, pela amizade e pela participação no desenvolvimento do mesmo, transmitindo seu conhecimento e experiência no assunto que foram importantes para conclusão desta tese.

Ao amigo Ivan pela orientação, pelas importantes discussões técnicas, pela amizade consolidada durante o desenvolvimento deste trabalho e pelo apoio, que nunca me faltaram sobretudo nos momentos mais difíceis.

Ao amigo Adeildo pelo apoio, orientação e incentivo constante durante toda minha vida acadêmica, estando sempre presente em todos os momentos.

Ao amigo Lula pelas sugestões, apoio e desenvolvimento de algumas rotinas relativas a parte gráfica deste trabalho.

Aos amigos e a todos que fizeram e fazem do Tecgraf um ambiente de trabalho maravilhoso que foi importante não somente no desenvolvimento desta tese como também na minha formação pessoal e profissional. Em especial a Camilo, Márcio, Tílio, Waldemar, Cacá,

William, Joaquim, Boi, Anselmo, Áurea, Evandro, Raquel, Açai, Andréia e Thadeu pelo carinho, amizade e convívio que nunca serão esquecidos.

Aos colegas Jerônimo e Fabrício pela colaboração dada no desenvolvimento deste trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Civil e do Tecgraf, principalmente à Ana Roxo, Yedda e Claudinei pelo apoio irrestrito durante esses longos anos de doutorado.

Ao CNPq e ao Convênio Tecgraf - CENPES/PETROBRAS pelo suporte financeiro que propiciaram às melhores condições para o desenvolvimento desta tese.

Resumo

O custo computacional requerido nas simulações de problemas em dinâmica estrutural em geral é muito alto. Em determinadas situações é necessária a obtenção de respostas imediatas a fim de que sejam tomadas decisões importantes com base nessas respostas. Em outras situações existe a necessidade de se fazer várias simulações de um mesmo problema variando alguns poucos parâmetros entre elas. Estas situações são muito comuns em problemas envolvendo a análise dinâmica de linhas de ancoragem que é objeto de estudo deste trabalho.

Este trabalho apresenta um sistema para análise dinâmica de linhas de ancoragem que utiliza recursos de adaptação no tempo e de subciclagem com o objetivo de melhorar a precisão e a eficiência das simulações. Este sistema consiste de um ambiente gráfico através do qual são disponibilizados recursos de pré-processamento, análise e pós-processamento. Durante o processo de análise numérica estão disponíveis para o usuário as facilidades de pré- e pós-processamento caracterizando o paradigma de análise interativa-adaptativa.

São apresentados neste trabalho a metodologia utilizada no desenvolvimento deste sistema e os resultados obtidos com a utilização do mesmo, mostrando que com a utilização de recursos como a subciclagem e adaptação no tempo é possível a obtenção de respostas precisas num tempo muito menor do que o tempo que seria requerido numa análise convencional.

Abstract

In general, the computational cost required for dynamic simulations of structural problems is very high. In certain situations, the system must provide immediate answers so that important decisions can be made based on them. In other cases, several simulations of the same problem, varying only a few parameters, must be performed. Such contexts are very common in problems involving the dynamic analysis of mooring lines.

This work presents a computational system for the dynamic analysis of mooring lines using a time-step adaptivity scheme and a subcycling technique with the objective of improving the precision and efficiency of the simulations. The system is an integrated graphical environment and consists of three modules: preprocessor, analysis, and postprocessor. It also allows interactive-adaptive analysis, in which the user can interrupt the analysis at any time, change parameters and restart the simulation.

The methodology used in the development of this system is discussed in detail. The results obtained using the time-step adaptivity and subcycling techniques demonstrate that the computational cost can be substantially reduced by using the proposed methodology when compared to conventional formulations presented in the technical literature.

Sumário

AGRADECIMENTOS	II
RESUMO.....	IV
ABSTRACT	V
SUMÁRIO.....	VI
LISTA DE FIGURAS	IX
LISTA DE TABELAS	XII
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Soluções	6
1.3 Objetivos	7
1.4 Organização da tese	8
Capítulo 2 - Descrição do Sistema Integrado	10
2.1 Visão Geral	10
2.2 Ferramentas Computacionais Utilizadas	13
2.3 Entrada de Dados / Geração do Modelo	14
2.4 Geração da Malha	18
2.5 Simulação Numérica e Análise Interativa-Adaptativa.....	21
2.5.1 Simulação Numérica.....	21
2.5.2 Análise Interativa-Adaptativa	21
2.6 Visualização e Análise dos Resultados.....	24
Capítulo 3 - Formulação Básica e Integração no Tempo	25
3.1 Equação de Movimento	25
3.2 Problemas Lineares.....	27

3.3	Problemas Não-Lineares.....	28
3.4	Algoritmos de Integração.....	28
3.4.1	Algoritmos Explícitos e Implícitos.....	29
3.4.2	Escolha do Algoritmo.....	32
3.5	Algoritmos Avaliados.....	32
3.5.1	Método das Diferenças Centrais.....	32
3.5.2	Algoritmo de Chung e Lee.....	33
3.5.3	Método Explícito Generalizado- α - Algoritmo de Hulbert e Chung.....	36
3.6	Medidas de Erro.....	38
3.6.1	Cálculo do Resíduo.....	38
3.6.2	Balanco de Energia.....	38
3.7	Comparação Entre os Algoritmos – Estudo de Caso.....	40
Capítulo 4 - Modelagens Física e Numérica.....		48
4.1	Histórico.....	49
4.2	Modelagens Física e Numérica da Matriz de Massa e dos Esforços Internos.....	49
4.3	Matrizes de Massa e de Amortecimento.....	51
4.3.1	Esforços Internos.....	54
4.4	Modelagens Física e Numérica dos Efeitos Externos.....	55
4.4.1	Força Peso.....	55
4.4.2	Forças de Corrente.....	56
4.4.3	Forças de Interação Estrutura-Solo.....	58
4.4.4	Forças de Atrito.....	59
4.4.5	Forças Restauradoras de Contato – Interação Solo-Estrutura.....	61
4.4.6	Cálculo dos Momentos Fletores Aproximados.....	63
4.4.7	Força Inercial.....	66
4.4.8	Forças, Deslocamentos e Velocidades Prescritos.....	66
4.4.9	Restrições de Apoio.....	66
4.4.10	Funções Rampa para Cargas Estáticas e Dinâmicas.....	67
Capítulo 5 - Adaptação no Tempo e Subciclagem.....		69
5.1	Apresentação dos Problemas e Soluções.....	69
5.2	Adaptividade no Tempo.....	74
5.2.1	Histórico.....	74

5.2.2	Considerações e Aspectos Importantes.....	75
5.2.3	Método Explícito Generalizado- α Adaptativo	76
5.2.4	Estimador de Erro Local	77
5.2.5	Estratégia para Controle do Tamanho do Incremento de Tempo	78
5.2.6	Exemplo	82
5.3	Subciclagem.....	86
5.3.1	Definição e Histórico	86
5.3.2	Considerações Importantes	87
5.3.3	Método Explícito Generalizado- α com Subciclagem.....	88
5.3.4	Exemplo	94
5.4	Adaptatividade no Tempo e Subciclagem Associadas	100
Capítulo 6 - Exemplos e Aplicações.....		102
6.1	Exemplo 1 – Análise de Uma Operação de Instalação de Linha de Ancoragem com Adaptação no Tempo	102
6.2	Exemplo 2 – Análise de Uma Linha Isolada e de Várias Linhas em Conjunto com Subciclagem.....	108
6.3	Exemplo 3 – Instalação de Equipamento no Fundo do Mar	113
6.4	Exemplo 4 – Análise de Um Riser da Plataforma Petrobras-36.....	115
6.5	Exemplo 5 – Comparação com Resultados de Ensaios	119
6.6	Exemplo 6 – Análise Dinâmica Acoplada Casco/ Linhas de Ancoragem.....	122
6.7	Exemplo 7 – Lançamento de Estaca-Torpedo	125
6.8	Exemplo 8 – Instalação de Risers	127
6.8.1	Conexão de Primeira Extremidade	127
6.8.2	Conexão de Segunda Extremidade	130
Capítulo 7 - Considerações Finais		133
7.1	Principais Contribuições	133
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	136
Referências Bibliográficas.....		140

Lista de Figuras

Figura 2-1 – Etapas envolvidas no processo de simulação numérica.....	11
Figura 2-2 – Interface gráfica do sistema integrado desenvolvido.	14
Figura 2-3 – Diálogo para definição dos vértices e segmentos do modelo.	17
Figura 2-4 – Mapeamento dos atributos da geometria para a malha de elementos finitos. ...	18
Figura 2-5 – Modelo multi-linhas gerado com o sistema integrado.....	19
Figura 2-6 – Modelo esquemático de catenária utilizado para geração da malha.	20
Figura 2-7 – Equações de catenária utilizadas para geração da malha.....	20
Figura 3-1 – Algoritmo de Chung e Lee para problemas não-lineares.....	35
Figura 3-2 – Método Explícito Generalizado- α com dissipação numérica ótima.....	37
Figura 3-3 – Viga engastada submetida a um pulso retangular.....	40
Figura 3-4 – Carga aplicada na extremidade da barra.....	40
Figura 3-5 – Comparação das respostas obtidas para a força axial na barra em $L/2$	42
Figura 3-6 – Comparação entre o algoritmo de Chung e Lee com $\beta = 1.0$ e o MEG- α	43
Figura 3-7 – Comparação entre o algoritmo de Chung e Lee com $\beta = 28/27$ e o MEG- α	44
Figura 3-8 – Resíduo obtido a partir do cálculo da força desequilibrada.	44
Figura 3-9 – Variação da energia total.	45
Figura 3-10 – Erro calculado a partir da variação da energia total.....	46
Figura 3-11 – Aceleração axial na extremidade da barra.	46
Figura 3-12 – Deslocamento axial na extremidade da barra.	47
Figura 4-1 – Modelo de massa concentrada tridimensional adotado.....	50
Figura 4-2 – Sistema de coordenadas e elemento finito adotado.....	51
Figura 4-3 – Amortecimento de Rayleigh.	52
Figura 4-4 – Esforços atuantes sobre as massas concentradas.....	53
Figura 4-5 – Distribuição das forças de corrente para os nós do elemento.	58
Figura 4-6 – Força de reação que o solo exerce sobre a estrutura.	59
Figura 4-7 – Vetores velocidade e força de atrito atuantes em um nó da discretização.....	60
Figura 4-8 – Modelagem do fundo do mar como uma base elástica.....	62
Figura 4-9 – Curvatura e momentos fletores.	63
Figura 4-10 – Pêndulo simples avaliado.....	65
Figura 4-11 – Movimento do pêndulo simples para os dois casos considerados.....	65
Figura 4-12 – Exemplo de função rampa linear.....	67
Figura 4-13 – Aplicação de uma função rampa linear.	68
Figura 4-14 – Aplicação de uma função rampa senoidal.	68

Figura 5-1 – Casos típicos para aplicação do mecanismo de subciclagem.	72
Figura 5-2 – Linha de ancoragem composta por trechos com materiais diferentes.	73
Figura 5-3 – Barra submetida a um pulso retangular de 1 kN.	82
Figura 5-4 – Erro obtido e limites de admissíveis tolerância.	83
Figura 5-5 – Variação do incremento de tempo durante a simulação.	83
Figura 5-6 – Resíduo calculado nas simulações adaptativa e tradicional.	84
Figura 5-7 – Erro em energia obtido nas simulações adaptativa e tradicional.	85
Figura 5-8 – Força obtida no topo da barra nas simulações adaptativa e tradicional.	85
Figura 5-9 – Algoritmo de subciclagem implementado.	90
Figura 5-10 – Barra submetida a um perfil de corrente.	95
Figura 5-11 – Resíduo obtido nas duas análises realizadas.	96
Figura 5-12 – Erro em energia obtido nas duas simulações.	96
Figura 5-13 – Força resultante no topo da barra.	97
Figura 5-14 – Força na direção X obtida para o elemento de conexão entre os grupos nodais.	97
Figura 5-15 – Deslocamento Z na extremidade livre da barra.	98
Figura 5-16 – Comparação entre os tempos de processamento.	99
Figura 6-1 – Instalação de uma linha de ancoragem.	102
Figura 6-2 – Evolução do incremento de tempo durante a simulação.	103
Figura 6-3 – Resíduo obtido nas simulações tradicional e adaptativa.	104
Figura 6-4 – Erro em energia medido com os procedimentos tradicional e adaptativo.	105
Figura 6-5 – Força no elemento conectado ao navio 1.	106
Figura 6-6 – Visualização e controle da simulação.	107
Figura 6-7 – Visualização da queda da linha.	107
Figura 6-8 – Linha de ancoragem analisada.	108
Figura 6-9 – Força no topo da linha de ancoragem analisada.	109
Figura 6-10 – <i>Zoom</i> no trecho final da simulação (Força no topo).	110
Figura 6-11 – Sistema composto por oito linhas de ancoragem.	111
Figura 6-12 – Visualização de uma simulação com multi-linhas.	112
Figura 6-13 – Configuração inicial proposta para instalação do equipamento.	113
Figura 6-14 – Movimento vertical dos vértices 1,2 e 4 indicados na Figura 6-13.	115
Figura 6-15 – Arranjo das linhas de ancoragem e <i>risers</i> instalados na P-36.	116
Figura 6-16 – Esforços calculados para o SCR.	117
Figura 6-17 – Linha de ancoragem analisada.	119
Figura 6-18 – Comparação entre as séries obtidas.	120
Figura 6-19 – Resultados obtidos para uma linha de ancoragem menos tracionada.	121

Figura 6-20 – Representação da força exercida por uma linha de ancoragem sobre o navio.	122
Figura 6-21 – Comparação entre as análises dinâmica e estática.....	123
Figura 6-22 – Simulação de lançamento de estaca-torpedo simulado.....	125
Figura 6-23 – Velocidade no contato da estaca-torpedo com o solo	126
Figura 6-24 – Tempo de queda em função da altura de lançamento.....	126
Figura 6-25 – Conexão de primeira extremidade.....	128
Figura 6-26 – Conexão de segunda extremidade.....	131
Figura 6-27 – Simulação de uma operação com conexão de primeira extremidade.....	132
Figura 6-28 – Simulação de uma operação com conexão de segunda extremidade.....	132

Lista de Tabelas

Tabela 5-1 – Chamadas das principais funções do programa na análise sem subciclagem.	93
Tabela 5-2 – Chamadas das principais funções do programa na análise com subciclagem.	93
Tabela 6-1 – Valores obtidos para a força na conexão da linha com o navio 1.	105
Tabela 6-2 – Valores obtidos para força no topo nas duas análises.....	109
Tabela 6-3 – Dados do modelo analisado.	120
Tabela 6-4 – Valores estatísticos das séries obtidas.....	120
Tabela 6-5 – Valores obtidos para linha menos tracionada.....	121
Tabela 6-6 – Valores obtidos considerando-se as análises dinâmica e estática.....	123
Tabela 6-7 – Valores obtidos com a variação da altura de queda da estaca.....	126

Nos últimos anos, a crescente expansão das atividades de exploração de petróleo em águas profundas tem motivado o desenvolvimento de sistemas computacionais para simulação numérica do comportamento estático e dinâmico não-linear de estruturas. Estes sistemas vêm se constituindo em ferramentas de uso cada vez mais amplo por empresas exploradoras de petróleo tanto na fase de concepção dos projetos, quanto nas fases de instalação (lançamento) e operação dessas estruturas. Diversos tipos de estruturas *offshore* são utilizados no processo de exploração de petróleo, tais como as plataformas marítimas, os navios petroleiros e rebocadores, os *risers* (dutos que conduzem o óleo do fundo do mar até a plataforma) e as linhas de ancoragem. Uma classificação geral destes tipos de estruturas é apresentada por Jacob [1].

Dentre alguns dos principais sistemas computacionais conhecidos na literatura técnica para a análise dinâmica não-linear de estruturas *offshore*, destacam-se: Dynasim [2], Wamit [3] e Ariane [4], que estudam os movimentos de corpos flutuantes como navios e plataformas, os programas Anflex [5],[6], Orcaflex [7], Flexcom-3d [8] e Ariane [4], que são utilizados para análise dinâmica de linhas rígidas e flexíveis e os programas que fazem análise acoplada dos corpos flutuantes e das linhas e *risers* eles conectados como o Prosim [9] e o Dynasim-A[10]. Cada um desses sistemas procura se especializar em um determinado tipo de estrutura e tem suas particularidades, apresentando como característica comum a utilização de um método numérico para resolução das equações diferenciais que regem o problema físico.

A importância da aplicação dos métodos numéricos em análise estrutural, incorporando o tratamento de efeitos dinâmicos e não-lineares, é indiscutível e sua utilização vem crescendo nos últimos anos. O primeiro passo para a utilização de um método numérico para obtenção da resposta dinâmica de sistemas estruturais é a discretização das equações diferenciais parciais (EDP) no espaço e no tempo. Para discretização espacial dessas equações utiliza-se, em geral, o Método dos Elementos Finitos (MEF), transformando-as em um sistema de

equações diferenciais ordinárias (EDO). Em seguida estas equações são discretizadas e integradas no tempo através da utilização de um algoritmo de integração apropriado.

Existem alguns fatores que determinam a escolha do algoritmo de integração a ser utilizado [11], entre os quais está o tipo de problema a ser resolvido. Tradicionalmente, os problemas de dinâmica estrutural são divididos em dois grupos: os problemas de propagação de onda e os problemas inerciais, também conhecidos como problemas de dinâmica estrutural propriamente ditos. Os problemas de propagação de onda se caracterizam pelo domínio, na resposta dinâmica, dos modos naturais de vibração de intermediárias e altas frequências. Nesta classe de problemas se enquadram a cravação de estacas, o impacto de uma estrutura com o solo, dentre outros. Todos os outros problemas que têm sua resposta dinâmica dominada por modos de baixa frequência são classificados como inerciais, no quais está inserida grande parte dos problemas de engenharia.

Os algoritmos de integração no tempo, por sua vez, também são subdivididos em dois grandes grupos: os explícitos e os implícitos. Os primeiros são mais apropriados para problemas de propagação de onda, enquanto que os métodos implícitos são mais adequados para problemas inerciais [12],[13]. Como grande parte dos problemas de engenharia estrutural são inerciais, uma maior atenção tem sido dada aos algoritmos implícitos de integração. No entanto, nos últimos anos tem-se retomado os estudos em torno dos algoritmos explícitos, aumentando consideravelmente o número de trabalhos publicados sobre o assunto [12],[14],[16], bem como o número de aplicações que se utilizam desses métodos [7],[8],[58].

O problema que será objeto de estudo deste trabalho é a análise dinâmica de linhas de ancoragem, enfocando principalmente as operações de lançamento e instalação dessas estruturas em águas profundas. É comum, nestas operações, o aparecimento de situações em que as condições de contorno do problema são alteradas bruscamente, como a liberação de uma restrição de apoio ou o impacto da estrutura com o solo. A resposta dinâmica da estrutura nos instantes em que ocorrem essas situações é extremamente importante. Como, em geral, essa resposta é dominada por modos de vibração de intermediárias e altas frequências, os algoritmos explícitos são mais adequados a estas situações. Sendo assim, todo o desenvolvimento deste trabalho será baseado nesta classe de algoritmos.

1.1 Motivação

Em geral, nos trabalhos sobre algoritmos de integração no tempo [11],[12],[13] são apresentadas diversas vantagens e desvantagens de se utilizar um algoritmo implícito ou explícito. Existe uma série de problemas associados à utilização de um método explícito, os quais serão apresentados e detalhados no decorrer deste trabalho. Parte importante desta tese concentra-se no estudo de estratégias que minimizem estes problemas, como por exemplo as técnicas de subciclagem e adaptação no tempo.

Existem alguns sistemas disponíveis para análise dinâmica de linhas de ancoragem, cada um apresentando suas características específicas, limitações e vantagens. Dentre os sistemas existentes pode-se citar o Anflex [5], desenvolvido por Mourelle *et al.* [6], que realiza análises dinâmicas considerando o comportamento não-linear geométrico, utilizando diferentes tipos de elementos finitos e admitindo diversos tipos de condições de contorno. Nesse sistema, a integração numérica se dá no domínio do tempo utilizando um método implícito da família *Newmark* [37]. Esse programa, cujos resultados já foram bastante aferidos através de ensaios e monitorações em escala real, é largamente utilizado pela Petrobras. Por outro lado, o Orcaflex, programa comercial desenvolvido por Orcina [7], tem as mesmas finalidades e características do Anflex [5], porém utiliza métodos explícitos para integração no tempo.

A partir de uma avaliação dos sistemas existentes foram identificadas algumas particularidades que motivaram o desenvolvimento deste trabalho. Dentre estas particularidades destacam-se:

- Necessidade de um sistema especializado em operações de instalação de linhas de ancoragem;
- Desempenho computacional relativamente baixo na análise de alguns modelos, sobretudo nos sistemas que utilizam algoritmos explícitos; e
- Falta de mecanismos que propiciem a intervenção e controle do usuário sobre a simulação enquanto ela está sendo processada.

Os sistemas que utilizam métodos explícitos se adaptam melhor a problemas relacionados às operações de instalação de linhas de ancoragem. Entretanto, esses sistemas trazem algumas desvantagens inerentes à própria utilização de um algoritmo explícito, como:

- A instabilidade dos algoritmos utilizados, uma vez que todo algoritmo explícito é condicionalmente estável;
- Esta estabilidade condicional pode implicar na utilização de um incremento de tempo muito pequeno, acarretando em um custo computacional elevado na determinação da solução de um problema relativamente simples;
- A escolha do incremento de tempo pelo analista pode ser uma tarefa difícil e incômoda; e
- Quando se utiliza uma malha heterogênea, onde há grandes discrepâncias entre os tamanhos dos elementos ou quando os modelos a serem analisados são compostos por diferentes tipos de materiais, a escolha de um único incremento de tempo para toda a malha pode implicar num custo computacional bastante elevado.

Além da redução das dificuldades inerentes ao algoritmo de integração utilizado, outras características são importantes e motivaram também o desenvolvimento de um sistema para análise de linhas de ancoragem, tais como:

- Disponibilização de uma interface gráfica que ofereça facilidades ao usuário na geração dos modelos a serem analisados, na entrada de dados e na visualização do modelo gerado e dos resultados obtidos na simulação numérica do problema;
- Geração e simulação de modelos multi-linhas, permitindo que sejam gerados e analisados casos contendo várias linhas de ancoragem, estando essas linhas interconectadas ou não; e
- Visualização dos resultados, em tempo de execução, de modo que o usuário possa intervir no processo com a interrupção da simulação para alteração de um dado para execução de uma nova análise ou até mesmo para continuidade da simulação a partir do ponto em que ela foi

interrompida. Este mecanismo é conhecido na literatura técnica com análise interativa-adaptativa [15].

Em geral, o modelo numérico envolvido na simulação de um problema dinâmico é relativamente complexo e, por conseguinte, requer um elevado tempo computacional, muitas vezes dificultando a utilização dos programas existentes. Sendo assim, o desempenho computacional de um sistema para análise dinâmica estrutural torna-se um aspecto muito importante a ser considerado. Em alguns casos de análise são necessárias diversas simulações de um mesmo problema, sendo que, em cada uma destas simulações, variam-se alguns parâmetros com o objetivo de comparar e avaliar a influência dos mesmos na resposta do problema em questão. Existem ainda algumas situações em que o desempenho do sistema é fundamental para sua utilização, visto que as decisões relativas à conduta da operação devem ser tomadas durante a realização desta. Com isso, fica evidente a necessidade do desenvolvimento de um sistema para análise dinâmica não-linear de estruturas flexíveis, que seja de fácil utilização, confiável e eficiente.

Outros aspectos que são fundamentais e devem ser observados ao longo do desenvolvimento de um sistema para análise dinâmica de linhas de ancoragem são: a consideração dos efeitos das condições ambientais, da interação solo-estrutura e fluido-estrutura e uma grande variedade de condições de contorno associadas a este tipo de análise. Além disso, em função dos grandes deslocamentos apresentados por estes tipos de estruturas, os sistemas computacionais também devem ser capazes de incorporar os efeitos de não-linearidade geométrica inerentes ao problema.

Neste contexto, verificou-se então a necessidade do desenvolvimento de um sistema computacional simples e confiável, que apresente bom desempenho computacional, eliminando, ou pelo menos minimizando, os problemas apresentados, e que seja capaz de tratar de uma forma mais específica (com o máximo de realismo) as situações que ocorrem com frequência nas operações de instalação de linhas de ancoragem em águas profundas.

1.2 Soluções

Com o objetivo de atender a problemas específicos da operação de instalação de linhas de ancoragem, o desenvolvimento do sistema parte da escolha de um algoritmo de integração explícito adequado de forma a tirar partido de suas maiores vantagens: a convergência em problemas de propagação de onda, sua robustez e a simplicidade de implementação.

A utilização de um algoritmo explícito tem como principal desvantagem o fato de sua estabilidade ser condicionada ao tamanho do passo de tempo, necessitando-se, muitas vezes, da utilização de um incremento de tempo muito pequeno para atingirem a convergência. Esta dificuldade se agrava ainda mais quando se têm malhas heterogêneas com respeito ao tamanho dos elementos e/ou propriedades muito diferentes, uma vez que determinados trechos da malha podem definir um incremento muito pequeno para todo o modelo. Para evitar esta limitação, serão apresentados e utilizados no desenvolvimento deste trabalho mecanismos de subciclagem, permitindo que diferentes subdomínios possam ser integrados com diferentes incrementos de tempo. Esta técnica vem sendo bastante estudada e utilizada nos últimos anos [17] a [24].

Ainda com o objetivo de otimização relacionada ao incremento de tempo a ser utilizado, serão implementados mecanismos para determinação e alteração automática deste incremento de tempo durante a simulação, técnica conhecida como adaptação no tempo.

A melhoria do desempenho computacional em problemas de simulação dinâmica tem sido objeto de estudo por diversos pesquisadores, tais como Smolinski [22], Belytschko [23], Daniel [17] a [20], dentre outros. Este estudo aplicado à análise dinâmica de linhas de ancoragem se justifica ainda mais quando se pensa no acoplamento do sistema apresentado com um sistema para simulação dinâmica do movimento de navios e plataformas semi-submersíveis. Este acoplamento permitiria a análise conjunta, com eficiência, de grandes sistemas de ancoragem com navios, linhas e *risers*.

1.3 Objetivos

O objetivo principal desta tese é o desenvolvimento de um sistema para análise dinâmica de linhas de ancoragem que utilize um algoritmo de integração explícito com recursos de subciclagem e adaptação no tempo capaz de determinar soluções precisas com eficiência.

Para que este objetivo seja alcançado, busca-se resolver alguns dos principais problemas apontados na seção anterior. Parte desses objetivos estão diretamente relacionados à precisão e outra parte associada à eficiência do sistema. Entre os objetivos relacionados à precisão estão:

a) Como um sistema especializado na análise de procedimentos de instalação, o mesmo deve tratar coerentemente os ruídos (respostas espúrias) encontrados numa simulação deste tipo, identificando os ruídos indesejáveis e os que realmente correspondam ao problema físico que está sendo analisado. Para que isto seja possível é necessária a escolha de um algoritmo de integração no tempo que seja robusto, capaz de gerar soluções que minimizem o erro numérico associados ao processo de integração das equações.

b) O sistema deve considerar consistentemente os diversos tipos de condições de contorno que são inerentes ao problema em questão, como, por exemplo, forças de correnteza, forças de atrito, forças de contato da estrutura com o solo e carregamentos estáticos e dinâmicos aplicados à estrutura.

c) O incremento de tempo adotado para integração das equações pode influenciar na qualidade da resposta obtida, sobretudo quando a estrutura for submetida a grandes variações nas condições de contorno. Com o objetivo de melhorar a qualidade da resposta obtida o sistema deve ser capaz de selecionar automaticamente o incremento de tempo a ser utilizado por meio de um processo adaptativo.

Entre os objetivos associados à eficiência estão:

d) O sistema deve permitir a intervenção e controle da simulação pelo usuário, em tempo de execução, possibilitando a sua interrupção em qualquer momento para alteração de um dado,

para avaliação da simulação ou para finalização do processo caso os resultados não estejam dentro das expectativas. Esta funcionalidade evita que o usuário execute simulações de longa duração até o seu final, para que seja detectado algum erro, de maneira que em seguida ele tenha que refazer toda a simulação.

e) O procedimento adaptativo também está diretamente ligado a eficiência, uma vez que ele deve minimizar problemas decorrentes da escolha de um incremento de tempo inadequado. Caso seja definido um incremento de tempo muito pequeno (abaixo do incremento de tempo crítico requerido pelo problema) o algoritmo adaptativo deve, automaticamente, aumentar o incremento de tempo, de forma que seja adotado o maior incremento de tempo possível sem perda na qualidade da resposta. Este procedimento evita que o tempo gasto na simulação de um problema seja maior que o necessário.

f) Uma outra limitação encontrada na maioria dos sistemas existentes é a utilização de um incremento de tempo para todo o domínio do problema, independentemente das características de cada subdomínio. O procedimento da subciclagem permite que o sistema apresentado selecione automaticamente incrementos de tempo diferentes para diferentes subdomínios do problema, evitando que o menor incremento de tempo requerido por um dos subdomínios seja utilizado para todos os domínios.

1.4 Organização da tese

No capítulo 2 deste trabalho é apresentada uma visão geral do sistema para análise dinâmica de linhas de ancoragem proposto nesta tese. Neste capítulo são abordados aspectos relativos a interface gráfica que foi desenvolvida com o objetivo de disponibilizar todos os recursos desenvolvidos durante este trabalho. São discutidas nesse capítulo as etapas envolvidas na simulação numérica de um problema de mecânica computacional, particularizando-as para o problema de simulação de linhas de ancoragem que é objeto de estudo deste trabalho.

No Capítulo 3 são apresentadas algumas considerações importantes sobre análise dinâmica de estruturas enfatizando a formulação do problema, as equações que regem o problema físico em questão, bem como os procedimentos utilizados para resolução numérica destas equações. Dentre estes procedimentos, são abordados os tópicos mais relevantes associados aos

algoritmos de integração numérica existentes, apresentando suas principais vantagens, desvantagens e aplicações. São apresentados alguns resultados obtidos com a utilização de diferentes algoritmos de integração que serviram para justificar a escolha do algoritmo adotado no decorrer deste trabalho.

O Capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada no desenvolvimento do sistema proposto, mostrando detalhes sobre a modelagem do problema físico, das condições de contorno envolvidas no problema, como as forças de corrente, as forças de contato solo-estrutura, os deslocamentos e as forças prescritas aplicadas ao modelo.

O Capítulo 5 aponta os principais problemas encontrados no desenvolvimento do sistema, enfatizando as questões da robustez, estabilidade e performance dos algoritmos de integração utilizados, indicando as soluções encontradas para minimizar estes problemas. Dentre estas soluções, estão os mecanismos de adaptação no tempo e de subciclagem. Estes mecanismos são detalhados no Capítulo 5, bem como a metodologia adotada na implementação de cada um deles. São apresentados também alguns resultados obtidos, justificando a aplicação destes mecanismos ao problema em questão.

O Capítulo 6 apresenta alguns exemplos e aplicações que ilustram a importância do sistema implementado, ressaltando o ganho obtido com a implementação dos mecanismos de subciclagem, adaptação no tempo e algumas das aplicações importantes nas quais o sistema foi utilizado como importante ferramenta de projeto.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as considerações finais e algumas sugestões para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Descrição do Sistema Integrado

Foi desenvolvido como parte desse trabalho um sistema integrado para análise dinâmica não-linear geométrica de linhas de ancoragem. O sistema consiste num ambiente integrado, através do qual são disponibilizados recursos de pré-processamento, análise numérica interativa-adaptativa e de pós-processamento, para ser utilizado na simulação numérica de problemas dinâmicos de linhas de ancoragem. Este capítulo apresenta uma descrição deste sistema ressaltando a sua importância no contexto desse trabalho.

Inicialmente será apresentada uma visão geral do sistema integrado mostrando as principais etapas envolvidas no processo de simulação. Em seguida será apresentada uma breve descrição da metodologia utilizada na implementação de cada uma das etapas envolvidas nesse processo. Serão apresentadas também as ferramentas computacionais utilizadas para o desenvolvimento deste sistema.

2.1 Visão Geral

Tradicionalmente, as simulações de mecânica computacional envolvem três fases. Em um pré-processamento, é gerado o modelo numérico, que representa os dados necessários para a análise numérica. A análise gera resultados que são visualizados e interpretados em um pós-processamento [45].

A Figura 2-1 mostra uma esquematização das principais etapas envolvidas em um processo de simulação de mecânica computacional. Estas etapas, na forma e na ordem em que elas estão apresentadas, indicam o caminho natural que, em geral, é seguido quando se deseja fazer uma simulação numérica de um problema físico utilizando métodos numéricos, tais como o Método dos Elementos Finitos, por exemplo.

O processo se inicia com a etapa de pré-processamento (entrada de dados), que consiste na definição completa do modelo a ser analisado. Nesta etapa são fornecidos ao programa todos os dados para definição deste modelo. Em geral, esses dados representam as propriedades

geométricas e físicas associadas ao problema, os parâmetros associados aos algoritmos de integração, a discretização espacial (geração da malha) e a definição das condições iniciais e de contorno associadas ao problema.

Para uma melhor definição e caracterização desta etapa, como pode se observar na Figura 2-1, o pré-processamento foi dividido em duas fases. A primeira delas, definida com entrada de dados para geração do modelo. Nesta fase são fornecidas para o programa a descrição da geometria desse modelo, das propriedades físicas dos materiais utilizados e as condições de contorno. Com isso tem-se um modelo geométrico definido por um conjunto de vértices e segmentos e atributos aplicados a estas entidades geométricas. Este sistema foi implementado utilizando-se o conceito de modelagem baseada em geometria onde as propriedades físicas e as condições de contorno são aplicadas à geometria (vértices e segmentos) e não a malha (nós e elementos) de elementos finitos gerada. Maiores detalhes sobre modelagem baseada em geometria serão apresentados no decorrer deste capítulo.

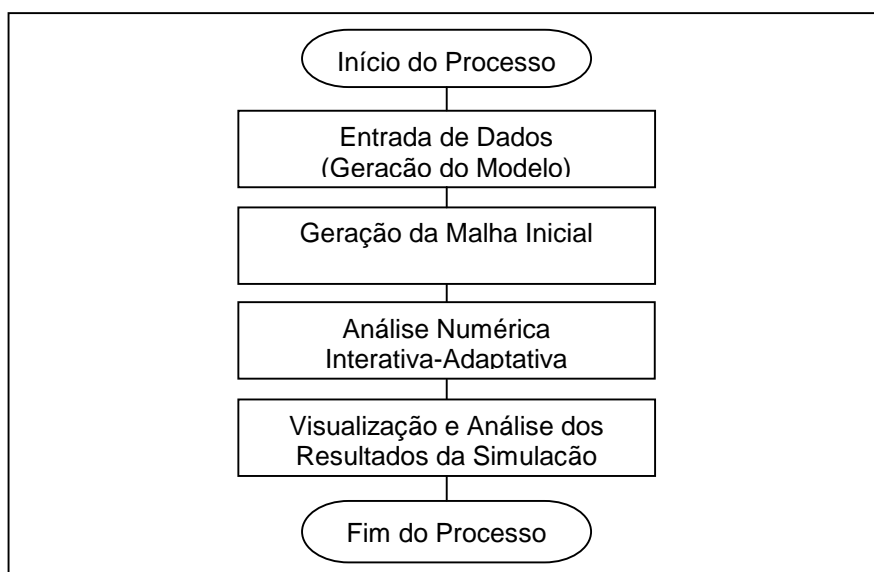


Figura 2-1 – Etapas envolvidas no processo de simulação numérica.

A etapa seguinte consiste na geração de uma malha de elementos finitos para o modelo geométrico existente. Esta malha é obtida pela discretização das curvas que definem as linhas de ancoragem.

Uma vez gerada a malha de elementos finitos, dá-se início à análise numérica propriamente dita. Nesta etapa, são determinados os deslocamentos, as velocidades e as acelerações nos nós

da malha de elementos finitos e dos esforços atuantes sobre os elementos, em cada intervalo de tempo.

Tradicionalmente, a etapa de análise numérica se inicia com a leitura de um arquivo de dados, os quais são processados para determinação das soluções; e finalmente, estas soluções são gravadas em arquivos para pós-processamento. Este processo é prático e eficiente quando o analista já tem domínio sobre a ferramenta que está utilizando, sobre as características da solução que está sendo obtida e sobre o modelo que está sendo analisado, principalmente se for considerada a natureza temporal da solução. Quando isto não acontece, a probabilidade de se cometer um erro na simulação é muito grande colocando em risco a rapidez na geração e análise do modelo. A obtenção de respostas imediatas muitas vezes é uma necessidade, principalmente quando se utiliza um sistema desse tipo no campo, onde as decisões sobre a conduta de determinada operação podem ser tomadas com base nos resultados obtidos.

Com o objetivo de diminuir a quantidade de falhas na geração do modelo e, sobretudo, de garantir que o que está sendo analisado é realmente o que se deseja, utilizou-se no desenvolvimento deste sistema um mecanismo proposto por Gattass e Abel [15] denominado análise interativa-adaptativa. Este mecanismo foi muito pouco estudado até os dias de hoje e poucas publicações sobre o assunto foram encontradas. Este foi um dos aspectos que motivaram o estudo e a aplicação deste tipo de técnica no sistema integrado desenvolvido. O sistema apresentado incorpora algumas funcionalidades básicas deste mecanismo de análise-interativa adaptativa que serão discutidas no decorrer deste capítulo.

Resumidamente, este mecanismo propõe que um sistema para análise numérica seja dotado de recursos de pré-processamento, de análise numérica e de pós-processamento integrados, de forma que os recursos de pré- e de pós-processamento estejam disponíveis durante a própria etapa de análise numérica. Em outras palavras, a proposta desta metodologia é que, através da mesma interface gráfica em que foi gerado o modelo, seja permitido ao analista executar a análise numérica, e à medida que as soluções vão sendo determinadas elas possam ser visualizadas através da configuração deformada da estrutura e de gráficos representativos exibidos a cada passo da análise numérica. A análise interativa adaptativa propõe ainda que o usuário possa controlar o fluxo da análise interrompendo-a quando necessário para visualização e análise dos resultados obtidos até então, ou até mesmo para alteração de

parâmetros da simulação, de forma que ele possa dar continuidade à simulação interrompida sem precisar retornar ao início do processo. Este mecanismo foi implementado no sistema desenvolvido e a sua utilização tem sido importantíssima na análise dos modelos gerados. Após a etapa de análise numérica, os resultados obtidos são impressos em arquivos e a partir daí o sistema passa a funcionar como um pós-processador de resultados.

Encerrando o processo de análise numérica, após a obtenção dos resultados da simulação, vem a etapa de pós-processamento desses resultados. Dentro do mesmo ambiente em que foi gerado o modelo, é processada a simulação e o analista pode visualizar e analisar os resultados através de recursos gráficos que facilitam esta análise, como a animação passo a passo do modelo, a construção de gráficos contendo as informações principais relacionadas à simulação, dentre outras funcionalidades.

2.2 Ferramentas Computacionais Utilizadas

Para o desenvolvimento do sistema integrado proposto foram utilizadas algumas ferramentas computacionais que serão descritas nesta seção. O sistema foi desenvolvido nas linguagens C [46] e Lua [48] e para o desenvolvimento da interface gráfica mostrada na Figura 2-2 foi utilizado o sistema de interface IUP desenvolvido por Levy [47]. Para o desenho das primitivas gráficas foi utilizado como sistema gráfico o OPENGL [50]; e para manipulação tridimensional do modelo foi utilizado o V3D desenvolvido por Castier e Martha [49]. Todos os gráficos bidimensionais, mostrados no sistema integrado, foram construídos com a utilização da biblioteca XY desenvolvida por Levy *et al.* [51]. Estas foram as principais ferramentas utilizadas no desenvolvimento do sistema integrado apresentado.

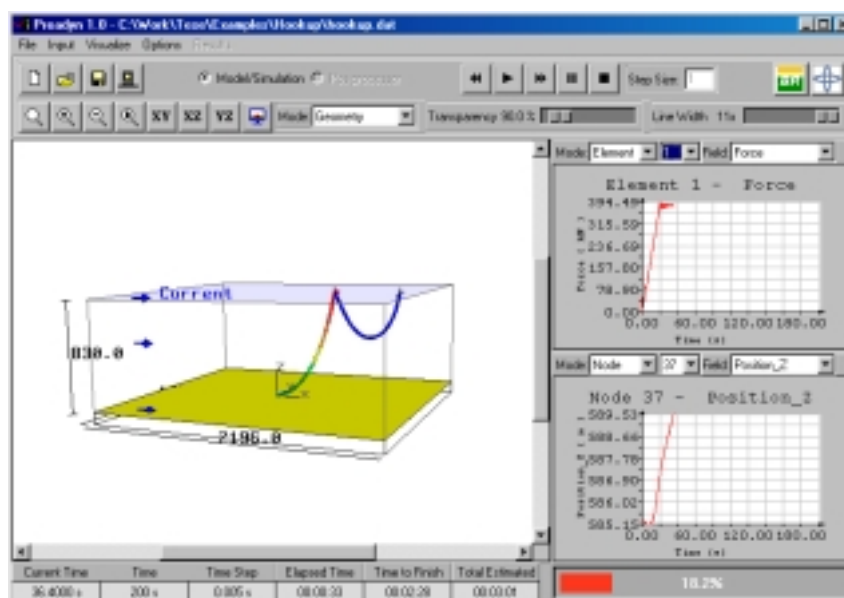


Figura 2-2 – Interface gráfica do sistema integrado desenvolvido.

2.3 Entrada de Dados / Geração do Modelo

A etapa inicial de um processo de simulação numérica envolve a definição do modelo a ser analisado. A esta etapa dá-se o nome de entrada de dados ou geração do modelo. Muitas vezes não é dada a importância devida a esta etapa dentro da seqüência mostrada na Figura 2-1. A facilidade na construção de um modelo (pré-processamento de dados) para posterior análise numérica pode ser determinante na utilização ou não de um determinado sistema. O desenvolvimento de um poderoso sistema para análise numérica deve estar vinculado ao desenvolvimento de uma ferramenta que ofereça facilidades na geração dos dados de entrada para este simulador, sob pena de se ter uma excelente ferramenta para simulação sendo pouco explorada.

Dentro deste contexto, foi desenvolvido um módulo de pré-processamento, permitindo ao usuário a entrada de dados através de uma interface gráfica amigável e visualização gráfica do modelo gerado.

Algumas das principais contribuições desta tese consistem na melhoria de desempenho do módulo responsável pelo processamento numérico do problema em questão. Para avaliação, aferição e validação destas contribuições teriam de ser gerados modelos mais complexos com várias linhas de ancoragem denominados modelos multi-linhas e a construção destes modelos

seria uma tarefa laboriosa sem este modelador que foi desenvolvido. A facilidade e rapidez na geração desses modelos justificam o desenvolvimento deste módulo dentro do sistema integrado.

Para facilitar o desenvolvimento do módulo de pré-processamento gráfico e facilitar a utilização do sistema, os dados de entrada requeridos para a análise dinâmica de linhas de ancoragem foram subdivididos nos seguintes grupos:

- Dados relativos à definição do plano de fundo através de três pontos e de uma profundidade média do local.
- Dados correspondentes às linhas de ancoragem e/ou *risers* flexíveis. Através destes dados ficam definidas: a geometria das linhas do modelo, determinada a partir das coordenadas de dois pontos extremos de cada linha, e os segmentos que compõem cada linha. A definição de cada um desses segmentos consiste na determinação do comprimento de cada segmento, do número de elementos finitos para sua discretização e das propriedades físicas de cada um deles.
- Dados referentes às condições de contorno associadas ao problema, como forças de corrente, forças estáticas e dinâmicas aplicadas, deslocamentos, forças e velocidades prescritas.
- Dados gerais como tempo total de simulação, incremento de tempo (*time-step*) utilizado no processo de integração numérica, coeficientes de amortecimento relacionados ao problema, entre outros.
- Definição das grandezas a serem gravadas nos arquivos de saída de resultados. Estes dados indicam os nós da malha cujos valores dos deslocamentos, das velocidades e das acelerações serão gravados nos arquivos de resultados e os elementos cujos esforços atuantes serão gravados nesses arquivos.

Para facilitar a entrada de cada um desses conjuntos de dados, eles foram agrupados em diálogos independentes para sua captura. Desta forma o usuário fornece ao sistema todos os dados para a definição completa do problema, encerrando esta etapa do processo.

A Figura 2-3 mostra o diálogo utilizado para definição das linhas de ancoragem que irão compor o modelo. Através de diálogos como este são definidas todas as propriedades físicas e geométricas, as condições de contorno e os parâmetros utilizados pelos algoritmos de integração que definem todo modelo a ser analisado.

Através do diálogo mostrado na Figura 2-3, pode-se observar que são definidos os pontos extremos de cada linha e as propriedades de cada um dos segmentos que compõem a linha. Esta idéia de se aplicar as propriedades físicas e condições de contorno aos vértices e segmentos vem do conceito de modelagem baseada em geometria [53]. Nesse tipo de modelagem, a noção de geometria vai além das curvas e superfícies que definem o objeto. Geometria pode representar as propriedades geométricas dos componentes do objeto e as características que afetam essas propriedades, a topologia dos componentes, dados específicos de uma aplicação e outras propriedades associadas aos componentes (atributos da simulação) [45].

Neste tipo de modelagem, a construção do modelo numérico passa pelas seguintes etapas:

- Construção do modelo geométrico da estrutura a ser analisada.
- Associação dos atributos da simulação às partes desse modelo.
- Discretização do modelo e mapeamento dos atributos das entidades geométricas (vértices e segmentos) para as entidades da discretização (nós e elementos).

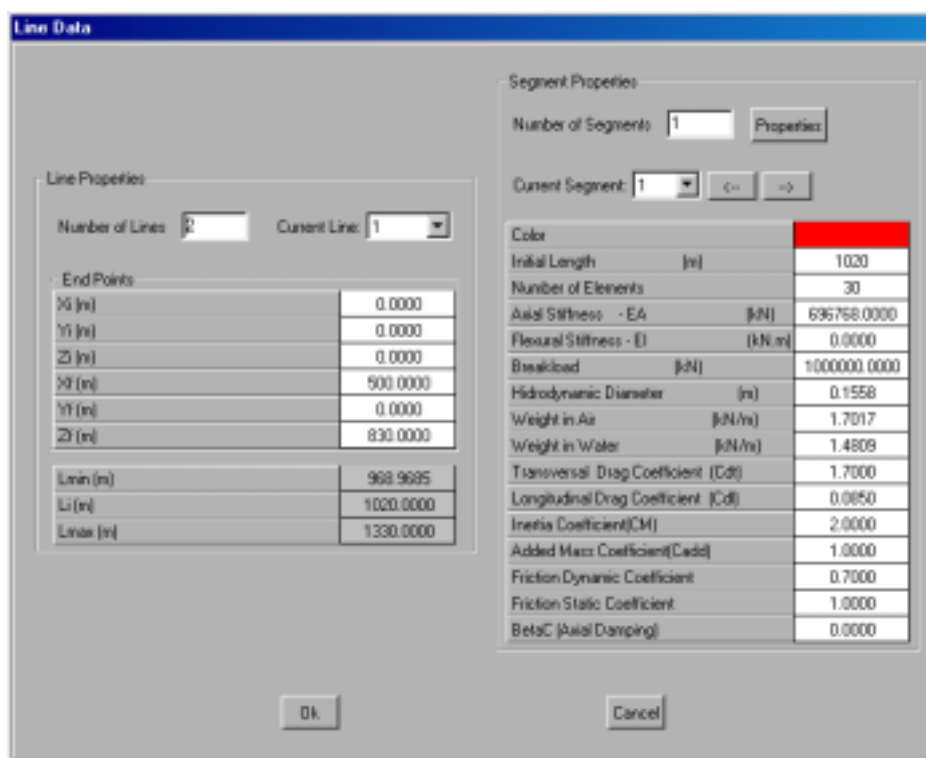


Figura 2-3 – Diálogo para definição dos vértices e segmentos do modelo.

