



Antonio Carlos de Oliveira Miranda

**Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias
2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Luiz Fernando C. R. Marthá

Rio de Janeiro, 26 de fevereiro de 2003



Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio (Orientador)

Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Marco Antonio Meggiolaro

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Alvaro Maia da Costa

CENPES – PETROBRAS

Edgardo Omar Taroco Aliano

Departamento de Mecânica Computacional - LNCC / RJ

Timothy H. Topper

Department of Civil Engineering – University of Waterloo

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Departamento de Engenharia Civil, 26 de fevereiro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Graduou-se Engenheiro Civil em 1997 na Universidade Federal do Pará. Defendeu dissertação de mestrado em fevereiro de 1999 na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro com o título "Integração de Algoritmos de Geração de Malhas de Elementos Finitos", com diversas publicações em congressos e revistas. A corrente tese já gerou publicações em congressos, capítulo de livro e revistas internacionais da área.

Ficha Catalográfica

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira

Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis / Antonio Carlos de Oliveira Miranda; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2003.

[19], 106 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Propagação de trinca. 3. Fadiga. 4. Geometria complexa. 5. Carregamento variável. I. Martha, Luiz Fernando C. R. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

À minha família.

Agradecimentos

A todos aqueles que estiverem comigo tanto nos bons e maus momentos. Felizmente o autor só lembra dos bons momentos.

Aos meus pais, pela educação, atenção, carinho de todas as horas e por compreender a distância de vários anos.

Aos professores Luiz Fernando, Jaime Tupiassú e Marco Antonio, que têm grande parte dos créditos deste trabalho.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

Ao Vagner e Garcia pela ajuda na confecção dos corpos-de-prova e auxílio no laboratório de vibrações.

Aos amigos do café: Chan, Ricardo e a gauchada.

Aos amigos do Pará e Amapá: Alan, Anibal, Ricardo, Salete, Antonio Sérgio, Vitor, Janaina, Alexandre, e outros que voltaram para terra do açaí.

Aos meus amigos do Tecgraf.

Aos meus amigos da PUC-Rio.

A todos os professores e funcionários do Departamento pela ajuda.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira. **Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**. Rio de Janeiro, 2003. 106p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Uma metodologia eficiente e segura é proposta para prever a propagação de trincas de fadiga sob carregamento complexo em estruturas bidimensionais com geometria genérica. Primeiro, o caminho da trinca (em geral curvo) e os fatores de intensidade de tensão $K_I(a)$ e $K_{II}(a)$ ao longo do comprimento da trinca a são calculados num programa de elementos finitos especialmente desenvolvido para este fim, o **Quebra2D**. Estes cálculos são feitos usando pequenos incrementos especificáveis no tamanho da trinca e técnicas de remalhamento automatizadas. Os valores de $K_I(a)$ são usados como dados de entrada num programa de previsão de vida à fadiga, o **ViDa**. Esse programa foi desenvolvido para prever a iniciação e a propagação de trincas 1D e 2D sob carregamento complexo por todos os métodos clássicos, incluindo SN , eN e IIW (estruturas soldadas) para a iniciação da trinca, e o método da/dN para a propagação. Em particular, o módulo que propaga a trinca aceita qualquer expressão de $K_I(a)$ e qualquer regra da/dN , e usa o método DK_{rms} ou CCC (crescimento ciclo-a-ciclo) para prever a propagação de trincas uni e bidimensionais sob carregamento complexo. A análise numérica proposta foi verificada através de vários experimentos representativos, cuja metodologia experimental é discutida em detalhes.

Palavras-chave

Propagação de trinca; Fadiga; Geometria Complexa; Carregamento Variável.