A construção do modelo geométrico consiste na definição das entidades geométricas que compõem o modelo. Particularizando para o tipo de estrutura a ser analisada, tem-se como entidades geométricas os vértices e os segmentos. Os vértices são geometricamente definidos a partir das suas coordenadas e os segmentos são definidos pela sua topologia (conectividade). O segundo passo seria a associação de atributos a estas entidades. No caso particular, têm-se como atributos as forças pontuais e distribuídas, as condições de contorno e as propriedades físicas (materiais). No modelo baseado em geometria esses atributos são diretamente aplicados sobre essas entidades e não sobre os nós e elementos como se faz tradicionalmente. No caso mostrado na Figura 2-4 tem-se a descrição do modelo geométrico, com os vértices A, B e C e os segmentos 1 e 2. Neste caso, por exemplo, seriam aplicados aos vértices A e C as restrições de apoio, ao vértice B seria aplicada a carga vertical P, aos segmentos 1 e 2 associam-se as propriedades físicas dos materiais que os compõem e sobre o segmento 2 seria aplicado ainda o carregamento distribuído q.

A terceira etapa do processo de modelagem baseada em geometria consistiria na discretização espacial do modelo geométrico e no mapeamento dos atributos dos vértices e segmentos para os nós e elementos da malha de elementos finitos

herdam os atributos das entidades geométricas nas quais eles estão inseridos. Todos os elementos que são gerados sobre um segmento herdam, por exemplo, todas as propriedades físicas associadas ao segmento. O nó gerado sobre o vértice B herda o carregamento P aplicado sobre o mesmo.

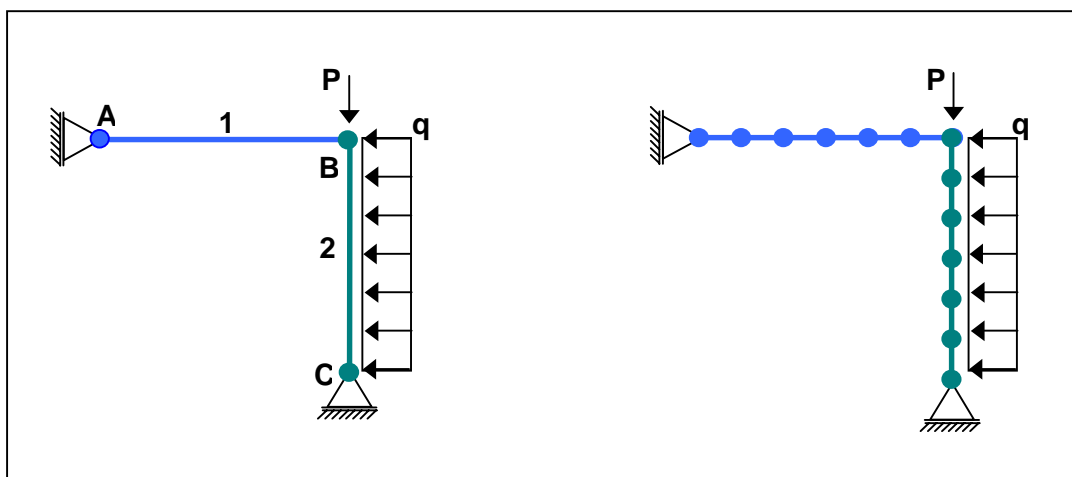


Figura 2-4 – Mapeamento dos atributos da geometria para a malha de elementos finitos.

Esse procedimento oferece diversas vantagens, entre as quais um melhor suporte para automação do processo de modelagem, incluindo geração automática de malha e análise adaptativa, e a simplificação da geração do modelo para simulação, uma vez que a discretização herda, automaticamente, os atributos do modelo geométrico [53].

Como um dos objetivos principais deste trabalho é buscar mecanismos para melhoria de desempenho do módulo de simulação numérica e uma das técnicas que podem vir a ser implementada neste sistema é o refinamento automático da malha de elementos finitos, a implementação deste sistema utilizando esse conceito de modelagem baseada em geometria certamente facilitará a implementação do refinamento automático de malha no futuro.

2.4 Geração da Malha

Fornecidos os dados para a definição do modelo, a etapa seguinte consiste na geração da malha inicial, que apesar de ter sido destacada como uma fase independente, está diretamente relacionada ao pré-processamento dos dados.

Uma característica importante do pré-processador desenvolvido é que ele permite a geração de modelos com várias linhas de ancoragem, interconectadas ou não, como o caso mostrado na Figura 2-5.

A qualidade dos resultados de uma análise dinâmica, via Método dos Elementos Finitos, depende diretamente da malha inicial utilizada, sobretudo na fase transiente da análise. Uma alternativa viável, capaz de minimizar as oscilações numéricas, consiste em considerar a configuração de equilíbrio estático da linha de ancoragem como sendo a geometria a ser adotada na geração da malha inicial de elementos finitos.

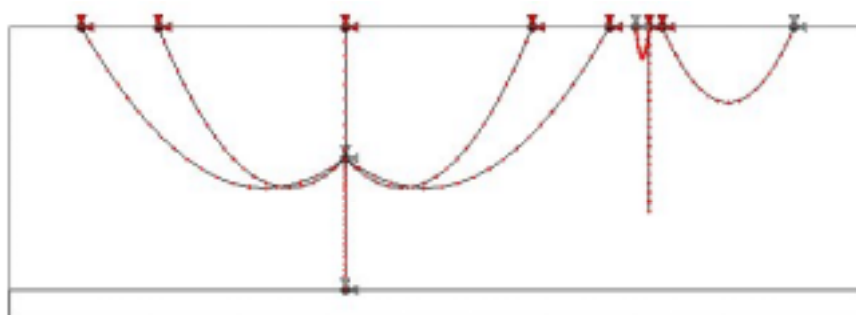


Figura 2-5 – Modelo multi-linhas gerado com o sistema integrado.

Neste trabalho, utiliza-se um método iterativo para cálculo do equilíbrio estático das linhas de ancoragem, considerando apenas o peso próprio da estrutura. Este método se baseia na equação da catenária, tal como ilustrado na Figura 2-6 e nas equações da Figura 2-7. O equilíbrio é calculado dividindo-se a linha em segmentos, onde cada segmento é caracterizado por um tipo de material e, conseqüentemente, um conjunto de propriedades tais como: rigidez axial (EA), peso submerso (w) e comprimento (L). O equilíbrio estático de um determinado segmento de linha está indicado na Figura 2-6.

Nas equações da Figura 2-7, T é a tensão total, T_h é a tensão horizontal, T_v é a tensão vertical, H é a projeção horizontal do segmento em equilíbrio e V é a projeção vertical do segmento em equilíbrio. Os índices i e j indicam início e final do segmento, respectivamente.

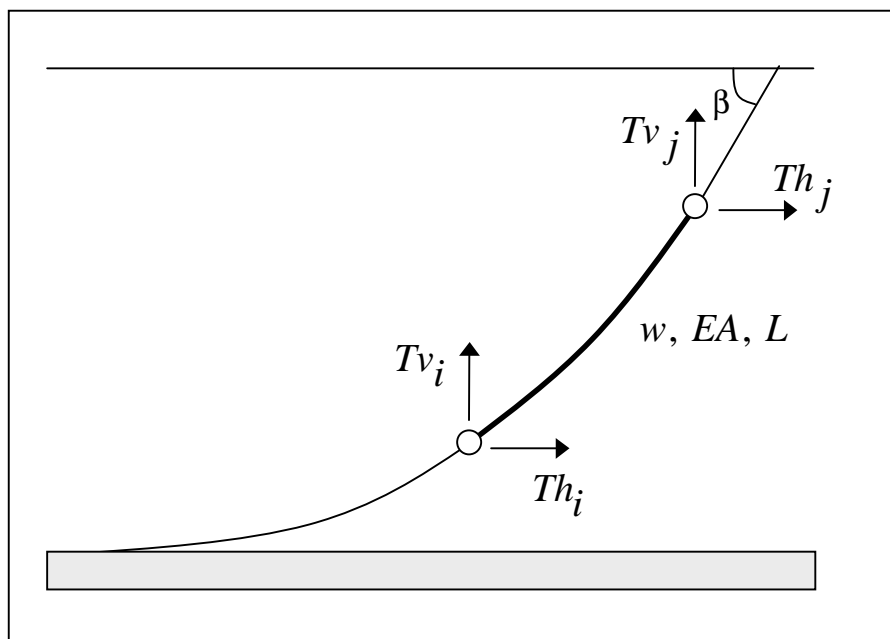


Figura 2-6 – Modelo esquemático de catenária utilizado para geração da malha.

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad T_i &= \sqrt{Th_i^2 + Tv_i^2} \\
 \text{(b)} \quad Tv_j &= Tv_i - w * L \\
 \text{(c)} \quad Th_j &= Th_i \\
 \text{(d)} \quad T_j &= \sqrt{Th_j^2 + Tv_j^2} \\
 \text{(e)} \quad H &= Th_j \log[(T_i + Tv_i)/(T_j + Tv_j)] / w + Th_j (Tv_i + Tv_j) / (w / EA) \\
 \text{(f)} \quad V &= (T_i - T_j) / w + (Tv_i^2 - Tv_j^2) / (2wEA)
 \end{aligned}$$

Figura 2-7 – Equações de catenária utilizadas para geração da malha.

O método utilizado consiste em se variar o ângulo que a extremidade superior da linha faz com a horizontal de tal forma que a extremidade inferior da linha atinja o fundo do mar na profundidade especificada. Quando parte da linha se encontra suspensa e parte da linha apoiada no fundo do mar, o critério de convergência do método é obtido quando a tangente que a linha faz com o fundo do mar corresponde à declividade do fundo do mar ao longo do azimute da linha.

2.5 Simulação Numérica e Análise Interativa-Adaptativa

2.5.1 Simulação Numérica

Gerado o modelo numérico, a etapa seguinte é proceder com a análise numérica propriamente dita, onde serão determinadas as soluções do problema a cada instante através de algoritmos de integração no tempo. Estas soluções envolvem a determinação das acelerações, velocidades e deslocamentos de cada um dos nós da malha de elementos finitos e dos esforços atuantes nos elementos quando submetidos às condições impostas na definição do problema.

Esta etapa merecerá destaque especial neste trabalho, pois as principais contribuições desta tese estão diretamente relacionadas a ela. Sendo assim, os capítulos seguintes desta tese abordam toda a metodologia de desenvolvimento do módulo de análise numérica, detalhando temas importantes como algoritmos de integração no tempo, metodologia adotada na modelagem física e numérica do problema e técnicas utilizadas para melhoria de desempenho dos algoritmos implementados, tais como a subciclagem.

2.5.2 Análise Interativa-Adaptativa

Em geral, os programas para simulação numérica, não permitem a intervenção do analista no decorrer da análise. No desenvolvimento do sistema apresentado, a idéia inicial era implementação um sistema integrado através do qual fossem possíveis a geração do modelo, o processamento numérico e a visualização dos resultados dentro de um único ambiente.

No entanto, no decorrer do desenvolvimento deste sistema surgiu a idéia de permitir ao usuário uma participação mais ativa no processo de análise numérica. Para que isto se tornasse possível o passo inicial foi exibir, em tempo de execução, os resultados obtidos pelo módulo de análise numérica. Este procedimento de visualização dos resultados em tempo de execução é um procedimento usual e que já foi implementado em outros sistemas como o Orcaflex [7]. No entanto, a idéia com relação ao sistema integrado apresentado vai além de uma simples visualização dos resultados em tempo de execução. O objetivo é permitir que usuário do sistema possa intervir no processo de simulação, baseado nos resultados obtidos, interrompendo a simulação a qualquer instante, retroagindo em alguns passos da simulação,

alterando a definição do problema, e continuando a simulação numérica a partir do ponto em que ela foi interrompida.

Do ponto de vista de um analista estrutural que faz uma simulação numérica de um processo transiente, o ambiente ideal é um sistema computacional onde se possa gerar o modelo, fazer a análise numérica, visualizar os resultados desta análise e intervir diretamente no processo de análise em tempo de execução. A este paradigma dá-se o nome de análise interativa-adaptativa. Por meio deste ambiente flexível, o usuário pode interromper uma análise que está sendo processada, alterar um parâmetro do modelo e dar continuidade à simulação interrompida sem precisar reiniciar a análise. Ainda nesta idéia de fazer com que o usuário tenha uma participação mais ativa no processo de simulação, a medida em que o processo vai evoluindo, são mostradas uma animação com a configuração da estrutura que está sendo analisada e gráficos relativos a esta simulação. Estes resultados são exibidos em tempo de execução e com esse recurso o usuário tem uma idéia exata do que está acontecendo no processo de simulação, podendo inclusive avaliar se o modelo que ele quer analisar foi gerado correta e consistentemente sem precisar que a análise chegue ao seu final para que ela seja interrompida a fim de que sejam feitas as devidas correções.

Numa análise dinâmica não-linear, além dos dados geométricos e físicos associados ao problema, existem dados relacionados aos algoritmos de integração utilizados como a determinação de incremento de tempo adotado para integração no tempo e outros parâmetros associados a estes algoritmos. A escolha desses parâmetros pode ser determinante para estabilidade do modelo e para o excessivo tempo computacional gasto em algumas situações. A escolha destes parâmetros requer uma experiência prévia com os tipos de algoritmos utilizados e com o tipo de problema a ser resolvido. Uma escolha errada desses parâmetros pode implicar num custo computacional excessivo ou até mesmo na obtenção de respostas espúrias.

O mecanismo de auto-adaptação, geração e refinamento automático de malha e controle e seleção automática do incremento de tempo podem ser de grande utilidade melhorando a convergência, mas não resolvem totalmente os problemas apontados.

Os métodos utilizados para a escolha ou alteração dos parâmetros dos algoritmos de integração durante o processo de simulação numérica são conhecidos com métodos para simulação interativa-adaptativa.

Em geral, a utilização de recursos gráficos na análise estrutural está limitada à geração dos dados de entrada (pré-processamento) e à visualização dos resultados obtidos (pós-processamento). A utilização dos recursos de visualização gráfica da simulação numérica, em tempo de execução, é fundamental para que o usuário possa decidir quando deve intervir no processo; e este recurso foi implementado no sistema desenvolvido. De acordo com Gattass e Abel [15], um processador adaptativo deve disponibilizar as funcionalidades de um pré-processador e de um pós-processador durante o processo de simulação em tempo de execução. As funções básicas de um processador interativo-adaptativo são:

- Monitoramento dos resultados da simulação;
- Alteração dos parâmetros;
- Controle de fluxo da análise;
- Modificação da definição do problema.

São mostrados durante a simulação os seguintes resultados:

- Exibição da geometria da estrutura (deformada)
- Gráficos bidimensionais com resultados da simulação e
- Informações numéricas da simulação (tempo corrente, incremento de tempo, número de nós e elementos, tempo analisado, etc)

Existe uma série de problemas em uma análise interativa-adaptativa associados à redefinição (modificação) do problema que está sendo simulado. A alteração de alguns parâmetros, em tempo de execução, como a modificação da malha de elementos finitos utilizada e a alteração das condições de contorno, pode implicar numa redefinição completa do problema, e nesses casos, talvez a melhor opção seja o reinício da simulação.

2.6 Visualização e Análise dos Resultados

Após o final da simulação numérica o sistema, automaticamente, deixa de ser um visualizador da simulação e passa a ser um pós-processador de resultados. Em outras palavras, a animação e os gráficos que estavam sendo atualizados, em tempo de execução, passo a passo, no instante em que estavam sendo calculados, passam a ser atualizados a partir dos valores armazenados em memória. Dessa forma, o usuário pode ir e vir nos passos calculados, analisando os resultados obtidos de uma maneira mais rápida uma vez que o processamento já foi feito.

Capítulo 3

Formulação Básica e Integração no Tempo

Este capítulo descreve a formulação básica das equações de movimento em problemas de dinâmica estrutural e apresenta um resumo dos principais algoritmos de integração no tempo conhecidos na literatura técnica. Uma maior ênfase será dada aos algoritmos explícitos por ser esta uma classe de algoritmos mais adequada para o tipo de problema abordado neste trabalho. Foram estudados, implementados e comparados diversos algoritmos de integração no tempo, tais como o clássico Método das Diferenças Centrais, o algoritmo de Chung e Lee [35] e Método Explícito Generalizado- α (MEG- α) [36]. Esses dois últimos algoritmos se caracterizam por apresentarem dissipação numérica, um assunto que será discutido com mais detalhes no decorrer desse capítulo.

Será mostrado também, um exemplo clássico de uma barra submetida a um pulso retangular, apresentado em Cook [55] e Clough [57], que foi analisada utilizando-se diferentes algoritmos de integração. Os resultados obtidos a partir de cada um dos algoritmos implementados, serão comparados com a resposta analítica do problema. Esta comparação levará em consideração a qualidade da resposta obtida, tomando-se como referência a resposta analítica do problema, o amortecimento numérico nas soluções encontradas, o cálculo do resíduo e a variação da energia total do sistema em cada incremento de tempo. O objetivo de se mostrar esse exemplo é ressaltar as características de cada algoritmo, fazer uma análise comparativa dos resultados obtidos e, sobretudo, indicar dentre os algoritmos estudados, qual o mais apropriado para o tipo de aplicação que este trabalho se propõe a resolver.

3.1 Equação de Movimento

O comportamento dinâmico de sistemas estruturais contínuos pode ser descrito matematicamente como um Problema de Valor Inicial e de Contorno, definido por um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas (as equações de movimento) e por um conjunto de condições iniciais e de contorno. Em geral, os métodos numéricos utilizados para solução desta classe de problemas baseiam-se na discretização das equações de movimento, de forma independente no espaço e no tempo, a partir das seguintes etapas:

a) Discretização espacial

O processo de discretização das equações no espaço, também conhecido como semi-discretização, reduz o problema a um sistema de equações diferenciais ordinárias no tempo, as quais devem ser integradas para que se obtenha a solução completa do sistema de equações. O resultado desta discretização é um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) de segunda ordem no tempo com suas condições iniciais. O Método dos Elementos Finitos [41] tem sido o mais utilizado para discretização espacial na determinação da solução numérica dessa classe de problemas.

b) Discretização no tempo

Com as equações devidamente semi-discretizadas, o passo seguinte consiste na discretização das equações diferenciais ordinárias ao longo do tempo. Algoritmos de integração no tempo são mecanismos que, passo a passo, geram soluções aproximadas, em função do tempo, para as EDOs geradas pela discretização espacial. Um breve resumo sobre algoritmos de integração no tempo será apresentado nas próximas seções.

Em problemas de análise dinâmica estrutural, as equações de movimento semi-discretizadas são obtidas a partir da consideração do equilíbrio em um determinado instante de tempo t , incluindo os efeitos das forças inerciais, dependentes da aceleração, das forças de amortecimento, dependentes da velocidade, além das forças externas aplicadas e dos esforços internos na estrutura.

A equação geral do movimento pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_I(t) + \mathbf{F}_{Int}(t) = \mathbf{F}_{Ext}(t) \quad (3-1)$$

onde $\mathbf{F}_I(t)$ são as forças inerciais, $\mathbf{F}_{Ext}(t)$ corresponde às forças externas aplicadas à estrutura e, finalmente, a parcela $\mathbf{F}_{Int}(t)$ a qual pode ser expressa como:

$$\mathbf{F}_{Int}(t) = \mathbf{F}_{Amortecimento}(t) + \mathbf{F}_{Elásticas}(t) \quad (3-2)$$

corresponde aos esforços internos resistentes do sistema estrutural, incluindo as forças elásticas e as forças de amortecimento. Considera-se que as forças elásticas incorporam

também os efeitos dos esforços devido às tensões iniciais. Todas as parcelas da equação geral de movimento são dependentes do tempo.

Em geral, a Equação (3-1) é escrita em função dos deslocamentos $\mathbf{U}(t)$, velocidades $\dot{\mathbf{U}}(t)$ e acelerações $\ddot{\mathbf{U}}(t)$, tal como será apresentado nas próximas seções, inicialmente para problemas lineares e em seguida para problemas não-lineares.

3.2 Problemas Lineares

Para problemas lineares, as parcelas da Equação (3-1) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_I(t) = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) \quad (3-3)$$

$$\mathbf{F}_{Int}(t) = \mathbf{F}_{Amortecimento}(t) + \mathbf{F}_{Elásticas}(t) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) \quad (3-4)$$

Portanto, a equação de movimento que governa a resposta de um problema linear de dinâmica estrutural semi-discretizado pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}_{Ext}(t, \mathbf{U}(t)) \quad (3-5)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, geralmente independente do tempo e dos deslocamentos, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez e \mathbf{F}_{Ext} é o vetor de forças externas, que inclui as forças de volume, as forças de superfície e as forças concentradas atuantes no sistema. No contexto do método dos elementos finitos, os vetores $\mathbf{U}(t)$, $\dot{\mathbf{U}}(t)$ e $\ddot{\mathbf{U}}(t)$ são formados pelas componentes nodais dos deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente. Para os problemas lineares, as matrizes \mathbf{K} e \mathbf{C} são constantes ao longo do tempo, diferentemente dos problemas não-lineares.

Observe-se que, na ausência de forças inerciais e de amortecimento, a Equação (3-5) se reduz à equação geral para análise estática de um sistema estrutural linear elástico:

$$\mathbf{K}\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}_{Ext}(t) \quad (3-6)$$

3.3 Problemas Não-Lineares

Os problemas não-lineares de dinâmica estrutural são governados pela seguinte equação:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{U}(t), \dot{\mathbf{U}}(t)) = \mathbf{F}_{Ext}(t) \quad (3-7)$$

onde $\mathbf{F}_{Int}(\mathbf{U}(t), \dot{\mathbf{U}}(t))$ é o vetor dos esforços internos nodais correspondente ao estado de tensões na configuração corrente (instante t) e $\mathbf{F}_{Ext}(t)$ refere-se ao carregamento externo aplicado aos pontos nodais na mesma configuração relativa ao instante t . Os vetores $\mathbf{F}_{Int}(t)$ e $\mathbf{F}_{Ext}(t)$ incorporam as não-linearidades envolvidas no problema. No vetor $\mathbf{F}_{Int}(t)$ estão as não-linearidades geométrica e/ou física, uma vez que os esforços internos são funções não-lineares dos deslocamentos e das velocidades. O vetor $\mathbf{F}_{Ext}(t)$ considera a não-linearidade devida à variação das cargas externas com a geometria.

Em ambos os casos, linear e não-linear, a equação geral de movimento da dinâmica estrutural representa um Problema de Valor Inicial onde se deseja determinar o histórico de respostas do sistema estrutural ao longo do tempo ($\mathbf{U} = \mathbf{U}(t)$, com $t \in [0, \tau]$, $\tau > 0$), satisfazendo à Equação (3-7) e às seguintes condições iniciais:

$$\mathbf{U}(0) = \mathbf{U}_o \text{ e } \dot{\mathbf{U}}(0) = \dot{\mathbf{U}}_o \quad (3-8)$$

onde \mathbf{U}_o e $\dot{\mathbf{U}}_o$ são os valores iniciais para os deslocamentos e velocidades, respectivamente. Caso as acelerações iniciais $\ddot{\mathbf{U}}_o$ não sejam conhecidas, elas podem ser determinadas a partir da relação:

$$\ddot{\mathbf{U}}_o = \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{F}_{Ext}(0) - \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_o - \mathbf{K}\mathbf{U}_o] \quad (3-9)$$

3.4 Algoritmos de Integração

A resposta do sistema estrutural ao longo do tempo é obtida utilizando-se um algoritmo de integração apropriado para resolver o Problema de Valor Inicial definido pelas Equações (3-7), (3-8) e (3-9). Nesta seção apresenta-se uma breve discussão sobre os algoritmos de integração mais conhecidos na literatura técnica.

Resumidamente, na elaboração de um algoritmo de integração procuram-se fazer as seguintes considerações:

- a) Discretiza-se, no tempo, as equações de movimento supondo-se que o equilíbrio é satisfeito apenas em determinados instantes separados por intervalos discretos; e
- b) Adota-se um determinado comportamento para a variação das incógnitas (no caso, deslocamentos, velocidades e acelerações) ao longo de cada um destes intervalos de tempo. Esta variação é usualmente expressa em termos de operadores de diferenças finitas, os quais permitem obter aproximações para aceleração, velocidade e deslocamento.

A aplicação de um determinado algoritmo de integração transforma o problema original em um sistema de equações algébricas lineares, para cada instante de tempo, na forma geral: $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, onde a matriz dos coeficientes \mathbf{A} é obtida, em geral, através de uma combinação entre as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} alteradas por coeficientes escalares que dependem do algoritmo de integração e do incremento de tempo utilizados. O vetor \mathbf{b} , conhecido como o vetor de cargas, é formado a partir de uma combinação dos vetores de carga externa e dos vetores de forças elásticas, de inércia e de amortecimento, alterados também por coeficientes escalares e, finalmente, o vetor \mathbf{x} , ou vetor das incógnitas.

Os algoritmos de integração direta podem ser divididos em dois grupos: os algoritmos explícitos e os algoritmos implícitos [12].

3.4.1 Algoritmos Explícitos e Implícitos

Os algoritmos explícitos têm a seguinte forma geral:

$$\mathbf{X}_{n+1} = f(\mathbf{X}_n, \dot{\mathbf{X}}_n, \ddot{\mathbf{X}}_n, \mathbf{X}_{n-1}, \dots) \quad (3-10)$$

Assim, para a determinação da variável básica \mathbf{X}_{n+1} , no instante $t + \Delta t$, faz-se necessário o conhecimento da história completa desta variável e de suas derivadas no instante t e nos instantes anteriores. Portanto, para a determinação da variável básica no instante $t + \Delta t$ devem ser satisfeitas algumas condições de equilíbrio no instante t .

Os algoritmos implícitos têm a seguinte forma geral:

$$\mathbf{X}_{n+1} = f(\dot{\mathbf{X}}_{n+1}, \ddot{\mathbf{X}}_{n+1}, \dot{\mathbf{X}}_n, \dots) \quad (3-11)$$

Nesse caso, para a determinação da variável básica \mathbf{X}_{n+1} , no instante $t + \Delta t$, faz-se necessário o conhecimento desta variável e de suas derivadas no instante $t + \Delta t$. Portanto, para determinação da variável básica no instante $t + \Delta t$ também devem ser satisfeitas algumas condições de equilíbrio no instante $t + \Delta t$.

Os algoritmos explícitos e implícitos têm características bem diferentes e estas diferenças têm importantes implicações práticas [55]. Nesta seção, serão destacadas as principais características dessas classes de algoritmos.

Em geral, os métodos implícitos são incondicionalmente estáveis, ou seja, não têm restrição com relação ao tamanho do incremento de tempo para efeito de estabilidade do algoritmo. Desta forma, o tamanho do incremento de tempo a ser utilizado é ditado pela precisão desejada e não pela estabilidade do algoritmo.

Já os métodos explícitos são sempre condicionalmente estáveis e, portanto, apresentam severas restrições quanto ao tamanho do incremento de tempo a ser utilizado para que a estabilidade do algoritmo seja mantida. Tradicionalmente, os incrementos de tempo requeridos por esses métodos, para que seja atendida a condição de estabilidade, são muito pequenos. Ao contrário dos algoritmos implícitos, o tamanho do incremento de tempo nos algoritmos explícitos, em geral, é ditado pela estabilidade e não pela precisão do algoritmo, visto que o incremento de tempo requerido para estabilidade é tão pequeno que se torna suficiente para que se obtenha uma resposta precisa.

Por outro lado, o custo computacional exigido por um método implícito, por passo de tempo, é bem mais alto do que o exigido por um método explícito. Tradicionalmente, os métodos implícitos requerem a solução de um sistema de equações não-lineares em cada passo de tempo. Nesse caso, a solução do problema é obtida através de sucessivas soluções de sistemas de equações algébricas lineares (para cada instante de tempo) utilizando em geral, algoritmos iterativos do tipo Newton-Raphson.

Em problemas de propagação de onda a excitação é geralmente rica em modos de altas frequências. Para esses problemas é interessante observar a propagação da onda através dos elementos. Nesses casos, em geral, a análise de interesse, é de curta duração. Já em problemas de dinâmica estrutural, a resposta é dominada por modos de baixa frequência, onde o tempo de análise requerido é de longa duração. Nos métodos explícitos, por critérios de estabilidade, tipicamente são requeridos incrementos de tempo suficientemente pequenos para que as informações não se propaguem através de mais de um elemento por passo de tempo. Assim, os métodos explícitos são ideais para problemas de propagação de onda. Outros fatores favoráveis aos métodos explícitos são a facilidade de implementação e a capacidade de tratar problemas relativamente complexos com baixo custo de armazenamento de informações.

Na utilização de um método explícito é indicado que se utilize o modelo de massa concentrada por razões de economia e precisão. Em contrapartida, nos algoritmos implícitos é mais adequado que se utilize a matriz de massa consistente por motivos de precisão, apesar do aumento do custo computacional [55].

Com a utilização do modelo de massa concentrada e considerando-se que as matrizes de massa e de amortecimento sejam diagonais, a matriz \mathbf{A} torna-se diagonal e a solução do sistema é imediata, ou seja, o termo \mathbf{x}_i é obtido diretamente por: $\mathbf{b}_i / \mathbf{a}_{ii}$. Mesmo assim, conforme mencionado anteriormente, a maior desvantagem de se utilizar um método explícito está no fato desses algoritmos serem condicionalmente estáveis. A necessidade de se utilizar pequenos incrementos de tempo representa uma restrição ao desempenho do algoritmo, uma vez que para a completa determinação da resposta de um dado problema faz-se necessária a utilização de um grande número de incrementos de tempo.

Apesar dos métodos implícitos permitirem a utilização de incrementos de tempo maiores, eles são muito caros para serem utilizados em problemas específicos de propagação de onda, pois a exigência de um Δt muito pequeno para que se atinja a convergência, se dá por questões de precisão, tornando o custo computacional dos métodos implícitos relativamente alto.

Dentre os principais métodos implícitos utilizados destacam-se os algoritmos da família de Newmark [37], o método Wilson- θ [38] e o método Houbolt [39]. Maiores detalhes sobre esses e outros métodos de integração podem ser encontrados em Dokanish [12] e [13].

Com relação aos métodos explícitos mais tradicionais, destacam-se o Método das Diferenças Centrais e o Método de Runge-Kutta [40]. Um estudo detalhado sobre os métodos explícitos clássicos pode ser encontrado em [12].

3.4.2 Escolha do Algoritmo

Existem diversos critérios a serem utilizados para a escolha do algoritmo apropriado para a solução de um dado problema. Esses critérios baseiam-se tanto em propriedades intrínsecas do algoritmo, como custo computacional, precisão, convergência, consistência, estabilidade e amortecimento numérico, quanto em fatores externos ao algoritmo, como tipo de problema, topologia da malha de elementos finitos e tipo de computador utilizado. Um estudo detalhado sobre esses critérios é apresentado em Jacob [11].

Neste trabalho, optou-se pela utilização de um método explícito, em função do tipo de problema a ser resolvido. Conforme mencionado anteriormente, as operações de instalação de linhas de ancoragem estão sujeitas a situações especiais como variações bruscas nas condições de contorno nas quais os métodos explícitos são mais indicados.

Uma vez definida a utilização de um algoritmo explícito neste trabalho, verificou-se a necessidade de se buscar procedimentos para melhorar seu desempenho computacional. Para tanto, as estratégias propostas serão apresentadas no capítulo 5. Na seqüência deste capítulo serão apresentados os algoritmos que foram estudados no desenvolvimento deste trabalho.

3.5 Algoritmos Avaliados

3.5.1 Método das Diferenças Centrais

Dentre os métodos explícitos de integração, o Método das Diferenças Centrais (MDC) é o mais utilizado em problemas de dinâmica estrutural. No entanto, o MDC apresenta algumas desvantagens comuns a grande maioria dos métodos explícitos, como a necessidade de se utilizar um incremento de tempo muito pequeno para se evitar problemas de instabilidade numérica.

Além disso, o MDC apresenta uma desvantagem adicional que é o fato de ser um algoritmo que não possui dissipação numérica. O objetivo da dissipação numérica é reduzir as respostas espúrias que são oscilações numéricas (não-físicas) provocadas por erros associados à utilização de um método numérico. A ausência da dissipação numérica faz com que, em determinados casos, as oscilações se acentuem dificultando a avaliação dos resultados. Estas oscilações acontecem principalmente quando o método está sendo usado em problemas de propagação de onda, onde a estrutura é submetida a grandes e súbitas descontinuidades nas condições de contorno. Um outro fator que gera oscilações numéricas é a heterogeneidade da malha. Se uma malha for construída de forma que o Δt crítico de cada elemento seja o mesmo, em geral, os resultados são aceitáveis. Entretanto, na prática, não é usual a construção de uma malha onde os incrementos de tempo críticos sejam iguais. Para que estas oscilações sejam evitadas, faz-se necessária a introdução de uma dissipação numérica no algoritmo.

Um dos objetivos deste trabalho é desenvolver um sistema que seja capaz de tratar consistentemente situações corriqueiras nas fases de instalação e lançamento de linhas de ancoragem. Como nessas operações ocorrem algumas situações onde são impostas à estrutura variações bruscas nas condições de contorno, a resposta dinâmica nos instantes seguintes a essas variações é extremamente importante. Quando essas situações ocorrem, métodos que não possuam dissipação numérica tendem a produzir respostas espúrias que não correspondem ao problema físico em questão. Como o MDC é um método que não possui dissipação numérica, buscou-se, então, um algoritmo explícito com dissipação numérica que produzisse uma melhor resposta.

3.5.2 Algoritmo de Chung e Lee

Em 1995, Chung e Lee [35] propuseram uma família de métodos explícitos de integração para problemas lineares e não-lineares, com dissipação numérica controlável que auxilia na eliminação de modos de alta frequência, sem nenhum significado físico na resposta do problema.

A metodologia utilizada por Chung e Lee, na resolução do Problema do Valor Inicial definidos pelas Equações (3-7) e (3-8), segue as equações:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n) = \mathbf{f}_n \quad (3-12)$$

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \beta_1 \mathbf{a}_n + \beta_2 \mathbf{a}_{n+1} \quad (3-13)$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \Delta t \mathbf{a}_n + \gamma_1 \mathbf{a}_n + \gamma_2 \mathbf{a}_{n+1} \quad (3-14)$$

onde \mathbf{d}_n , \mathbf{v}_n e \mathbf{a}_n são aproximações para $\mathbf{U}(t_n)$, $\dot{\mathbf{U}}(t_n)$ e $\ddot{\mathbf{U}}(t_n)$ respectivamente, \mathbf{f}_n é igual a $\mathbf{F}_{int}(t_n)$, Δt é o incremento de tempo dado por $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, e $\beta_1, \beta_2, \gamma_1$ e γ_2 são parâmetros a serem determinados e que têm um efeito na precisão, estabilidade e dissipação do algoritmo. Por meio da Equação (3-12) a aceleração é calculada no tempo t_{n+1} , enquanto que o vetor de esforços internos não-lineares e o vetor de forças externas são calculados no tempo t_n . Assim, para o cálculo da aceleração (variável básica) no instante t_{n+1} , foram utilizados os valores de deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo t_n , caracterizando assim este algoritmo como sendo explícito.

Para que o processo de integração numérica possa começar, é necessário que se conheça os valores iniciais (\mathbf{d}_o , \mathbf{v}_o , \mathbf{f}_o e \mathbf{a}_o). Tais valores podem ser obtidos de uma maneira consistente por meio das seguintes condições iniciais:

$$\mathbf{d}_o = \mathbf{U}(0) \quad (3-15)$$

$$\mathbf{v}_o = \dot{\mathbf{U}}(0) \quad (3-16)$$

$$\mathbf{f}_o = \mathbf{f}(0) \quad (3-17)$$

$$\mathbf{a}_o = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_o - \mathbf{F}_{int}(\mathbf{d}_o, \mathbf{v}_o) \quad (3-18)$$

A Figura 3-1 ilustra o procedimento adotado neste trabalho para a implementação do algoritmo de Chung e Lee para o caso não-linear.

A - CÁLCULOS INICIAIS:

- 1 - Montagem da matriz de massa \mathbf{M} e vetor de esforços internos não-lineares $\mathbf{F}_{Int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n)$;
- 2 - Inicialização de $\mathbf{d}_o, \mathbf{v}_o, \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n), \mathbf{f}_o$ e \mathbf{a}_o , onde $\mathbf{a}_o = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_o - \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{d}_o, \mathbf{v}_o))$;
- 3 - Determinação do parâmetro β e do incremento de tempo (Δt) apropriados, onde $\Delta t < \Delta t_{crítico}$, e cálculo das constantes de integração listadas abaixo.

$$\beta_1 = \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right)$$

$$\beta_2 = \Delta t^2 \beta$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{2} \Delta t$$

$$\gamma_2 = \frac{3}{2} \Delta t$$

B - PARA CADA PASSO DE TEMPO ($n = 0, 1, 2, \dots, N-1$):

- 1 - Cálculo da aceleração no tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$:
$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_n - \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n))$$
- 2 - Cálculo do deslocamento no tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$:
$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \beta_1 \mathbf{a}_n + \beta_2 \mathbf{a}_{n+1}$$
- 3 - Cálculo da velocidade no tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$:
$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \gamma_1 \mathbf{a}_n + \gamma_2 \mathbf{a}_{n+1}$$
- 4 - $n \leftarrow n + 1$, vai para o passo B-1.

Figura 3-1 – Algoritmo de Chung e Lee para problemas não-lineares.

O algoritmo de Chung e Lee [35] apresenta apenas um parâmetro livre, que é o parâmetro β . A partir de um estudo da estabilidade, precisão e convergência do algoritmo, foi definida a seguinte faixa de valores para utilização do parâmetro β :

$$1 \leq \beta \leq 28/27 \quad (3-19)$$

Os autores demonstraram que para o valor de $\beta=1$, as características do algoritmo apresentado se aproximam bastante do Método das Diferenças Centrais, que é um método sem dissipação numérica. E para valores de β próximos a $28/27$, o algoritmo proposto por Chung e Lee apresenta a maior dissipação numérica, sem que haja perda da estabilidade e sem um amortecimento significativo dos modos de baixa frequência [35].

Para aplicação deste e dos outros métodos de integração no tempo a serem apresentados é necessária a discretização espacial do domínio. Esta discretização permite a construção da

matriz de massa \mathbf{M} e do vetor de esforços internos não-lineares $\mathbf{F}_{int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n)$. Apenas a matriz de massa \mathbf{M} precisa ser diagonalizada para que o sistema seja desacoplado e que, portanto, as vantagens de se utilizar um método explícito possam ser levadas em consideração sem a necessidade da solução de um sistema de equações a cada passo de tempo.

De acordo com o algoritmo apresentado, para a determinação da aceleração em cada instante de tempo, é necessária a determinação da matriz de massa \mathbf{M} , do vetor de esforços internos $\mathbf{F}_{int}(\mathbf{d}_n, \mathbf{v}_n)$ e do vetor de forças externas \mathbf{f}_n . A metodologia utilizada para determinação de cada uma dessas grandezas será detalhada no Capítulo 4.

3.5.3 Método Explícito Generalizado- α - Algoritmo de Hulbert e Chung

A principal dificuldade no desenvolvimento de algoritmos com dissipação numérica é adicionar uma dissipação numérica na alta frequência sem introduzir um excessivo amortecimento em importantes modos de vibração de baixas frequências. Hulbert e Chung [36] propuseram um algoritmo que apresenta essa característica. Vários algoritmos implícitos com dissipação numérica foram desenvolvidos com esse objetivo, como por exemplo, o Método Wilson- θ [38], o HHT- α [42], o WBZ- α [43], dentre outros.

Em 1993, Hulbert e Chung [44] propuseram um método implícito de integração para problemas de dinâmica estrutural, denominado Método Implícito Generalizado- α que possui dissipação numérica controlável, onde o algoritmo dissipa numericamente a resposta nos modos de alta frequência, minimizando a dissipação nos modos de baixa frequência.

Em 1995, os mesmos autores desenvolveram um método explícito de integração com dissipação numérica ótima, denominado Método Explícito Generalizado- α (MEG- α) [36] que utiliza o mecanismo de predição e correção baseado no Método Implícito Generalizado- α . Assim como o Método Implícito Generalizado- α , o MEG- α foi concebido de forma que, para um dado valor de dissipação da alta frequência, a dissipação da baixa frequência fosse minimizada.

A Figura 3-2 mostra esquematicamente o algoritmo MEG- α :

1 - Predição para os valores dos deslocamentos e das velocidades no tempo t_{n+1} :

$$\mathbf{dp}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t_{n+1} \mathbf{v}_n + \Delta t_{n+1}^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}_n$$

$$\mathbf{vp}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \Delta t_{n+1} (1 - \lambda) \mathbf{a}_n$$

2 - Estima os valores dos deslocamentos e velocidades em $t_{n+1-\alpha_f}$:

$$\mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f) \mathbf{dp}_{n+1} + \alpha_f \mathbf{d}_n$$

$$\mathbf{v}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f) \mathbf{vp}_{n+1} + \alpha_f \mathbf{v}_n$$

2 - Aplica a equação de balanço para determinar $\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m}$:

$$\mathbf{M} \mathbf{a}_{n+1-\alpha_m} + \mathbf{C} \mathbf{v}_{n+1-\alpha_f} + \mathbf{K} \mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} = \mathbf{F}(t_{n+1-\alpha_f})$$

3 - A partir da aceleração $\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m}$ determina aceleração \mathbf{a}_{n+1}

$$\mathbf{a}_{n+1} = \frac{\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m} - \alpha_m \mathbf{a}_n}{(1 - \alpha_m)}$$

4 - Obtida a aceleração \mathbf{a}_{n+1} , faz-se a correção para os valores previstos para as velocidades e deslocamentos em t_{n+1}

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{dp}_{n+1} + \beta \Delta t_{n+1}^2 \mathbf{a}_{n+1}$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{vp}_{n+1} + \gamma \Delta t_{n+1} \mathbf{a}_{n+1}$$

Os parâmetros $\alpha_m, \alpha_f, \beta$ e λ são dados por:

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1}, \alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1}, \lambda = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \text{ e } \beta = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \lambda \right)^2$$

colocando α_m em função de ρ_p e ρ_s têm-se:

$$\alpha_m = \frac{2\rho_p \rho_s + \rho_p - 1}{(\rho_p + 1)(\rho_s + 1)}$$

Figura 3-2 – Método Explícito Generalizado- α com dissipação numérica ótima.

Em Hulbert e Chung [36] é apresentado um estudo detalhado sobre valores ótimos para todos os parâmetros ($\alpha_m, \alpha_f, \rho_p$ e ρ_s) a serem adotados, partindo de uma análise de precisão e do limite de estabilidade do algoritmo. Para todos os casos apresentados foram utilizados os valores: $\alpha_f = 0$, $\rho_p = \rho_s = 0,4$.

3.6 Medidas de Erro

3.6.1 Cálculo do Resíduo

Para avaliação da qualidade da resposta em uma análise dinâmica estrutural, uma medida de erro tradicionalmente utilizada, $e(t)$, é calculada a partir da força desequilibrada em cada instante de tempo, a partir da seguinte expressão:

$$e(t) = \frac{\|\mathbf{F}^{Ext} - \mathbf{F}^{Int} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|}{\|\mathbf{F}^{Ext}\|} \quad (3-20)$$

onde \mathbf{F}^{Ext} é o vetor de esforços externos atuantes, \mathbf{F}^{Int} é o vetor de esforços internos, \mathbf{M} é a matriz de massa e \mathbf{a} é o vetor das acelerações. Assume-se que $\|\mathbf{F}^{Ext}\| \neq \mathbf{0}$ no instante em que $e(t)$ é calculado. Esta medida de erro é também conhecida como resíduo, e assim será referenciada na seqüência desse trabalho. Em geral, para uma análise precisa, estima-se que um resíduo em torno de 1% seja aceitável [55].

3.6.2 Balanço de Energia

Na análise de problemas não-lineares de dinâmica com a utilização de algoritmos explícitos, é importante o cálculo do balanço de energia para auxiliar o processo de aferição da precisão e estabilidade do método. Idealmente, a energia do sistema no tempo t_{n+1} deve satisfazer a equação:

$$W_{n+1}^{Int} + T_{n+1} = W_{n+1}^{Ext} \quad (3-21)$$

onde W indica o trabalho e T a energia cinética. Fisicamente, a Equação (3-21), impõe que o trabalho das forças externas seja convertido em energia cinética e em energia armazenada elasticamente, ou dissipada por deformações plásticas [55].

O termo W_{n+1}^{Int} apresentado na Equação (3-21) representa a energia interna de deformação e pode ser obtido a partir da seguinte expressão:

$$W_{n+1}^{Int} = W_n^{Int} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{W}_n^{Int} dt \quad (3-22)$$

Observe-se que a derivada da energia interna de deformação com relação ao tempo, \dot{W}_n^{Int} , pode ser expressa como:

$$\dot{W}_n^{Int} = \dot{\mathbf{U}}_n^T \mathbf{F}_n^{Int} \quad (3-23)$$

onde $\dot{\mathbf{U}}_n^T$ é o vetor transposto de velocidades e \mathbf{F}_n^{Int} é o vetor de forças internas no instante t_n . Aproximando-se a integral da Equação (3-22) pela regra trapezoidal obtém-se:

$$W_{n+1}^{Int} = W_n^{Int} + \frac{\Delta t}{2} (\dot{\mathbf{U}}_n^T \mathbf{F}_n^{Int} + \dot{\mathbf{U}}_{n+1}^T \mathbf{F}_{n+1}^{Int}) \quad (3-24)$$

O trabalho das forças externas, W_{n+1}^{Ext} , pode ser expresso da seguinte forma:

$$W_{n+1}^{Ext} = W_n^{Ext} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}^{Ext} dt \quad (3-25)$$

A integral da Equação (3-25) também pode ser calculada pela regra trapezoidal, ou seja:

$$W_{n+1}^{Ext} = W_n^{Ext} + \frac{\Delta t}{2} (\dot{\mathbf{U}}_n^T \mathbf{F}_n^{Ext} + \dot{\mathbf{U}}_{n+1}^T \mathbf{F}_{n+1}^{Ext}) \quad (3-26)$$

Finalmente, a energia cinética, T , pode ser escrita na forma:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{U}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} \quad (3-27)$$

Para o cálculo do balanço de energia, a Equação (3-21) não é satisfeita exatamente e a qualidade da solução obtida pode ser medida a partir da relação:

$$e = \frac{W_n^{Int} + T_n - |W_n^{Ext}|}{W_n^{Int} + T_n + |W_n^{Ext}|} \quad (3-28)$$

onde o numerador representa a variação da energia total e o denominador representa a energia total do sistema. Uma solução pode ser considerada estável caso os valores calculados para e estejam dentro da seguinte faixa:

$$2\% \leq e \leq 5\% \quad (3-29)$$

Quando os valores de e estiverem fora desta faixa deverá ser feita uma análise mais criteriosa da solução obtida, uma vez que isto indica a obtenção de uma solução instável. Este parâmetro e o resíduo calculado a partir da Equação (3-21) serão tomados como referência para uma avaliação sobre a qualidade das soluções obtidas.

3.7 Comparação Entre os Algoritmos – Estudo de Caso

O exemplo analisado nesta seção é um caso clássico que pode ser encontrado em livros tradicionais de dinâmica estrutural e elementos finitos como Clough [57] e Cook [55]. Serão apresentados os resultados obtidos com os algoritmos implementados com o objetivo de ilustrar as diferenças obtidas na utilização de cada um deles. Trata-se de uma barra submetida a um pulso retangular, mostrada na Figura 3-3, cuja solução analítica é conhecida e seu equacionamento está apresentado em Clough [57].

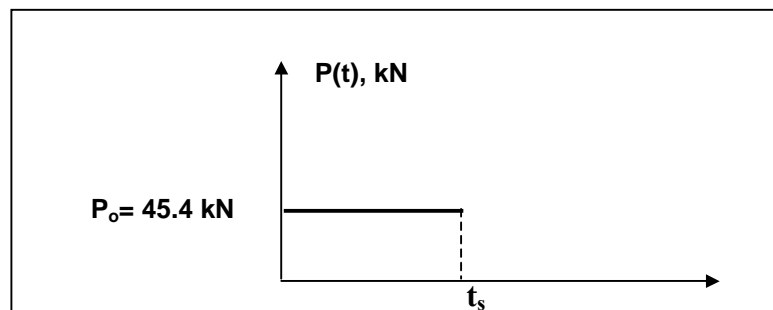


Figura 3-3 – Viga engastada submetida a um pulso retangular.

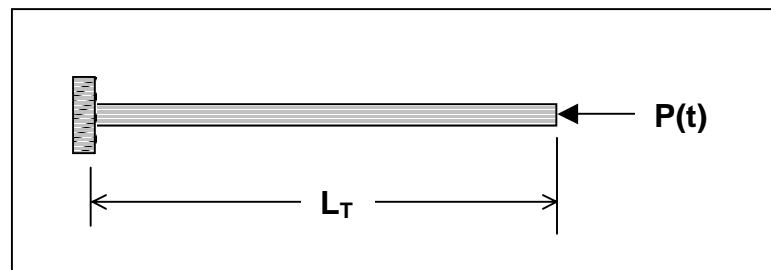


Figura 3-4 – Carga aplicada na extremidade da barra.

Considera-se uma barra com seção uniforme submetida ao carregamento mostrado na Figura 3-4. Não foi considerado amortecimento físico associado ao problema e a barra foi inicialmente subdividida em 40 elementos homogêneos. O comprimento total (L_T) da barra é de 0.508 m, o módulo de rigidez axial (EA) é $1.334 \cdot 10^8$ kN e a densidade do material (ρ) é 7908.00 kg/m^3 . Considerando-se um elemento de barra uniforme linear com massa concentrada nos nós e que todos os elementos são idênticos, a maior frequência (entre os elementos da malha gerada) pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$(\omega_{\max})_{\text{elem}} = \frac{2c}{L} \quad (3-30)$$

onde a velocidade de propagação da onda através do elemento (c) é dada por:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3-31)$$

Com esta velocidade (c) as informações trafegam ao longo do elemento. Desta forma, para que as informações não se propaguem por mais que um elemento por incremento de tempo, o Δt a ser utilizado deve atender a seguinte relação:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (3-32)$$

Substituindo-se a Equação (3-31) em (3-30) e depois em (3-32) obtém-se :

$$\Delta t \leq \frac{L}{c} \quad (3-33)$$

Esta relação garante uma integração estável para o caso linear elástico com a utilização do Método das Diferenças Centrais sem amortecimento. Para o problema em questão, onde a barra foi subdividida em 40 elementos, tem-se:

$$(\omega_{\max})_{elem} = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 8.0539 \times 10^5 \text{ rad / s} \quad (3-34)$$

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} = 2.483 \times 10^{-6} \text{ s} \quad (3-35)$$

Utilizando-se o valor de Δt , indicado na Equação (3-35), foi feita um simulação de 0.00002 segundos.

Numa análise inicial, foi utilizado o algoritmo de Chung e Lee. Foram estudados dois casos para os valores extremos do parâmetro livre β , sugeridos pelos autores. No primeiro caso, com $\beta = 1.0$, o algoritmo tem as mesmas características do Método das Diferenças Centrais, ou seja, não possui dissipação numérica. Em seguida, fez-se a mesma simulação com $\beta = 28/27$ e, com isso, introduziu-se uma dissipação numérica no algoritmo.

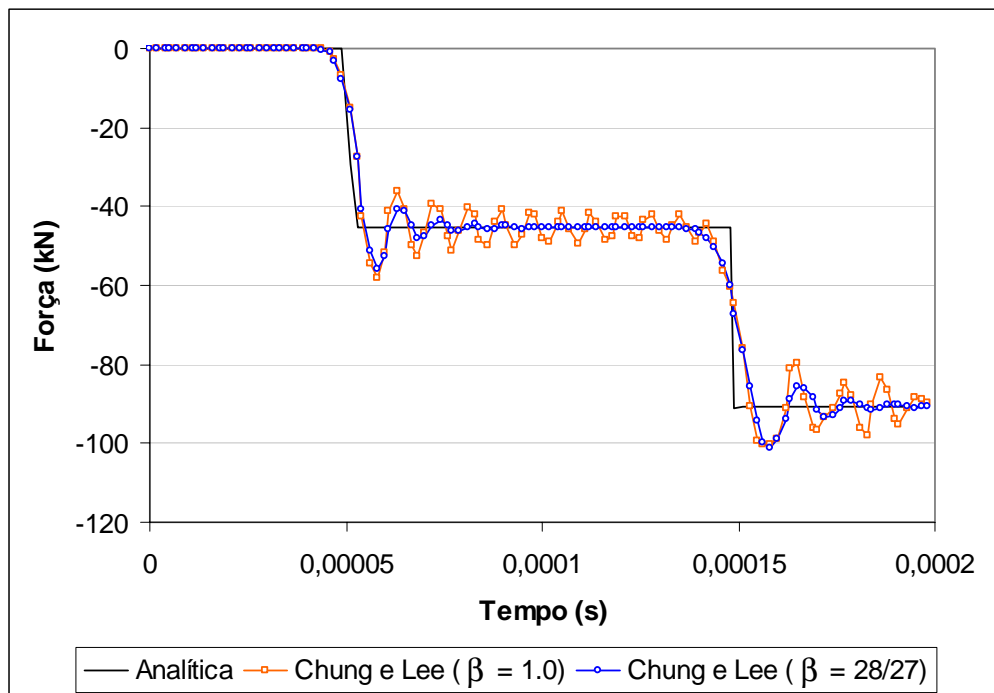


Figura 3-5 – Comparação das respostas obtidas para a força axial na barra em L/2.

O gráfico da Figura 3-5 mostra a variação da força axial em um elemento situado no ponto central da barra, ao longo da simulação. São mostrados os gráficos da resposta analítica e das respostas obtidas com o algoritmo de Chung e Lee para os valores de $\beta = 1.0$ e $\beta = 28/27$. Pode-se observar que a resposta obtida com $\beta = 1.0$ apresenta uma oscilação espúria em torno da resposta analítica. Conforme discutido anteriormente, esta oscilação é uma característica das soluções obtidas quando se utiliza o Método das Diferenças Centrais, uma vez que este algoritmo não possui dissipação numérica. Tais oscilações espúrias, também conhecidas como ruídos, são criadas pelos algoritmos de integração na passagem da onda através dos elementos e são movimentos de altas frequências que não são resolvidos com precisão.

Quando se faz uma análise dinâmica considerando-se um amortecimento físico, este amortecimento pode atenuar o aparecimento desses ruídos na resposta do problema, porém pode alterar substancialmente a resposta do problema. Uma proposta mais conveniente a ser adotada consiste na utilização de algoritmos com dissipação numérica.

O mesmo exemplo foi analisado utilizando o MEG- α que garante uma dissipação numérica ótima. O gráfico da Figura 3-6 mostra uma comparação entre as respostas obtidas com os dois casos extremos, ou seja, utilizando-se o algoritmo de Chung e Lee com $\beta = 1.0$, e utilizando o algoritmo o MEG- α . Pode-se notar que há uma redução considerável nas oscilações obtidas comparando-se as duas soluções e que o MEG- α converge rapidamente para a resposta analítica.

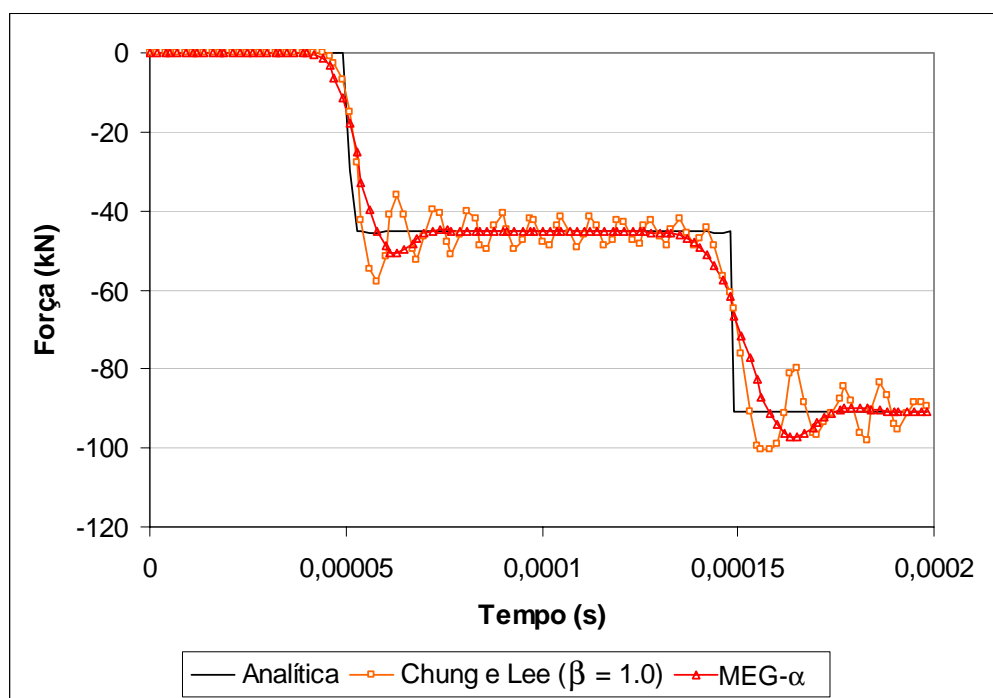


Figura 3-6 – Comparação entre o algoritmo de Chung e Lee com $\beta = 1.0$ e o MEG- α .

O gráfico da Figura 3-7 compara o algoritmo de Chung e Lee ótimo (com $\beta = 28/27$) com o MEG- α . Este gráfico mostra que a resposta obtida com o MEG- α é realmente mais estável, reduzindo-se consideravelmente o ruído na solução obtida.

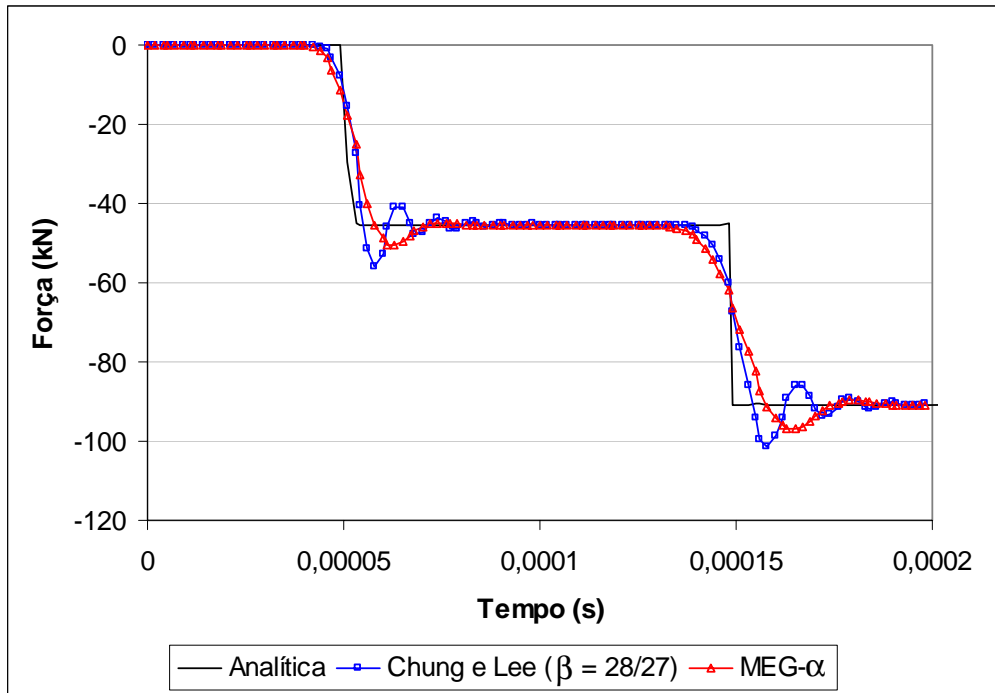


Figura 3-7 – Comparação entre o algoritmo de Chung e Lee com $\beta = 28/27$ e o MEG- α .

Para uma melhor avaliação da qualidade da resposta obtida com a utilização dos algoritmos implementados, mostra-se na Figura 3-8 um gráfico do resíduo (força desequilibrada) obtido a partir da aplicação da Equação (3-20) em função do tempo de simulação.

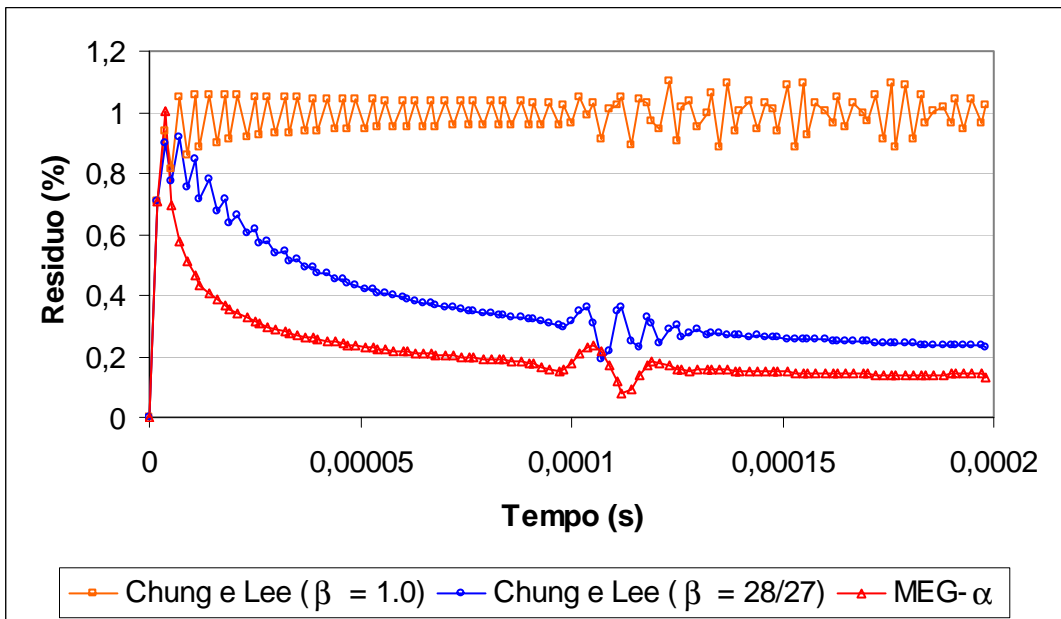


Figura 3-8 – Resíduo obtido a partir do cálculo da força desequilibrada.

A variação da energia total do sistema é uma outra grandeza que pode auxiliar na avaliação da qualidade da resposta obtida. O gráfico da Figura 3-9 mostra esta variação da energia total calculada a partir da Equação (3-21).

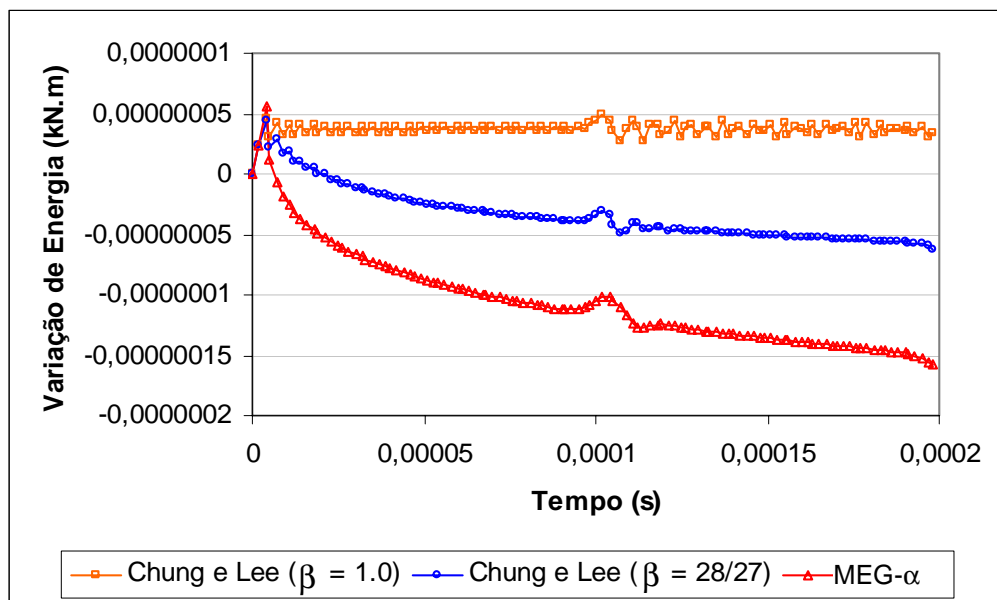


Figura 3-9 – Variação da energia total.

Apesar do valor muito pequeno obtido para a variação da energia, o gráfico da Figura 3-9 mostra que os algoritmos com dissipação numérica tendem a introduzir uma dissipação na energia total do sistema. Porém, neste e em todos os exemplos avaliados até então, esta dissipação é muito pequena, não afetando substancialmente a qualidade da resposta obtida. Em todos os casos analisados, foram calculados os erros obtidos em termos da variação da energia total do sistema, a partir da Equação (3-28), e ficou constatado que o valor do erro $e(t)$ calculado está sempre dentro ou próximos aos valores da faixa admissível ($2\% \leq e \leq 5\%$), conforme mostrado no gráfico da Figura 3-10.

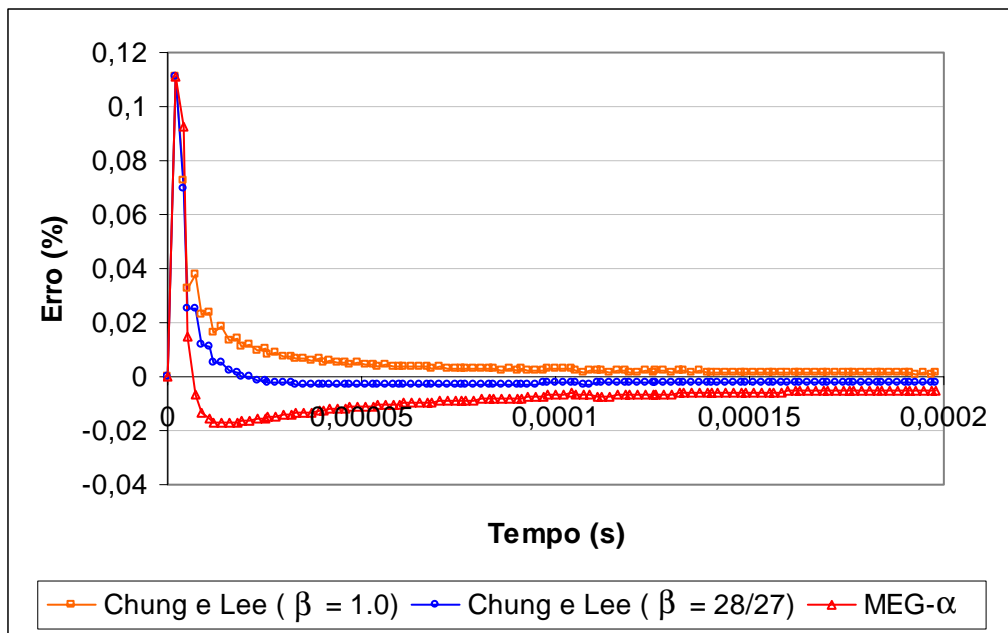


Figura 3-10 – Erro calculado a partir da variação da energia total.

O gráfico da Figura 3-11 mostra as acelerações obtidas para a extremidade da barra, utilizando-se os três algoritmos avaliados. As diferenças nas respostas obtidas ficam evidentes neste gráfico. No entanto, os deslocamentos obtidos são idênticos, conforme mostrado na Figura 3-12.

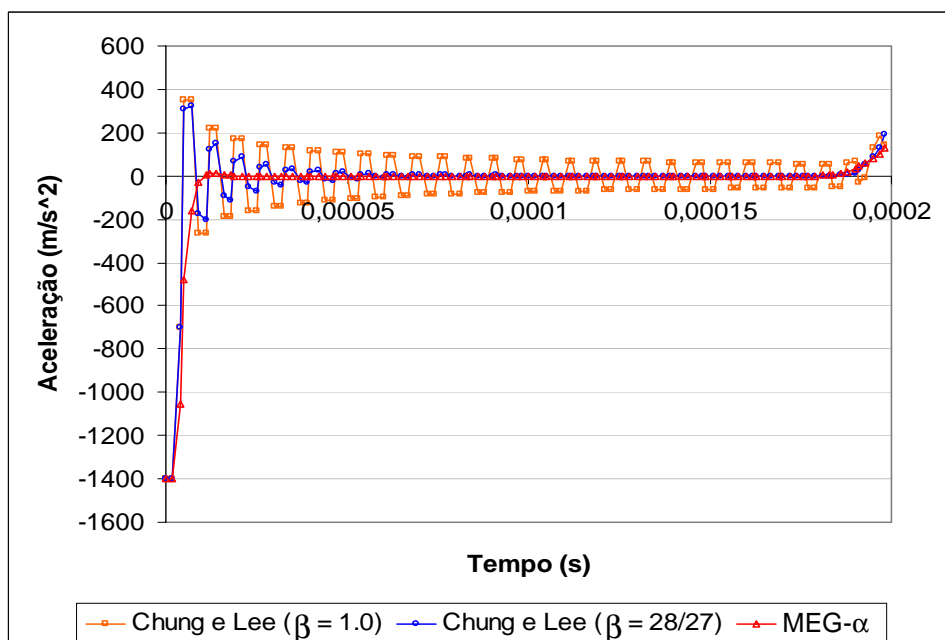


Figura 3-11 – Aceleração axial na extremidade da barra.

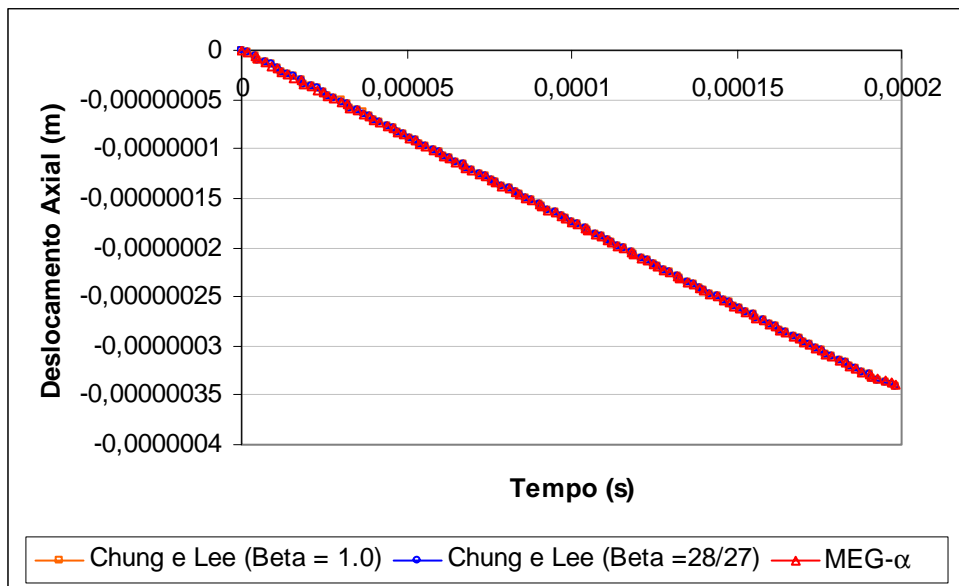


Figura 3-12 – Deslocamento axial na extremidade da barra.

Conforme mencionado anteriormente, um dos objetivos deste trabalho é desenvolver um sistema para ser utilizado, principalmente, na simulação das operações de instalação e lançamento das linhas de ancoragem e de *risers* flexíveis. Nessas operações são comuns as situações onde a estrutura é submetida a grandes discontinuidades nas condições de contorno. Nos instantes imediatamente posteriores à imposição dessas discontinuidades, há uma tendência de que sejam excitados os modos de alta frequência da estrutura gerando oscilações espúrias na solução do problema. Com isso, se não for utilizado um algoritmo com dissipação numérica capaz de reduzir o ruído na resposta obtida, fica muito difícil confiar na solução obtida uma vez que nestes instantes a solução pode apresentar um excessivo erro numérico.

Neste contexto, após uma comparação detalhada entre estes algoritmos, baseada na análise do exemplo mostrado e de alguns outros casos avaliados, optou-se pela utilização do Método Explícito Generalizado- α como base para o desenvolvimento deste trabalho, uma vez que este algoritmo dissipa de forma satisfatória o erro numérico gerado na solução do problema, sobretudo nos instantes em que a estrutura é submetida a grandes discontinuidades nas condições de contorno.

Capítulo 4

Modelagens Física e Numérica

Neste capítulo, serão apresentadas as metodologias utilizadas neste trabalho para as modelagens física e numérica. Alguns aspectos sobre a modelagem numérica do problema já foram apresentados nos capítulos anteriores, uma vez que, foram discutidos a metodologia utilizada para geração da malha inicial e os algoritmos de integração implementados. Também serão apresentados outros aspectos da modelagem numérica no sentido de acrescentar informações importantes sobre o assunto, como por exemplo, o modelo de massa concentrada adotado na discretização espacial. Numa segunda etapa será apresentada a metodologia adotada na modelagem física do problema. Esta modelagem física está relacionada com a forma com que os efeitos físicos associados ao problema de instalação de linhas de ancoragem foram considerados no desenvolvimento deste trabalho. Dentre estes efeitos físicos pode-se citar as forças de correnteza, de atrito e de restauração provenientes do contato (impacto) da estrutura com o solo, e a liberação brusca de uma restrição de apoio durante a simulação. A forma como foram considerados esses efeitos se baseou fortemente no caráter físico de cada um, especificamente. Foram utilizados interessantes conceitos de física básica na modelagem desses efeitos, como será mostrado no decorrer deste capítulo.

De acordo com a Equação (4-1), apresentada inicialmente no Capítulo 3, para determinação da variável básica admitida, no caso a aceleração ($\ddot{\mathbf{U}}$), são necessárias a determinação da matriz de massa (\mathbf{M}), dos esforços internos (\mathbf{F}_{Int}) e dos esforços externos (\mathbf{F}_{Ext}) atuantes sobre o sistema estrutural a ser analisado. Resumidamente, o objetivo deste capítulo é descrever a metodologia utilizada na determinação de cada um desses termos no desenvolvimento deste trabalho.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{F}_{Int}(\mathbf{U}(t), \dot{\mathbf{U}}(t)) = \mathbf{F}_{Ext}(t) \quad (4-1)$$

A metodologia que será apresentada neste capítulo para a determinação da matriz de massa, dos esforços internos e das forças externas independe do tipo de algoritmo de integração utilizado. Os algoritmos de integração implementados neste trabalho utilizam a aceleração

como variável básica e a obtenção de cada um dos termos da Equação (4-1) se faz necessária para a determinação dessas acelerações.

4.1 Histórico

Diversos trabalhos foram utilizados como referência no desenvolvimento da formulação apresentada. Ghadimi [54], em 1987, apresentou uma formulação utilizada no desenvolvimento de um sistema para análises estática e dinâmica de *risers* flexíveis. Neste sistema, são utilizados um modelo de massa concentrada para discretização espacial e uma formulação simplificada para consideração das solicitações atuantes neste tipo de estrutura, como as forças de onda e de corrente. Considera-se ainda, não-linearidade geométrica, utilizando-se elementos de treliça com uma formulação simplificada para aproximação da rigidez à flexão com o uso deste tipo de elemento.

Um outro trabalho interessante que aborda aspectos sobre a modelagem física e numérica deste tipo de problema foi publicado em 1989 por O'Brien e McNamara [60]. Nesse trabalho foi utilizado um elemento finito de viga-coluna e foram apresentadas formulações para cálculo automático do incremento de tempo utilizado e para a consideração das forças de contato entre a estrutura e o solo. Outros importantes trabalhos na área que foram publicados por esses autores podem ser encontrados nas referências [54] e [59].

4.2 Modelagens Física e Numérica da Matriz de Massa e dos Esforços Internos

O desenho esquemático do modelo adotado é ilustrado na Figura 4-1. Neste modelo a estrutura é subdividida em um número finito de elementos. Cada elemento é considerado como sistema mola-amortecedor, com a massa do elemento concentrada nos nós do elemento. Cada nó tem três graus de liberdade descritos pelos deslocamentos nas direções X, Y e Z. Tem-se então seis graus de liberdade por elemento. Uma das vantagens de se utilizar um elemento de treliça na implementação deste modelo, além da simplicidade na sua formulação, está no número reduzido de graus de liberdade por nó. Uma consequência direta deste reduzido número de graus de liberdade por nó está no menor custo computacional requerido.

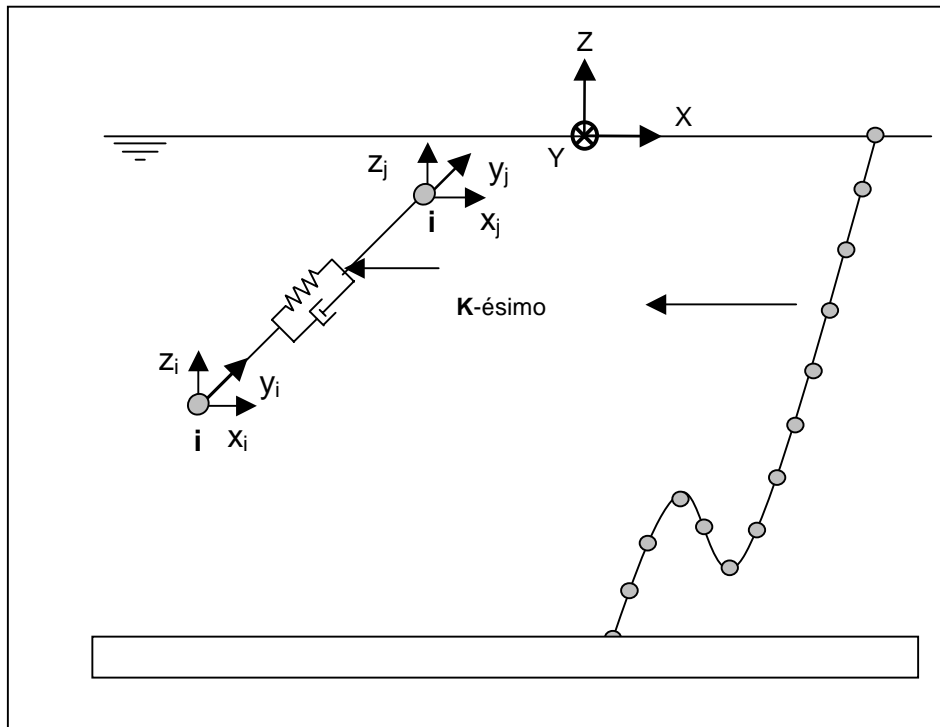


Figura 4-1 – Modelo de massa concentrada tridimensional adotado.

O sistema de coordenadas global utilizado está posicionado na superfície da água, referenciados pelos eixos X, Y e Z tal como mostrado na Figura 4-1. Quando se utiliza o Método dos Elementos Finitos para discretização do modelo, são utilizadas funções de interpolação para gerar o campo de deslocamentos sobre um determinado elemento a partir dos deslocamentos nodais calculados. Em geral, essas funções de interpolação são utilizadas também para a determinação do vetor de carregamento e das matrizes de rigidez e de massa do modelo. Quando este procedimento é adotado, o vetor de carregamento nodal e a matriz de massa são ditas consistentes.

Um outro modelo bastante simples e que vem sendo utilizado há muitos anos é o modelo de massa concentrada, conhecido na literatura técnica como *lumped mass model* [54]. Existem algumas considerações a serem feitas com relação ao melhor modelo a ser utilizado para uma determinada aplicação. Estas considerações podem ser encontradas em [55],[56] e [57]. Quando se utiliza o modelo de massa concentrada a matriz de massa obtida é diagonal. A diagonalização da matriz de massa apresenta uma vantagem evidente que é a redução considerável do número de operações para obtenção da solução das equações de equilíbrio. Com objetivo de tirar partido desta vantagem e considerando que esta simplificação é válida

para o tipo de aplicação que este trabalho se propõe a resolver, optou-se pela utilização do modelo de massa concentrada. Este modelo tem sido adotado com frequência no desenvolvimento de aplicações similares como a publicada no trabalho de Ghadimi [54].

A Figura 4-2 mostra esquematicamente o elemento finito utilizado bem como o sistema de coordenadas local utilizado. Todos os deslocamentos são medidos em relação ao sistema global (X, Y e Z).

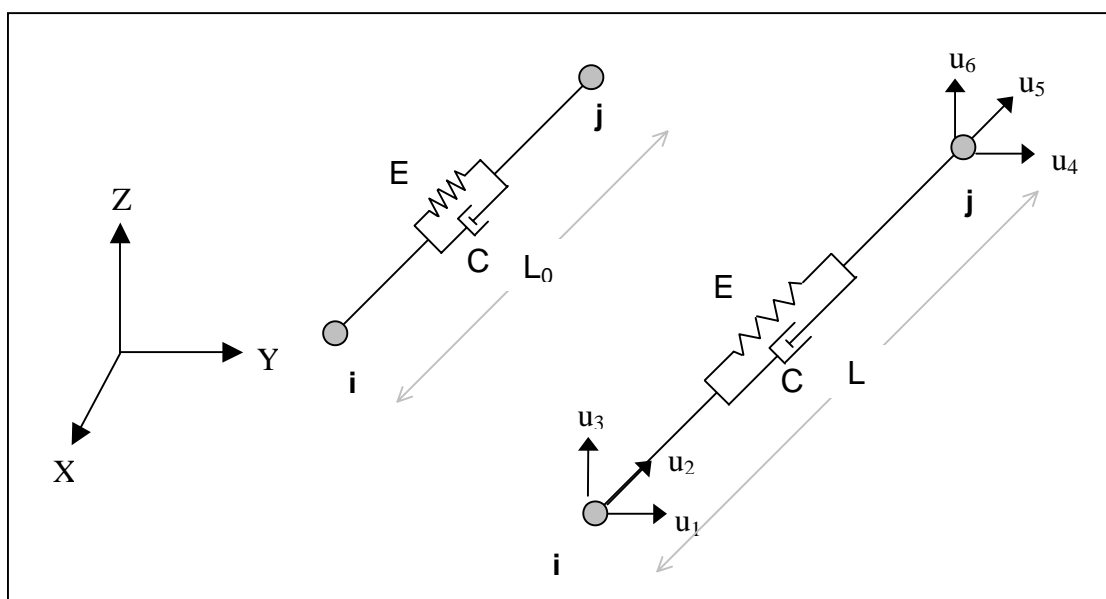


Figura 4-2 – Sistema de coordenadas e elemento finito adotado.

4.3 Matrizes de Massa e de Amortecimento

De acordo com o que foi apresentado no Capítulo 3, só se justifica a utilização de um algoritmo explícito se a matriz de massa utilizada for diagonal, uma vez que, com a matriz de massa diagonal a resolução do sistema de equações se reduz a uma simples operação de divisão. Este fato provoca uma diminuição no custo computacional por instante de tempo, compensando, de certa forma, o tamanho do incremento de tempo que precisa ser utilizado para se obter a convergência em um algoritmo explícito.

Considerando o elemento de treliça adotado, mostrado na Figura 4-2, o mecanismo utilizado para transferência da massa do elemento para os nós é extremamente simples e consiste na transferência direta de metade da massa de cada elemento para os seus respectivos nós.

Na prática, é muito difícil, senão impossível, a determinação da matriz de amortecimento para um modelo de elementos finitos, uma vez que as propriedades associadas ao amortecimento são dependentes da frequência. Por esta razão, a matriz de amortecimento, em geral, é construída utilizando as matrizes de massa e de rigidez dos elementos. O amortecimento de Rayleigh [12] tem sido freqüentemente utilizado e foi também adotado no desenvolvimento deste trabalho.

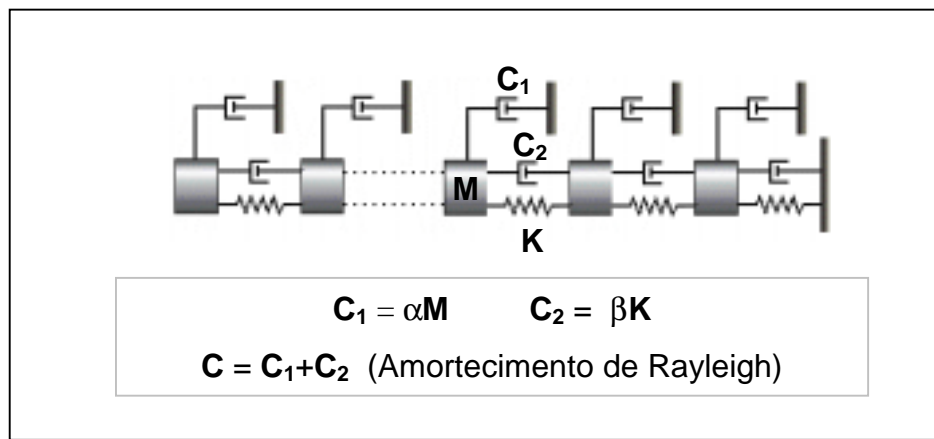


Figura 4-3 – Amortecimento de Rayleigh.

A matriz de amortecimento de Rayleigh é calculada a partir da expressão:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (4-2)$$

onde α e β são as constantes de proporcionalidade de Rayleigh. Os coeficientes α e β são determinados a partir de dois valores de percentagem do amortecimento crítico e correspondente a dois modos de vibração com frequências distintas [57]. A Figura 4-4 ilustra o modelo esquemático que, em geral, é adotado na consideração do modelo de massa concentrada e do amortecimento. Devido às características do algoritmo a matriz de rigidez não é montada e utiliza-se apenas a primeira parcela da Equação (4-2). Este é um procedimento comum quando se utiliza um algoritmo explícito para integração no tempo [58].

São ilustrados na Figura 4-4 todos os efeitos externos e esforços internos considerados no desenvolvimento deste trabalho.

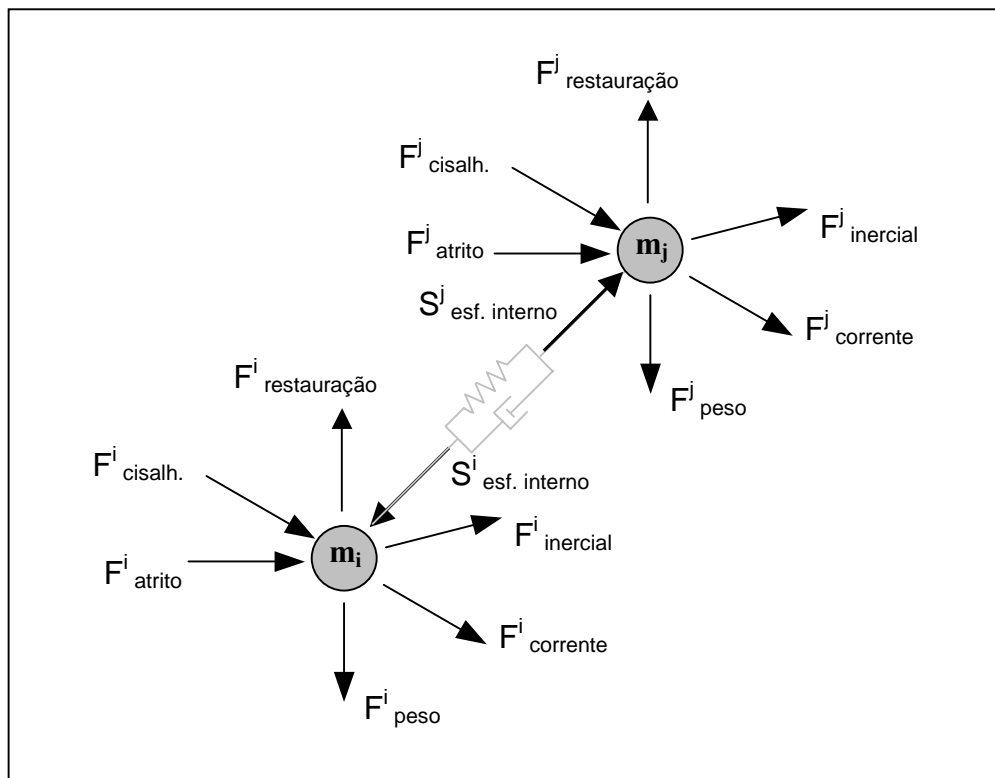


Figura 4-4 – Esforços atuantes sobre as massas concentradas.

Conforme mencionado anteriormente, o objetivo deste capítulo é apresentar a metodologia utilizada na construção de cada um dos termos da Equação (4-1), para determinação das acelerações em cada instante. Foi apresentada nesta seção a metodologia utilizada na construção da matriz de massa, e a seguir serão apresentadas as metodologias utilizadas na determinação de cada um dos efeitos e esforços mostrados na Figura 4-4. As próximas seções deste capítulo apresentarão a formulação utilizada para consideração das seguintes grandezas:

- Esforços internos ($F_{esf.interno}$)
- Força peso (F_{peso})
- Força de correnteza ($F_{corrente}$)
- Força de atrito (F_{atrito})
- Força de restauração ($F_{restauração}$)
- Força de cisalhamento ($F_{cisalhante}$)
- Força inercial ($F_{inercial}$)

Além disso, serão mostrados também outros tipos de condições de contorno considerados, como forças, velocidades e deslocamentos prescritos, restrições de apoio e funções do tipo rampa para a consideração gradativa dos efeitos atuantes sobre a estrutura de forma a minimizar os problemas de estabilidade e convergência do algoritmo de integração.

4.3.1 Esforços Internos

Conforme mencionado no Capítulo 3, o vetor de esforços internos é composto por duas parcelas. A primeira inclui os efeitos das forças elásticas e a segunda parcela inclui os efeitos das forças de amortecimento, como mostra a Equação (4-3).

$$\mathbf{F}_{Int}(\mathbf{U}(t), \dot{\mathbf{U}}(t)) = \mathbf{F}_{Int.Elásticas}(\mathbf{U}(t)) + \mathbf{F}_{Int.Amortecimento}(\dot{\mathbf{U}}(t)) \quad (4-3)$$

Desta forma, o passo inicial para determinação dos esforços internos não-lineares considerados é o cálculo das forças elásticas. A formulação adotada para o cálculo dessas forças parte da relação linear tensão-deformação dada pela equação:

$$\boldsymbol{\sigma}^k = E^k \boldsymbol{\varepsilon}^k \quad (4-4)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}^k$ é o vetor de tensões, E^k é o módulo de elasticidade do material e $\boldsymbol{\varepsilon}^k$ é o vetor de deformações no k -ésimo elemento.

As tensões $\boldsymbol{\sigma}^k$ e as deformações $\boldsymbol{\varepsilon}^k$ no elemento são calculadas considerando-se um regime de grandes deslocamentos e pequenas deformações. Sendo assim, as deformações de cada elemento podem ser obtidas a partir de seu alongamento com uso da relação:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^k = \left(\frac{L^k - L_o^k}{L_o^k} \right) \mathbf{e} \quad (4-5)$$

onde L_o^k é o comprimento inicial e L^k é o comprimento deformado do elemento no instante t , e \mathbf{e} é o vetor unitário nas direções X, Y e Z.

A força $\mathbf{F}_{Int.elásticas}^k$ no k -ésimo elemento pode ser obtida através da equação:

$$\mathbf{F}_{Int.elásticas}^k = \boldsymbol{\sigma}^k A^k \quad (4-6)$$

onde A^k é a área da seção transversal do k -ésimo elemento.

Substituindo-se as Equações (4-5) em (4-4) e em seguida na Equação (4-6) obtém-se:

$$\mathbf{F}_{Int.elásticas}^k = E^k A^k \frac{(L^k - L_o^k)}{L_o^k} \mathbf{e} \quad (4-7)$$

onde o comprimento final L^k , correspondente à configuração deformada em um determinado instante, é obtido considerando-se os valores dos deslocamentos nodais (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 e u_6) (vide Figura 4-2), ou seja:

$$L^k = \sqrt{[(x_j + u_4) - (x_i + u_1)]^2 + [(y_j + u_5) - (y_i + u_2)]^2 + [(z_j + u_6) - (z_i + u_3)]^2} \quad (4-8)$$

A parcela correspondente aos esforços internos de amortecimento pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$\mathbf{F}_{Int.amortecimento}^k = \mathbf{C} \mathbf{v}^k \quad (4-9)$$

onde \mathbf{v} é o vetor velocidade e \mathbf{C} é a matriz de amortecimento de Rayleigh determinada a partir da Equação (4-2). O vetor velocidade é composto por seis elementos que armazenam as velocidades nas direções X, Y e Z de cada um dos nós dos elementos finitos.