Abstract

Miranda, Antonio Carlos de Oliveira. **Fatigue Crack Propagation in Arbitrary 2D Geometries under Complex Loading**. Rio de Janeiro, 2003. 106p. DSc Thesis - Department of Civil Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

A reliable and cost effective two-phase methodology is proposed to predict fatigue crack propagation in generic two-dimensional structural components under complex loading. First, the fatigue crack path and its stress intensity factor are calculated in a specialized finite-element software, using small crack increments. Numerical methods are used to calculate the crack propagation path, based on the computation of the crack incremental direction, and the stress-intensity factors K_I , from the finite element response. Then, an analytical expression is adjusted to the calculated $K_I(a)$ values, where a is the length along the crack path. This $K_I(a)$ expression is used as an input to a powerful general purpose fatigue design software based on the local approach, developed to predict both initiation and propagation fatigue lives under complex loading by all classical design methods, including the SN , the eN and the IIW (for welded structures) to deal with crack initiation, and the da/dN to treat propagation problems. In particular, its crack propagation module accepts any K_I expression and any da/dN rule, using the DK_{rms} or the cycle-by-cycle propagation methods to deal with one and two-dimensional crack propagation under complex loading. If requested, this latter method may include overload-induced crack retardation effects. This two-phase methodology is experimentally validated by fatigue tests on compact tension and bending single edge notch specimens, modified with holes positioned to attract or to deflect the cracks.

Keywords

Crack Propagation; Fatigue; Complex Geometric; Variable Loading.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Métodos dos Elementos Finitos	4
1.2	Objetivos da Tese	5
1.3	Organização do Trabalho	6
2	Fundamentos da Mecânica da Fratura e da Propagação de Trincas por Fadiga	8
2.1	Fundamentos da Mecânica da Fratura	9
2.1.1	Concentração de Tensões	9
2.1.2	Balanço Energético de Griffith	10
2.1.3	Taxa de Alívio, η	12
2.1.4	Fator de Intensidade de Tensão	12
2.1.5	Integral J	15
2.2	Propagação de Trincas por Fadiga	18
2.2.1	Curva da/dN vs. ΔK	18
2.2.2	Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga	21
3	Mecânica da Fratura Computacional	24
3.1	Elementos Finitos Especiais	25
3.2	Cálculo Numérico do Fator de Intensidade de Tensões	27
3.2.1	Técnica de Correlação dos Deslocamentos	28
3.2.2	Método de Fechamento da Trinca Modificado	29
3.2.3	Método da Integral de Domínio Equivalente	32
3.3	Cálculo Numérico da Direção de Propagação	34
3.3.1	Critério da Máxima Tensão Circunferencial ($\sigma_{\theta máx}$)	35
3.3.2	Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial ($G_{\theta máx}$)	37
3.3.3	Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação ($S_{\theta min}$)	38

3.4 Simulação de Propagação de Trincas em Elementos Finitos	39
4 Automação da Propagação de Trincas de Fadiga sob Carregamento Complexo	41
4.1 O Programa ViDa	41
4.2 Método DK_{rms}	43
4.3 Método do Crescimento Ciclo-a-Ciclo	44
4.4 Efeitos de Interação em Cargas Cíclicas	48
5 Simulação Numérica	54
5.1 Procedimento Numérico	55
5.2 Outros Usos do Quebra2D	64
5.2.1 Predição do comportamento de trincas de fadiga bifurcadas	64
5.2.2 Calibração da medição do tamanho de trincas pela técnica da variação da flexibilidade	68
6 Resultados Experimentais e Análise	72
6.1 Metodologia Experimental	72
6.2 Carregamento Simples	76
6.2.1 Ensaio do SEN modificado	77
6.2.2 Ensaio dos CTS modificados	80
6.3 Carregamento Variável - Ensaio em CTS	84
6.4 Alguns Comentários sobre Deficiências dos Modelos de Retardo	88
6.5 Retardo Devido à Bifurcação da Trinca	95
7 Conclusão	97
7.1 Principais Contribuições Originais	97
7.2 Principais Realizações	99
7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros	100
8 Referências bibliográficas	102