De posse das Equações (4-7) e (4-9) tem-se definido o vetor de esforços internos por elemento, através da soma das duas equações:

$$\mathbf{F}_{Int.}^k = E^k A^k \frac{(L^k - L_o^k)}{L_o^k} \mathbf{e} + \mathbf{C} \mathbf{v}^k \quad (4-10)$$

4.4 Modelagens Física e Numérica dos Efeitos Externos

4.4.1 Força Peso

A força peso é computada no vetor de forças externas levando-se em consideração que a massa do elemento é transferida para os nós. Vale salientar que, em geral, são conhecidos o peso no ar e o peso na água dos elementos. Sendo assim, para que a força peso seja considerada observa-se a posição do nó no espaço tridimensional e caso ele esteja submerso, a força peso é computada levando em consideração o peso na água (que já considera o valor do empuxo). Caso o nó esteja fora da água considera-se o peso no ar.

4.4.2 Forças de Corrente

Para análise de estruturas *offshore* é muito importante a consideração das forças hidrodinâmicas que atuam sobre o sistema estrutural. Estas forças são provenientes da interação fluido-estrutura e são resultantes das ações de ondas, corrente, empuxo e da própria resistência do fluido ao movimento da estrutura.

Neste trabalho foram levadas em consideração as ações de corrente, empuxo e da resistência do fluido ao movimento da estrutura. Em geral, para modelagem destas forças hidrodinâmicas sobre linhas e *risers* flexíveis é utilizada a formulação de Morison [59], que é fortemente baseada em trabalhos empíricos. Esta formulação é utilizada em grande parte dos trabalhos publicados na área [5], [7], [8] e [54].

A equação de Morison é a expressão mais comumente utilizada para o cálculo das forças de arrasto e de inércia em estruturas reticuladas, sujeitas à ação de ondas e de correntes e pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{f}_m = \frac{1}{2} C_{dt} \rho_w D \dot{\mathbf{U}}_m \left| \dot{\mathbf{U}}_m \right| + \frac{1}{2} C_{dl} \rho_w D \dot{\mathbf{U}}_{rt} \left| \dot{\mathbf{U}}_{rt} \right| + \rho_w \frac{\pi D^2}{4} C_m \ddot{\mathbf{U}}_{wn} - \rho_w \frac{\pi D^2}{4} (C_m - 1) \ddot{\mathbf{U}}_{pn} \quad (4-11)$$

onde C_{dt} e C_{dl} são os coeficientes de arrasto transversal e longitudinal, respectivamente, C_m é o coeficiente de inércia, ρ_w é densidade do fluido, D é o diâmetro hidrodinâmico da estrutura, $\dot{\mathbf{U}}_m$ é a velocidade relativa entre o fluido e a estrutura na direção normal ao membro estrutural, $\dot{\mathbf{U}}_{rt}$ é a velocidade relativa entre o fluido e a estrutura na direção tangencial ao membro estrutural, $\ddot{\mathbf{U}}_{wn}$ é a aceleração do fluido projetada na direção normal ao membro estrutural e $\ddot{\mathbf{U}}_{pn}$ é a aceleração da estrutura na direção normal.

Conforme mostrado na Equação (4-11), a equação de Morison é composta por quatro parcelas: as duas primeiras parcelas introduzem as forças de arrasto, que dependem simplesmente da velocidade relativa fluido-estrutura, e as outras duas parcelas introduzem as forças inerciais atuantes na estrutura, as quais apresentam-se subdivididas em duas parcelas: a primeira parcela é proporcional a aceleração de uma partícula do fluido normal à estrutura e a

segunda parcela que leva em consideração a modificação do escoamento do fluido causada pela presença da estrutura.

Para o cálculo das forças provenientes da corrente atuante sobre os membros estruturais, deve ser conhecido o campo de velocidades do fluido em movimento. Este campo de velocidades é utilizado para obtenção da velocidade relativa entre o fluido e a estrutura. Com a aplicação da primeira parcela da Equação (4-10) estas velocidades são transformadas em forças atuantes sobre os elementos da estrutura. Este campo de velocidades é fornecido na forma de um perfil de corrente, de forma que em determinados pontos ao longo da profundidade são fornecidos os vetores velocidade da partícula em cada um desses pontos.

Para utilização da Equação (4-11), além do campo de velocidades devem ser conhecidos os valores correspondentes a densidade do fluido, diâmetro hidrodinâmico do elemento e coeficientes de arrasto. Os coeficientes de arrasto (C_{dt}) e (C_{dl}) e de inércia (C_m) são empíricos e existem algumas recomendações para os critérios a serem utilizados na determinação destes valores [61].

Definidos os parâmetros da equação de Morison, o procedimento utilizado para o cálculo das forças de correntes atuantes no elemento para posterior adição no vetor de forças externas é o seguinte:

1. Conhecido o vetor velocidade nos nós i e j do elemento (vide Figura 4-5), esses valores são interpolados linearmente ao longo do elemento, para se determinar o vetor velocidade em qualquer ponto ao longo deste elemento.
2. Dado o campo de velocidades do fluido, em pontos discretos, é feita uma interpolação linear para determinação da velocidade do fluido ao longo da profundidade;
3. De posse dos vetores velocidades do fluido e da estrutura, é possível determinar a velocidade relativa fluido-estrutura em qualquer ponto do elemento.
4. Para uma melhor aproximação dos valores das forças de corrente atuantes em cada elemento é feita uma subdivisão no elemento (vide Figura 4-5) e estas forças são calculadas em cada uma destas subdivisões. Em seguida os valores calculados são transferidos proporcionalmente para os nós i e j do elemento, como mostra a Figura 4-5.

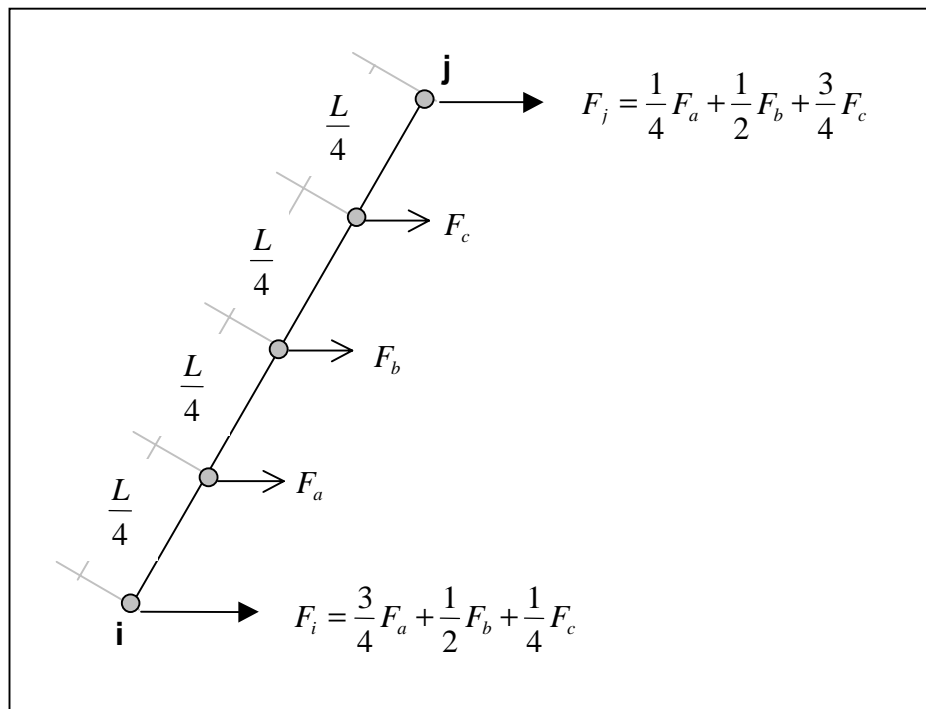


Figura 4-5 – Distribuição das forças de corrente para os nós do elemento.

Este procedimento foi adotado para o cálculo das duas primeiras parcelas da Equação (4-11). A terceira parcela que depende da aceleração do fluido foi desprezada, uma vez que se considerou um perfil constante de velocidade do fluido e não foram consideradas as forças hidrodinâmicas proveniente da ação das ondas. Para o cálculo da quarta parcela, que depende da aceleração da estrutura, o procedimento foi semelhante ao apresentado, interpolando-se a aceleração em pontos ao longo do elemento, a partir das acelerações nodais calculadas. A distribuição dessas forças foi feita utilizando a mesma metodologia utilizada no cálculo das duas primeiras parcelas. Transferidos para os nós do elemento, os efeitos das forças de corrente são adicionados diretamente no vetor de forças externas atuantes na estrutura.

4.4.3 Forças de Interação Estrutura-Solo

Na interação entre a estrutura e o fundo do mar, surgem forças que devem ser consideradas no tratamento do tipo de problema em questão. São consideradas neste trabalho as forças de atrito existente entre a estrutura e o solo e as forças de restauração decorrente do impacto entre eles.

4.4.4 Forças de Atrito

A formulação que foi adotada para consideração das forças de atrito utiliza conceitos da Física básica e aplica os princípios do atrito de Coulomb. Os efeitos do atrito sobre a estrutura são obtidos nó a nó da discretização, verificando-se a posição de cada nó no espaço. Caso o nó esteja em contato com o fundo, é realizado o seguinte procedimento sobre este nó:

1. São determinadas as componentes da força resultante, somando-se todas as forças atuantes sobre ele, nas direções normal e paralela ao plano de fundo através da equação:

$$\mathbf{r}_n = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (4-12)$$

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r} - \mathbf{r}_n \quad (4-13)$$

onde \mathbf{r}_n e \mathbf{r}_p são as componentes da força resultante no nó nas direções normal e paralela ao plano de fundo, respectivamente, \mathbf{r} é o vetor força resultante atuante no nó e \mathbf{n} é o vetor normal ao plano de fundo, conforme ilustrado na Figura 4-6.

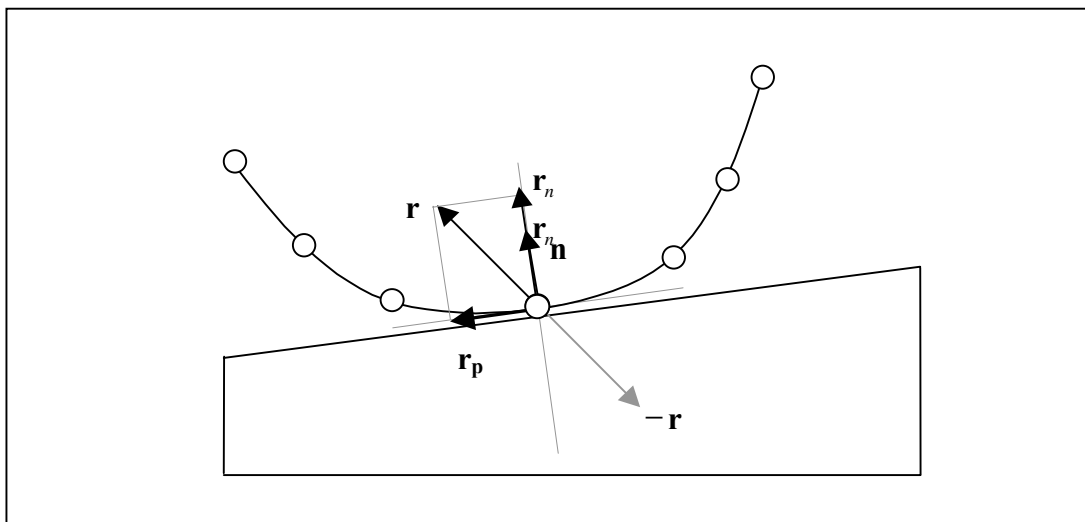


Figura 4-6 – Força de reação que o solo exerce sobre a estrutura.

2. De posse do vetor \mathbf{r}_n , o módulo da força de atrito pode ser calculado por meio da equação:

$$|\mathbf{f}_{\text{atrito}}| = \mu |\mathbf{r}_n| \quad (4-14)$$

onde \mathbf{f}_{atrito} é o vetor força de atrito que se deseja determinar e μ é o coeficiente de atrito entre o fundo do mar e a estrutura.

3. Definido o módulo da força de atrito, o passo seguinte é a determinação da direção desta força. Como a força de atrito sempre se opõe ao movimento, esta força tem a mesma direção do vetor velocidade projetado na direção paralela ao fundo e sentido contrário a este vetor (vide Figura 4-7). Sendo assim, deve-se determinar então a projeção do vetor velocidade na direção da normal a partir da equação:

$$\mathbf{v}_n = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (4-15)$$

onde \mathbf{v}_n é a componente da velocidade resultante no nó na direção normal ao plano de fundo, \mathbf{v} é o vetor força resultante atuante no nó e \mathbf{n} é o vetor normal ao plano de fundo.

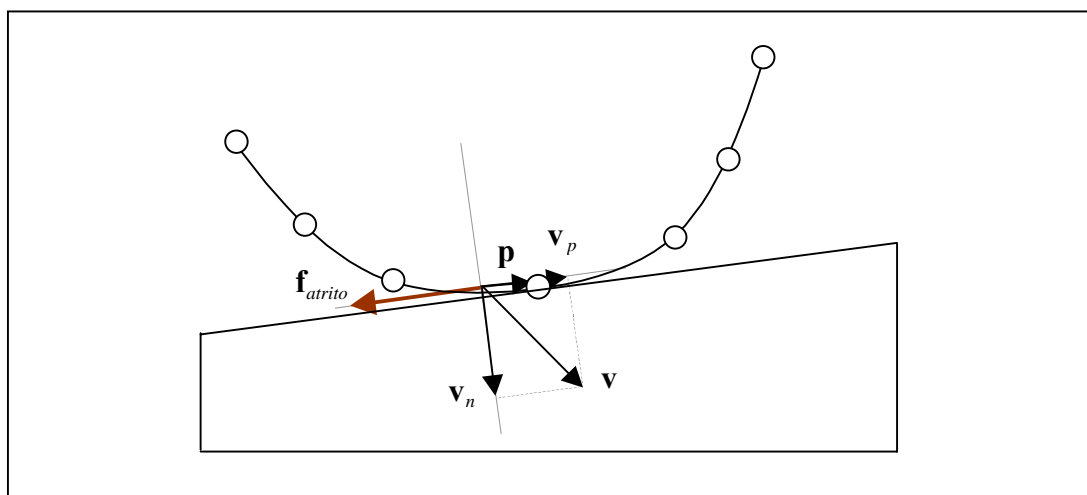


Figura 4-7 – Vetores velocidade e força de atrito atuantes em um nó da discretização.

O vetor velocidade pode ser decomposto em dois vetores, sendo um paralelo (\mathbf{v}_p) e o outro perpendicular (\mathbf{v}_n) ao plano de fundo, ou seja:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_n + \mathbf{v}_p \quad (4-16)$$

Conhecidos os vetores \mathbf{v} e \mathbf{v}_n , fica determinado então o vetor velocidade na direção paralela ao plano de fundo (\mathbf{v}_p) a partir da Equação (4-16). Como o vetor força de atrito \mathbf{f}_{atrito} tem a mesma direção e sentido oposto ao vetor \mathbf{v}_p e como o módulo da força de atrito já é conhecido, então o vetor força de atrito fica determinado a partir da equação:

$$\mathbf{f}_{atrito} = |\mathbf{f}_{atrito}| \mathbf{p} \quad (4-17)$$

onde \mathbf{p} é o vetor unitário na direção da força de atrito, que pode ser determinado a partir da relação:

$$\mathbf{p} = -\frac{\mathbf{v}_p}{|\mathbf{v}_p|} \quad (4-18)$$

O sinal negativo na Equação (4-18) indica que a força de atrito deve ter sentido contrário ao vetor \mathbf{p} .

O coeficiente de atrito (μ) da Equação (4-14), pode ser um coeficiente de atrito estático (μ_e) ou dinâmico (μ_d). Para se diferenciar os casos de atrito estático e dinâmico de um determinado nó em contato com o plano de fundo, o primeiro passo consiste em verificar se o nó está ou não em movimento. Esta verificação é feita através do módulo vetor velocidade (v). Caso este valor não seja nulo trata-se efetivamente de um atrito dinâmico. Porém, se o módulo do vetor velocidade for nulo, faz-se uma consideração adicional para verificar se existe ou não uma situação de atrito. Caso o módulo da força resultante que atua sobre o nó na direção da força de atrito seja maior que o módulo da força de atrito, então existe uma força de atrito estático atuando sobre o nó e esta força é adicionada ao vetor de forças externas. Caso não haja movimento e o módulo da força resultante que atua na mesma direção da força de atrito seja menor que o módulo da força de atrito, não faz sentido a adição da força de atrito ao vetor de forças externas.

4.4.5 Forças Restauradoras de Contato – Interação Solo-Estrutura

Quando a estrutura atinge o fundo do mar ela exerce forças sobre o solo, que por sua vez exerce força de reação sobre a estrutura. A ação destas forças é levada em consideração no sistema apresentado e seu efeito é também adicionado no vetor de forças externas atuantes sobre a estrutura.

Neste trabalho, optou-se pela implementação de uma formulação que levasse em consideração dos coeficientes de rigidez e de amortecimento do solo, reproduzindo, de uma maneira mais realística a interação solo-estrutura. O modelo para representação do solo utilizado trata o fundo do mar como um sistema dinâmico simplificado como mostra a Figura 4-8,

considerando-o como um conjunto de molas e amortecedores associados, onde as molas têm rigidez (K_s) e os amortecedores um coeficiente de amortecimento (C_s).

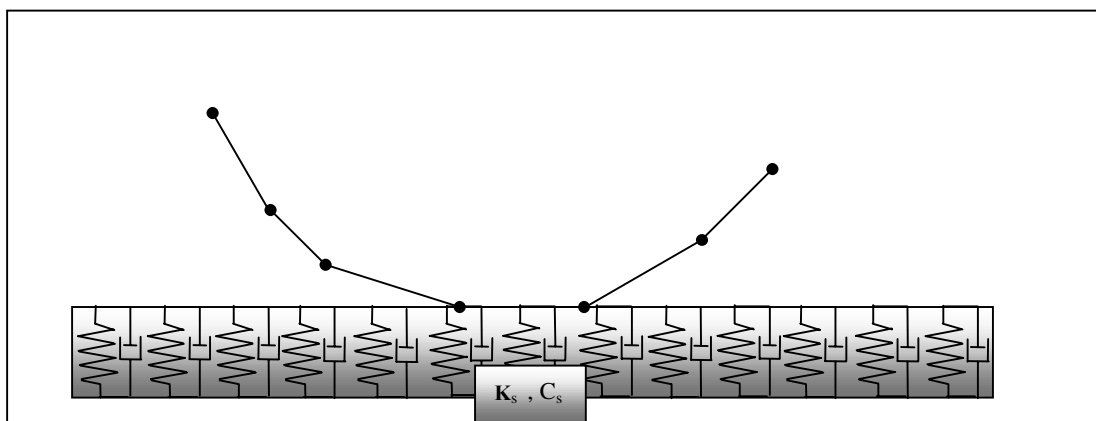


Figura 4-8 – Modelagem do fundo do mar como uma base elástica.

Assim como no caso da força de atrito, a força de contato com o solo f_{solo} , dada pela Equação (4-19), é calculada nó a nó da discretização, verificando-se a posição de cada um no espaço. Caso o nó esteja tocando o plano de fundo, adota-se o seguinte procedimento:

$$f_{solo} = K_s \delta + C_s V \quad (4-19)$$

onde f_{solo} é a força de reação que o solo exerce sobre a linha, K_s é a rigidez do solo, δ é a penetração do nó no solo, C_s é o amortecimento do solo e V é a velocidade do nó.

Calcula-se a penetração (δ) do nó no fundo do mar para determinação da força exercida pelo solo sobre a estrutura que é a primeira parcela da Equação (4-19), representada pelo termo $K_s \delta$. A segunda parcela desta equação ($C_s V$) é calculada multiplicando-se o amortecimento do solo pela velocidade do nó na direção normal ao plano de fundo.

Estas forças são consideradas apenas quando o nó estiver penetrando o solo, ou seja, se a velocidade do nó na direção Z for negativa. Caso o nó esteja se movimentando no sentido contrário ao de penetração (velocidade na direção Z positiva) não faz sentido a consideração destas forças.

4.4.6 Cálculo dos Momentos Fletores Aproximados

Com o objetivo de diminuir o número de graus de liberdade e pela simplicidade de sua formulação utilizou-se, inicialmente, um elemento de treliça espacial na implementação deste trabalho. Como os resultados obtidos foram satisfatórios, optou-se pela manutenção deste tipo de elemento. Obviamente este tipo de elemento só tem graus de liberdade à translação e com isso não é levada em consideração a rigidez à flexão.

Este trabalho, originalmente, foi desenvolvido apenas para tratar problemas de linhas de ancoragem. No entanto, com os bons resultados obtidos e com a simplicidade da formulação adotada, surgiu a idéia de se expandir sua aplicação para *risers* flexíveis. O primeiro passo dado na direção dessa expansão foi a implementação de um elemento de treliça que levasse em consideração a rigidez à flexão de uma maneira aproximada, sem o aumentar o número de graus de liberdade por elemento. Com esse objetivo foi implementada uma formulação bastante simples, baseada no trabalho de Ghadimi [54]. Esta formulação será apresentada nesta seção.

O método proposto por Ghadimi considera uma aproximação a ser feita de forma a permitir a consideração de momentos fletores, transformados em forças cisalhantes, neste tipo de elemento.

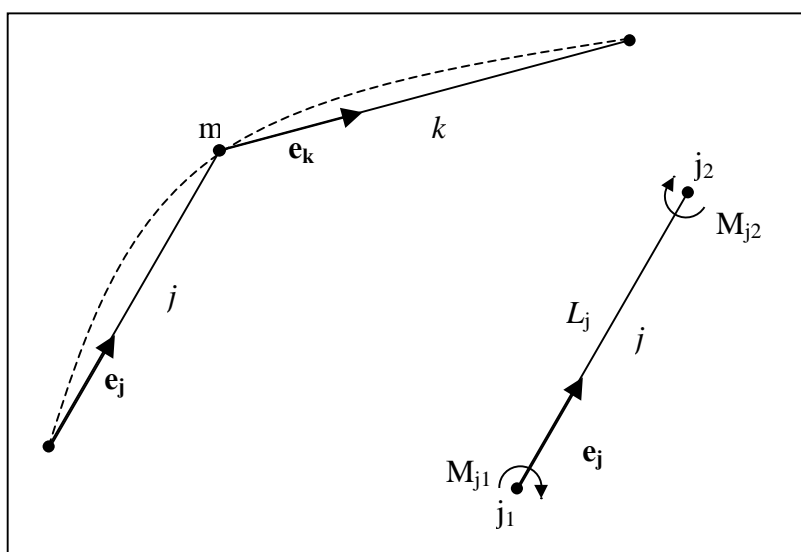


Figura 4-9 – Curvatura e momentos fletores.

Tomando como referência a Figura 4-9, o momento fletor no nó m , adjacente aos elementos j e k , obtido a partir da teoria de vigas é:

$$\mathbf{M}_m = (EI)R_m \mathbf{b}_m \quad (4-20)$$

onde EI é a rigidez à flexão do *riser*, R_m é a curvatura estimada a partir do ângulo entre os elementos adjacentes, j e k , definida a partir da relação:

$$R_m = \frac{2|\mathbf{e}_k - \mathbf{e}_j|}{L_k + L_j} \quad (4-21)$$

O vetor unitário binormal \mathbf{b}_m é dado por:

$$\mathbf{b}_m = \mathbf{e}_{kj} \times \mathbf{n} \quad (4-22)$$

onde \mathbf{e}_{kj} é o vetor unitário tangente no nó m aproximado pela relação:

$$\mathbf{e}_{kj} = \frac{L_k \mathbf{e}_j + L_j \mathbf{e}_k}{L_k + L_j} \quad (4-23)$$

onde \mathbf{e}_k e \mathbf{e}_j são os vetores unitários na direção do eixos dos elementos k e j , respectivamente. O vetor normal unitário é dado por:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{e}_k - \mathbf{e}_j}{|\mathbf{e}_k - \mathbf{e}_j|} \quad (4-24)$$

Substituindo as Equações (4-21) e (4-22) em (4-20) obtém-se:

$$\mathbf{M}_m = \frac{(EI)R_m}{(L_j + L_k)} \quad (4-25)$$

Definido o momento fletor, o esforço cisalhante no elemento j pode ser obtido a partir da variação do momento fletor ao longo do elemento, a partir da equação:

$$\mathbf{Q}_m = \frac{\mathbf{e}_j \times (\mathbf{M}_{j2} - \mathbf{M}_{j1})}{L_j} \quad (4-26)$$

Para ilustrar a aplicação desta formulação foi analisado um caso simples de um pêndulo discretizado em dois elementos, conforme mostrado na Figura 4-10.

As Figuras 4-11(a) e 4-11(b) ilustram, respectivamente, o comportamento do pêndulo sem considerar a rigidez à flexão e considerando esta rigidez à flexão de maneira aproximada utilizando a formulação apresentada. Observa-se que os ângulos entre os dois elementos

considerados para o caso mostrado na Figura 4-11(a) são maiores que os mostrados na Figura 4-11(b).

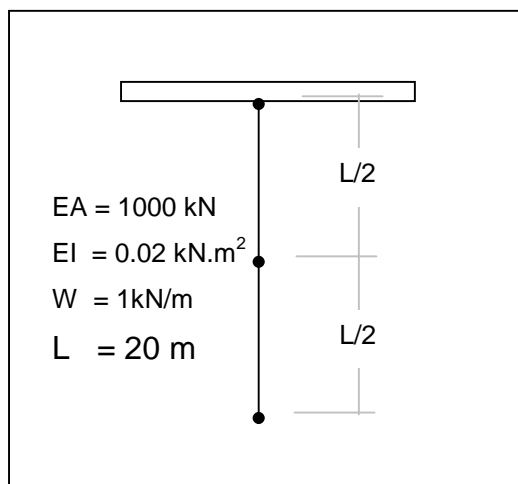


Figura 4-10 – Pêndulo simples avaliado.

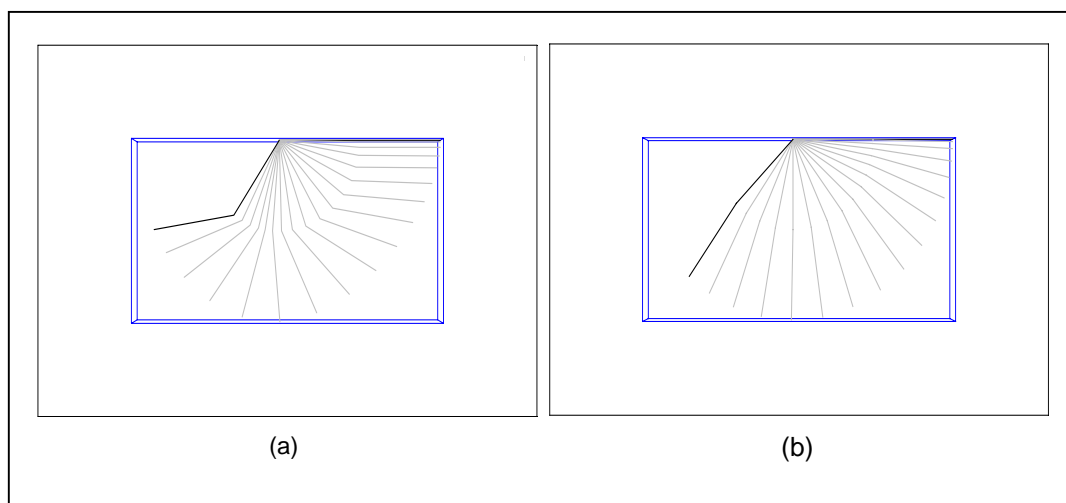


Figura 4-11 – Movimento do pêndulo simples para os dois casos considerados.

(a) Sem rigidez à flexão e (b) Com rigidez à flexão.

Este exemplo ilustra que a aproximação implementada produz os resultados esperados. No entanto, na prática, o modelo só funciona em casos com a rigidez à flexão muito baixa. Quando esta rigidez assume valores maiores as forças transversais aos elementos (binários) introduzem uma instabilidade numérica ao modelo. Conclui-se, então, que para modelar *risers* é necessária a implementação de outros tipos de elemento capazes de representar adequadamente os efeitos da rigidez à flexão associados a este tipo de estrutura.

4.4.7 Força Inercial

A força inercial atuante sobre cada massa concentrada, representada por $\mathbf{F}_{\text{inercial}}$ na Figura 4-4, é calculada a partir da Equação (4-27), que nada mais é do que a aplicação da Equação (4-1).

$$\mathbf{F}_{\text{inercial}} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}(t) \quad (4-27)$$

onde $\ddot{\mathbf{U}}(t)$ é a aceleração calculada, a cada instante, que garante o equilíbrio dinâmico a cada passo de tempo.

4.4.8 Forças, Deslocamentos e Velocidades Prescritos

Além das forças apresentadas nas seções anteriores, outros efeitos podem ser impostos sobre a estrutura a ser analisada, tais como forças aplicadas estáticas, forças dinâmicas, velocidades e deslocamentos prescritos. A aplicação de forças prescritas é o tipo de carregamento mais simples considerado, pois não requer nenhum tipo de manipulação para sua adição ao vetor de forças externas. Tanto as forças, quanto deslocamentos e velocidades podem ser fornecidos através de uma tabela de pontos (grandeza vs. tempo) ou definidos através do uso de funções harmônicas descrevendo o comportamento de uma dessas grandezas.

Caso sejam aplicados deslocamentos prescritos, o cálculo das acelerações e velocidades não é feito através das equações apresentadas no Capítulo 3, uma vez que o deslocamento já é previamente conhecido. De posse da história dos deslocamentos no tempo, as acelerações e velocidades dos nós são obtidas através da aplicação das seguintes equações de diferenças finitas centrais:

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = \frac{\mathbf{U}(t + \Delta t) - \mathbf{U}(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (4-28)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}(t) = \frac{\mathbf{U}(t - \Delta t) - 2\mathbf{U}(t) + \mathbf{U}(t + \Delta t)}{\Delta t^2} \quad (4-29)$$

4.4.9 Restrições de Apoio

A restrição de apoio na verdade é um caso particular de deslocamento prescrito com valor nulo. No entanto, abriu-se esta seção para falar sobre este assunto especificamente, uma vez

que interessantes aplicações do sistema desenvolvido estão diretamente ligadas a este tipo de condição de contorno.

Este tipo de condição de contorno, que é corriqueira em análise estrutural, é a restrição ao movimento de alguns pontos da estrutura. Um diferencial da aplicação desenvolvida neste trabalho, com relação à análise estrutural tradicional, está na consideração da variação dessas restrições durante a simulação.

Esta funcionalidade permite que um determinado ponto da estrutura possa ter seus movimentos restringidos durante um determinado tempo de simulação e a partir deste tempo ele possa ter seus movimentos liberados, por exemplo.

4.4.10 Funções Rampa para Cargas Estáticas e Dinâmicas

Um mecanismo muito utilizado em problemas de análise dinâmica estrutural para evitar problemas de convergência e estabilidade, além de evitar transientes numéricos longos, é a aplicação gradual das cargas externas, ou deslocamentos prescritos que atuam sobre a estrutura. Esta aplicação gradual é feita utilizando-se funções denominadas funções rampa.

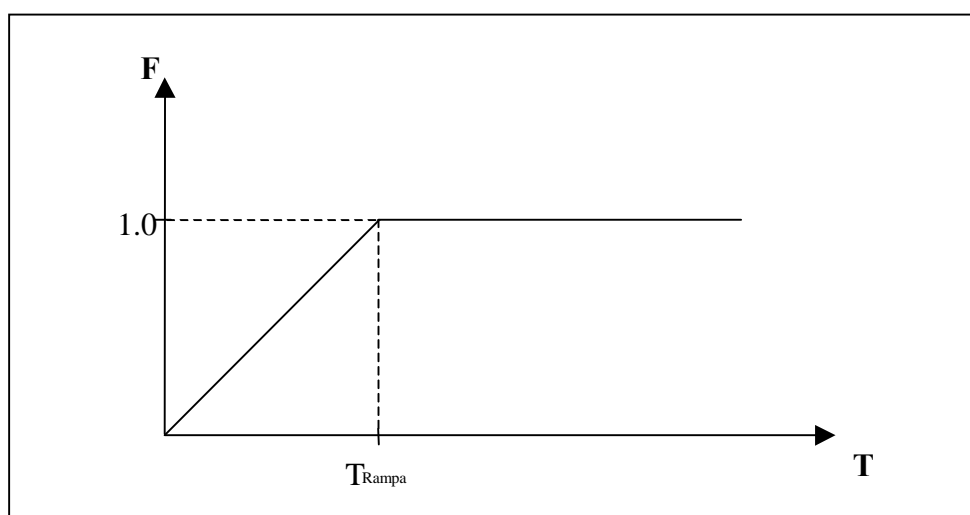


Figura 4-12 – Exemplo de função rampa linear.

As funções rampas consideradas na implementação deste trabalho podem ser lineares, como mostra a Figura 4-12, ou uma função harmônica. A aplicação de funções harmônicas nestes casos pode trazer alguns benefícios como a redução do tempo em regime transiente após a

aplicação integral da carga, como mostram as Figuras 4-13 e 4-14. Se aplicarmos uma função linear como função rampa, a taxa de aplicação da carga sofre uma grande variação e isto pode ocasionar o aparecimento de um transiente numérico quando essa taxa muda abruptamente. Os gráficos das Figuras 4-13 e 4-14 mostram o valor da força no topo de uma barra vertical engastada no topo e submetida apenas ao seu peso próprio. A aplicação de uma função rampa linear e de uma função rampa co-senoidal aplicada sobre o peso próprio da estrutura. Observa-se que o regime transiente obtido após a aplicação integral da carga é bem mais curto com a aplicação da função rampa senoidal, uma vez que neste tipo de função a taxa de variação da carga aplicada é mais suave.

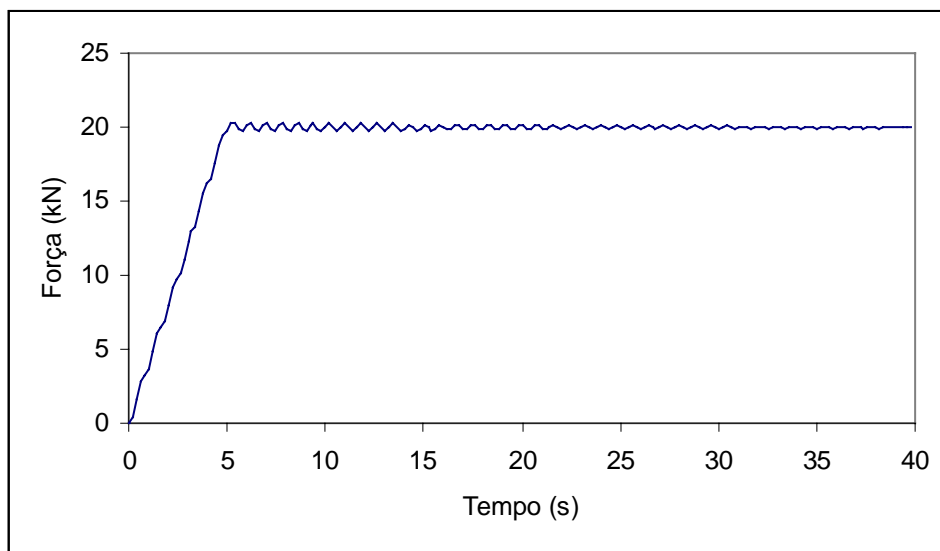


Figura 4-13 – Aplicação de uma função rampa linear.

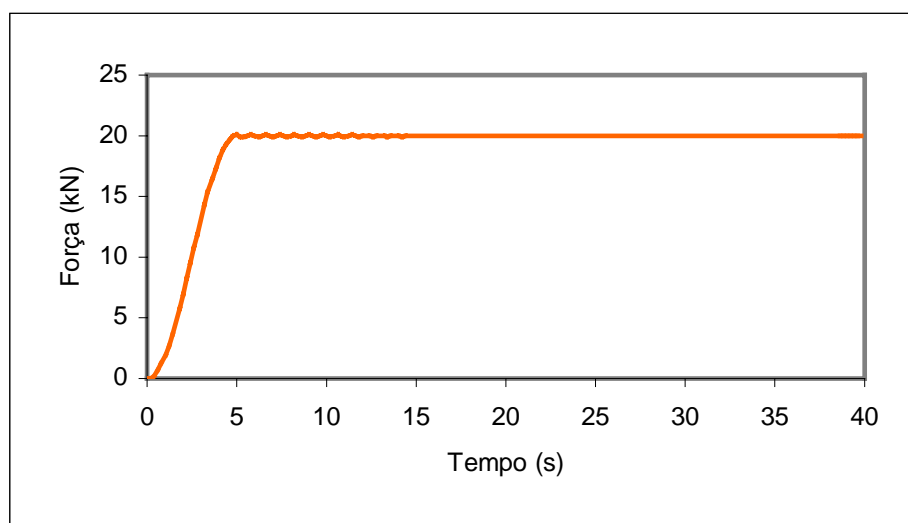


Figura 4-14 – Aplicação de uma função rampa senoidal.

Capítulo 5

Adaptação no Tempo e Subciclagem

Conforme apresentado no capítulo 3 deste trabalho, existe uma série de vantagens e desvantagens associadas à utilização de um método explícito na integração numérica no tempo de um sistema de equações diferenciais. Dentre as principais vantagens apontadas estão a simplicidade na implementação e sua aplicabilidade com sucesso em problemas de propagação de onda. Entretanto, como desvantagem, os métodos explícitos apresentam o fato de serem condicionalmente estáveis, exigindo a utilização de um incremento de tempo menor do que um determinado valor crítico. A utilização de um incremento de tempo muito pequeno para convergência dos algoritmos explícitos é a principal causa de seu fraco desempenho computacional e que muitas vezes inviabiliza a sua utilização, sobretudo em problemas de longa duração.

Este capítulo aborda dois temas: adaptação no tempo e subciclagem, que estão diretamente relacionados ao incremento de tempo a ser adotado na utilização de um algoritmo de integração e que podem minimizar os efeitos decorrentes da necessidade de se utilizar baixos incrementos de tempo no processo de integração numérica.

5.1 Apresentação dos Problemas e Soluções

Diversos procedimentos, adotados com frequência no desenvolvimento e na utilização de programas para análise dinâmica estrutural, interferem diretamente no desempenho computacional dos algoritmos explícitos. Um deles, diz respeito à escolha de um determinado incremento de tempo (Δt) no início da simulação e a utilização deste mesmo incremento de tempo durante toda a análise. Uma outra situação frequente é a utilização de um mesmo incremento de tempo para todos os trechos da malha de elementos finitos gerada, independentemente da discretização adotada e das características dos materiais utilizados.

A escolha de um incremento de tempo no início da simulação, que, em geral, é feita com base na experiência do analista pode não só afetar o desempenho computacional do algoritmo, como também a qualidade da resposta obtida. No caso particular de se utilizar algoritmos

explícitos, como estes algoritmos têm o incremento de tempo controlado pela estabilidade do método, é necessária a utilização de um incremento de tempo máximo com o qual o algoritmo possa convergir para a solução.

Este problema se torna ainda mais importante na solução de problema onde existam grandes variações nas condições de contorno e na geometria da estrutura (grandes deslocamentos). Nessas situações, a resposta obtida também sofre grandes variações e a utilização de um processo adaptativo para o incremento de tempo seria indicada tanto sob o aspecto da eficiência computacional quanto para a obtenção de respostas mais precisas. Em problemas transientes e não-lineares é comum a obtenção de grandes variações nas soluções do problema e, portanto, para estes problemas a busca de um incremento de tempo ótimo se torna ainda mais importante. Para minimizar esses problemas são utilizados procedimentos adaptativos para cálculo automático do incremento de tempo que, em geral, se baseiam nas soluções obtidas nos passos anteriores. Este procedimento pode refinar ou aumentar automaticamente o incremento de tempo, sempre buscando um valor otimizado, levando-se em consideração a precisão e a estabilidade do método.

O segundo aspecto a ser discutido diz respeito à utilização de um único incremento de tempo para todo o domínio a ser analisado, independentemente das características do modelo. O valor crítico para o incremento de tempo requerido por um algoritmo explícito é função da velocidade de propagação de onda no elemento finito. Este valor crítico pode ser definido em função da máxima frequência natural do elemento, que por sua vez é função do tamanho dos elementos e das propriedades dos materiais. Sendo assim, quando se têm malhas que apresentam elementos com grandes diferenças de tamanho e/ou propriedades dos materiais a situação se torna ainda mais crítica, uma vez que os elementos com frequências naturais mais altas podem impor a utilização de um incremento de tempo muito pequeno para todo o domínio, aumentando consideravelmente o custo da análise.

Uma boa solução para este problema é a utilização de múltiplos incrementos de tempo para uma mesma malha de elementos finitos. Este mecanismo é conhecido na literatura técnica como subciclagem. Em linhas gerais, no mecanismo de subciclagem a malha é particionada em subdomínios que são integrados com diferentes incrementos de tempo, de forma que cada subdomínio possa ser integrado com o incremento de tempo determinado pelas frequências

naturais dos seus elementos. Isso evita que um determinado trecho da malha possa ditar o incremento de tempo a ser utilizado por toda a malha. A Figura 5-1 mostra algumas situações típicas em que se justifica ou não a utilização do procedimento de subciclagem numa análise dinâmica estrutural. A Figura 5-1(a) apresenta uma barra em que a malha gerada é uniforme, com elementos de mesmo comprimento e mesmo material utilizado ao longo de toda a barra. Neste caso, os incrementos de tempo exigidos pelos algoritmos de integração para quaisquer subdomínios seriam idênticos e com isso não se justificaria a aplicação da subciclagem. Os demais casos mostrados na Figura 5-1 são casos em que a aplicação do procedimento de subciclagem pode representar uma melhoria no desempenho computacional dos algoritmos explícitos.

Na Figura 5-1(b) a malha é uniforme com elementos de mesmo comprimento, no entanto as propriedades dos materiais utilizados são diferentes e isto pode impor a utilização de um incremento de tempo bem menor em um dos subdomínios da malha. Em uma análise convencional esta situação obrigaria que o menor incremento de tempo crítico fosse utilizado para toda a malha de elementos finitos o que poderia implicar num custo computacional muito alto. Na Figura 5-1(c) é mostrado um caso em que as propriedades dos materiais são idênticas, porém a malha é irregular, sendo mais refinada na região próxima ao engaste. Neste caso a diferença entre os incrementos de tempo dos diferentes subdomínios seria imposta pela diferença entre o tamanho dos elementos e mais uma vez o procedimento de subciclagem poderia significar uma melhoria no desempenho computacional. Finalmente, na Figura 5-1(d), tem-se um caso extremo onde a malha não é uniforme, com elementos de tamanhos diferentes e materiais com propriedades diferentes. Neste caso, a tendência é que a diferença entre os incrementos de tempo críticos exigidos por cada subdomínio seja ainda maior, aumentando a importância da aplicação da subciclagem.

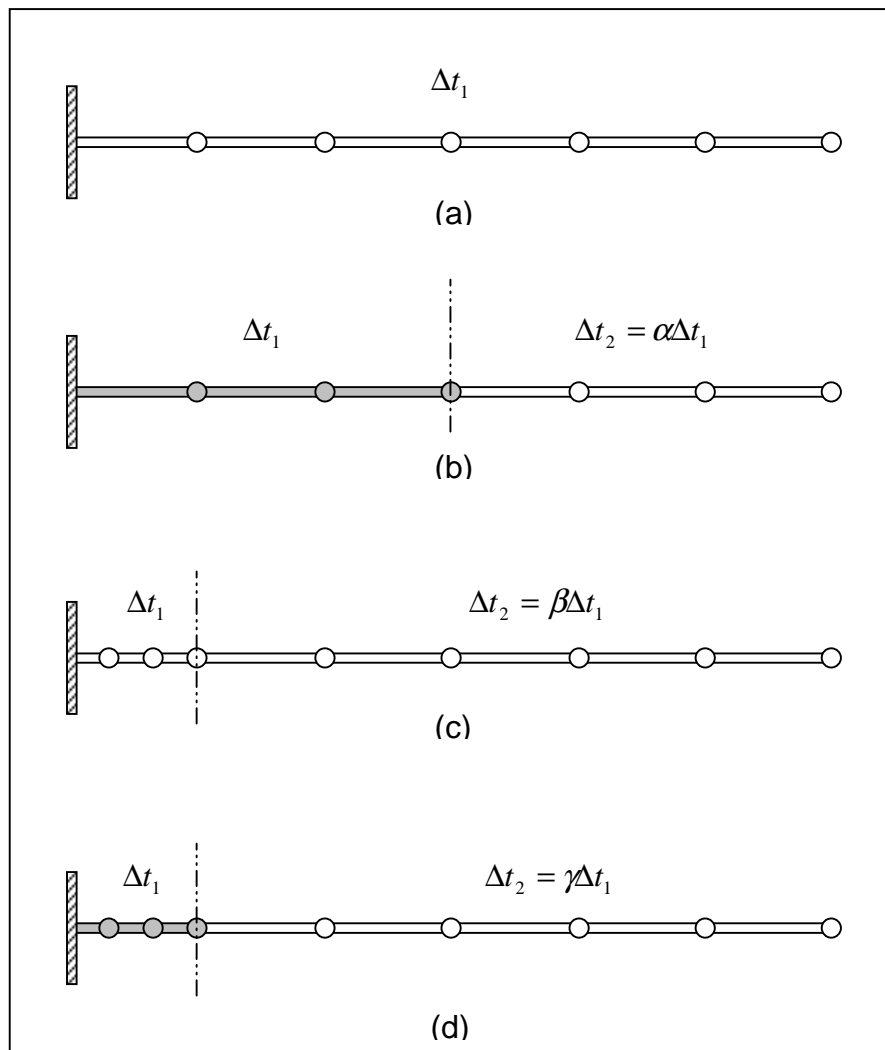


Figura 5-1 – Casos típicos para aplicação do mecanismo de subclicagem.

Uma situação típica, que ressalta a relevância da implementação deste mecanismo dentro do sistema para análise de linhas de ancoragem que foi desenvolvido neste trabalho, é ilustrada na Figura 5-2. A linha de ancoragem é composta por três trechos, e em cada um deles é utilizado um material diferente. Suponha-se que a situação ideal neste caso seja a utilização de uma linha de poliéster na maior parte da linha de ancoragem por ser um material mais leve. No entanto, devido à presença de irregularidades no fundo, seria necessária a colocação de um trecho com um material mais resistente ao atrito com o fundo, neste caso uma amarra com um comprimento suficiente para vencer os obstáculos situados no fundo do mar. Em geral, esses trechos são muito pequenos quando comparados com o comprimento total da linha. É utilizado também, um material diferente no topo da linha para fixação da mesma ao navio ou plataforma. Sendo assim, tem-se uma linha de ancoragem composta por três trechos de

tamanhos diferentes e com materiais diferentes. Claramente a utilização da subciclagem neste tipo de problema poderia trazer uma melhoria significativa no desempenho computacional de um programa que se proponha a simular este tipo de estrutura. Situações similares são corriqueiras na composição de linhas de ancoragem e isto foi a principal motivação do estudo e aplicação da subciclagem neste trabalho.

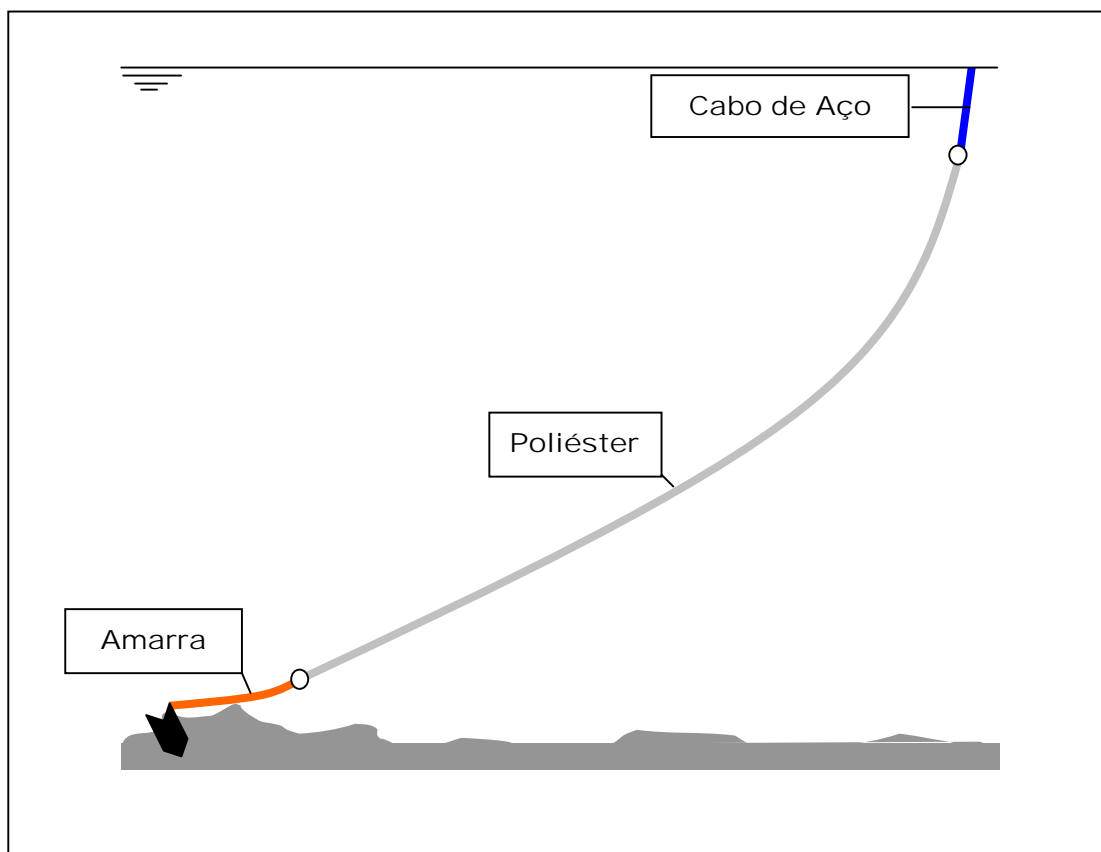


Figura 5-2 – Linha de ancoragem composta por trechos com materiais diferentes.

Considerando-se a importância dos processos adaptativos e de subciclagem, no contexto deste trabalho, este capítulo foi subdividido em três seções. Nas duas seções iniciais são apresentados breves resumos históricos sobre os processos adaptativos temporais e de subciclagem, respectivamente. Além disso, são apresentadas as formulações e metodologias adotadas, implementadas e testadas no desenvolvimento deste trabalho. Também são mostrados exemplos de aplicação de cada um dos mecanismos visando ilustrar as vantagens em utilizá-los na análise de um problema dinâmico. Na terceira e última seção deste capítulo será proposta uma metodologia capaz de permitir que os mecanismos de cálculo automático

do incremento de tempo e de subciclagem sejam utilizados simultaneamente, tirando partido das vantagens destes mecanismos dentro de uma mesma simulação.

5.2 Adaptividade no Tempo

5.2.1 Histórico

Em 1979, Hibbitt e Karlsson [62], usando o Método de Newmark [37], desenvolveram uma estratégia para utilização de um procedimento adaptativo aplicada em um algoritmo implícito. A estratégia baseava-se no refinamento do incremento de tempo a partir do cálculo do balanço de forças (cálculo do resíduo) num tempo intermediário entre as soluções obtidas no início e no final do intervalo. Na prática, este cálculo envolvia um alto custo computacional. Em 1982, Ourghourlian *et al.* [63] melhoraram o algoritmo de Hibbit e Karlson propondo um cálculo expedito da força residual para problemas lineares a partir do produto entre a matriz de rigidez e o vetor de velocidade incremental. Como se tratava de um algoritmo implícito, logo incondicionalmente estável, a estratégia adaptativa foi desenvolvida com objetivo de melhorar a qualidade da resposta, sugerindo apenas o refinamento (decremento) do intervalo de tempo se o resíduo calculado fosse maior do que um determinado valor.

Em 1979, Park e Underwood [32] foram os primeiros a desenvolver uma estratégia adaptativa aplicada a um algoritmo explícito, no caso, o clássico Método das Diferenças Centrais. A estratégia proposta baseava-se no cálculo das maiores frequências aparentes do sistema. Esta grandeza era medida a partir dos vetores de deslocamentos e acelerações incrementais para todos os graus de liberdade e a partir desta grandeza eram definidos quais os incrementos de tempo que deveriam ser adotados.

Em 1984, também utilizando as maiores frequências aparentes da estrutura, Bergan e Mollestad [27] propuseram uma metodologia para cálculo automático do incremento de tempo. Nesta estratégia a decisão sobre o aumento ou redução do incremento de tempo era tomada a partir da frequência aparente calculada, e para evitar alterações constantes no incremento de tempo, os autores introduziram a utilização de uma função de controle [27]. A principal desvantagem desta formulação para aplicação neste trabalho está na necessidade da montagem da matriz de rigidez da estrutura. Como no contexto desta tese os algoritmos de integração implementados não montam a matriz de rigidez da estrutura, não valeria a pena

montar essa matriz apenas para implementação do algoritmo de adaptação no tempo, uma vez que isto implicaria num custo computacional adicional. Em 1990, Jacob [1] apresentou uma implementação de uma estratégia adaptativa baseada no trabalho de Bergan e Mollestad [27] com aplicação em estruturas complacentes em águas profundas utilizando algoritmos implícitos.

Em 1995, Hulbert e Jang [64] propuseram uma estratégia adaptativa desenvolvida especificamente para o Método Implícito Generalizado- α (MIG- α). Este método, por sua vez, deu origem ao Método Explícito Generalizado- α que, conforme mostrado no Capítulo 3, foi o método de integração que melhor se enquadrou nos objetivos deste trabalho. Desta forma, a aplicação desta nova estratégia adaptativa proposta por Hulbert e Jang [64] pode ser facilmente adaptada para ser utilizada com o Método Explícito Generalizado- α produzindo bons resultados. Detalhes sobre esta adaptação, formulação, implementação e análises dos resultados obtidos são apresentados na seqüência deste capítulo.

5.2.2 Considerações e Aspectos Importantes

Nos trabalhos de Bergan e Molestad [27] e Hulbert e Jang [64], foram apresentados alguns aspectos importantes que devem ser sempre observados no desenvolvimento e implementação de um procedimento adaptativo com o objetivo de torná-lo robusto e eficiente. Estes aspectos são apresentados e discutidos nesta seção.

A proposta de utilização de um mecanismo adaptativo para um algoritmo de integração no tempo tem por objetivo, em geral, melhorar o algoritmo sob dois aspectos: eficiência e precisão. Busca-se, com um procedimento adaptativo, utilizar o maior incremento de tempo possível mantendo o grau de precisão na resposta obtida. Como este trabalho foi desenvolvido utilizando-se um algoritmo de integração explícito, o enfoque principal é a eficiência computacional. Para que se obtenha sucesso na solução deste problema, uma das premissas básicas a ser observada durante a implementação do algoritmo, é que o custo desta adaptação não comprometa a eficiência do algoritmo. Para isto, Bergan e Mollestad [27] estabeleceram alguns critérios que ajudam a garantir a boa performance de um algoritmo de adaptação no tempo e que foram observados no desenvolvimento deste trabalho. Dentre estes critérios estão:

- a) Os ajustes no incremento de tempo devem ser feitos tomando-se como referência o incremento de tempo inicial escolhido. É necessário que o incremento de tempo inicial seja menor do que um determinado valor crítico de forma que o algoritmo seja capaz de gerar as soluções iniciais e que estas possam ser utilizadas como base para os ajustes no incremento de tempo durante a simulação.
- b) O incremento de tempo deve permanecer constante durante o regime permanente, de forma que não ocorram modificações desnecessárias que possam comprometer tanto a estabilidade quanto a precisão do algoritmo.
- c) Todos os parâmetros de entrada e de controle do algoritmo adaptativo devem ser simples de forma que o usuário possa prescrevê-los com facilidade.
- d) O critério de erro adotado deve ter um custo computacional mínimo de forma a não comprometer o desempenho do algoritmo.
- e) O algoritmo deve reagir imediatamente a mudanças súbitas no comportamento da estrutura.
- f) O incremento de tempo não deve ser alterado desnecessariamente.

Todos esses aspectos foram observados na implementação da formulação apresentada e no desenvolvimento deste trabalho.

5.2.3 Método Explícito Generalizado- α Adaptativo

A estratégia adaptativa com determinação automática do incremento de tempo proposta por Hulbert e Jang [64] foi desenvolvida visando solucionar os conflitos existentes entre a precisão nas respostas obtidas e o custo computacional na obtenção das mesmas. A estratégia proposta por eles foi desenvolvida com a restrição de serem aplicadas a esquemas de integração incondicionalmente estáveis como o Método de Integração Implícito Generalizado- α . Como nesta tese utilizou-se um método explícito, foram feitas algumas adaptações e

modificações sobre a proposta original de Hulbert e Jang [64]. Estas adaptações serão apresentadas no decorrer deste capítulo.

Para controle do incremento de tempo, Hulbert e Jang [64] basearam sua proposta em três pontos principais: o desenvolvimento de um estimador de erro local simples e preciso, a derivação de um algoritmo para controle do tamanho do incremento de tempo (baseado em estimativa de erro local normalizado) e a especificação de tolerâncias de erro e parâmetros de controle do algoritmo.

5.2.4 Estimador de Erro Local

Em geral, a primeira etapa na apresentação de uma proposta de adaptação no tempo é a definição de uma medida de erro local que tem por objetivo determinar o erro numérico na solução encontrada em cada passo do processo de integração. A definição de uma medida de erro local (\mathbf{e}_{n+1}) é obtida a partir do avanço da solução do tempo t_n ao tempo t_{n+1} , utilizando a expressão:

$$\mathbf{e}_{n+1} = \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{u}_{n+1} \quad (5-1)$$

onde \mathbf{d}_{n+1} é a solução obtida a partir da utilização de um algoritmo de integração e $\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}(t_{n+1})$ é a solução do problema local, que teoricamente corresponderia a solução exata do problema. Desta forma, o erro numérico poderia ser definido a partir da diferença entre a solução obtida e a solução exata do problema, conforme apresentado na Equação (5-1). Como na grande maioria dos casos não se tem a solução exata o que se faz é admitir uma aproximação desta solução, denominada solução local do problema.

Na proposta apresentada por Hulbert e Jang [64], determinou-se por meio de uma expansão em série de Taylor, uma expressão para a solução admitida como exata (\mathbf{u}_{n+1}). Esta expressão foi obtida considerando-se uma aproximação até uma ordem superior ao grau da ordem assumida para a definição das equações que originaram o algoritmo de integração no tempo adotado. Baseado nesta expressão determina-se uma equação para o cálculo do erro local em funções dos parâmetros associados ao Método Generalizado- α . A equação que define o erro local para o Método Generalizado- α deduzida por Hulbert e Jang [64] pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{e}_{n+1} = \Delta t_{n+1}^2 \left[\left(\beta - \frac{1}{6(1-\alpha_f)} \right) \Delta \mathbf{a}_n + \left(\frac{1}{6(1-\alpha_f)} - \frac{1}{2} \right) \mathbf{w}_n \right] \quad (5-2)$$

onde $\Delta \mathbf{a}_n = a_{n+1} - a_n$ e \mathbf{w}_n é determinado a partir da expressão:

$$\mathbf{w}_n = \left(1 - \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f} \right)^{-1} \frac{\alpha_m - \alpha_f}{(1-\alpha_f)} \Delta \mathbf{a}_n \quad (5-3)$$

Todos os parâmetros das Equações (5-2) e (5-3) estão associados à formulação do Método Generalizado- α . Desta forma, do ponto de vista de implementação, o estimador de erro apresentado requer apenas o armazenamento adicional dos vetores \mathbf{w}_n e $\Delta \mathbf{a}_n$. Maiores detalhes sobre as deduções das Equações (5-2) e (5-3) podem ser encontrados em [64].

5.2.5 Estratégia para Controle do Tamanho do Incremento de Tempo

Uma das maiores dificuldades na automatização de um algoritmo para controle de incremento de tempo é a escolha de tolerâncias de erro que sejam, aceitáveis. Uma prática comum para determinação dessas tolerâncias é a utilização do período de vibração da estrutura (T). Esse período também é utilizado na determinação do tamanho do incremento de tempo a ser adotado. Usualmente a relação $\Delta t/T$ é utilizada nessa determinação. Para problemas lineares é uma prática comum a utilização de pelo menos dez incrementos de tempo por período da máxima frequência de interesse na resposta. Para problemas não lineares este valor pode aumentar consideravelmente, chegando a duzentos incrementos de tempo por período [64]. A relação $\Delta t/T$ foi utilizada por Hulbert e Jang tanto para determinação das tolerâncias admissíveis de erro quanto para a definição dos novos incrementos de tempo a serem adotados.

Hulbert e Jang propuseram a normalização do erro local calculado a partir da Equação (5-2) utilizando um fator de escala para que se tenha um valor apropriado para a medida de erro. Esta medida normalizada foi tomada como referência para o refinamento ou aumento do incremento de tempo utilizado. A escolha do fator de normalização é importante, uma vez que ele tem influência direta na estratégia de controle do incremento de tempo. Hulbert e Jang [64] propuseram a escolha de $\|\Delta \mathbf{d}_n\|$ como fator de normalização, onde $\Delta \mathbf{d}_n = \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n$ e \mathbf{d}_n é o vetor de deslocamentos no passo n . Para prevenir que o erro

normalizado assuma valores fora da realidade quando $\|\mathbf{d}_n\|$ forem próximos da zero deve-se utilizar valores de $\|\mathbf{d}_i\|$ de passos anteriores, com $i < n$. Baseado nisto, Hulbert e Jang [64] sugeriram a utilização da seguinte expressão para o cálculo do erro normalizado:

$$\eta_{n+1} = \frac{\|\mathbf{e}_{n+1}\|}{s_n} \quad (5-4)$$

onde,

$$s_n = \max(\|\mathbf{d}_n\|, 0.9s_{n-1}) \quad (5-5)$$

e $s_{n-1} = 0$ quando $n = 0$.

Dada uma relação $\Delta t/T$, a tolerância admissível para o erro pode ser obtida a partir da equação:

$$\eta_{adm} = C \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^2, \text{ com } C = (2\pi)^2 \left| c_1 \frac{1-\alpha_f}{1-\alpha_m} \right| \quad (5-6)$$

onde, c_1 pode ser calculado a partir da equação:

$$c_1 = \beta - \frac{1-\alpha_m}{6(1-\alpha_f)} \quad (5-7)$$

De posse do erro normalizado, calculado a partir da Equação (5-4) e do erro admissível obtido com uso da Equação 5-6 foi determinada a seguinte faixa de valores a ser utilizada para controle do incremento de tempo no algoritmo:

$$\lambda \eta_{adm} < \eta_{n+1} < \eta_{adm} \quad (5-8)$$

onde λ é um fator de multiplicação para definição do limite inferior admissível.

Quando $\eta_{n+1} < \lambda \eta_{adm}$, o incremento de tempo pode ser aumentado uma vez que o erro calculado é menor que o erro admissível. Desta forma, a solução encontrada no passo anterior pode ser considerada aceitável e o aumento no incremento de tempo passa a ser considerada nos passos seguintes da simulação.

Uma das considerações propostas por Bergan e Mollestad [27] e apresentada neste capítulo diz respeito às alterações indesejáveis e muito freqüentes no incremento de tempo que podem desestabilizar o algoritmo levando-o a não-convergência ou até mesmo a obtenção de

respostas espúrias. Para evitar um número excessivo de mudanças no incremento de tempo, Hulbert e Jang propuseram a utilização de um contador. Quando este contador exceder um número especificado o incremento de tempo deve ser aumentado. Este contador deve ser reinicializado com valor nulo toda vez que uma alteração for imposta ao incremento de tempo ou quando for satisfeita a Equação (5-8).

Para determinação do novo incremento de tempo, podem ser utilizadas as seguintes equações:

$$\theta = \sqrt{\frac{\eta_{adm}}{\eta_{n+1}^{max}}} \quad (5-9)$$

$$\Delta t_{new} = \theta \Delta t_{old} \quad (5-10)$$

onde η_{n+1}^{max} é o erro máximo obtido após a atribuição do valor nulo ao contador.

A segunda situação possível é a redução no valor do incremento de tempo quando $\eta_{n+1} > \eta_{adm}$. Nesta situação, dois casos particulares devem ser tratados. O primeiro caso diz respeito à situação em que o incremento de tempo tenha sido aumentado no passo anterior. O novo incremento de tempo escolhido deve ser o valor do incremento de tempo anterior ao seu aumento. Caso o incremento de tempo não tenha sido aumentado no passo anterior a metodologia é a mesma utilizada para o aumento do incremento de tempo, ou seja:

$$\theta = \sqrt{\frac{\eta_{adm}}{\eta_{n+1}}} \quad (5-11)$$

$$\Delta t_{new} = \theta \Delta t_{old} \quad (5-12)$$

Na proposta original, Hulbert considera, que neste caso, a solução encontrada no passo anterior deve ser descartada e uma nova solução com um novo incremento de tempo deve ser obtida. Hulbert e Jang sugeriram valores para alguns dos parâmetros livres baseados em estudos e casos que foram analisados e apresentados em [64]. Entre esses valores sugeriu-se a utilização de $\lambda = 0.75$. Para determinação de um valor de referência para o contador utilizado neste algoritmo, eles sugeriram que fosse utilizada a relação $\Delta t/T$ fornecida pelo usuário. Para satisfazer a um dos critérios de Bergan e Mollestad, que propõe que o incremento de tempo permanece constante durante a resposta estacionária para soluções periódicas, o contador deve ser maior que o número de incrementos de tempo entre os valores máximos do erro local normalizado. Como o período entre os valores máximos do erro local normalizado é

metade do período natural da vibração, sugere-se que o contador deva ser maior que $\Delta t / 2T$. Nos casos apresentados foi utilizada a seguinte expressão:

$$cont = \text{int}\left(\frac{1}{\Delta t / T}\right) \quad (5-13)$$

Este valor é apenas uma sugestão a ser utilizada. Na prática o valor deste contador pode ser definido pelo usuário. Conforme mencionado anteriormente, este contador é utilizado para evitar que o incremento de tempo seja alterado em cada passo. Em resumo, o incremento de tempo só deve ser aumentado ou reduzido quando o erro local normalizado ficar fora da faixa de valores definida na Equação (5-8) após uma certa quantidade de vezes. Portanto, o contador indica o número de vezes que o erro normalizado ficará fora da faixa admissível. Na proposta original apresentada por Hulbert e Jang, o mesmo contador é utilizado para aumento ou redução do incremento de tempo. Como nesta tese o enfoque principal é a eficiência computacional, para redução do incremento de tempo, utilizou-se um contador duas vezes maior que o contador utilizado para aumento do incremento de tempo.

A metodologia aqui apresentada foi desenvolvida por Hulbert e Jang [64] para aplicação deste procedimento adaptativo ao Método Implícito Generalizado- α . Como neste trabalho foi utilizado o Método Explícito Generalizado- α , algumas adaptações tiveram que ser feitas no algoritmo proposto. Como os algoritmos explícitos são condicionalmente estáveis, introduziu-se uma restrição à proposta de Hulbert e Jang relativa ao máximo incremento de tempo a ser adotado. Utilizando-se o procedimento para cálculo automático dos incrementos de tempo a partir das Equações (5-10) e (5-12) foram obtidos, respectivamente, valores excessivamente altos e valores excessivamente baixos para os novos incrementos de tempo. Os valores altos obtidos implicavam sempre na não convergência do algoritmo de integração e os valores excessivamente baixos implicavam num tempo computacional excessivo para obtenção da solução do problema. Para evitar esses problemas foram introduzidos valores limites aceitáveis para o incremento de tempo. Estes valores limites foram calculados tomando-se como referência à frequência natural do elemento finito calculada a partir da expressão:

$$(\omega_{\max})_{elem} = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5-14)$$

onde $(\omega_{\max})_{elem}$ é a frequência máxima obtida entre todos os elementos da malha gerada, L é o comprimento do elemento, E e ρ são, respectivamente, o módulo de elasticidade e a

densidade do material. E a partir desta frequência natural máxima determina-se o incremento de tempo crítico Δt_{crit} a partir da Equação (5-15).

$$\Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} \quad (5-15)$$

Desta forma, assumiu-se que os limites superiores e inferiores seriam, respectivamente, o incremento de tempo crítico (Δt_{crit}) associado a maior frequência natural do sistema e a uma fração deste incremento de tempo. Sugere-se a utilização de um valor em torno de 10% do incremento de tempo crítico.

5.2.6 Exemplo

O exemplo apresentado nesta seção tem por objetivo ilustrar, por meio de uma aplicação simples, o procedimento adaptativo mostrado neste capítulo. Para isto foi analisada uma barra de 20 metros de comprimento, mostrada na Figura 5-3, submetida a um pulso retangular de 1 kN. Foi simulado um tempo total de 200 segundos e o pulso foi aplicado sobre a estrutura a partir dos 50 segundos de simulação com duração de 1 segundo.

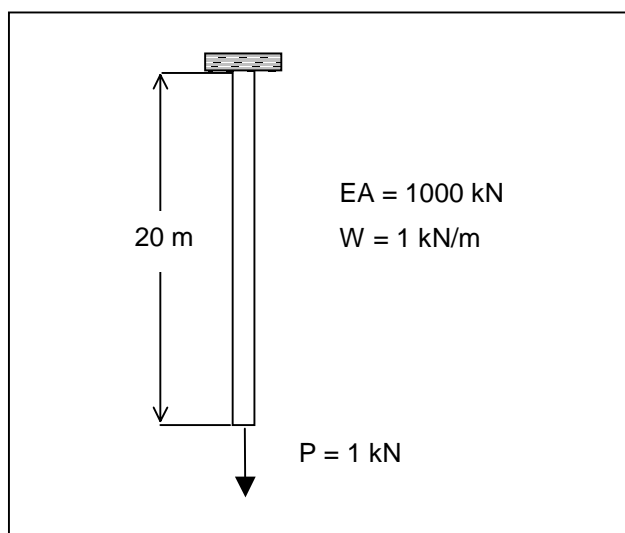


Figura 5-3 – Barra submetida a um pulso retangular de 1 kN.

O gráfico da Figura 5-4 mostra o erro calculado em função do tempo de simulação e os limites inferiores e superiores admissíveis de tolerância para este erro calculados a partir da Equação (5-6).

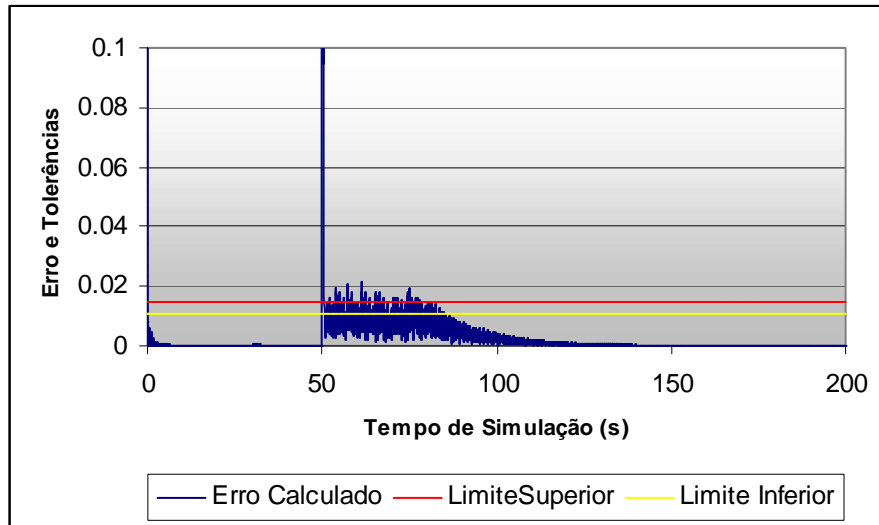


Figura 5-4 – Erro obtido e limites de admissíveis tolerância.

O gráfico da Figura 5-5 mostra a variação do incremento de tempo no decorrer da simulação mostrando que após um valor inicial muito pequeno para o incremento de tempo ($\Delta t = 0.0001s$), o algoritmo implementado corrige rapidamente este incremento para um valor maior, que neste caso específico coincidiu com o incremento de tempo crítico, permanecendo com este valor até a aplicação do pulso, quando é introduzida uma mudança brusca no comportamento da estrutura e o incremento de tempo assume automaticamente valores menores com o objetivo de melhorar a precisão da resposta nestes instantes. Gradativamente, após a retirada do pulso, o incremento de tempo vai assumindo valores maiores até atingir novamente o incremento de tempo crítico.

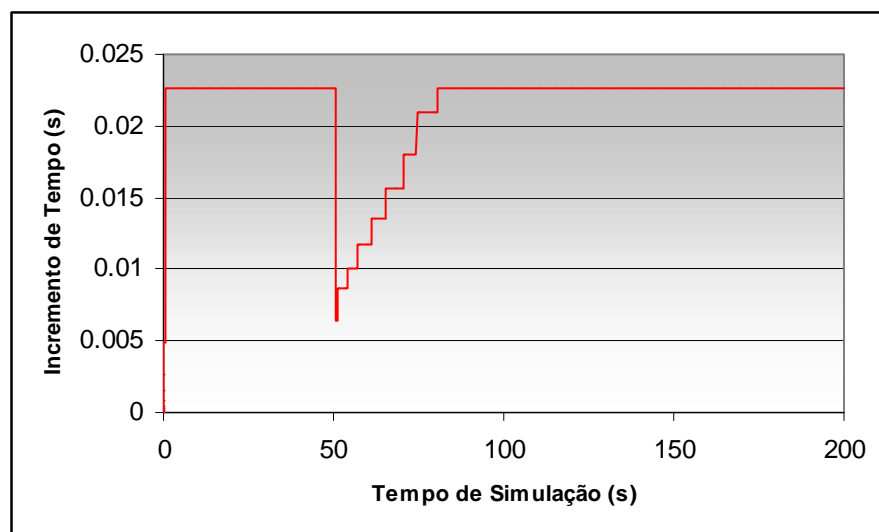


Figura 5-5 – Variação do incremento de tempo durante a simulação.

A Figura 5-6 mostra que o resíduo, obtido utilizando-se a Equação (3-20), na simulação feita com o procedimento adaptativo assume valores bem menores, convergindo rapidamente para valores próximos a zero, enquanto que o mesmo resíduo na simulação não-adaptativa assume valores maiores e levam um tempo maior para atingir valores nulos. Na simulação não-adaptativa foi utilizado um incremento de tempo igual a 0.00225 segundos (valor máximo alcançado na simulação adaptativa).

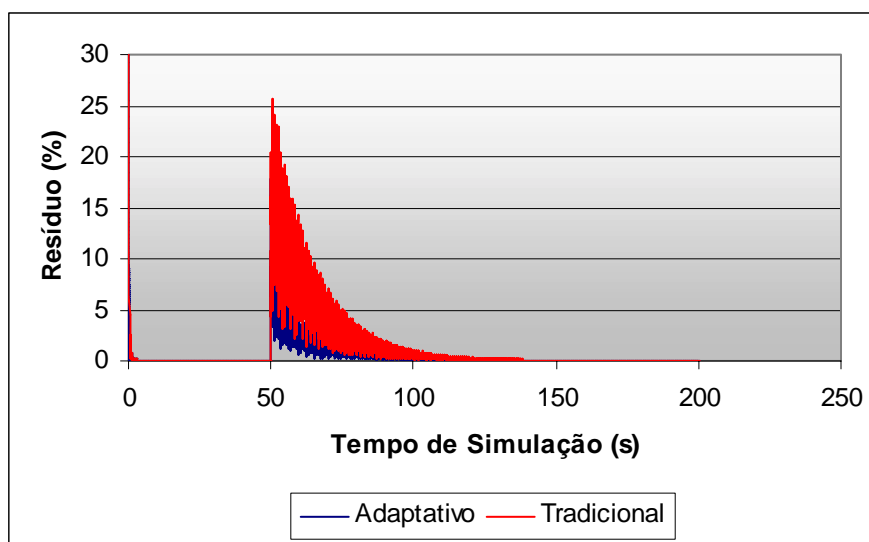


Figura 5-6 – Resíduo calculado nas simulações adaptativa e tradicional.

O gráfico da Figura 5-7 mostra que o erro calculado em função da variação de energia obtido a partir da Equação (3-28) quando se utiliza um procedimento adaptativo também assume valores menores que no caso de uma simulação não-adaptativa.

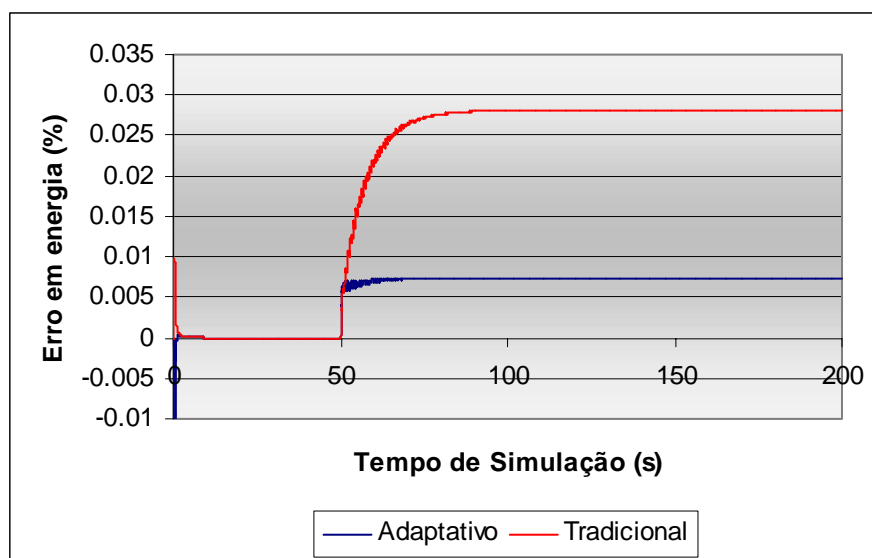


Figura 5-7 – Erro em energia obtido nas simulações adaptativa e tradicional.

O gráfico da Figura 5-8 mostra que para este exemplo os valores de pico obtidos para a força no topo da barra foram praticamente os mesmos nas duas simulações. No entanto, para o caso adaptativo a resposta convergiu mais rapidamente para o valor de equilíbrio.

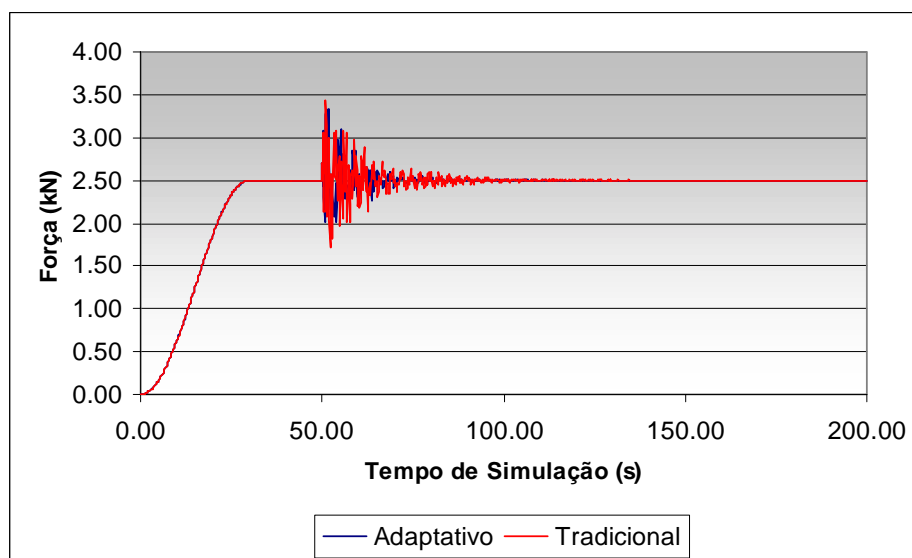


Figura 5-8 – Força obtida no topo da barra nas simulações adaptativa e tradicional.

5.3 Subciclagem

5.3.1 Definição e Histórico

Em 1977, Belytschko e Mullen [65] propuseram a utilização de diferentes incrementos de tempo para diferentes subdomínios de uma mesma estrutura com o objetivo de minimizar os problemas decorrentes das grandes variações em uma malha de elementos finitos, caso houvesse grandes discrepâncias entre os tamanhos dos elementos e/ou nas propriedades dos materiais utilizados. O procedimento de se utilizar diferentes incrementos de tempo para diferentes subdomínios ficou conhecido na literatura técnica como integração com múltiplos incrementos de tempo ou subciclagem. Vale ressaltar que estes mesmos autores [66], em 1978, utilizaram uma técnica com diferentes regras de integração em diferentes subdomínios de uma estrutura. Isto não é considerado subciclagem, uma vez que era utilizado um único incremento de tempo para todos os subdomínios.

O procedimento de subciclagem consiste basicamente na subdivisão do domínio em diferentes subdomínios e na integração de cada subdomínio com o incremento de tempo requerido pelos elementos que o compõem. Durante o processo de subciclagem a solução é calculada normalmente para um dos subdomínios enquanto que para os demais é admitida uma solução que será corrigida quando estes subdomínios forem efetivamente calculados. Neste trabalho, quando se fizer referência aos subdomínios não calculados ou não atualizados está se falando desses subdomínios para os quais é assumida uma solução em determinados instantes.

Para que sejam calculadas efetivamente as soluções para um determinado subdomínio é necessária que seja admitida uma solução para os demais subdomínios, a fim de que possam ser calculados os esforços internos nos nós adjacentes aos nós do subdomínio que está sendo efetivamente calculado. As principais diferenças encontradas em todos os trabalhos publicados sobre subciclagem estão relacionadas exatamente à consideração desta solução aproximada estimada nos subdomínio não calculados. Para estimativa desta solução alguns autores propõem que seja assumida velocidade constante para os subdomínios que não estejam sendo efetivamente calculados [65], [23], e [22]. Uma outra forma de se admitir uma solução para os trechos não calculados é assumir aceleração constante nestes subdomínios. Esta proposta é mais recente e foi apresentada por Daniel em [17].

O algoritmo de subciclagem apresentado por Belytschko e Mullen [65] propunha que fossem admitidas velocidades constantes para os trechos não calculados, que os incrementos de tempo de cada subdomínio fossem obrigatoriamente múltiplos inteiros e um tratamento especial deveria ser dado aos nós que pertencessem à interface entre os subdomínios. Em 1989, Neal e Belytschko [23] melhoraram este algoritmo simplificando sua implementação e permitindo a utilização de incrementos de tempo não necessariamente múltiplos inteiros. Os métodos apresentados até então limitavam-se à utilização de diferentes incrementos de tempo a no máximo dois grupos nodais, quando em 1989 Smolinski [22] apresentou um algoritmo de subciclagem utilizando o Método de Newmark onde era permitida a utilização de mais que dois grupos nodais. Todos os algoritmos propostos até aqui assumiram que a velocidade deveria permanecer constante nos trechos não calculados e para estes algoritmos tinham estabilidade numérica comprovada quando utilizados com os clássicos Métodos de Newmark e o Método das Diferenças Centrais. Em 1998, Daniel [17] utilizando também o método de Newmark, apresentou uma proposta em que a aceleração deveria permanecer constante nos trechos não calculados. Esta proposta, no entanto, não teve a estabilidade comprovada matematicamente apesar de ter sido utilizadas com sucesso em problemas não lineares.

5.3.2 Considerações Importantes

O mecanismo de subciclagem, apesar das vantagens evidentes que podem ser obtidas com a sua utilização, tem sido muito pouco utilizado na solução de problemas de engenharia estrutural e sua aplicação tem sido muito maior em problemas de transferência de calor [14]. Esta tese trata de um problema de engenharia estrutural com aplicação na indústria do petróleo (estruturas *offshore*). Em decorrência das características específicas do problema que foram apresentadas nas primeiras seções deste capítulo, a utilização do procedimento de subciclagem pode trazer grandes benefícios, melhorando consideravelmente a eficiência computacional na solução desses problemas.

No desenvolvimento desta tese foram implementadas e testadas as duas soluções clássicas adotadas em um algoritmo de subciclagem: assumindo-se velocidade ou aceleração constante para os subdomínios não calculados. A solução que propõe que seja assumida uma velocidade constante é bastante estável numericamente, no entanto as soluções obtidas, a depender do caso analisado, podem ser um pouco aceleradas ou desaceleradas em relação à solução exata.

Caso a estrutura esteja sendo submetida a carregamentos que provoquem o surgimento de grandes acelerações, a aproximação de velocidade constante tende a desacelerar a estrutura uma vez que, durante alguns instantes (em geral, milésimos de segundos) são consideradas acelerações nulas para trechos da malha que na prática estão acelerados ou desacelerados. E nestes casos, a imposição de aceleração nula para implementação do mecanismo de subciclagem poderia influenciar diretamente na resposta da estrutura. O inverso ocorre em problemas sujeitos a grandes desacelerações. Nesses casos a consideração de aceleração nula em determinados trechos da estrutura impede que o efeito da desaceleração imposta fisicamente ao modelo fique caracterizado na solução do problema. Estes problemas são minimizados uma vez que estamos trabalhando com algoritmos explícitos, cujos incrementos de tempo requeridos são muito pequenos e as diferenças existentes entre os incrementos de tempo de cada subgrupo em geral não são muito grandes (em valor absoluto). Dessa forma, os intervalos de tempo em que essas soluções são assumidas são muito pequenos e rapidamente a solução efetiva é calculada para todos os grupos nodais em um determinado instante.

5.3.3 Método Explícito Generalizado- α com Subciclagem

A maior parte dos trabalhos desenvolvidos até hoje objetivou a aplicação do mecanismo de subciclagem aos algoritmos implícitos. Dentre os poucos artigos que se referem a subciclagem aplicadas aos algoritmos explícitos estão os artigos de Smolinski [22], Smolinski *et al.* [21] e Neal e Belytschko [23].

Os algoritmos propostos até aqui foram desenvolvidos para serem utilizados com o Método de Newmark ou com o Método das Diferenças Centrais. Como neste trabalho, foi utilizado o Método Explícito Generalizado- α e até então nenhum trabalho foi publicado propondo a utilização do mecanismo de subciclagem aplicado a este algoritmo. Apresenta-se aqui a formulação e implementação de um algoritmo de subciclagem associado ao MEG- α com aplicação específica ao problema de análise dinâmica de linhas de ancoragem.

A Figura 5-9 mostra os passos do algoritmo de subciclagem implementado no desenvolvimento deste trabalho.

Na implementação do algoritmo de subciclagem foram selecionadas algumas das melhores idéias publicadas em trabalhos anteriores, objetivando tirar partido das vantagens proporcionadas por cada uma delas de forma a se obter um algoritmo que fosse mais genérico, robusto e eficiente.

O passo inicial do algoritmo é a geração da malha de elementos finitos que é feita a partir das equações de catenária mostradas no Capítulo 2 deste trabalho. A única diferença na etapa de geração da malha especificamente, para implementação do algoritmo de subciclagem, é com relação ao armazenamento das informações de adjacências para os nós da malha de elementos finitos. Dado um determinado nó devem ser conhecidos de forma eficiente todos os elementos que estão conectados a este nó. Como estas informações serão utilizadas várias vezes durante o processo de subciclagem, elas devem ser armazenadas no início da simulação. O objetivo do armazenamento prévio dessas informações é melhorar a eficiência do processo de subciclagem. Como durante a subciclagem, os cálculos das forças externas e internas atuantes sobre a estrutura são feitos nó a nó, é importante saber quais os elementos estão conectados a cada um dos nós.

O segundo passo do processo de subciclagem é a determinação do incremento de tempo crítico para cada um dos elementos da malha gerada. Este incremento de tempo crítico pode ser definido a partir das Equações (5-14) e (5-15) ou podem ser definidos explicitamente pelo usuário do sistema.

Após a definição do incremento de tempo crítico para cada elemento, são definidos os incrementos de tempo críticos para cada nó, os quais são definidos como sendo o menor entre os incrementos de tempo requeridos pelos elementos adjacentes a este nó.

A etapa seguinte da subciclagem é a criação dos grupos nodais. O algoritmo apresentado parte de uma malha com N nós que é subdividida, automaticamente, em NG grupos nodais onde o incremento de tempo para o grupo nodal i é Δt_i . Desta forma todos os nós de um mesmo grupo nodal têm o mesmo incremento de tempo. Definidos os grupos nodais, estes são ordenados de forma que o primeiro grupo nodal tenha o menor incremento de tempo e que o último grupo nodal tenha o maior incremento de tempo. Ou seja, os grupos nodais são

ordenados em ordem crescente com relação ao incremento de tempo associado. Esta forma de subdivisão e ordenação dos grupos nodais foi proposta por Smolinski [24].

1. Geração da malha de elementos finitos com armazenamento de informações de adjacências.
2. Determinação do incremento de tempo crítico para cada elemento.
3. Determinação do incremento de tempo crítico para cada nó.
4. Criação e ordenação dos grupos nodais.
5. Inicializa os contadores de tempo para cada um dos grupos nodais:
6. $t_i = 0.0$ para $i = 0$ até NG.
7. Verifica se a simulação chegou o final verificando se todos os grupos nodais foram integrados até o tempo final de simulação: $t_i \geq T_{Max}$ para $i = 0$ até NG . Caso todos os nós tenham sido integrados, chega-se ao fim da simulação, caso contrário segue em 8.
8. Determina o grupo nodal a ser integrado neste passo (*gn_corrente*). Isto é feito tomando-se o grupo nodal com menor tempo integrado até este instante. Para isso são utilizados os contadores de tempo nodais.
9. Incremento de tempo corrente = incremento de tempo de *gn_corrente*
10. Percorre-se todos os nós do grupo nodal corrente (*gn_corrente*) determinando a_{n+1} , v_{n+1} e d_{n+1} para cada grau de liberdade associado a cada nó.

Figura 5-9 – Algoritmo de subciclagem implementado.

O algoritmo implementado utiliza dois tipos de contadores de tempo dentro de uma simulação. Um contador de tempo global que armazena o tempo total simulado (T_t) e e um contador de tempo associado a cada grupo nodal (t_i). Desta forma, os incrementos de tempo de diferentes grupos nodais não precisam, necessariamente, ter razões inteiras. Contadores de tempo para cada grupo nodal e um contador de tempo mestre (armazenando o tempo de simulação) são utilizados para determinar e controlar qual o grupo nodal deve ser atualizado num determinado instante. Quando o tempo de um determinado grupo nodal estiver em atraso com relação ao tempo mestre então o grupo nodal é automaticamente calculado. Todos os contadores de tempo dos grupos nodais devem ser inicializados com zero no início da simulação.

No início de cada passo de integração (item 7 da Figura 5-9) são percorridos os contadores de tempo para cada grupo nodal onde é selecionado o grupo nodal com menor tempo simulado

para que o mesmo possa ser integrado no passo corrente. Este grupo selecionado será tratado a partir de então como grupo nodal corrente. Esta proposta da utilização de dois contadores foi sugerida por Smolinski em [24].

Selecionado o grupo nodal corrente, determina-se o incremento de tempo corrente que é o incremento de tempo associado ao grupo nodal selecionado.

Em seguida percorre-se todos os nós do grupo nodal corrente calculando efetivamente as acelerações, velocidades e deslocamentos para cada grau de liberdade associado ao nó. Para o procedimento convencional com todos os nós sendo integrados no mesmo incremento de tempo foram definidas duas funções que calculariam respectivamente os vetores dos esforços externos e internos atuantes sobre a estrutura (vide equação do item 11 da Figura 5-9). Em cada uma dessas funções seriam percorridos todos os elementos da malha e a contribuição de cada um deles seria adicionada aos respectivos vetores. Uma das modificações mais importantes que viabilizaram a utilização com sucesso do algoritmo de subciclagem apresentado foi a definição de duas novas funções específicas para o cálculo das forças externas e internas. Nestas novas funções, dado o número de um nó, são calculadas as contribuições dos elementos adjacentes a este nó nos vetores de forças externas e internas, evitando assim que todo o vetor de elementos seja percorrido para este fim. Desta forma para o cálculo das acelerações relativas aos graus de liberdade de um determinado nó são utilizados os termos dos vetores de esforços externos e internos associados ao grau de liberdade que estão sendo calculados. Obtidas as acelerações, o cálculo da velocidade e do deslocamento é feito normalmente a partir das equações do Método Explícito Generalizado- α apresentadas na Figura 3-2.

Obtidas as soluções para todos os nós do grupo nodal corrente, o passo seguinte é a determinação das soluções para os demais grupos nodais, que são denominados aqui de grupos nodais não atualizados. Conforme mencionado anteriormente, os trabalhos de Smolinski [24], Neal e Belytschko [23] propõem a consideração de velocidade constante para os grupos nodais não atualizados, enquanto que Daniel [17] propõe a consideração de aceleração constante. Em todos estes trabalhos os tipos de problema analisados foram problemas de estruturas geralmente sujeitas a pequenas variações nas acelerações onde os

efeitos destas simplificações, teoricamente, não trariam grandes prejuízos nas respostas obtidas.

No caso específico deste trabalho, está se tratando de um problema de propagação de onda em que são analisadas estruturas esbeltas que em geral estão submetidas à grandes variações nas condições de contorno e conseqüentemente sujeitas a grandes variações nas acelerações.

Durante o desenvolvimento deste trabalho foram avaliadas as duas formas tradicionais propostas em trabalhos anteriores sobre subciclagem considerando velocidade e aceleração constante. Assumindo aceleração constante para os grupos nodais não atualizados o algoritmo se apresentou muito instável numericamente, não alcançando a convergência na grande maioria dos casos. No entanto, assumindo-se velocidade constante, o algoritmo ficou bem mais robusto, convergindo para a solução esperada em todos os casos analisados. Apesar da boa estabilidade numérica conseguida assumindo-se velocidade constante para os trechos não atualizados, isto impõe acelerações nulas para estes trechos. Com isso, está se cometendo o erro de acelerar ou desacelerar a estrutura, visto que as acelerações nos trechos não atualizados são nulas.