Lista de figuras

Figura 1.1 – Estruturas de grande porte onde a Mecânica da Fratura Linear Elástica pode ser usada para prever a vida de propagação de uma trinca por fadiga.	2
Figura 1.2 – Carregamento variável atuante em uma peça de avião durante um voo.	2
Figura 1.3 – Crescimento paulatino de uma pequena trinca por fadiga.	3
Figura 1.4 – Acidente de um avião causado pela propagação uma trinca por fadiga.	3
Figura 2.1 - Entalhe elíptico em uma placa plana.	9
Figura 2.2 - Modelo usado por Griffith.	11
Figura 2.3 - Modos de deslocamento da ponta da trinca.	13
Figura 2.4 - Coordenadas na frente da trinca.	13
Figura 2.5 - Contorno arbitrário em torno da ponta de uma trinca.	16
Figura 2.6 - Contorno fechado utilizado para cálculo da integral J .	16
Figura 2.7 - Dois contornos arbitrários, Γ_1 e Γ_2 , em torno da trinca. Esses contornos são conectados por Γ_3 e Γ_4 formando um contorno fechado, e o total de $J = 0$.	18
Figura 2.8 - Experiência efetuada por Paris.	19
Figura 2.9 - Curva de propagação de trincas por fadiga típica.	20
Figura 3.1. - Elementos singulares quarter-points quadrilateral e triangular.	26
Figura 3.2. Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a 40° ; (c) Roseta com elementos a 30° .	26
Figura 3.3. Posição de duas rosetas em duas pontas de trinca.	27
Figura 3.4 - Elemento <i>quarter-point</i> na ponta da trinca.	29
Figura 3.5 – Método de Fechamento da Trinca Modificado.	30
Figura 3.6 – Elementos na ponta da trinca e força nodais consistentes na frente da ponta da trinca.	31
Figura 3.7 – Domínio equivalente na ponta da trinca.	32
Figura 3.8 – Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares.	35

Figura 4.1 - Contando <i>rain-flow</i> tradicional, antecipando os eventos de carga grandes.	45
Figura 4.2 - Contagem <i>rain-flow</i> seqüencial, preservando a maioria da ordem de carregamento.	46
Figure 4.3 - Retardo de trinca causado por sobrecargas.	49
Figure 4.4 - Carga de abertura contra número de ciclos depois de uma sobrecarga que parou o crescimento da trinca de fadiga. Logo após a sobrecarga que a carga de abertura diminuiu, um comportamento completamente incompatível com fechamento de trinca de tipo Elber.	50
Figure 4.5 - Modelo de retardo de trinca de Wheeler.	52
Figure 4.6 - Fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no programa ViDa para prever propagação de trinca de fadiga sob de carregamento complexo.	53
Figure 5.1 – Modelo real de uma geometria complexa submetida a esforços complexos.	55
Figure 5.2 – Modelo matemático e discretizado de EF.	56
Figure 5.3 – Diálogo principal do programa Quebra2D .	57
Figure 5.4 – Diálogo de propagação de trinca do programa Quebra2D .	58
Figure 5.5 – Detalhe da propagação de uma trinca.	59
Figure 5.6 – Diálogo do Quebra2D para exporta valores de a e $f(a/w)$.	60
Figure 5.7 – Tela principal do ViDa .	61
Figure 5.8 – Tela com as propriedades do material.	62
Figure 5.9 – Tela de escolha da curva da/dN do ViDa .	62
Figure 5.10 – Tela de escolha da curva $f(a/w)$ do ViDa .	63
Figure 5.11 – Tela de escolha das opções de modelos de retardo do ViDa .	63
Figure 5.12 – Representação esquemática de uma trinca desviada.	65
Figure 5.13 – Validação do programa Quebra2D para a trinca desviada.	66
Figure 5.14 – Fatores de intensidade de tensões normalizados para o ramo maior (gráfico de cima) e ramo menor (gráfico de baixo) de uma trinca bifurcada que se propaga.	67
Figure 5.15 – Simulação de uma propagação de uma trinca bifurcada em um CP CTS, com dois ramos de $11\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$ com ângulo $2\alpha = 150^\circ$.	67
Figure 5.16 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP <i>Eccentrically-</i>	