Uma forma alternativa às que assumem velocidade constante e aceleração constante está sendo proposta neste trabalho, mostrando resultados satisfatórios. Ao invés de se admitir velocidade constante (aceleração nula) esta sendo proposta uma forma expedita para determinação de um valor para a aceleração. Inicialmente atribui-se um valor nulo para a aceleração no passo corrente, em seguida calcula-se normalmente valores para a velocidade neste mesmo passo. Com este novo valor de velocidade e a velocidade do passo anterior calcula-se novo valor para aceleração a partir da equação:

$$a_{n+1} = \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t_{n+1}} \quad (5-16)$$

Estimada a aceleração, calcula-se os valores para as velocidades e deslocamentos no passo corrente. Desta forma, obtém-se uma solução intermediária entre as soluções que propõem a consideração de velocidade ou aceleração constante tradicionais. Vale salientar que, a exemplo da proposta apresentada por Daniel [17], que considera aceleração constante, esta solução não tem estabilidade numérica comprovada matematicamente, porém os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, conforme estão apresentados nas subseções seguintes.

No passo 10 da Figura 5-9 , no caso de consideração de velocidade constante, devem ser assumidas acelerações nulas para os grupos nodais não calculados.

Toda melhoria no tempo computacional obtida com a utilização do mecanismo de subciclagem, no caso do algoritmo que está sendo proposto, está na possibilidade de não serem reavaliados em cada passo os esforços externos e internos para todos os grupos nodais não atualizados em determinado instante, já que está sendo assumido um valor para as acelerações evitando assim o seu cálculo efetivo. As tabelas apresentadas a seguir mostram uma avaliação da contribuição de cada uma das principais funções dentro do algoritmo de integração numérica implementado, comparando as análises executadas com a subciclagem e com o procedimento tradicional.

As Tabelas 5-1 e 5-2 foram construídas com base na análise do modelo apresentado como exemplo no final deste capítulo (Figura 5-10), considerando uma simulação de 200 segundos.

Nome da Função	Tempo (s)	Tempo (%)	Número de Chamadas
<i>CalculaForçasdeCorrente</i>	212.8	63.4%	17.353.600
<i>CalculaForçasInternas</i>	39.8	9.3%	216.921
<i>CalculaForçasExternas</i>	31.4	11.8%	216.921
<i>Simulação</i>	51,8	12.7%	1
Tempo Total (s)	335.8	100.0%	

Tabela 5-1 – Chamadas das principais funções do programa na análise sem subciclagem.

Nome da Função	Tempo (s)	Tempo (%)	Número de Chamadas
<i>CalculaForçasdeCorrente</i>	80	36.2%	6.617.646
<i>CalculaForçasInternasPorNó</i>	28.3	12.8%	6.617.646
<i>CalculaForçasExternasPorNó</i>	32.9	14.9%	6.617.646
<i>SimulaçãoComSubciclagem</i>	80.2	36%	1
Tempo Total (s)	221.4	100%	

Tabela 5-2 – Chamadas das principais funções do programa na análise com subciclagem.

Foram consideradas nessas tabelas as funções que são responsáveis pelas principais tarefas dentro do processo de simulação e que consomem mais tempo de processamento. Conforme mencionado anteriormente, a principal vantagem do procedimento de subciclagem implementado é obtida quando se deixa de calcular as forças externas e internas em determinados grupos nodais. Observando as Tabelas 5-1 e 5-2, pode-se afirmar que o cálculo das forças externas tem uma maior participação dentro do processo consumindo em números absolutos 253.2 segundos na análise sem a subciclagem (Tabela 5-1) e 112.9 segundos na

análise com a subciclagem (Tabela 5–2). Vale salientar que estes números foram obtidos a partir da soma entre o tempo das funções *CalculaForçasdeCorrente* e *CalculaForçasExternas* para a Tabela 5-1 e das funções *CalculaForçasdeCorrente* e *CalculaForçasExternasPorNó* para a Tabela 5-2. Foi considerada a soma das duas funções uma vez que o cálculo das forças de corrente faz parte do cálculo das forças externas atuantes sobre a estrutura.

Analisando as duas tabelas, pode-se concluir que a avaliação das forças de corrente em cada passo da simulação tem uma influência muito significativa no tempo total de processamento de uma simulação. A função *CalculaForçasdeCorrente* chamada nas análises com subciclagem e sem subciclagem é exatamente a mesma, mas pode-se observar que a diferença entre os números totais de chamadas desta função (última coluna das duas tabelas) nos dois casos é bastante significativo, contribuindo decisivamente na redução de aproximadamente 40% do tempo computacional gasto quando se utiliza o procedimento de subciclagem.

Finalizando o processo apresentado na Figura 5-9, ao final de cada passo o contador de tempo total da simulação é atualizado utilizando-se um incremento de tempo corrente definido no passo 8 correspondente ao grupo nodal corrente e retoma-se novamente o passo 7 até que todos os grupos nodais tenham sido devidamente integrados.

5.3.4 Exemplo

A Figura 5-10 mostra uma barra de 500 metros de comprimento submetida a um perfil de velocidade de corrente indicado. A barra é homogênea (composta por um único tipo de material) e a subdivisão da barra em dois trechos, indicada na figura, serve apenas para ilustrar que os trechos foram discretizados de forma diferente. No trecho de 100 metros, próximo ao engaste, a malha foi subdividida em 40 elementos, com elementos de 2,5 metros de comprimento e nos 400 metros restantes foram utilizados 40 elementos de 10 metros de comprimento. Esta grande variação nos tamanhos dos elementos dos dois trechos impõe uma diferença considerável entre os valores críticos para os incrementos de tempo a serem requeridos para cada um dos trechos. O trecho com a malha mais refinada impõe a utilização de um incremento de tempo $\Delta t_2 = 0.0009s$, enquanto que para o outro trecho seria necessário a utilização de um incremento de tempo $\Delta t_2 = 0.0018s$ para convergência do algoritmo.

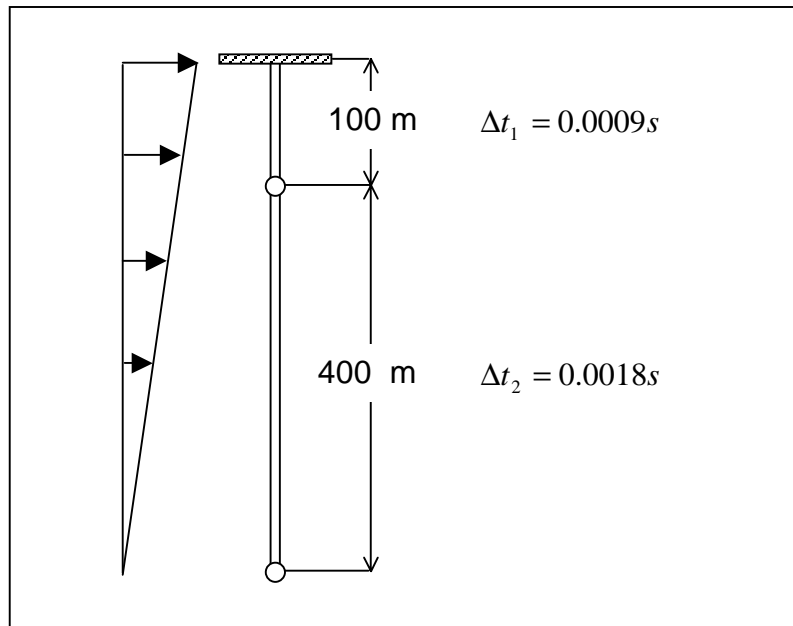


Figura 5-10 – Barra submetida a um perfil de corrente.

Numa análise convencional, obrigatoriamente teria que ser utilizado o menor incremento de tempo para a integração de todos os trechos. Para este exemplo foram feitas duas análises. Na primeira, utilizou-se o incremento de tempo menor igual a $9 \cdot 10^{-4}$ segundos para toda a malha, o que seria o procedimento convencional. Na segunda análise utilizou-se o algoritmo de subciclagem implementado permitindo com que cada subdomínio fosse integrado com o uso do seu respectivo incremento de tempo.

Evidentemente que quando se utiliza um algoritmo de subciclagem é de se esperar que haja uma queda na qualidade da resposta, uma vez que durante a simulação existe uma simplificação para o cálculo das acelerações, enquanto que no procedimento convencional esta solução é efetivamente calculada. Sendo assim, um dos objetivos da apresentação deste exemplo é mostrar que esta queda na qualidade na resposta não é tão significativa, o que torna viável a utilização do algoritmo de subciclagem apresentado.

Os gráficos das Figuras de 5-11 a 5-12 têm por objetivo auxiliar na avaliação da qualidade das respostas obtidas nas duas situações analisadas.

No gráfico da Figura 5-11 são apresentados os valores dos resíduos calculados nas análises convencional e com subciclagem, a partir da Equação (3-20). Observa-se que durante a simulação com a subciclagem os resíduos foram maiores que os obtidos com a análise

convencional. No entanto, os valores obtidos nas duas análises estão dentro dos limites aceitáveis com uma boa margem de tolerância, uma vez que teoricamente seriam aceitáveis resíduos na ordem de até 1% .

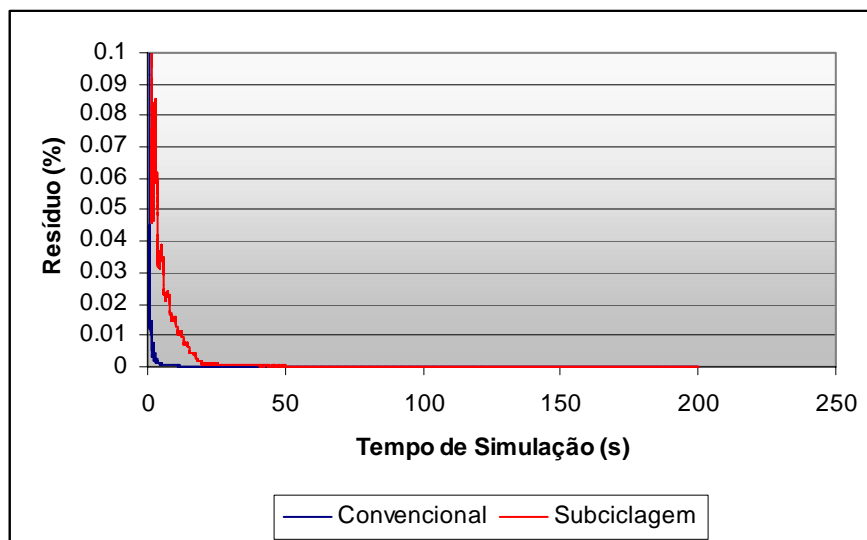


Figura 5-11 – Resíduo obtido nas duas análises realizadas.

O gráfico da Figura 5-12 mostra o erro em termos de energia calculado para as duas simulações, a partir da Equação (3-28). Assim como no caso do resíduo, os valores de erro obtidos na análise com a subciclagem foram maiores que os valores obtidos com a análise convencional. Porém, o erro calculado também está dentro dos limites aceitáveis para as duas simulações.

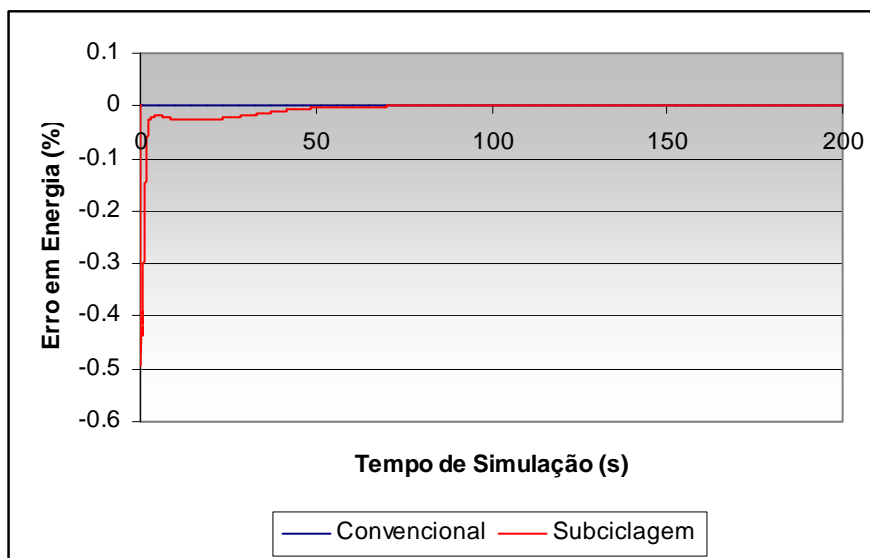


Figura 5-12 – Erro em energia obtido nas duas simulações.

O gráfico da Figura 5-13 mostra que os valores para as forças no topo ao longo da simulação coincidem para os dois casos, mostrando que os eventuais erros cometidos com a utilização de um procedimento de subciclagem foram irrelevantes na análise deste caso específico.

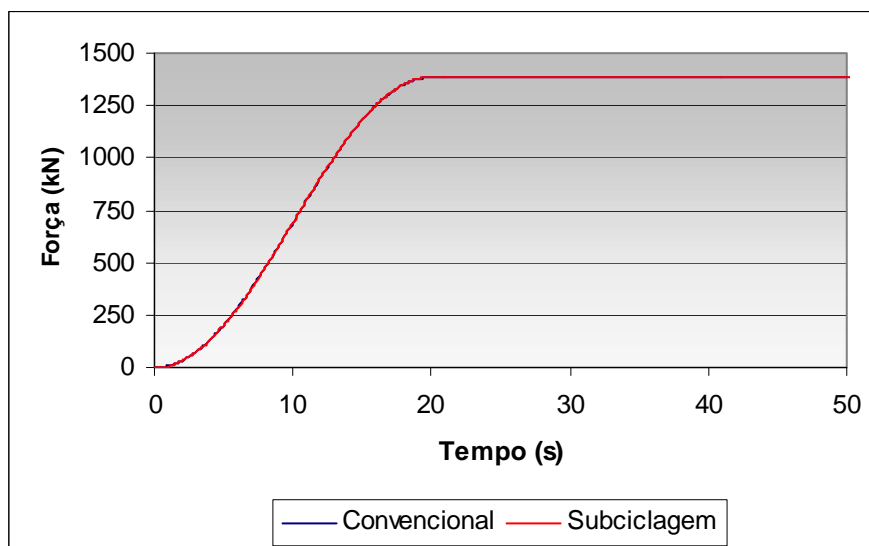


Figura 5-13 – Força resultante no topo da barra.

Na Figura 5-14, ilustram-se os valores da componente horizontal da força resultante no elemento de conexão entre os dois grupos nodais. Esta componente horizontal ocorre em função da corrente que está atuando sobre a estrutura e observa-se que as diferenças obtidas entre as duas análises também são muito pequenas.

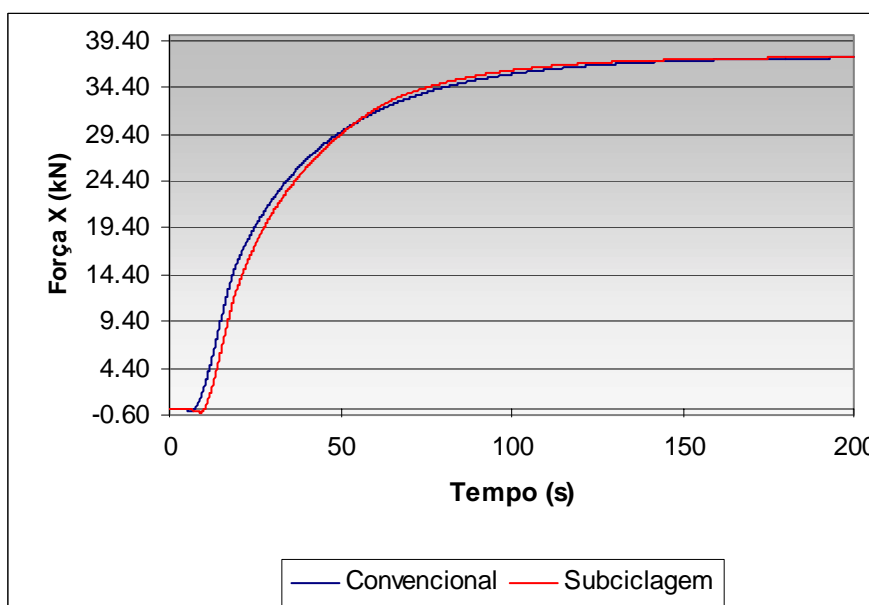


Figura 5-14 – Força na direção X obtida para o elemento de conexão entre os grupos nodais.

Os deslocamentos verticais da extremidade livre da barra estão ilustrados na Figura 5-15. Observa-se que as diferenças obtidas entre as duas simulações também foram mínimas.

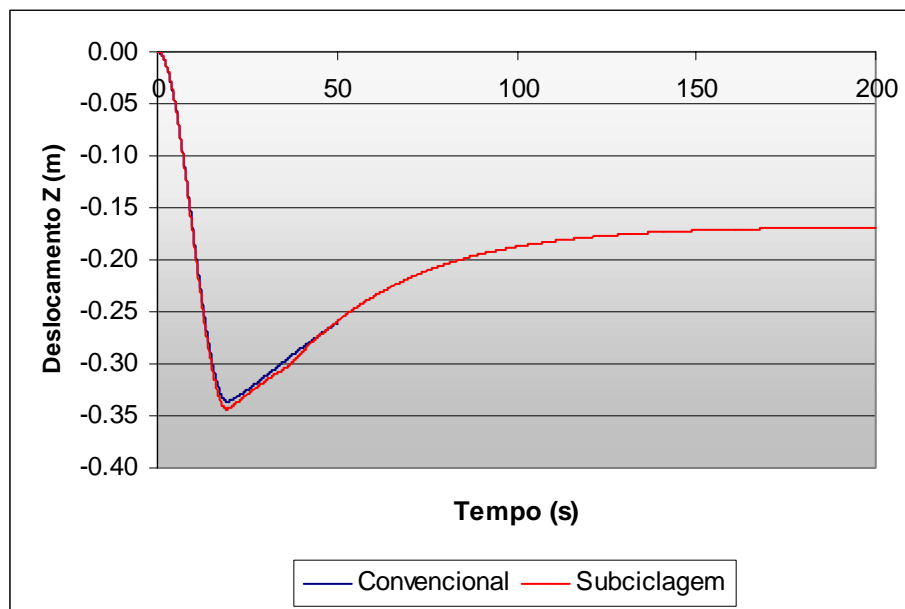


Figura 5-15 – Deslocamento Z na extremidade livre da barra.

Finalmente, o gráfico da Figura 5-16 destaca os benefícios obtidos com relação ao tempo de processamento gasto utilizando o procedimento de subciclagem. Foram feitas diversas simulações utilizando a forma tradicional (sem subciclagem) e com subciclagem onde se variou apenas o tempo total de simulação. Foram feitas simulações de 100, 300 e 1000 segundos e o ganho em termos de tempo de processamento ficaram em torno de 40% para este caso específico.

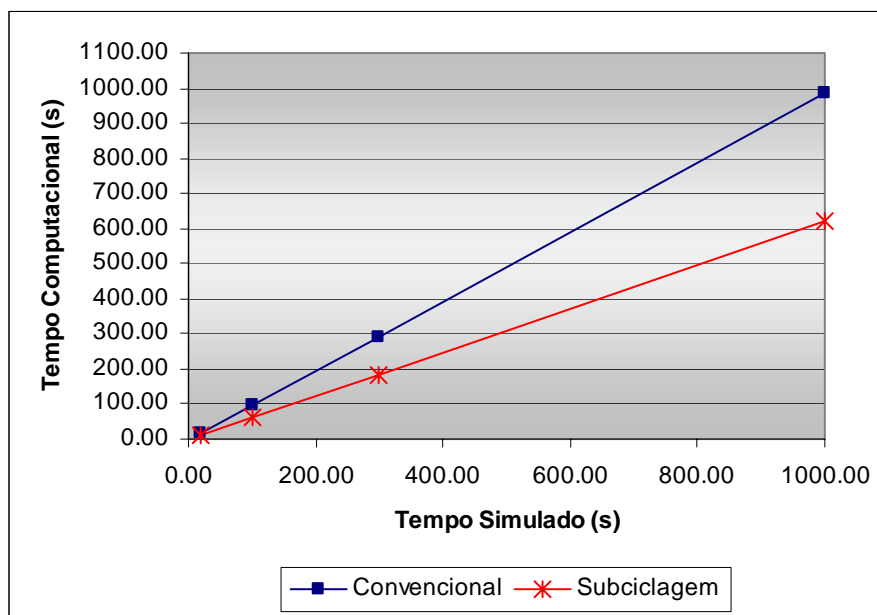


Figura 5-16 – Comparação entre os tempos de processamento.

De uma maneira geral, apesar dos bons resultados obtidos, não se pode prevê os ganhos em termos de tempo de processamento. Este ganho poderá ser maior ou menor dependendo do caso, em função de alguns fatores, tais como:

- A ordem de grandeza dos incrementos de tempo requeridos. Quanto menor o tamanho do incremento de tempo requerido maior será o número de vezes que serão chamadas as funções para cálculo das forças externas e internas e o com isso o ganho será ainda maior.
- As diferenças entre os incrementos de tempo dos grupos nodais. Quanto maior as diferenças existentes entre os incrementos requeridos pelos grupos nodais, maior o ganho relativo entre as análises com subciclagem e convencional. Nestas situações as funções para reavaliação dos esforços externos e internos deixariam de ser chamadas para determinados trechos por um período ainda maior e nesta situação os ganhos com a utilização da subciclagem poderiam ser maiores.
- O número de nós e elementos associados aos grupos nodais não calculados. Quanto maior o número de nós e elementos, maiores serão as vantagens na utilização da subciclagem, uma vez que nesta situação o número de chamadas às funções para cálculo dos esforços internos e externos com a utilização da subciclagem diminuiria muito e o ganho poderia ser maior.

Foram citados três aspectos importantes que devem inclusive servir como referência para que o analista tome a decisão de utilizar ou não a subciclagem. Nos comentários que foram feitos relativos a estes aspectos objetivou-se evidenciar apenas as vantagens associadas à utilização da subciclagem. No entanto, deve-se evitar a utilização da subciclagem, em situações opostas às apresentadas. Tais situações ocorrem quando os casos em que as diferenças entre os incrementos de tempo requeridos pelos grupos nodais forem muito pequenas, quando o número de nós pertencentes aos grupos nodais não calculados for muito pequeno, ou até mesmo quando forem feitas análises de curta duração.

5.4 Adaptatividade no Tempo e Subciclagem Associadas

Finalizando este capítulo e, tomando como referência os bons resultados obtidos até então com a utilização dos procedimentos de adaptação no tempo e subciclagem isoladamente, será apresentada nesta seção uma proposta para utilização das duas técnicas associadas. A metodologia que está sendo proposta não foi implementada e fica como uma sugestão para desenvolvimentos futuros. Não foi encontrado na literatura técnica nenhum artigo que implementasse, ou até mesmo que sugerisse, a utilização destas duas técnicas associadas para aplicação a qualquer tipo de estrutura.

A metodologia proposta é muito simples e consiste na superposição das propostas de adaptatividade no tempo e de subciclagem apresentadas aqui com algumas adaptações de forma a permitir que se tire partido das principais vantagens oferecidas por cada uma delas.

Sugere-se que o algoritmo de adaptação no tempo, apresentado na seção 5.2, e que foi implementado considerando a estrutura não particionada em subdomínios, seja implementado considerando sua aplicação dentro de cada subdomínio da estrutura particionada que é utilizada pelo algoritmo de subciclagem. Desta forma, o refinamento ou o aumento do incremento de tempo se daria dentro de cada subdomínio. O algoritmo de subciclagem não sofreria nenhuma alteração em relação à forma apresentada neste trabalho.

Quanto ao algoritmo de adaptação no tempo, a seleção do novo incremento de tempo a ser adotado para cada subdomínio sofreria uma restrição adicional. Esta restrição seria relativa ao

incremento de tempo, de forma que este incremento em cada subdomínio não pudesse ultrapassar o incremento de tempo do grupo nodal subsequente. Considerando que, para o algoritmo de subciclagem o domínio é particionado e ordenado de forma crescente em função do incremento de tempo de cada um deles, a restrição proposta tem por objetivo evitar o reordenamento dos grupos nodais em cada passo. Caso esta restrição não fosse imposta, os grupos nodais poderiam ser desordenados a cada modificação dos incrementos de tempo, implicando na necessidade de um reordenamento nodal em cada passo. Este reordenamento certamente afetaria substancialmente o desempenho computacional do algoritmo proposto comprometendo o foco principal da implementação de um algoritmo de subciclagem no tempo que se baseia na melhoria do desempenho computacional.

Neste capítulo serão apresentados oito exemplos, sendo que os dois primeiros têm como objetivo principal ilustrar as potencialidades dos mecanismos de adaptação no tempo e subciclagem. Os demais exemplos procuram ilustrar algumas aplicações importantes do sistema desenvolvido em problemas reais envolvendo análises de linhas de ancoragem e outras estruturas similares. Todos os exemplos apresentados aqui foram executados em um microcomputador Pentium III, 450 Megahertz com 256 Megabytes de memória RAM.

6.1 Exemplo 1 – Análise de Uma Operação de Instalação de Linha de Ancoragem com Adaptação no Tempo

Este exemplo (Figura 6-1) tem por objetivo ressaltar alguns aspectos importantes que foram abordados neste trabalho como a escolha de um algoritmo explícito, o tipo de aplicação que originou o desenvolvimento deste trabalho e finalmente ilustrar a importância da utilização de um procedimento adaptativo nesta classe de problemas.

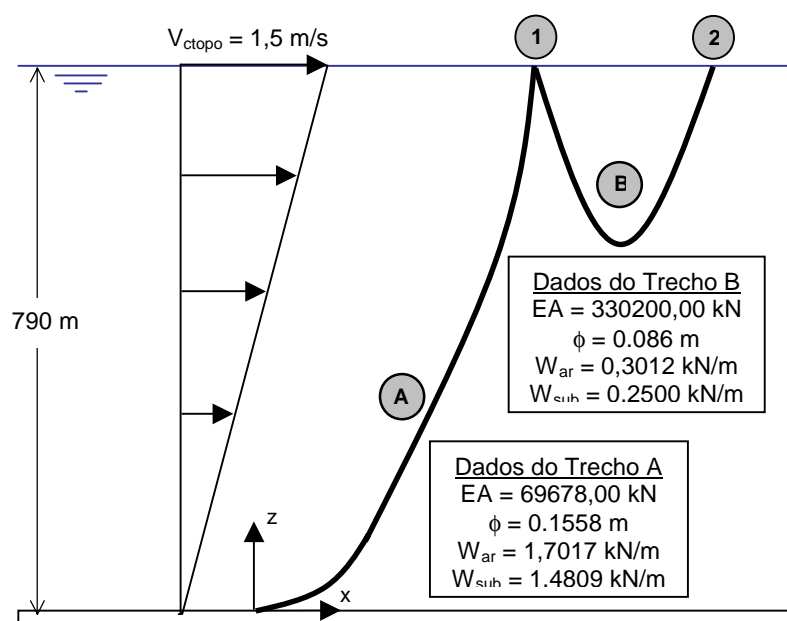


Figura 6-1 – Instalação de uma linha de ancoragem.

O momento da liberação da linha de ancoragem pelo navio situado em 1 é o momento mais crítico da operação onde ocorrem os maiores esforços ao longo da linha. Por isso é importante que o sistema seja capaz de definir com relativa precisão os valores desses esforços. Uma forma encontrada durante o desenvolvimento deste trabalho para melhorar a precisão das respostas, sobretudo nesses instantes, foi a utilização de um algoritmo que minimizasse os erros numéricos inerentes ao processo de integração. Conforme mostrado no Capítulo 3, o Método Explícito Generalizado- α se adequou bem a esta necessidade. Um segundo aspecto importante, no que diz respeito à melhoria de precisão, está relacionado a utilização de um procedimento adaptativo de forma a reduzir o erro numérico provocado pela necessidade de utilização de um incremento de tempo não adequado.

Na análise deste exemplo foi feita uma simulação de 300 segundos e foi aplicada uma função rampa sobre as cargas durante os primeiros 50 segundos. Adotou-se um incremento de tempo inicial bem abaixo de um determinado valor crítico para avaliar a capacidade de adaptação do algoritmo a esta situação extrema. O incremento de tempo inicial adotado foi de 0.0001 segundos. Pode-se observar no gráfico da Figura 6-2 que logo nos primeiros passos o algoritmo adaptativo automaticamente conduziu o incremento de tempo para o valor crítico da estrutura que é de aproximadamente 0.0009 segundos.

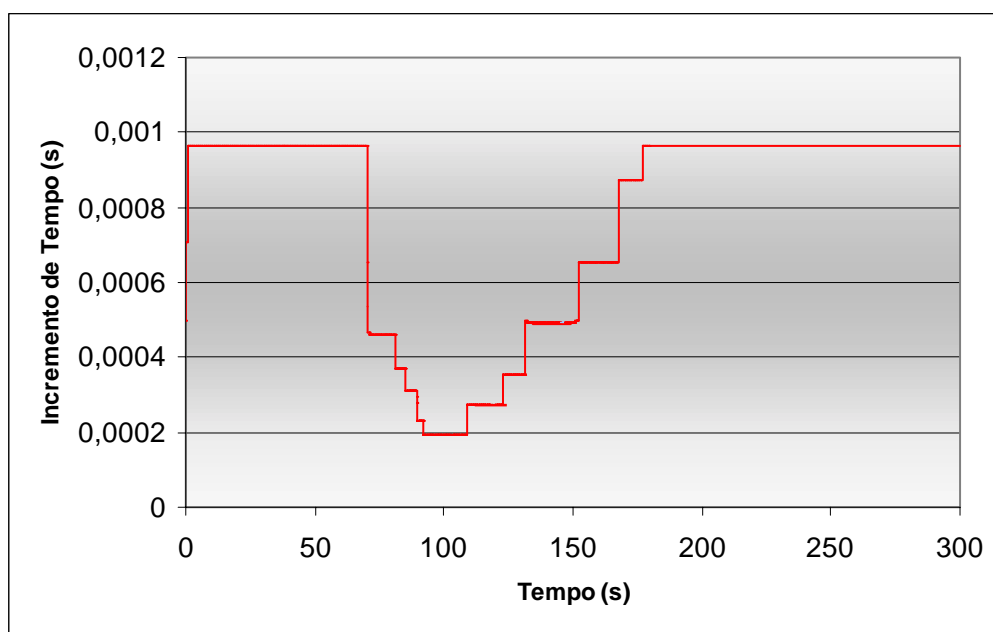


Figura 6-2 – Evolução do incremento de tempo durante a simulação.

Observa-se ainda no gráfico da Figura 6-2 que o incremento de tempo se mantém no valor crítico de 0.0009 segundos até o momento em que o navio localizado na posição 1 libera a linha de ancoragem, aos 70 segundos de simulação. Em seguida, o incremento de tempo sofre uma redução gradativa até atingir o valor mínimo de aproximadamente 0.0002 segundos. A partir dos 110 segundos de simulação o algoritmo adaptativo reconduz gradativamente o incremento de tempo utilizado ao valor considerado antes da liberação da linha de ancoragem.

O gráfico da Figura 6-3 mostra que o resíduo (força desequilibrada), calculado a partir da Equação (3-20), quando se utiliza o procedimento adaptativo assume valores bem menores do que quando se utiliza o procedimento tradicional, sobretudo nos instantes seguintes à liberação da linha de ancoragem. Para o procedimento tradicional adotou-se o incremento de tempo máximo obtido com a simulação adaptativa (0.0009 segundos).

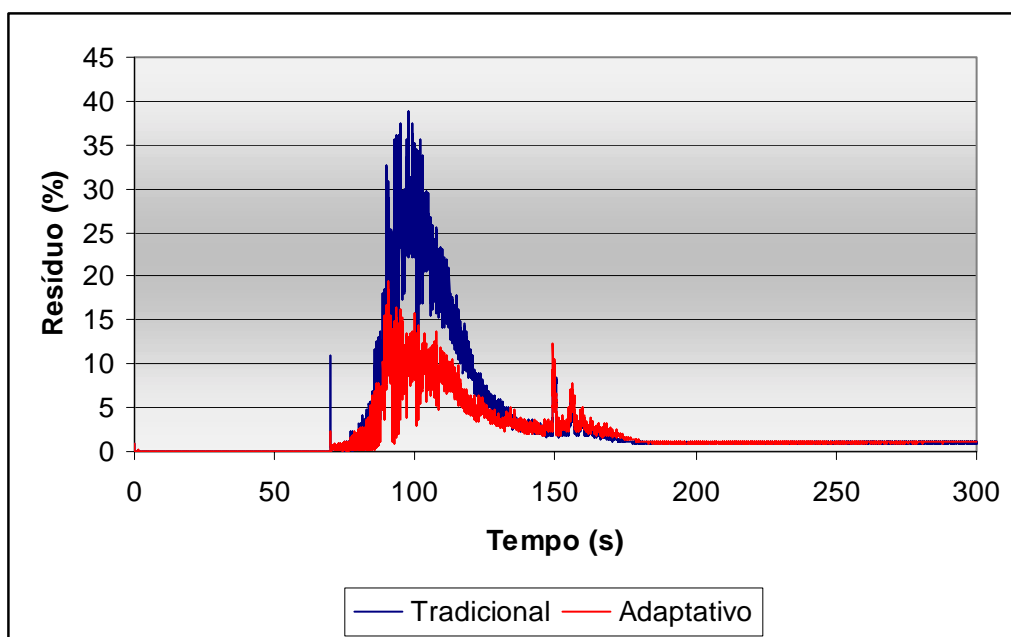


Figura 6-3 – Resíduo obtido nas simulações tradicional e adaptativa.

O gráfico da Figura 6-4 mostra o erro em energia medido nas simulações tradicional e adaptativa a partir da Equação (3-28) indicando também a melhor qualidade da resposta obtida com o procedimento adaptativo.

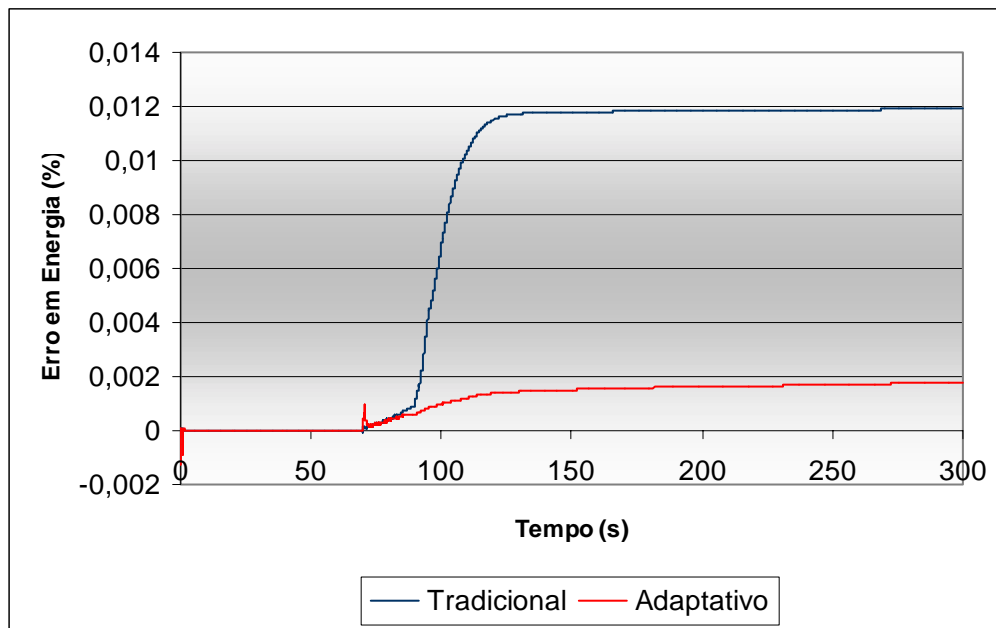


Figura 6-4 – Erro em energia medido com os procedimentos tradicional e adaptativo.

Finalizando a análise deste exemplo são mostrados na Figura 6-5 valores do esforço normal calculados no elemento que está conectado ao navio da posição 1, responsável pela liberação da linha de ancoragem. Observa-se neste gráfico que os picos obtidos com a utilização do procedimento adaptativo são menores que os obtidos com o procedimento tradicional. A Tabela 6-1 mostra que o valor máximo obtido com o procedimento adaptativo é menor que o valor máximo obtido com o procedimento tradicional. Isto pode ser um indicativo de que os picos obtidos na análise tradicional podem ser provenientes de erros numéricos, ou que pelo menos, com o procedimento adaptativo estes erros numéricos são reduzidos. Dessa forma, a resposta obtida com a utilização do algoritmo adaptativo proposto pode ser considerada mais confiável.

	Média (kN)	Máximo (kN)	D. Padrão (kN)
Tradicional	232,12	2822,70	210,87
Adaptativo	235,48	2355,60	190,88

Tabela 6-1 – Valores obtidos para a força na conexão da linha com o navio 1.

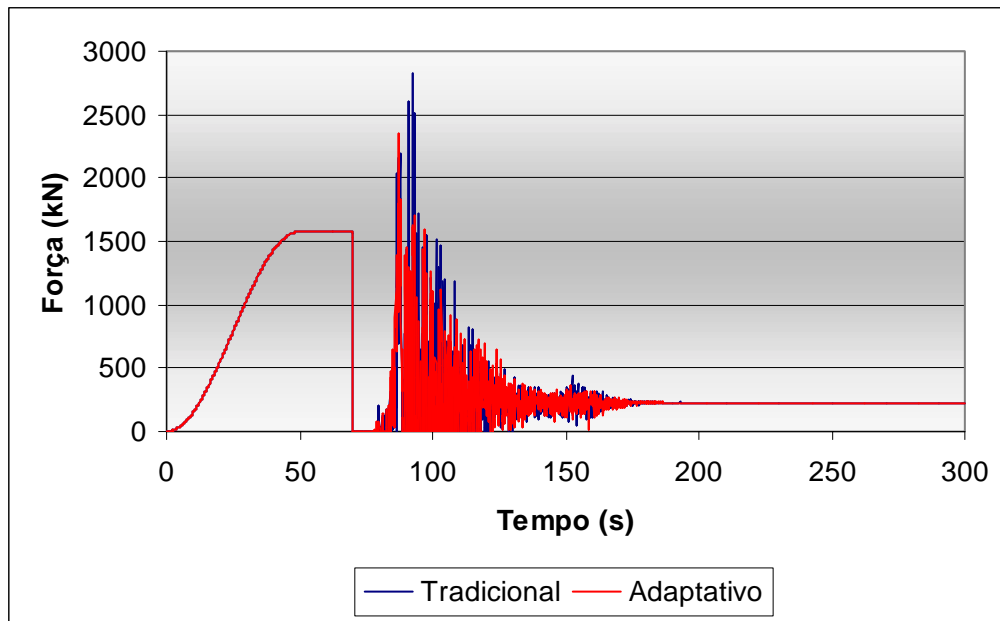


Figura 6-5 – Força no elemento conectado ao navio 1.

A Figura 6-6 mostra a interface do sistema integrado desenvolvido. Esta imagem foi capturada durante o processo de simulação numérica, após a liberação da linha de ancoragem pelo navio 1. De acordo com o que foi descrito nos capítulos iniciais, por meio deste ambiente integrado é permitido ao usuário o acompanhamento (em tempo de execução) da simulação, visualizando as configurações da estrutura e de gráficos associados à análise que são atualizados a cada passo. As grandezas que são exibidas nestes gráficos podem ser alteradas durante a simulação, sem a interrupção do processo. Os botões indicados na Figura 6-6, durante a simulação, são utilizados para interrupção, retrocesso e avanço da análise. A Figura 6-7 apresenta uma seqüência de quadros com imagens da queda da linha de ancoragem.

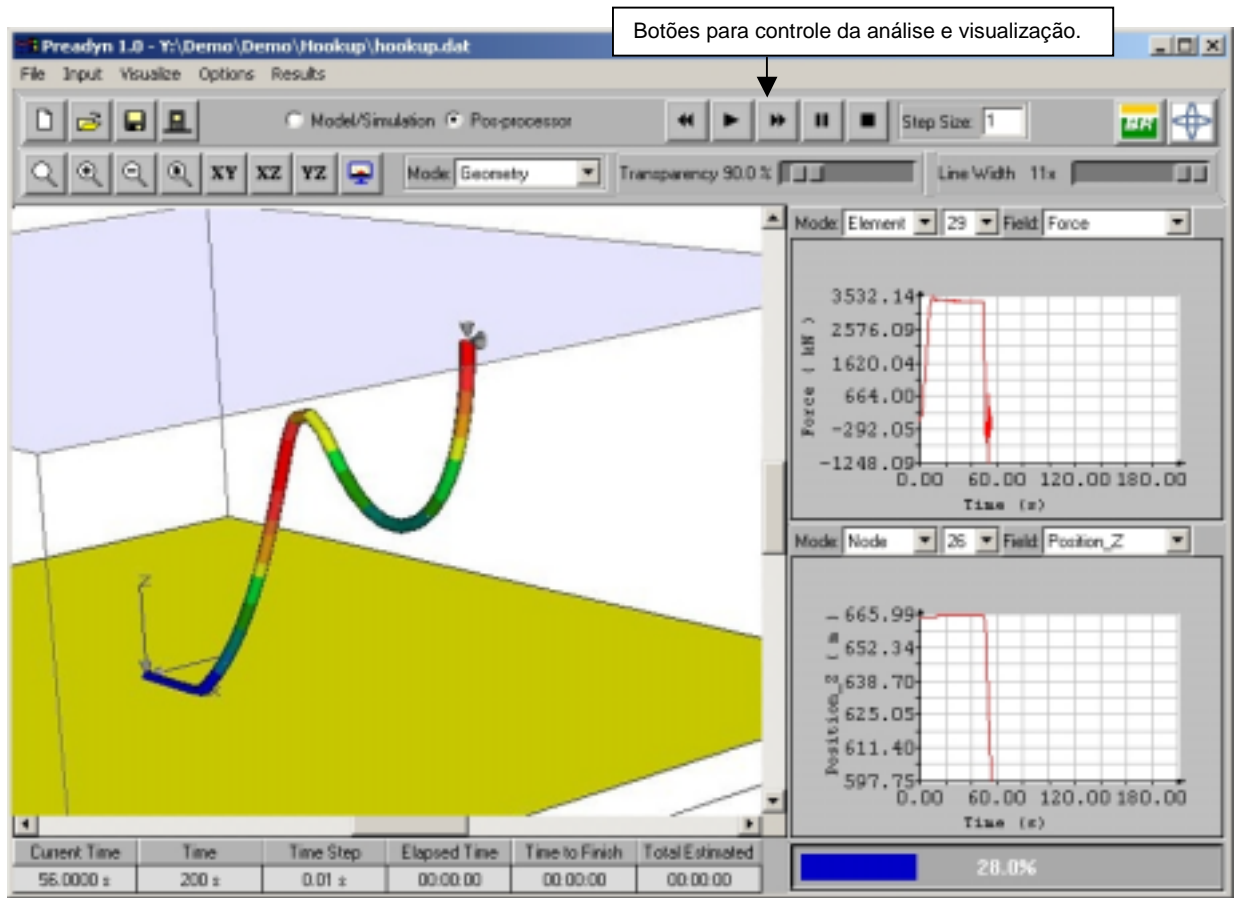


Figura 6-6 – Visualização e controle da simulação.

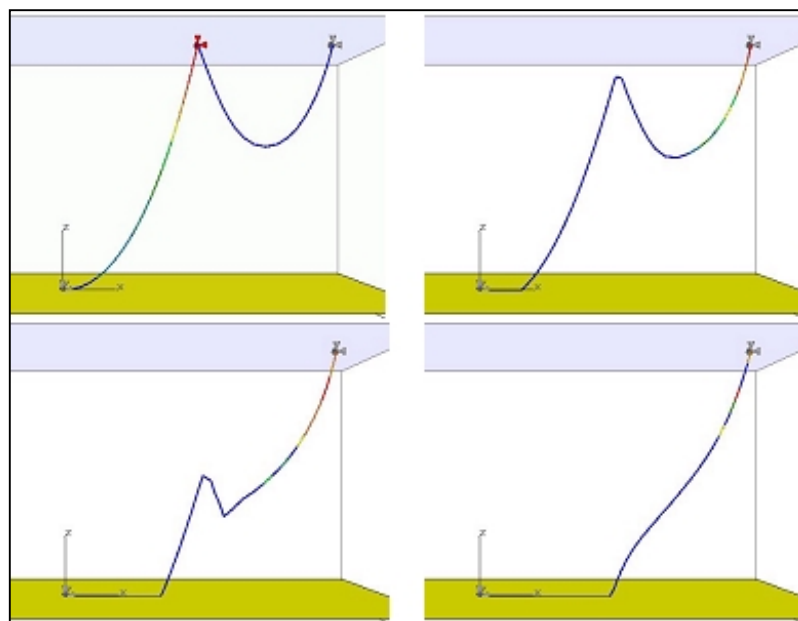


Figura 6-7 – Visualização da queda da linha.

6.2 Exemplo 2 – Análise de Uma Linha Isolada e de Várias Linhas em Conjunto com Subciclagem

Neste exemplo será analisada inicialmente a linha de ancoragem mostrada na Figura 6-8, a qual é composta por um único tipo de material e que foi mais discretizada no trecho A, situado próximo ao fundo do mar.

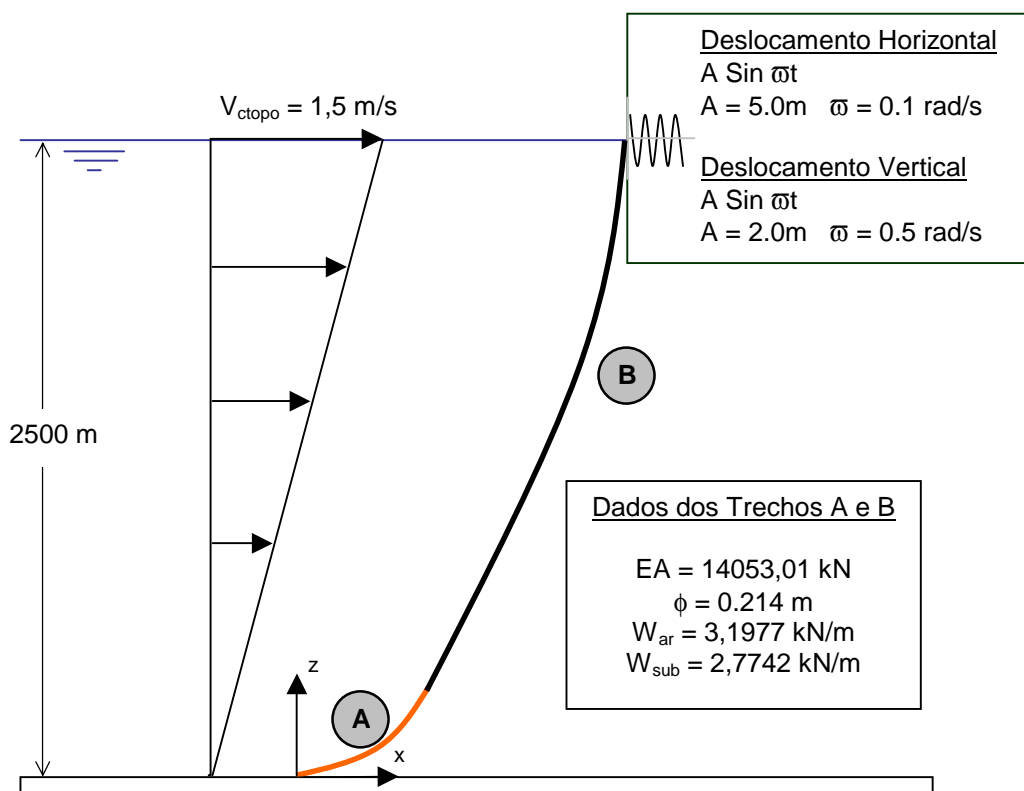


Figura 6-8 – Linha de ancoragem analisada.

O trecho A foi mais discretizado em função de ser uma região mais crítica por está em contato com o fundo. Este trecho tem 100 metros de comprimento e foi subdividido em 20 elementos de 5 metros cada. O trecho B, por sua vez, tem 2800 metros de comprimento e foi subdividido em 70 elementos de 40 metros cada. Com esta discretização e com as propriedades indicadas na Figura 6-8 obteve-se um incremento de tempo crítico de 0.005 segundos para o trecho A e de 0.015 segundos para o trecho B. Foram feitas então duas simulações: na primeira, considerou-se o mecanismo tradicional, sem a subciclagem, integrando todo o domínio com o menor incremento tempo crítico requerido pelo modelo de 0.005 segundos (imposto pelo trecho A). Na segunda simulação foi utilizado o procedimento de subciclagem implementado neste trabalho, integrando cada um dos trechos com seu incremento de tempo crítico

específico. Nas duas situações foram feitas simulações de 800 segundos, sendo que nos 200 primeiros segundos foi aplicada uma função rampa sobre todas as cargas atuantes sobre a linha.

A Tabela 6-2 e o gráfico da Figura 6-9 mostram uma comparação entre os valores das forças no topo da linha de ancoragem obtidos na análise convencional (sem a subciclagem) e na análise com a subciclagem, indicando que as diferenças obtidas com os procedimentos distintos são muito pequenas.

Força	Média (kN)	Máximo (kN)	Mínimo (kN)	Desvio Padrão (kN)
Sem Subciclagem	5922,27	6004,10	5839,40	55,88
Com Subciclagem	5939,70	6066,10	6066,10	73,23
Diferença (%)	0,29%	1,02%	3,74%	23,70%

Tabela 6-2 – Valores obtidos para força no topo nas duas análises.

Para os cálculos das médias, máximos, mínimos e desvios padrões apresentados na Tabela 6-2 foram excluídos os 200 segundos iniciais da análise, relativo ao tempo de aplicação de função rampa.

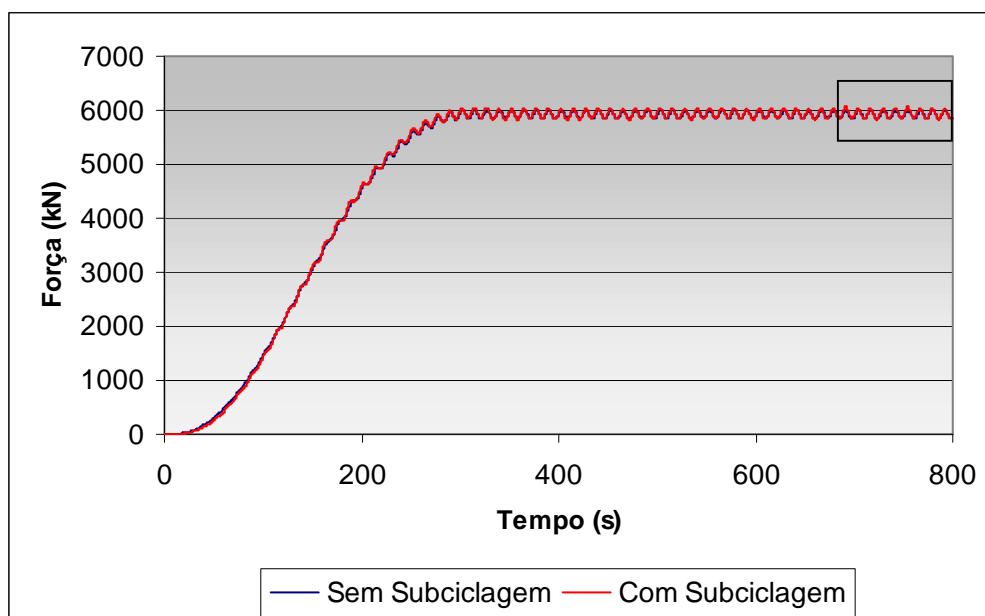


Figura 6-9 – Força no topo da linha de ancoragem analisada.

O gráfico da Figura 6-10 mostra uma ampliação (*Zoom*) da região indicada na Figura 6-9 destacando as diferenças obtidas nas duas análises.

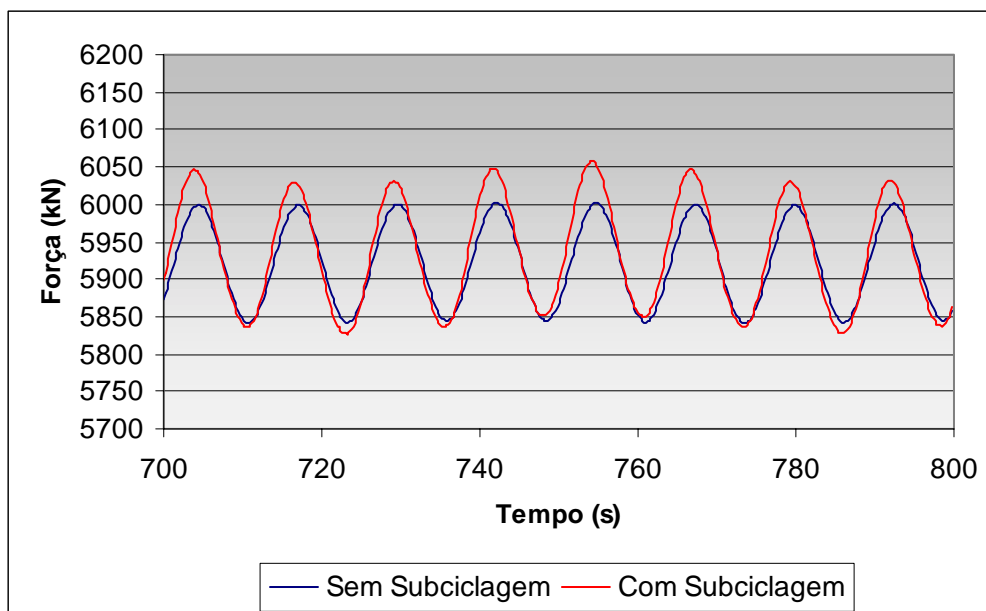


Figura 6-10 – *Zoom* no trecho final da simulação (Força no topo).

As simulações foram de 800 segundos e o tempo computacional gasto na análise tradicional (sem subciclagem) foi de 95,37 segundos e na análise com a subciclagem foi de 43,86 segundos. Para este caso obteve-se um ganho de aproximadamente 54% no tempo computacional. No entanto, pode-se questionar que este tempo de simulação de pouco mais de um minuto é muito pequeno para que se tenha que recorrer ao mecanismo de subciclagem para redução do tempo computacional total da simulação. Porém, são muito freqüentes situações em que se deseja analisar um sistema de ancoragem completo com 30, 40 e até 60 linhas de ancoragem, incluindo *risers*, durante longos períodos de simulação em torno 10000 segundos de simulação. Para estes casos, o ganho com a subciclagem pode se tornar bem mais significativo. Para ilustrar isto, foi analisado um caso com oito linhas de ancoragem, semelhantes à linha mostrada na Figura 6-8 todas chegando no mesmo ponto (P), tal como ilustrado na Figura 6-11, estando todas as linhas sujeitas ao mesmo deslocamento prescrito do caso anterior.

Para este caso, utilizando o procedimento sem subciclagem esta simulação levou 52 minutos e 20 segundos e com a subciclagem a mesma simulação foi feita em 25 minutos e 30 segundos. Assim, o ganho em termos de tempo computacional começa a se tornar mais significativo em casos com um número maior de linhas de ancoragem e/ou *risers* estes benefícios podem se tornar ainda maiores para o usuário. Em geral, o projetista de um sistema de ancoragem faz diversas simulações variando as condições ambientais, propriedades das linhas, dentre outras. Desta forma, qualquer melhoria que se possa conseguir na análise de um caso simples pode significar uma economia considerável na análise de uma quantidade grande de casos.

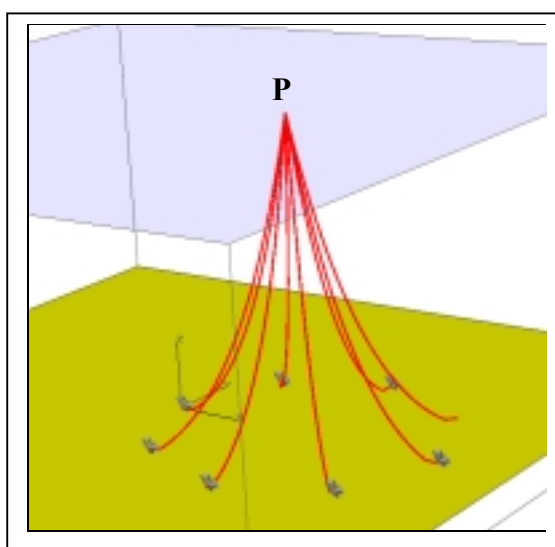


Figura 6-11 – Sistema composto por oito linhas de ancoragem.

A Figura 6-12 ilustra a interface gráfica do sistema proposto, durante a simulação de um caso com várias linhas submetidas a um deslocamento prescrito no topo.

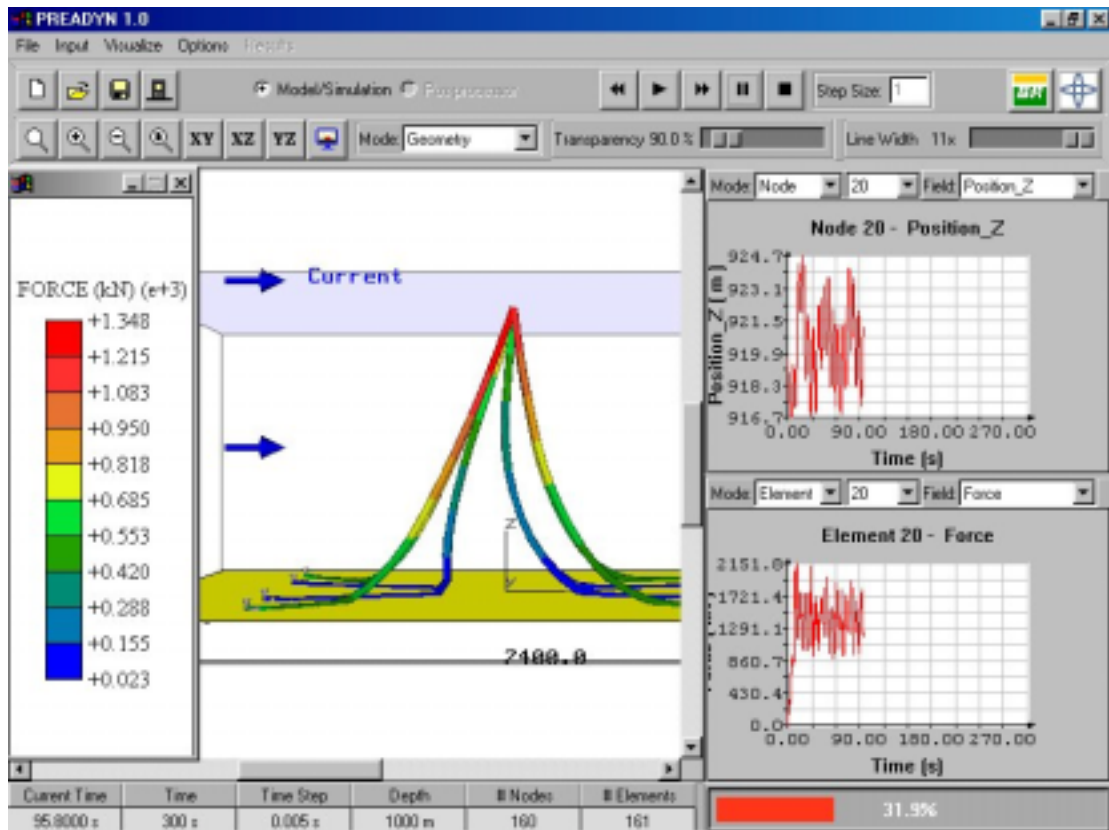


Figura 6-12 – Visualização de uma simulação com multi-linhas.

6.3 Exemplo 3 – Instalação de Equipamento no Fundo do Mar

Este exemplo ilustra uma aplicação direta do sistema proposto neste trabalho na operação de instalação de um equipamento no fundo do mar.

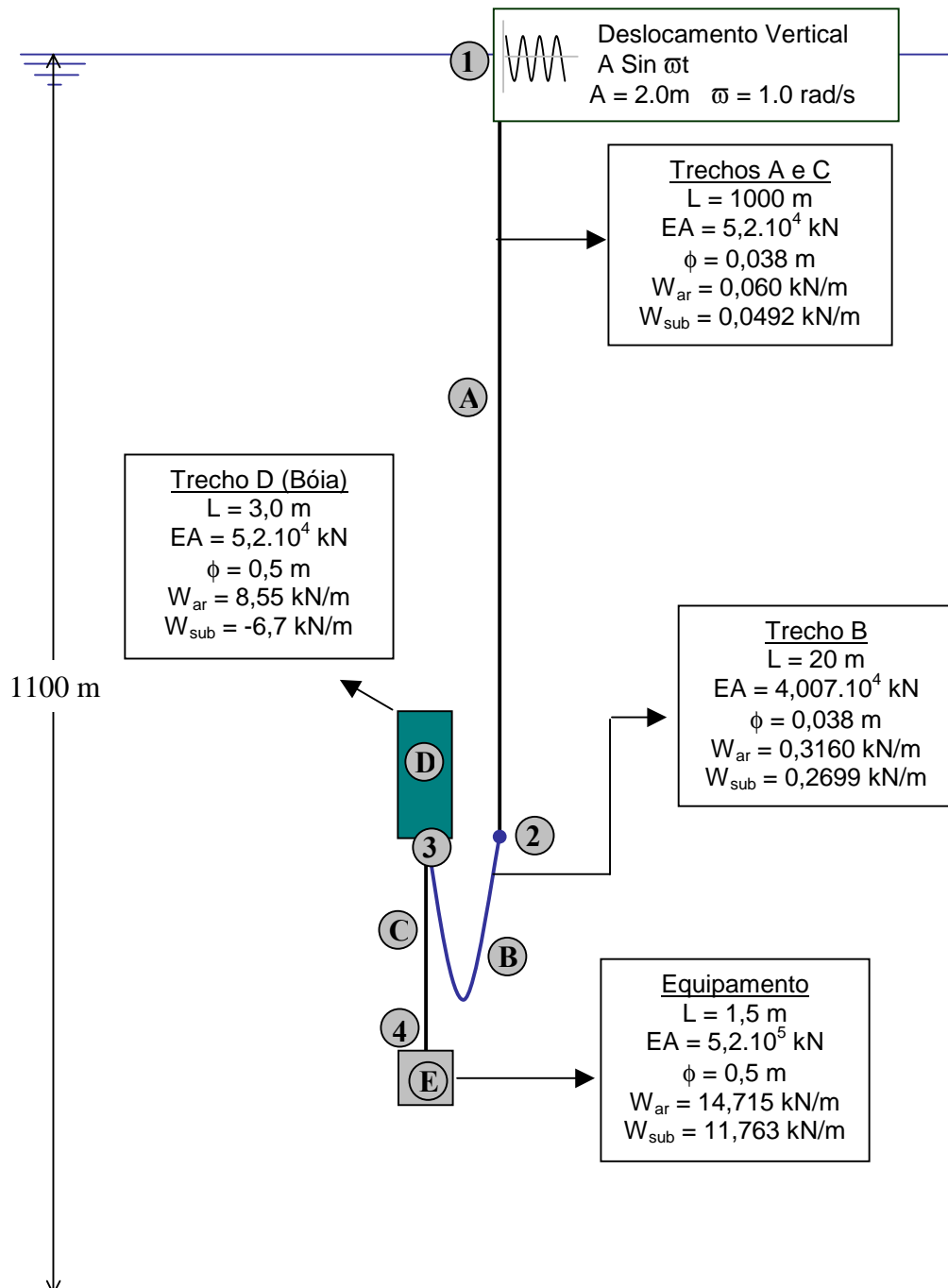


Figura 6-13 – Configuração inicial proposta para instalação do equipamento.

O objetivo desta operação é a instalação de um equipamento, representado pela Letra E na Figura 6-13, de aproximadamente 147 toneladas, 0.5 metro de diâmetro e 3.0 metros de altura no fundo do mar. Para o sucesso desta operação é necessário que o equipamento não seja submetido a movimentos bruscos durante sua instalação, de forma que se tenha precisão na instalação do mesmo e para que se evite o choque do equipamento com qualquer obstáculo no fundo. A idéia inicial seria a colocação do equipamento no final do cabo A, mais precisamente, no vértice 2 indicado na Figura 6-13. No entanto, nesta situação o movimento da embarcação na extremidade 1 do cabo A seria transmitido quase que na sua totalidade para a extremidade 2 deste mesmo cabo. Uma solução alternativa proposta por engenheiros da Petrobras está apresentada na Figura 6-13. A alternativa proposta se baseia na utilização de um pequeno trecho de amarra (Trecho B na Figura 6-13) e de uma bóia fixada na outra extremidade desta amarra e partindo da bóia utiliza-se um outro pequeno trecho de cabo de aço (Trecho C na Figura 6-13) onde seria então fixado o equipamento.

A utilização da ferramenta desenvolvida nesta tese para análise desta operação teve como objetivo principal determinar a amplitude do movimento do equipamento (vértice 4 na Figura 6-13) quando a embarcação na superfície está submetida a um movimento vertical senoidal com amplitude de quatro metros e uma frequência de 1 rad/s. A determinação dos deslocamentos do vértice 4 da configuração apresentada na Figura 6-13 poderia determinar a viabilidade ou não desta operação nas condições apresentadas.

O gráfico da Figura 6-14 ilustra os movimentos dos vértices 1, 2 e 4 considerando o arranjo apresentado na Figura 6-13.

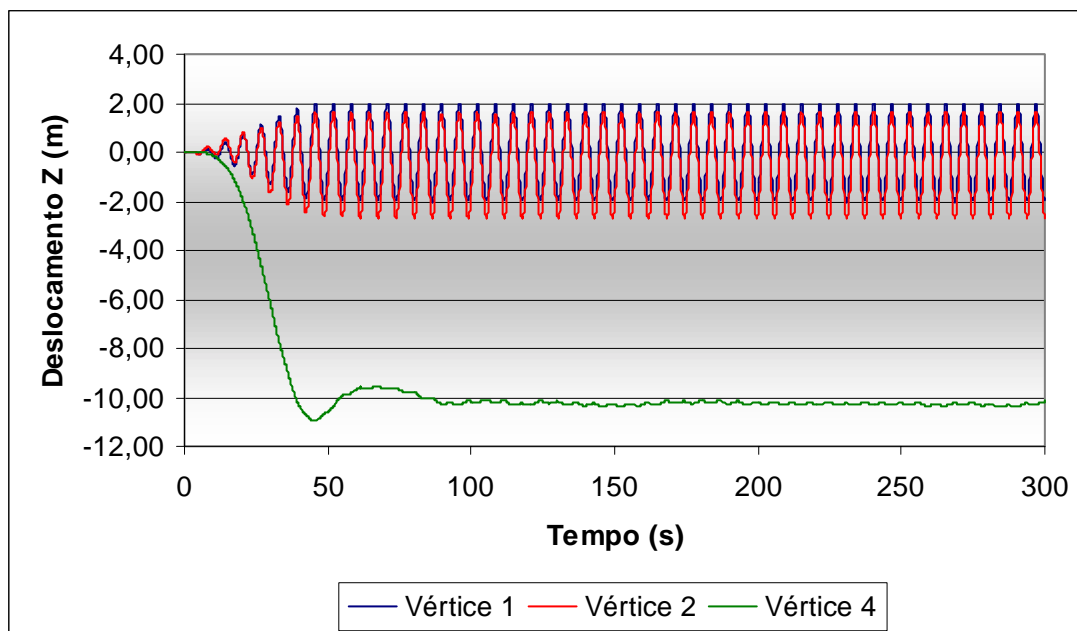


Figura 6-14 – Movimento vertical dos vértices 1,2 e 4 indicados na Figura 6-13.

Considerando um movimento vertical imposto no vértice 1 com a amplitude de 4,0 metros, obteve-se para o vértice 2 a amplitude do movimento de aproximadamente 4,0 metros se propagando na sua totalidade, enquanto que para o vértice 4 (onde estaria localizado o equipamento) obteve-se uma amplitude de 80 centímetros. Desta forma, pôde-se concluir que a proposta apresentada esquematicamente na Figura 6-13 evitaria que grande parcela do movimento da embarcação não se propagasse para o equipamento. Os resultados obtidos com a utilização do sistema integrado proposto contribuíram para que o procedimento de instalação apresentado fosse adotado na instalação de outros equipamentos e as operações têm sido realizadas com sucesso.

6.4 Exemplo 4 – Análise de Um Riser da Plataforma Petrobras-36

Durante o acidente ocorrido com a Plataforma PETROBRAS-36 (P-36) em meados de Março de 2001, após as primeiras explosões e antes do afundamento da plataforma, foram feitas algumas simulações do afundamento da mesma, utilizando-se o sistema desenvolvido nesta tese. Estas simulações foram feitas com o objetivo de fornecer algumas informações importantes a serem utilizadas na eventualidade do afundamento da plataforma, o que veio a acontecer alguns dias depois. Dentre estas informações estavam: os esforços nos risers

durante a queda da plataforma, os instantes críticos da queda e como se propagariam os esforços ao longo das linhas de ancoragem e *risers*.

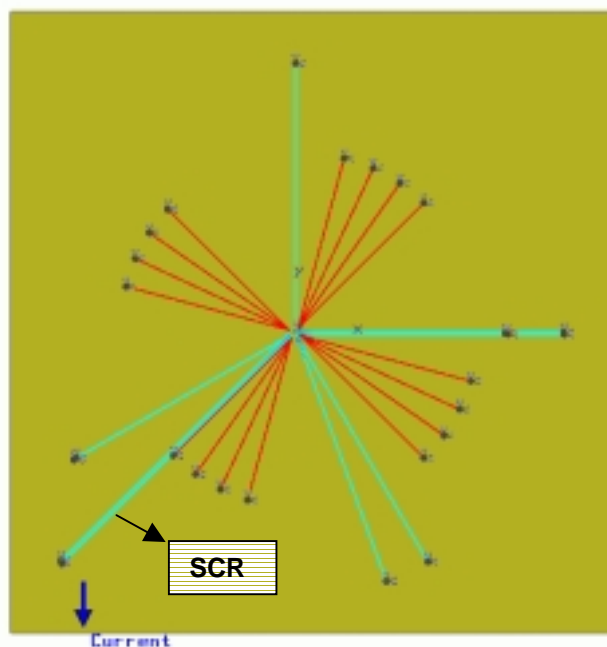


Figura 6-15 – Arranjo das linhas de ancoragem e *risers* instalados na P-36.

A Figura 6-15 mostra em planta o arranjo das linhas de ancoragens e *risers* instaladas na plataforma P-36. Está destacado nesta figura os SCR (*Steel Catenary Risers*) uma vez que os resultados aqui apresentados estão associados às simulações feitas com este *riser*. O comprimento deste *riser* era de aproximadamente 11900 metros; e uma outra informação importante a ser extraída seria até onde os esforços atuantes nestes *risers* se propagariam para se determinar a extensão do dano nos mesmos.

Naturalmente que, dada a grande complexidade do problema do afundamento de uma estrutura de 45.000 toneladas com as dimensões da plataforma P-36 e a profundidade de cerca de 1400 metros no local, além da grande extensão dos *risers* instalados, seria impossível determinar com precisão muitas das informações necessárias. Além da grande complexidade do problema, a ferramenta que foi desenvolvida neste trabalho apresenta algumas limitações que tornaram ainda mais imprecisas as respostas obtidas. Dentre essas limitações está o fato de que ferramenta apresentada foi desenvolvida com o objetivo de se resolver problemas relacionados a linhas de ancoragem que, diferentemente dos *risers*, apresentam pouca rigidez à flexão. Uma outra limitação importante é que o sistema apresentado não considera a não-

linearidade no comportamento dos materiais que certamente tem um efeito importantíssimo no problema em questão. Finalmente, existe o fato de se estar simulando o modelo considerando-se uma estrutura reticulada quando na verdade estes *risers* são dutos de aproximadamente 30 centímetros de diâmetro.

Apesar das limitações apresentadas, o sistema apresentou algumas características que se mostraram importantes na geração de algumas informações durante o acidente com a plataforma. A utilização de algoritmos explícitos, por exemplo, permitiu que fossem simuladas situações como esta com grandes variações nas condições de contorno do problema.

Após uma série de análises foram gerados alguns resultados que são apresentados em seguida. O gráfico da Figura 6-16 mostra os valores extremos de tração e compressão ao longo do SCR durante a queda da plataforma. A ilustração do TDP (*touch down point*, que é ponto em que a linha ou *riser* deixa de tocar o fundo) no gráfico tem por objetivo indicar o seu posicionamento, que pode servir como referência, sobretudo, para indicar que entre o TDP e o ponto de conexão do *riser* com a plataforma (Região B indicada no gráfico da Figura 6-16) acontecem os maiores valores de tração e compressão durante a queda da plataforma.

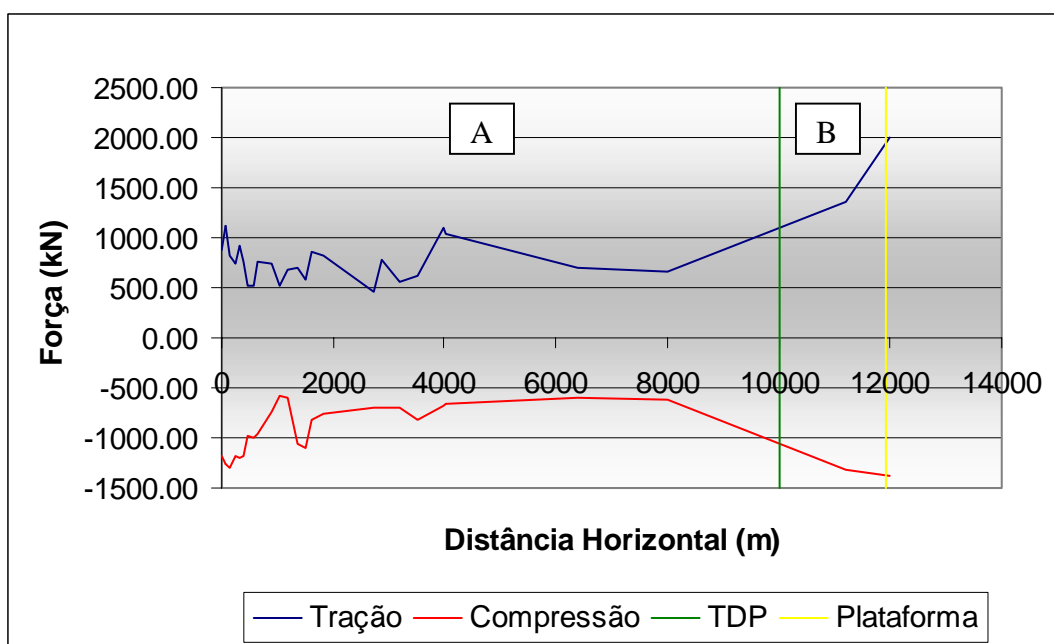


Figura 6-16 – Esforços calculados para o SCR.

Como era de se esperar, os maiores esforços calculados foram nos elementos próximos à conexão plataforma/*riser*. Neste caso, foram observados valores de tração na ordem de 2000 kN e de compressão em torno de 1400 kN. As simplificações na modelagem e na formulação foram responsáveis pela obtenção de altos valores (na ordem de 1200 kN) para tração e compressão na conexão *riser*/fundo (poço) que estão a cerca de 11900 metros da plataforma. No entanto, esses valores não devem corresponder a realidade uma vez que as perdas envolvidas, na prática, são muito grandes em decorrência do atrito com o fundo, dos coeficientes de arrasto, sobretudo em longos comprimentos de *risers*, como é o caso. Uma onda que se propaga e retorna nas conexões do *riser* com o fundo gera um aumento nos valores dos esforços em trechos próximos a estas conexões.

Foram levantadas questões importantes durante a análise deste exemplo que serão abordadas novamente no capítulo final desta tese. Algumas propostas apresentadas como sugestões para trabalhos futuros na linha desta tese estão diretamente relacionadas à redução de algumas das limitações que foram identificadas na análise deste exemplo.

6.5 Exemplo 5 – Comparação com Resultados de Ensaios

Neste exemplo será apresentada uma comparação realizada entre os resultados obtidos com a utilização da ferramenta desenvolvida nesta tese, os resultados obtidos em ensaios e os resultados obtidos utilizando-se o programa Anflex [5]. Estas comparações foram feitas com o objetivo de aferição do sistema proposto.

Foram obtidos resultados de ensaios feitos pela PETROBRAS no Laboratório Marintek [67], na Noruega, em 1999. Alguns destes resultados foram analisados por Nishimoto *et al.* [68].

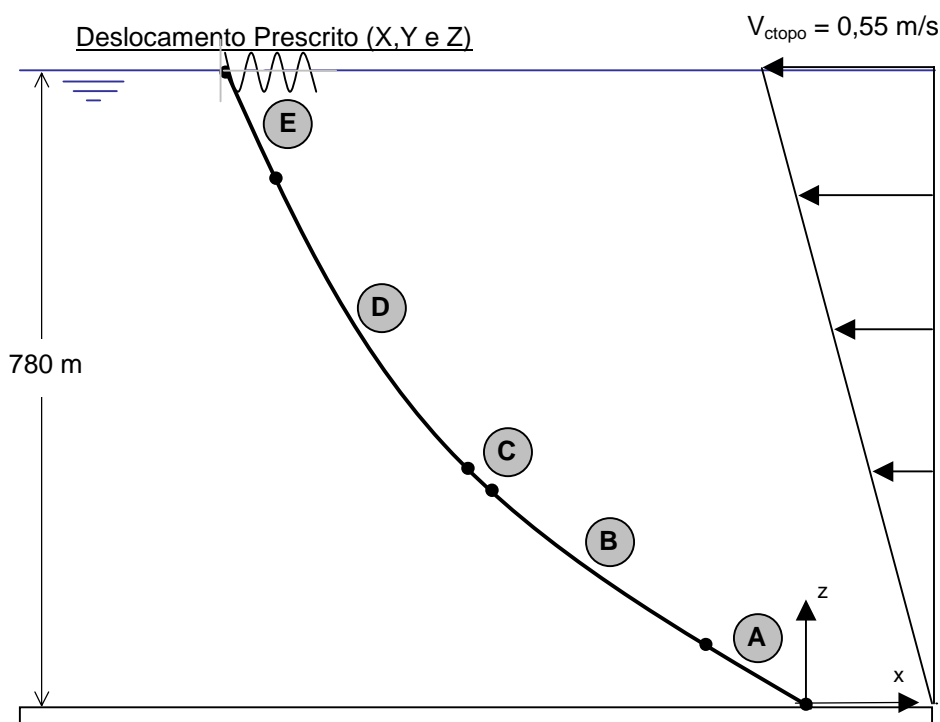


Figura 6-17 – Linha de ancoragem analisada.

A Figura 6-17 apresenta uma das linhas de ancoragem ensaiadas submetida a deslocamentos prescritos (gerados em ensaio), e submetida a um perfil de velocidade de corrente reproduzindo também as condições do ensaio. Os dados correspondentes a cada um dos trechos indicados na Figura 7-17 estão apresentados na Tabela 6-3. Vale salientar que foi analisado em laboratório um modelo em escala reduzida (1:105) com inércia equivalente ao modelo ilustrado na Figura 6-17.

Trecho	L (m)	EA (kN)	Diâmetro (m)	War (kN/m)	Wsub (kN/m)
A	150,00	9,1270E+05	0,1050	2,4584	2,0610
B	600,00	2,6934E+05	0,2100	0,2845	0,0726
C	20,00	9,1270E+05	0,1050	2,4584	2,0610
D	600,00	2,6934E+05	0,2100	0,2845	0,0726
E	300,00	9,1270E+05	0,1050	2,4584	2,0610

Tabela 6-3 – Dados do modelo analisado.

O gráfico da Figura 6-18 e a Tabela 6-4 mostram os resultados obtidos. As diferenças iniciais obtidas foram decorrentes da aplicação de uma função rampa nos 50 primeiros segundos da simulação.

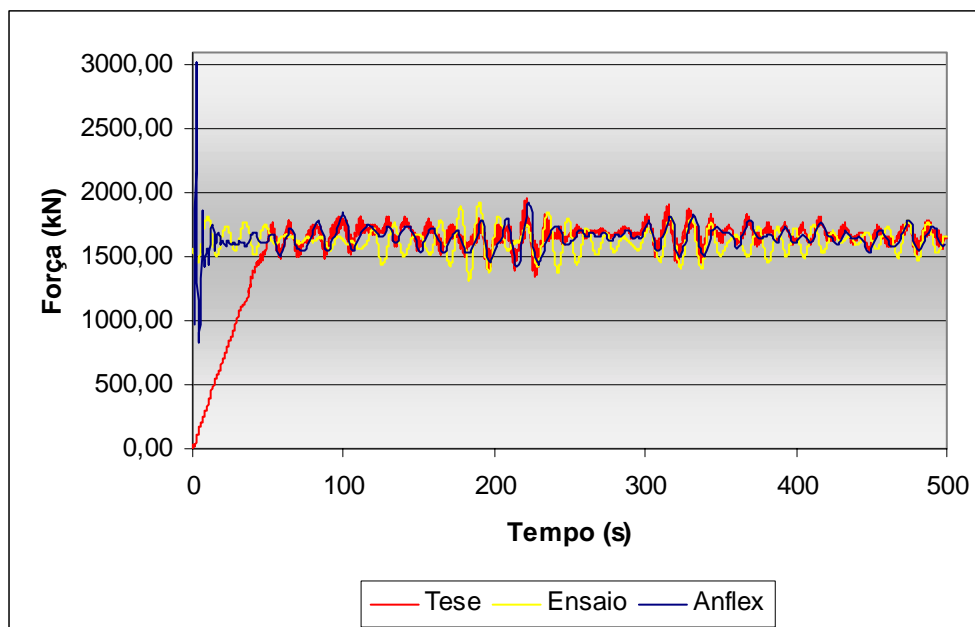


Figura 6-18 – Comparação entre as séries obtidas.

Força	Média (kN)	Máximo (kN)	Mínimo (kN)	D.Padrão (kN)
Tese	1673,12	1963,80	1346,60	77,21
Ensaio	1623,91	1928,50	1317,00	98,97
Anflex	1651,72	1925,00	1429,10	79,71
Tese/Ensaio	3,03%	1,83%	2,25%	

Tabela 6-4 – Valores estatísticos das séries obtidas.

Tanto no gráfico da Figura 6-18 quanto na Tabela 6-4, pode-se observar que as respostas obtidas com o sistema proposto estão bastante próximas dos resultados dos ensaios e também da série temporal obtida com a utilização do Anflex [5].

Foram comparados também valores obtidos para linhas menos tracionadas e os resultados obtidos para uma delas estão apresentados no gráfico da Figura 6-19 e na Tabela 6-5. São mostrados valores dos esforços nos elementos conectados no navio.

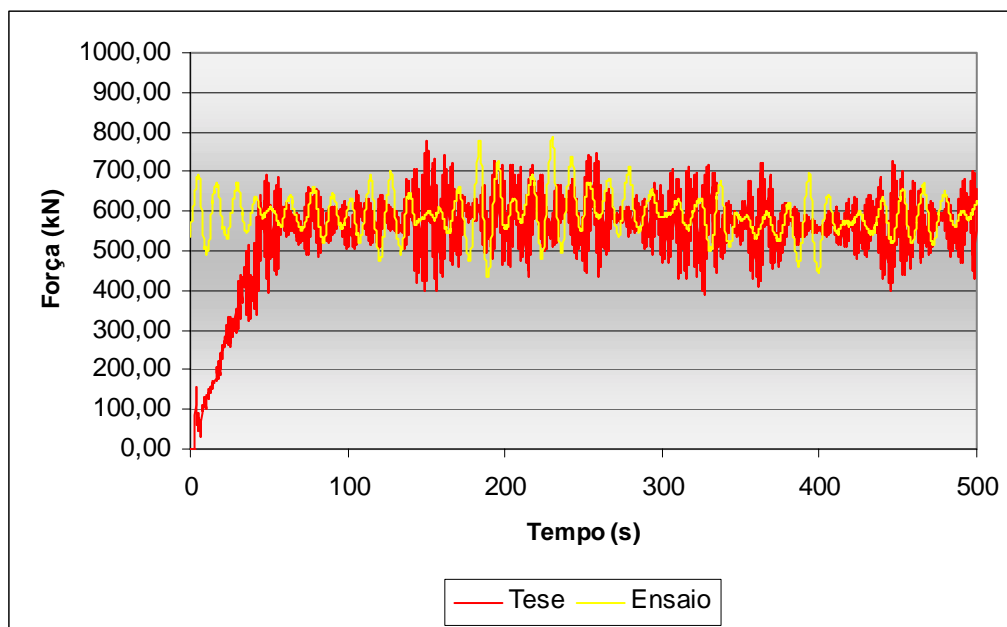


Figura 6-19 – Resultados obtidos para uma linha de ancoragem menos tracionada.

Força	Média (kN)	Máximo (kN)	Mínimo (kN)	D.Padrão (kN)
Tese	575,33	775,67	389,50	72,16
Ensaio	592,45	788,33	433,08	54,21
Tese/Ensaio	-2,89%	-1,61%	-10,06%	

Tabela 6-5 – Valores obtidos para linha menos tracionada.

Foram realizadas diversas análises com outras linhas do modelo e os resultados obtidos nas simulações se aproximaram bastante dos resultados obtidos em ensaio.

6.6 Exemplo 6 – Análise Dinâmica Acoplada Casco/ Linhas de Ancoragem

Foi desenvolvido pela Universidade de São Paulo um programa computacional para simulação dinâmica do movimento de embarcações, denominado DYNASIM [2]. Além das cargas provenientes das condições ambientais atuantes sobre a embarcação como onda, vento e correntes marítimas, a contribuição dos esforços exercidos pelas linhas de ancoragem em reação ao movimento da embarcação são importantíssimas e devem ser devidamente consideradas.

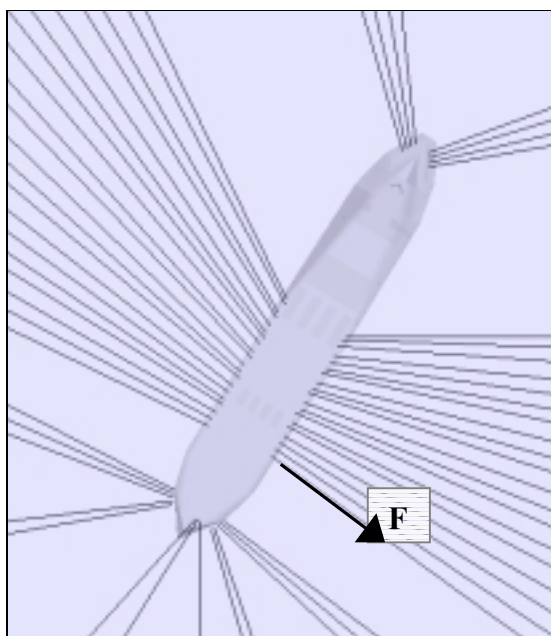


Figura 6-20 – Representação da força exercida por uma linha de ancoragem sobre o navio.

A Figura 6-20 mostra a vista em planta de um modelo esquemático navio/linhas de ancoragem. Observa-se que em uma das linhas indicadas na figura está a representação de um vetor força correspondente a interação das linhas com o casco do navio. A determinação destes vetores, originalmente, era feita a partir de um cálculo prévio de curvas de restauração para cada uma das linhas e durante a análise dinâmica do movimento da embarcação estas forças eram interpoladas a partir destas curvas. Estas curvas, por sua vez, eram geradas a partir de uma série de análises estáticas para cada uma das linhas o que de uma certa forma representava uma simplificação imposta ao modelo, pois em uma análise estática não se leva em consideração a amplificação dinâmica e, conseqüentemente, os valores ficam subestimados.

Com o objetivo de considerar efetivamente a dinâmica das linhas nos modelos analisados através do DYNASIM surgiu a idéia de se utilizar o módulo de simulação numérica aqui proposto. Conforme apresentado no Capítulo 3, o sistema para análise dinâmica de linhas de ancoragem foi desenvolvido dentro de um ambiente integrado no qual se tem as etapas de pré-processamento, análise numérica e pós-processamento. No entanto, apesar de estarem integrados, o sistema foi desenvolvido de forma modular permitindo que o módulo de análise numérica pudesse ser utilizado também de forma independente. Esta modularização facilitou o acoplamento entre o programa DYNASIM e o módulo de análise numérica desenvolvido neste trabalho, resultando no programa DYNASIM-A [10]. Com isso, o cálculo das forças exercidas sobre as linhas pode ser feito considerando-se efetivamente a dinâmica das linhas, melhorando assim a representação do modelo físico e permitindo a análise dinâmica de todo o conjunto casco/linhas.

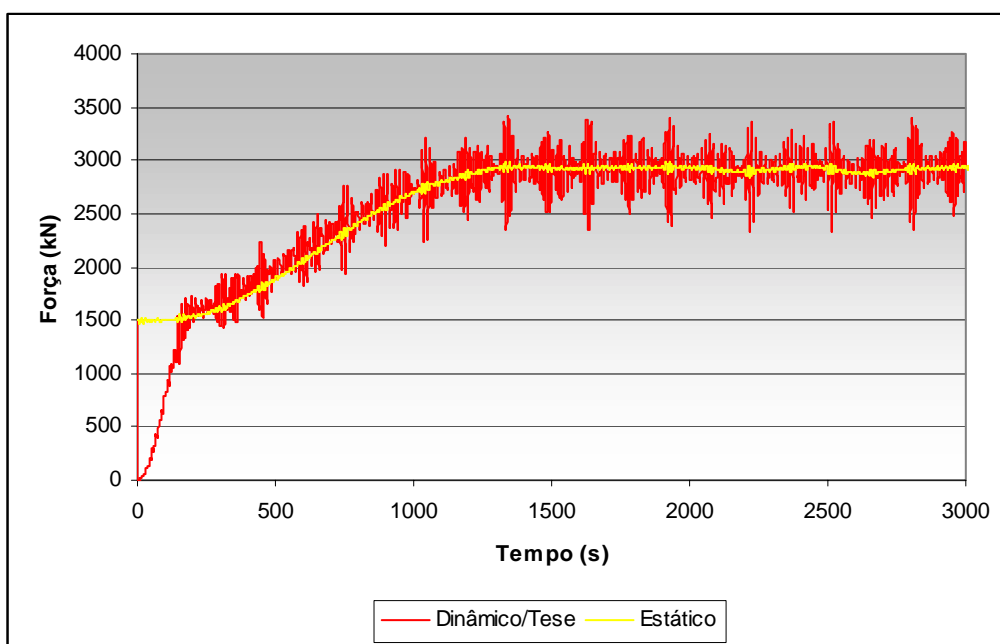


Figura 6-21 – Comparação entre as análises dinâmica e estática.

São apresentados no gráfico da Figura 6-21 e na Tabela 6-6 os resultados obtidos na versão original do programa DYNASIM, levando-se em consideração a análise quase-estática das linhas e com a nova versão do programa integrada ao módulo de análise dinâmica de linhas desenvolvido neste trabalho.

	Média (kN)	Máximo (kN)	Mínimo (kN)	D. Padrão (kN)
Dinâmica	2897,11	3411,45	2225,47	180,71
Estática	2905,94	2986,10	2689,24	47,49
Diferença	0,30%	-12,47%	20,84%	-73,72%

Tabela 6-6 – Valores obtidos considerando-se as análises dinâmica e estática.

Observa-se tanto na Tabela 6-6 quanto no gráfico da Figura 6-21 que as diferenças entre as duas análises são significativas obtendo-se a amplificação dinâmica esperada quando se considera a dinâmica das linhas de ancoragem e *risers* conectados à embarcação.

Esta é uma aplicação importante do sistema que foi desenvolvido, considerando-se que análises como estas são realizadas com frequência em projetos e verificações (validação) de sistemas de ancoragem de navios e plataformas. Maiores detalhes sobre a integração do programa DYNASIM com o módulo de análise numérica aqui desenvolvido pode ser encontrado em Silveira e Jacob [10].

6.7 Exemplo 7 – Lançamento de Estaca-Torpedo

Uma outra aplicação importante deste trabalho foi na simulação da operação de lançamento de estacas-torpedo. Estas estacas são lançadas com o objetivo de ancorar os navios e foram testadas recentemente como uma alternativa econômica em substituição a algumas âncoras. O modelo analisado está representado na Figura 6-22, e a estaca-torpedo está indicada pela letra C. A estaca-torpedo também é modelada como um elemento de treliça como todos os outros elementos do modelo. Foram feitas diversas simulações variando-se apenas a altura de queda (h_q) da estaca. Para variação desta altura de queda o comprimento do cabo B é modificado a cada simulação de forma a se atingir a altura de queda desejada.