<i>Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T).</i>	69
Figure 5.17 – Comparação entre resultado de EF e da equação de flexibilidade da norma ASTM para o CP <i>Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T)</i> .	70
Figure 5.18 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP <i>Shaped Compact Specimen</i> .	70
Figure 5.19 – Ajuste de uma curva para a equação de flexibilidade do CP <i>Shaped Compact Specimen</i> .	71
Figure 6.1 – Sistema servo-hidráulico utilizado nos testes de fadiga.	75
Figure 6.2 – Detalhe de uma base XY com lentes fixadas.	75
Figure 6.3 – Dados experimentais $da/dN \times DK$ do aço SAE 1020 testado.	77
Figure 6.4 – Geometria do CP SEN modificado para curvar a trinca.	77
Figura 6.5 – Malha de EF gerada automaticamente para o CP SEN modificado.	78
Figura 6.6 – Expressões $f(a/w)$ para os CPs SEN modificado e padrão.	78
Figura 6.7 – Caminhos de trinca previsto e real para o CP SEN modificado.	79
Figura 6.8 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa ViDa para o CP SEN modificado.	79
Figura 6.9 – Detalhes geométricos dos CPs CTS modificados.	81
Figura 6.10 – Malha de EF gerada automaticamente para os CPs CTS modificados.	81
Figura 6.11 – Valores de $f(a/w)$ para os CTS modificados e padrão.	82
Figura 6.12 – Caminho de trinca previsto e real para os CTS modificados.	82
Figura 6.13 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa ViDa para o CT1.	83
Figura 6.14 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa ViDa para o CT2.	83
Figura 6.15 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa ViDa para o CT3.	84
Figura 6.16 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa ViDa para o CT4.	84
Figura 6.17 – Histórias dos carregamentos variáveis: (a) CTS padrão e (b) CTS furado.	85
Figura 6.18 – Dados experimentais e curva de McEvily modificada para o aço	

SAE 1020.	85
Figura 6.19 – Caminho da trinca real e previsto para o CTS furado sob carregamento variável e detalhe de uma zona plástica de sobrecarga (direita, com aumento de $\sim 60x$).	86
Figura 6.20 – Ajustes da curva $a \times N$ medida no CTS padrão sob carga variável.	87
Figura 6.21 – Crescimento de trinca previsto para o CTS furado sob carga variável, usando os parâmetros ajustados no teste da trinca reta do CTS padrão.	88
Figure 6.22 – Geometria do CP $ESE(T)$.	89
Figure 6.23 – História do carregamento variável aplicado no CP $ESE(T)$.	89
Figura 6.24 – Pontos experimentais e curvas de Colliprieste modificada para o aço SAE 4340.	90
Figura 6.25 – Influência do número de ciclos de sobrecarga no retardo da trinca.	91
Figura 6.26 – Divisão da história de carregamento em blocos de carga.	92
Figura 6.27 – Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo do Fechamento Constante, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	93
Figura 6.28 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Wheeler modificado, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	93
Figura 6.29 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Newman, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	94
Figura 6.30 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Willerborg, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.	94
Figura 6.31 – Bifurcação de trinca no CP $ESE(T)$, no comprimento $a = 25.55$ mm.	96

Lista de símbolos

ABREVIATURAS

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials.</i>
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement.</i>
da/dN	Método de previsão de dano à fadiga (propagação de trinca).
DCT	<i>Displacement Correlation Technique.</i>
EDI	<i>Equivalent Domain Integral.</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos.
MCC	<i>Modified Crack-Closure Integral technique .</i>
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica.
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica.
QP	<i>Quarter-Point.</i>
SN	Método de previsão de dano à fadiga (iniciação de trinca).
TCD	Técnica de Correlação dos Deslocamentos.
IIW	Método de previsão de dano à fadiga para estruturas soldadas (iniciação de trinca).
eN	Método de previsão de dano à fadiga (iniciação de trinca).

SÍMBOLOS GREGOS

$2a$	Largura do furo elíptico em uma placa infinita.
$2b$	Comprimento do furo elíptico em uma placa infinita.
a	Comprimento de trinca.
a_0	Comprimento de trinca inicial.
a_f	Comprimento de trinca final.