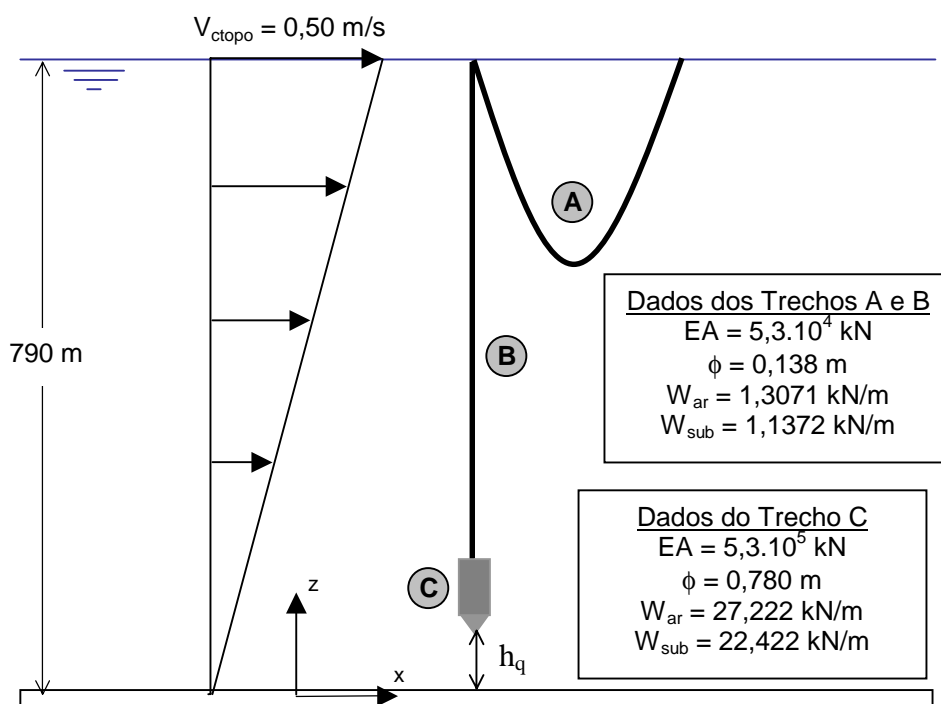


Figura 6-22 – Simulação de lançamento de estaca-torpedo simulado.

O objetivo das simulações consiste na determinação da velocidade de chegada da estaca no fundo do mar quando lançada de diferentes alturas. O gráfico da Figura 6-23 mostra a variação da velocidade de chegada da estaca no fundo em função da altura de queda da mesma. Estes valores são importantes para que se tenha uma referência da velocidade de chegada da estaca no fundo do mar e para que os mesmos sejam utilizados como dados de entrada em programas específicos de avaliação da penetração de estacas.

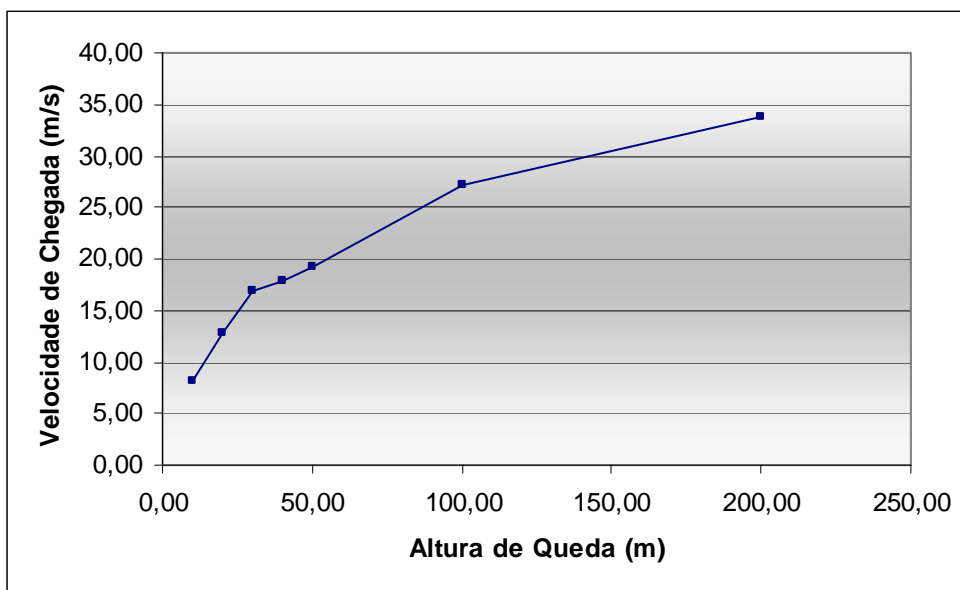


Figura 6-23 – Velocidade no contato da estaca-torpedo com o solo

A Tabela 6-7 mostra os valores obtidos para as velocidades de contato e o tempo de queda da estaca torpedo em função das alturas de queda, plotados respectivamente nos gráficos das Figuras 6-23 e 6-24.

Altura (m)	10,00	20,00	30,00	40,00	50,00	100,00	200,00
Velocidade (m/s)	8,16	12,90	16,90	17,90	19,30	27,10	33,80
Tempo (s)	1,70	2,60	3,20	3,80	4,30	6,25	9,40

Tabela 6-7 – Valores obtidos com a variação da altura de queda da estaca.

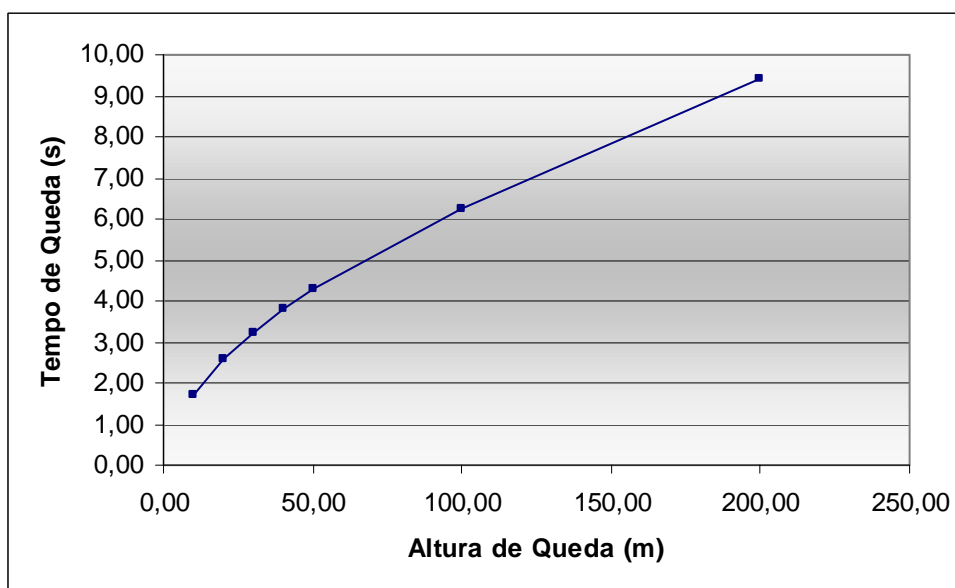


Figura 6-24 – Tempo de queda em função da altura de lançamento.

O sistema proposto neste trabalho foi efetivamente utilizado como ferramenta de apoio ao projeto de lançamento dessas estacas. Os valores obtidos para as velocidades do nó contato da estaca com o fundo do mar foram utilizados como dados de entrada para outros programas que modelam a penetração da estaca no solo.

6.8 Exemplo 8 – Instalação de Risers

Conforme mencionado no Capítulo 1, um dos objetivos deste trabalho é desenvolver um sistema capaz de simular situações especiais de instalação de linhas de ancoragem e de *risers* flexíveis. Existem alguns procedimentos de instalação dessas estruturas que são especiais e que não se repetem com frequência. No entanto, existem também formas tradicionais de se realizar essas operações. Entre estas formas tradicionais, existem dois tipos clássicos de lançamento que foram padronizadas e que foram estudados por simulação numérica utilizando o sistema desenvolvido neste trabalho: as conexões de primeira extremidade e de segunda extremidade.

Foi desenvolvida neste trabalho uma metodologia para simulação dessas operações, utilizando-se apenas os recursos disponíveis no sistema proposto.

Esta metodologia parte da definição dos padrões de lançamento dessas estruturas. Em seguida, o projetista da operação determina qual dos tipos ele deseja simular, e a partir daí fornece ao sistema os dados específicos, associados ao padrão escolhido e necessários à análise numérica dessa operação.

A seguir, são apresentadas as metodologias propostas para simulação das duas operações clássicas de lançamento.

6.8.1 Conexão de Primeira Extremidade

Os objetivos a serem atingidos e a configuração final da estrutura são os mesmos para os dois tipos de conexão apresentados. A estrutura (linha de ancoragem ou *riser*) inicialmente encontra-se dentro da embarcação, e o objetivo da operação é fixar uma das extremidades no

fundo do mar, mantendo a outra extremidade em uma plataforma ou navio, de forma que a estrutura atinja a configuração mostrada na Figura 6-25 (e).

Na conexão de primeira extremidade, o navio rebocador inicia a operação sobre o ponto alvo P, onde a estrutura vai sendo lançada até atingir este ponto. É nesse ponto que a estrutura será conectada ao fundo do mar, fixando assim a sua primeira extremidade da estrutura. Após a fixação desta extremidade o navio inicia o seu movimento em direção à plataforma. Chegando à plataforma, é feita a conexão da segunda extremidade na plataforma, concluindo assim a operação.

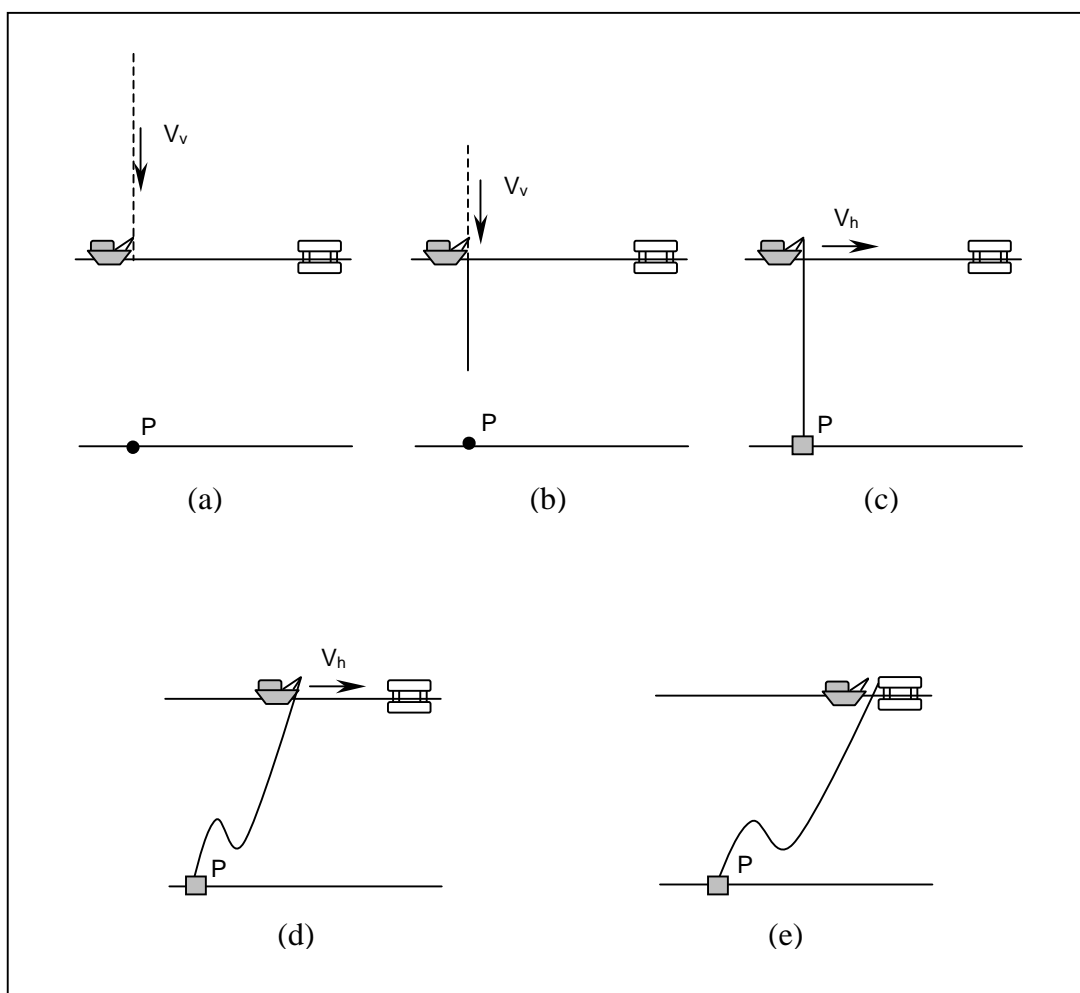


Figura 6-25 – Conexão de primeira extremidade.

Apresenta-se, a seguir, a metodologia que automatiza e facilita a modelagem desta operação com o sistema desenvolvido, utilizando os recursos disponíveis no mesmo e que foram apresentados neste capítulo.

a) Inicialmente, como mostrado na Figura 6-25 (a), a malha é gerada inteiramente acima da linha d'água, contendo sobre segmentos retos e com o vértice inicial na linha d'água. Todos os nós da malha gerada estão livres para se movimentar. A única condição imposta ao modelo neste instante é velocidade vertical prescrita constante associada a todos os nós da malha (vide Figura 6-25 (b)). Esta imposição, na prática, simula a velocidade com que a estrutura vai sendo lançada ao mar. Nenhum tipo de carregamento externo é aplicado a estrutura neste momento. Nem mesmo o peso próprio da estrutura é considerado nesse momento, uma vez que, a estrutura encontra-se toda sobre a embarcação.

b) À medida em que os elementos vão penetrando na água, os seus pesos começam a ser considerados automaticamente assim como as forças de corrente e a velocidade vertical que havia sido prescrita é retirada automaticamente.

c) Quando todas as cargas hidrodinâmicas forem sendo consideradas, espera-se o primeiro nó atingir o fundo do mar. Nesse instante, há uma alteração na sua condição de contorno. Este nó que estava com o seu movimento livre nas três direções passa a ter seus movimentos restringidos, simulando assim a fixação do nó ao fundo do mar (vide Figura 6-25 (c)).

d) Após a fixação de uma extremidade no fundo do mar, passa a atuar sobre o nó que está no rebocador, uma velocidade horizontal, que simula a velocidade com que o rebocador se desloca em direção à plataforma (vide Figura 6-25 (d)).

e) Quando o nó que representa o rebocador chega à plataforma, automaticamente deixa de atuar a velocidade vertical imposta ao mesmo, e ele tem seu movimento impedido nas três direções simulando assim a sua conexão à plataforma. Pode-se observar na Figura 6-25 (e) que a estrutura atinge uma configuração final de equilíbrio em forma de “S” em virtude da presença de algumas bóias colocadas em determinado trecho da estrutura.

6.8.2 Conexão de Segunda Extremidade

O objetivo da conexão de segunda extremidade é exatamente o mesmo da conexão de primeira extremidade. O que muda é a forma como a operação é realizada. Conseqüentemente, muda também a metodologia para simular esta operação com o sistema desenvolvido, ou seja:

- a) A segunda extremidade (da plataforma) já inicia a simulação fixada à plataforma e a embarcação começa a operação ao lado da plataforma, como mostra a Figura 6-26 (a). Entre o rebocador e a plataforma é gerado um trecho de estrutura formando uma catenária e o restante da malha é gerada fora d'água, como no primeiro caso mostrado.
- b) Para os nós submersos são consideradas todas as forças de corrente, peso próprio da estrutura e empuxo. Para o nó que está no rebocador e para todos que estão fora da água são aplicadas as velocidades horizontais e verticais prescritas que simulam, respectivamente, o movimento horizontal do navio em direção ao ponto alvo P e a velocidade com que a estrutura está sendo lançada ao mar. A medida em que os nós vão penetrando na água estas velocidades deixam de atuar automaticamente.
- c) Quando o navio rebocador está sobre o ponto alvo P, a velocidade horizontal do navio é retirada automaticamente e a velocidade vertical de lançamento da estrutura permanece até que o nó da primeira extremidade atinja o ponto alvo P. Quando isto acontece, é alterada a condição de contorno do nó da primeira extremidade que passa a ter seu movimento restringido nas três direções, simulando assim a sua fixação ao fundo do mar.

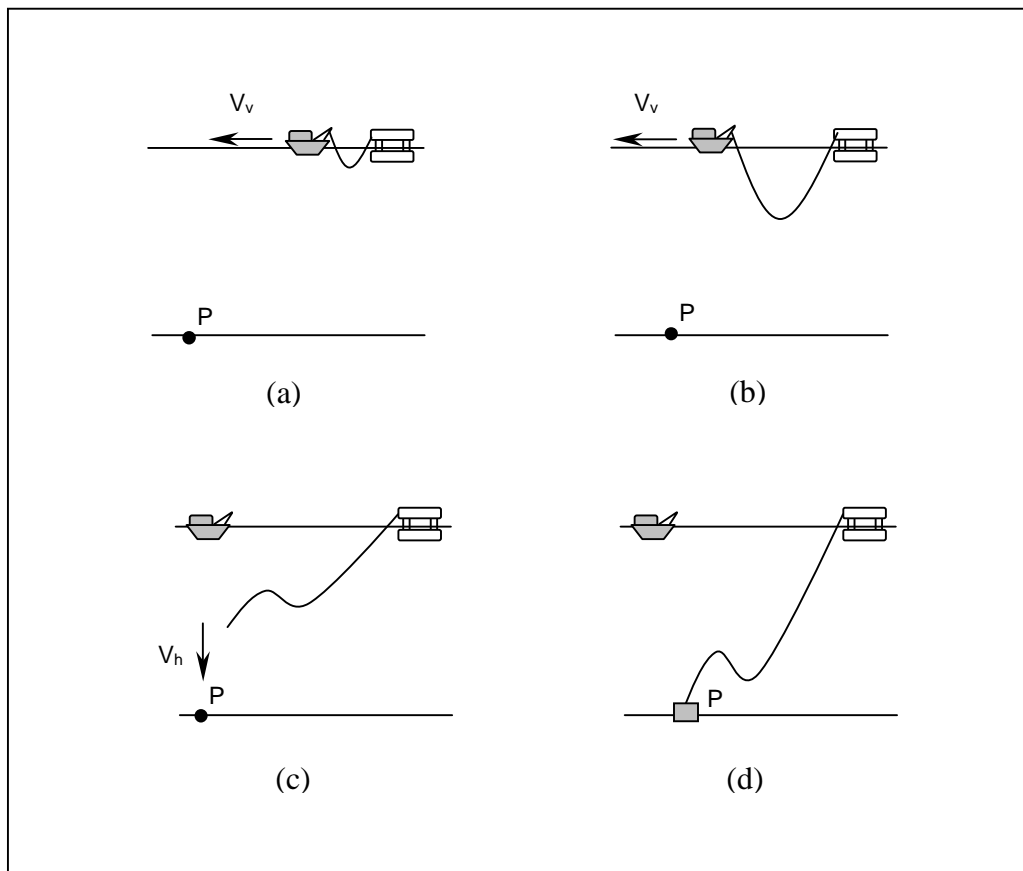


Figura 6-26 – Conexão de segunda extremidade.

Observa-se que a configuração final é a mesma da atingida nas operações de conexão de primeira e de segunda extremidade, mudando apenas o procedimento utilizado no lançamento. Com a possibilidade de simulação dessas operações utilizando-se o sistema proposto, o projetista pode avaliar os esforços atuantes na estrutura ao longo da operação, observando não apenas os momentos críticos da operação onde ocorrem as máximas tensões, como também todas as configurações da estrutura atingidas no decorrer das operações

As Figuras (6-27) e (6-28) ilustram as simulações das duas operações realizadas com o sistema proposto. Observe-se que as configurações finais são praticamente idênticas.

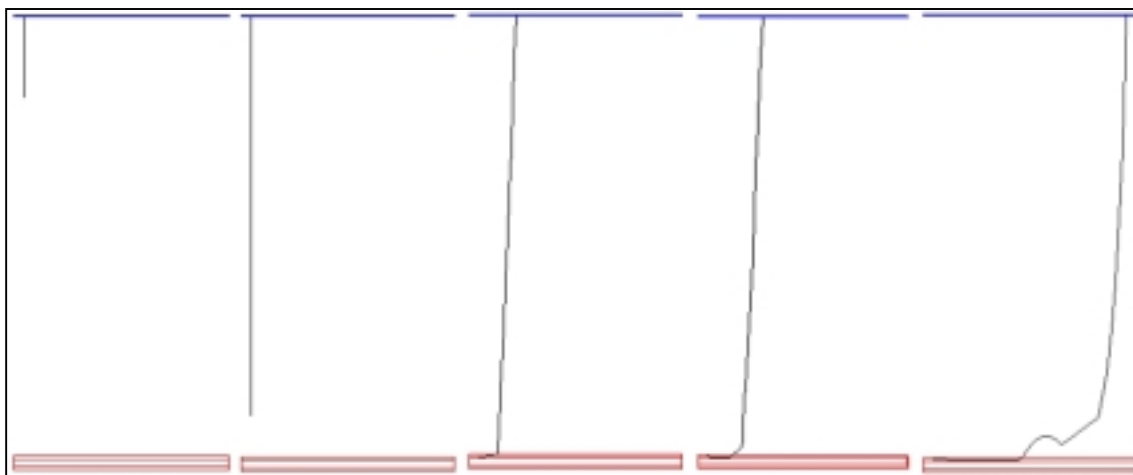


Figura 6-27 – Simulação de uma operação com conexão de primeira extremidade.

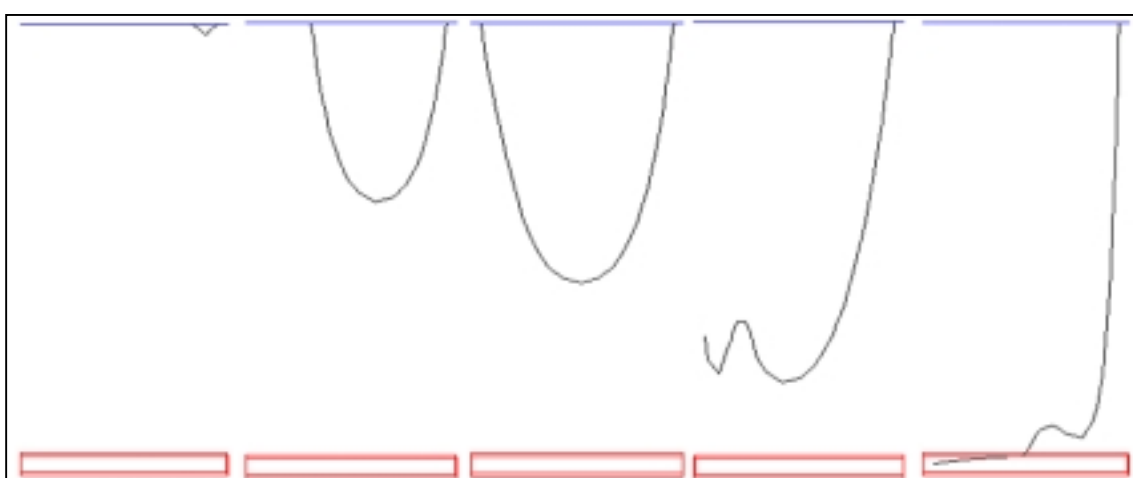


Figura 6-28 – Simulação de uma operação com conexão de segunda extremidade.

7.1 Principais Contribuições

Os resultados obtidos e apresentados no decorrer deste trabalho mostram que o objetivo principal do trabalho foi alcançado, uma vez que foi desenvolvido um sistema computacional eficiente para análise dinâmica de linhas de ancoragem, utilizando um algoritmo de integração explícito e com recursos de subciclagem e adaptação no tempo. Durante o desenvolvimento deste trabalho, diversos assuntos foram estudados, como a geração do modelo, a análise interativa-adaptativa e os algoritmos de integração numérica. No entanto, as principais contribuições do trabalho concentram-se na escolha de um algoritmo de integração adequado ao problema e principalmente no desenvolvimento e implementação de mecanismos capazes de melhorar seu desempenho, como subciclagem e adaptação no tempo. São apresentadas nesta seção algumas das principais contribuições deste trabalho.

- Algoritmo de integração

Conforme mencionado no início deste trabalho, um dos seus objetivos seria a escolha de um algoritmo de integração explícito capaz de gerar soluções precisas e reduzindo o erro numérico (respostas espúrias) inerentes à utilização deste tipo de algoritmo de integração. Dessa forma, uma das etapas iniciais deste trabalho, foi a definição de um algoritmo que melhor se adequasse às necessidades da aplicação. Os trabalhos relacionados à utilização de algoritmos explícitos aplicados à análise dinâmica de linhas de ancoragem, até então, foram desenvolvidos sempre utilizando Método das Diferenças Centrais (MDC). Após um estudo comparativo entre alguns algoritmos explícitos, entre eles o MDC, baseado na qualidade das respostas obtidas com a utilização de cada um deles, optou-se pela utilização do Método Explícito Generalizado- α . Para avaliação da qualidade das soluções obtidas com os diferentes algoritmos de integração foram utilizadas medidas como o resíduo (força desequilibrada) em cada passo e o balanço de energia, apresentados no Capítulo 3.

- Adaptação no tempo

Ainda com o objetivo de melhorar a qualidade das soluções encontradas, outra contribuição importante deste trabalho foi o desenvolvimento e implementação de um algoritmo de adaptação no tempo sobre o Método Explícito Generalizado- α e baseado no método adaptativo proposto por Hulbert e Jang [64]. Como a maioria dos trabalhos encontrados na literatura, relacionados à análise dinâmica de linhas de ancoragem, foram desenvolvidos utilizando o Método das Diferenças Centrais, os procedimentos adaptativos utilizados até então estiveram sempre vinculados a esse método. Neste trabalho foi utilizado o Método Explícito Generalizado- α e foram estudados outros métodos adaptativos que melhor se adequassem a este algoritmo. O Método Explícito Generalizado- α foi derivado Método Implícito Generalizado- α . Em 1995, Hulbert e Jang [64] apresentaram um algoritmo adaptativo para ser utilizado com o Método Implícito Generalizado- α . Este algoritmo adaptativo foi tomado como base para ser utilizado nesta tese, sendo especializado para aplicação ao problema específico. Os resultados obtidos com as modificações propostas foram bastante satisfatórios melhorando a precisão e o desempenho do algoritmo, conforme mostrado nos exemplos apresentados neste trabalho.

- Subciclagem

Os resultados obtidos com a utilização do mecanismo de subciclagem sugerem que este tema seja mais explorado, sobretudo para utilização em problemas relacionados a estruturas *offshore*, buscando a obtenção de repostas ainda mais precisas com um esforço computacional menor do que o exigido numa análise convencional. Apesar da utilização do procedimento de subciclagem, no contexto desta tese, ter sido realizada especificamente com algoritmos explícitos, os bons resultados obtidos indicam que a subciclagem pode ser aplicada a programas que utilizam também algoritmos implícitos. Independentemente do tipo de algoritmo utilizado, a avaliação, em cada passo, das cargas hidrodinâmicas em problemas de estruturas *offshore* requer um alto custo computacional que pode ser minimizado com a utilização da subciclagem. Os exemplos apresentados mostraram que a não avaliação das cargas hidrodinâmicas (forças de corrente) em determinados trechos do subdomínio, durante pequenos intervalos, trouxe um ganho considerável com relação ao tempo total de simulação requerido.

Conforme mostrado no Capítulo 6, o sistema, que foi originalmente desenvolvido para aplicação em simulações de operações de instalação de linhas de ancoragem, tem sido utilizado com sucesso não apenas neste tipo de aplicação, como também em outros problemas relacionados à análise dinâmica de estruturas. Dentre esses problemas, pode-se citar a análise do movimento de corpos flutuantes, apresentado em um dos exemplos do Capítulo 6. Neste tipo de aplicação, em que são analisadas simultaneamente diversas linhas de ancoragem e *risers* em simulações de longa duração, as vantagens a serem obtidas com os mecanismos de subciclagem e adaptação no tempo implementados neste trabalho, se tornam ainda mais significativas.

- Aplicação na indústria do petróleo

No Capítulo 6 foi apresentada uma grande variedade de aplicações nas quais o sistema desenvolvido pode ser utilizado como ferramenta de projeto e auxílio a operações de instalação de linha de ancoragem. A aplicação dos recursos desenvolvidos nesta tese na indústria do petróleo como análise interativa-adaptativa, adaptação no tempo e subciclagem é uma das importantes contribuições deste trabalho.

- Sistema para análise interativa-adaptativa

Como resultado final do desenvolvimento desse trabalho tem-se um sistema para análise de linhas de ancoragem com recursos pré- e pós-processamento dentro de um ambiente integrado no qual é permitida a interação do usuário durante o processo de análise numérica propriamente dito. A utilização deste sistema facilitou bastante a geração, análise e visualização de resultados de todos os casos apresentados. A possibilidade de visualização da análise, em tempo de execução, permitiu que os erros de modelagem (entrada de dados) fossem detectados sem a necessidade de simulação dos casos até o seu final. Uma outra vantagem de se utilizar a análise interativa-adaptativa foi detectada durante a implementação de diversos tópicos desta tese, como por exemplo, a modelagem dos efeitos atuantes sobre a estrutura. Os erros cometidos na implementação para consideração desses efeitos muitas vezes ficavam evidentes na visualização do comportamento da estrutura. Antes da análise atingir um ponto de não-convergência do algoritmo de integração, era possível detectar o problema que estava gerando esta não-convergência, como, por exemplo, um erro na entrada

de parâmetros associados ao solo. A partir da visualização da estrutura durante a simulação, pode-se perceber que comportamento físico da estrutura não correspondia à realidade, e isso ajuda o analista a redefinir os parâmetros e prosseguir com a análise.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Este sistema pode servir como base para o desenvolvimento de outros trabalhos podendo seguir o mesmo enfoque desta tese (melhoria de eficiência computacional), como também para o desenvolvimento de trabalhos seguindo outras linhas de pesquisa.

Seguindo-se o enfoque da melhoria da eficiência computacional do sistema destacam-se as seguintes sugestões:

a) Paralelização do algoritmo de subciclagem implementado

Conforme detalhado no Capítulo 5, todos os algoritmos de subciclagem estudados e o algoritmo proposto durante esta tese foram implementados a partir do particionamento do domínio em vários subdomínios, onde cada um deles é integrado com um incremento de tempo específico. Dessa forma, um dos primeiros passos de qualquer algoritmo de subciclagem é o particionamento nodal da estrutura e todo o algoritmo se fundamenta neste particionamento. Sabe-se que, grande parte das aplicações em engenharia que são desenvolvidas em um ambiente de computação paralela, baseia-se também na idéia de particionamento nodal da estrutura. Dessa forma, a implementação em paralelo do algoritmo de subciclagem apresentado nesta tese é uma alternativa viável e que pode trazer um ganho computacional considerável sobretudo na análise de casos mais complexos. Smolinsky [70] apresenta uma implementação bem sucedida de um algoritmo de subciclagem em paralelo.

b) Implementação da proposta de subciclagem e adaptação no tempo combinadas

Na última seção do Capítulo 5 foi apresentada uma proposta para utilização dos mecanismos de subciclagem e adaptação tempo associadas. Com os bons resultados obtidos com a utilização isolada dos mecanismos, a proposta apresentada é viável e pode representar um grande aumento no desempenho do sistema.

c) Refinamento automático de malha

O refinamento automático da malha de elementos finitos é uma outra alternativa a ser explorada com o objetivo de melhorar tanto a precisão quanto a eficiência do algoritmo. Pensando na possibilidade da implementação da adaptação da malha de elementos finitos no sistema apresentado, conforme detalhado no Capítulo 2, o sistema foi desenvolvido utilizando-se o conceito de modelagem baseada em geometria. Isto facilita bastante a implementação da adaptação espacial. Evidentemente que a reconstrução da malha de elementos finitos teria conseqüências imediatas no algoritmo de subciclagem, uma vez que os grupos nodais seriam alterados a cada nova malha gerada. Neste caso, seria necessário um estudo detalhado sobre os efeitos de um refinamento de malha sobre o algoritmo de subciclagem, uma vez que o custo de todos esses mecanismos conjuntamente pode não justificar sua utilização.

Com relação aos trabalhos futuros que seguem uma linha um pouco diferente, sugerem-se os seguintes temas são:

d) Implementação de novos tipos de elementos finitos

Com o objetivo de estender a utilização deste sistema para *risers* rígidos e flexíveis, além das linhas de ancoragem, é necessária a implementação de novos tipos de elementos finitos capazes de representar corretamente os efeitos da rigidez à flexão associados a estas estruturas. Conforme mencionado no Capítulo 6, apesar deste sistema ter sido desenvolvido para tratar o problema específico de linhas de ancoragem, ele foi utilizado algumas vezes na simulação de *risers*, como no caso do acidente com a plataforma Petrobrás-36. A implementação de novos tipos de elemento no sistema desenvolvido ampliaria ainda mais o número de aplicações nas quais ele pudesse ser utilizado. Com a consideração de novos tipos de elementos, com um número maior de graus de liberdade por nó, possivelmente as análises demandariam um maior tempo computacional e o ganho com o mecanismo de subciclagem que foi implementado poderia ser ainda maior.

e) Aferição e calibração do simulador numérico desenvolvido através de comparações com resultados de ensaios específicos de laboratório.

No Capítulo 6 foi apresentado um exemplo no qual foram feitas algumas comparações com resultados obtidos em ensaio. O objetivo maior destes ensaios, no entanto, era a análise do movimento dos corpos flutuantes ancorados, submetidos a uma série de condições ambientais. Durante o ensaio eram monitorados os esforços atuantes no topo das linhas de ancoragem. As comparações apresentadas no Capítulo 6 foram feitas tomando-se como referência esses valores. Para aferição e calibração mais precisas do sistema implementado seria interessante que ensaios mais específicos fossem realizados e que pudessem levar em consideração apenas os efeitos que foram modelados, como as forças de corrente, as forças de atrito, o impacto solo-estrutura, os deslocamentos prescritos e a liberação de uma restrição ao movimento. Estes ensaios permitiriam uma calibração e aferição adequada do sistema aumentando a confiabilidade dos resultados obtidos.

f) Melhoria na modelagem das forças de atrito, na consideração de fundo e na consideração da não-linearidade dos materiais

Como se pôde observar ao longo desta tese, o enfoque deste trabalho foi mais voltado para a eficiência do sistema, buscando-se tornar as simulações mais rápidas sem perdas significativas na qualidade das soluções obtidas. Com relação à modelagem das forças de atrito, do contato da estrutura com o fundo do mar e das forças de corrente buscou-se utilizar formulações mais simplificadas como o modelo de atrito de Coulomb e a consideração do fundo do mar como um modelo unidirecional mola-amortecedor, que atendessem as necessidades básicas do programa. Dessa forma, uma sugestão para trabalhos futuros é a implementação de formulações mais completas para consideração mais precisa desses efeitos. Alguns trabalhos [69] tratam especificamente da modelagem dessas forças e podem ser utilizados como referência para futuras implementações.

Um outro aspecto relevante a ser considerado está relacionado com as não-linearidades envolvidas nos problemas de análises das estruturas aqui estudadas. Em função dos grandes deslocamentos aos quais elas são submetidas, os efeitos relacionados a não-linearidade geométrica são importantíssimos e foram devidamente considerados conforme descrito no

Capítulo 3. No entanto, uma consideração importante e que não foi implementada neste trabalho está relacionada ao comportamento não-linear físico dos materiais que compõem estas estruturas. Muitos dos materiais utilizados na composição das linhas de ancoragem, como o poliéster, apresentam um comportamento não-linear que não está sendo levado em consideração. Considerar que estes materiais tenham um comportamento elástico-linear é um erro de modelagem que pode comprometer os resultados obtidos. Assim, fica como sugestão para trabalhos futuros a implementação de formulações capazes de representar o comportamento não-linear dos materiais.

Referências Bibliográficas

- [1] Jacob, B. P., "Estratégias Computacionais Para Análise Não-Linear Dinâmica de Estruturas Complacentes para Águas Profundas", Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil -COPPE/UFRJ , Dezembro de 1990.
- [2] Nishimoto, K., Fucatu, C. H. e Yamauchi, L.W., "Dinâmica do Sistema Navio Monobóia", SOBENA, 1994.
- [3] "WAMIT - A Radiation-Diffraction Panel Program for Wave-Body Interactions-Version 5.3", MIT, <http://www.wamit.com>, 1995.
- [4] "ARIANE - Quasi-Dynamic Analysis of Mooring Systems, Recommended Practice - BV / Principia", 1995.
- [5] "ANFLEX - Análise Não-Linear de Risers e Linhas de Ancoragem (Versão 3.0) - Manual de Entrada de Dados", DIPREX/SEDEM/CENPES/PETROBRAS, 1996.
- [6] Mourelle, M. M. Gonzales, E. C. and Jacob, B. P., "ANFLEX: Computational System for Flexible and Rigid Risers Analysis", *9th International Symposium on Offshore Engineering*, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1995.
- [7] "ORCINA - Visual Orcaflex User Manual" - Orcina Limited, *e-mail: software@orcina.com*, 1998.
- [8] "FLEXCOM-3D Program Manuals", *Marine Computation Services International*, Galway, 1989.
- [9] Jacob, B. P., "Programa PROSIM: Simulação Numérica do Comportamento de Unidades Flutuantes Ancoradas, Versão 2.2^a – Manual de Entrada de Dados", Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.
- [10] Silveira, E.S.S., Jacob, B.P, "Análise Dinâmica Acoplada DYNASIM-A – Relatório de Projeto", COPPE/UFRJ, Dezembro, 2000.
- [11] Jacob, B. P., "Notas de Aula de Análise Dinâmica Não-Linear de Estruturas", COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2001.
- [12] Dokanish, M. A., Subbaraj, K., "A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics – I. Explicit Methods", *Computer & Structures*, vol. 32, número 6, pp. 1371-1386, 1989.

- [13] Dokanish, M. A., Subbaraj, K., “A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics – II. Implicit Methods”, *Computer & Structures*, vol. 32, número 6, pp. 1387-1401, 1989.
- [14] Pezeshk, S., Camp, C.V., “An Explicit Time Integration Technique for Dynamic Analysis”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 38, pp. 2265-2281, 1995.
- [15] Gattass, M. e Abel, J. F., “Interactive-Adaptive, Large-Displacement Analysis with Real-Time Computer Graphics, *Computer & Structures*, 16, 141-152, 1983.
- [16] Tamma, K. K., D’Costa, J. F. , “A New Explicit Variable Time-Integration Self-Starting Methodology for Computational Structural Dynamics”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, pp. 1165-1180, 1992.
- [17] Daniel, W. J. T., “Subcycling First-And Second-Order Generalizations Of The Trapezoidal Rule”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 42, pp. 1091-1119, 1998.
- [18] Daniel, W. J. T., “Analysis And Implementation Of A New Constant Acceleration Subcycling Algorithm”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 40, pp. 2841-2855, 1997.
- [19] Daniel, W. J. T., “A Study of the Stability of Subcycling Algorithms in Structural Dynamics”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 156, pp.1-13, 1998.
- [20] Daniel, W. J. T., “The Subcycled Newmark Algorithm”, *Computational Mechanics*, vol. 20, pp. 272-281, 1997.
- [21] Smolinski, P., Sleith, S. e Belytschko T., “Stability of an Explicit Multi-Time Step Integration Algorithm for Linear Structural Dynamics Equations”, *Computational Mechanics*, vol. 18, pp. 236-244, 1996.
- [22] Smolinski, P., “Stability Analysis of a Multi-Step Explicit Integration Method”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 95, pp. 291-300, 1989.
- [23] Neal, M. O., Belytschko T., “Explicit-Explicit Subcycling with Non-Integer Time Steps Ratios for Structural Dynamics Systems”, *Computer & Structures*, vol. 31, pp. 871-880, 1989.
- [24] Smolinski, P., “Subcycling Integration With Non-Integer Time Steps For Structural Dynamics Problems”, *Computer & Structures*, vol. 59, pp.273-281,1996.
- [25] Smolinski, P., “Multi-Time Step Integration Using Nodal Partitioning”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 26, pp. 349-359, 1988.
- [26] Belytschko, T., Yen, H. J., Mullen, R., “Mixed Methods for Time Integration”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vols. 17/18, pp. 259-275, 1979.

- [27] Bergan, P. G., Mollestad, E., “An Automatic Time-Stepping Algorithm for Dynamic Problems”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 49, pp. 299-318, 1985.
- [28] Li, N. X. D., Winberg, E., “A Simple Local Error Estimator and an Adaptive Time-Stepping Procedure for Direct Integration Method in Dynamic Analysis”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 9, pp. 273-292, 1993.
- [29] L. F. Zeng, N. E. Wiberg, X. D. Li, Y. M. Xie, “A *Posteriori* Local Error Estimation and Adaptive Time-Stepping for Newmark Integration in Dynamic Analysis”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 21, pp. 555-571, 1992.
- [30] Zieckiewickz, O. C., Xie, Y. M., “A simple error estimator and adaptive time stepping procedure for dynamic analysis”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, pp. 871-877, 1991.
- [31] Belytschko, T., Smolinski, P., “Stability of Multi-Time Step Partitioned Integrators for First-Order Finite Element Systems”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 49, pp. 281-297, 1985.
- [32] Park, K. C., Underwood, P. G., “A Variable-Step Central Difference Method for Structural Dynamics Analysis – Part 1. Theoretical Aspects”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 22, pp. 241-258, 1980.
- [33] Park, K. C., Underwood, P. G., “A Variable-Step Central Difference Method for Structural Dynamics Analysis – Part 1. Theoretical Aspects”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 22, pp. 241-258, 1980.
- [34] Park, K. C., Underwood, P. G., “A Variable-Step Central Difference Method for Structural Dynamics Analysis – Part 2. Implementation and Performance Evaluation”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 22, pp. 259-279, 1980.
- [35] Chung, J., Lee, J. M., “A New Family of Explicit Time Integration Methods for Linear and Non-Linear Structural Dynamics”, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 37, pp. 3961-3976, 1994.
- [36] Hulbert, G. M., Chung, J., “Explicit Time Integration Algorithms for Structural Dynamics with Optimal Numerical Dissipation”, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 137, pp. 175-188, 1996.
- [37] Newmark, N. M., “A Method of Computation for Structural Dynamics”, *ASCE Journal of Engineering Mechanics Division*, Vol. 85, pp. 67-94, 1959.
- [38] Wilson, E. L., Farhoomand, I., Bathe, K. J., “Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures.”, *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 1, pp. 241-252, 1973.
- [39] Hulbult, J. C., “A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft”, *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol 4, pp. 33-54, 1955.

- [40] Press, W.H., “Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing”, Second Edition, Cambridge, 1992.
- [41] Bathe, K. J. M.; “Finite Elements Procedures”, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [42] Hilber, H. M., Hughes J. R., Taylor, R. L., ”Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 5, pp. 283-292, 1977.
- [43] Wood, W. L., Bossak M., Zienkiewicz, “An alpha modification of Newmark’s method, *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, vol. 15, pp. 1562-1566, 1981.
- [44] Chung, J. e Hulbert, G. M., “A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- α Method”, ASME, J. Applied Mechanics, vol. 60, pp 371-375, 1993.
- [45] Carvalho, M. T. M., “Estratégia para o Desenvolvimento de Aplicações Configuráveis em Mecânica Computacional”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, 1995.
- [46] Kernigham, B. W., e Ritchie, D. M., “C – A Linguagem de Programação”, EDISA, Editora Campus, 1986.
- [47] Levy, C. H., Figueredo, L. H., Gattass, M., Lucena, J.P e Cowan, D.D, “IUP/LED: A Portable User Interface Development Tool”, *Software: Practice & experience*, vol. 26 – 7, pp 737-762, 1996.
- [48] Ierusalimschy, R., Figueiredo, L. H. de, Celes, W.; ”Reference manual of the programming language Lua 4.0”, <http://www.tecgraf.puc-rio.br/~lua>.
- [49] Castier, B., e Martha, L. F., “Uma Taxonomia para Manipulação Interativa e Visualização de Objetos 3D.”, *Anais do VII Sibgrapi*, pp- 149-156, Curitiba, Brasil, 1994.
- [50] Neider, J., “OpenGL Programming Guide: the Official Guide Learning OpenGL, release 1”, Addison-Wesley, Publishing Company, 1993.
- [51] Levy, C.H, Cavalcante, J., Freire, C. F., e Amaral, M. J., “XY++ - Biblioteca extensível de classes para gráficos bidimensionais”, *Manual do Usuário, Versão 1.0*, Tecgraf/PUC-Rio, 1998.
- [52] The Matworks, Inc., MATLAB 4.2, 24 Prime Park Way, Natick MA, 1994.
- [53] Shepard, M. S. e Finnigam , P. M., “Integration of Geometric Modeling and Advanced Finite Element Preprocessing”, *Finite Elements in Analysis and Design*, vol 4,, pp-147-162, 1988.

- [54] Ghadimi, R., "A Simple and Efficient Algorithm for The Static and Dynamic Analysis of Flexible Marine Risers", *Computer & Structures*, vol. 32, pp.1387-1401,1989.
- [55] Cook, R. D.;Malkus, D. S. e Plesha, M.E;"Concepts and Applications of Finite Element Analysis", Third Edition, Jonh Wiley & Sons, 1989.
- [56] Craig, R. R. Jt., "Structural Dynamics", Jonh Wiley & Sons, New York, 1981.
- [57] Clough, R. W., Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, New York, 1975.
- [58] Costa, A. M., "Análise Dinâmica Elasto-Plástica de Transiente de Curta Duração Incluindo os Efeitos da Interação Solo-Fluido-Estrutura", Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1978.
- [59] Morison, J. R, O'Brien, M. P., Johnson, J. W., Schaaf, S.A., "The force exerted bu surface waves on piles", *Pet. Trans.*, vol. 189, 149-154, USA, 1950.
- [60] McNamara, J. F., O'Brien, P.J. e Gilroy, J.P., "Nonlinear analysis of flexible risers using hybrid finite elements", *Journal of Offshore Mechanics and Artic Engineering*, ASME vol. 110, No. 3, pp. 197-204, 1988.
- [61] Paganelli, L. P., "Procedimentos para estimativa de forças hidrodinâmicas de arraste e de inércia",*Comunicação Técnica - 088/97*, CENPES/PETROBRAS, 1997.
- [62] Hibbit, H. D e Karlsson, B. I., "Analysis of pipe whip", *ASME Pressure Vessels and Piping Conference*, San Francisco, CA, 1979.
- [63] Ourghouliam, C., e Powell G.,"ANSR-11 – General purpose computer program for nonlinear structural analysis", Report No. UCB/EERC-82/21, Earthquake Engineering Research Center, Berkley, CA, 1982.
- [64] Hulbert, G. M. e Jang, I.,"Automatic time step control algorithms for structural dynamics", *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 126, pp 155-178, 1995.
- [65] T. Belytschko e R. Mullen, "Explicit integration of structural problems, in: P. Bergen et al., *Finite Elements in Non Linear Mechanics*", vol. 2, pp. 697-720, 1977.
- [66] Beltschko, T., Yen, H. J e Mullen, R.,"Mixed methods for time integration", *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, vol. 17/18, pp. 259-275, 1979.
- [67] Marintek Review, Norwegian Marine Technology Research Institute, Número 1, Abril, 2000, <http://www.marintek.sintef.no>.
- [68] Nishimoto, K, Habe F.;"Análise do Fator de Amplificação Dinâmica nas Tensões das Linhas de Ancoragem Utilizando o Dynasim e o Preadyn", Departamento de Engenharia Naval e Oceânica/EPUSP, Agosto, 2000.

- [69] Leira, B.J, Bjorset, B.,Svan, G.,”Response effects of riser-soil interaction modelling”, Lisboa, OMAE, 1998.
- [70] Smolinski, P., ”Parallel Multi-Time Step Integration on a Transputer System”, *Computer & Structures*, vol. 33, No. 6, pp.1529-1535, 1989.