A^*	Área fechada de G^* .
da	Incremento de trinca infinitesimal.
B	Espessura da placa. Espessura do corpo-de-prova
C, m e p	Constantes empíricas na regra de propagação.
da/dN	Taxa de propagação da trinca.
dA	Incremento de área de trinca.
$d_{grão}$	Diâmetro de grão.
E	Módulo elástico.
E_T	Energia total do sistema.
f	Parâmetro que depende da geometria da peça.
$f_{ij}(\mathbf{q})$	Uma função de \mathbf{q} .
$f(a/W)$	Função adimensional.
F_{x_i}, F_{x_j}	Forças nodais equivalentes na direção x , nos nós i e j , respectivamente
F_{y_i}, F_{y_j}	Forças nodais equivalentes na direção y , nos nós i e j , respectivamente.
G	Modulo de cisalhamento.
$G_{qmáx}$	Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial.
G	Taxa de alívio de energia.
G_I, G_{II}, G_{III}	Taxas de alívio de energia nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
J	Integral de linha em torno da ponta da trinca.
J_k	Integrais invariantes.
J_I, J_{II}	Integrais J associadas aos modos I e II de carregamento, respectivamente.
J_1, J_2	Integrais J associadas às direções x e y , respectivamente.
k_1 e k_2	Fatores de intensidade de tensões para trinca desviada ou bifurcada.

K	Fator de intensidade de tensões.
K_I, K_{II}, K_{III}	Fatores de intensidade de tensões nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
K_c	Tenacidade à fratura.
$K_{Ic}, K_{IIc}, K_{IIIc}$	Tenacidade à fratura nos modos I, II e III de carregamento, respectivamente.
K_{max}	Fator de intensidade de tensões máximo.
K_{min}	Fator de intensidade de tensões mínimo.
DK	Amplitude do fator de intensidade de tensões.
$DK_{th-threshold}$	Fator de intensidade de tensões limiar.
DK_0	Limiar de propagação para $R = 0$.
K_{ab} e K_{OP}	Carga de abertura da trinca em termos de K .
DK_{ef}	Amplitude do fator de intensidade de tensões efetivo.
DK_{rms}	Raiz da média quadrática da amplitude do fator de intensidade de tensões.
L	Comprimento do elemento de roseta na ponta da trinca.
N	Número de ciclos.
P	Carga.
q	Função contínua.
r	Raio.
R	Razão de carga, K , etc.
RA	Redução de área.
S	Intensidade de dW/dA no interior do elemento infinitesimal.
S_E e S_Y	Tensão de escoamento do material.
S_U	Tensão de ruptura.
S_{qmin}	Mínima Densidade de Energia de Deformação.
t	Espessura do corpo-de-prova.
u_i	Vetor de deslocamentos.

u_{j-1} e u_{j-2}	Deslocamentos relativos na direção x , nos nós $j-1$ e $j-2$ na roseta da ponta da trinca.
u, v	Deslocamentos nas direções dos eixos x e y , respectivamente
u^I, v^I	Deslocamentos associados simétricos
u^{II}, v^{II}	Deslocamentos associados antissimétricos
$u(r)$ e $v(r)$	Deslocamento de abertura da trinca a uma distância r , atrás da nova ponta da trinca.
v_{j-1} e v_{j-2}	Deslocamentos relativos na direção y , nos nós $j-1$ e $j-2$ na roseta da ponta da trinca.
x, y	Eixos coordenados locais na ponta da trinca
ZP_{ov}	Zona plástica da sobrecarga.
ZP_i	Zona plástica no i -ésimo ciclo.
$ZP_{cíclica}$	Zona plástica cíclica.
w	Dimensões do corpo-de-prova.
w_f	Energia de fratura.
W_s	Energia de formação das superfícies da trinca.
W	Energia de deformação por unidade de volume.
	Dimensões do corpo-de-prova.

SÍMBOLOS GREGOS

a	Ângulo da trinca desviada ou bifurcada. Constante experimentalmente ajustável no modelo de fechamento de Newman.
b	Constante experimentalmente ajustável no modelo de Weeler.
d(r)	Deslocamento na ponta da trinca aberta para um elemento singular.
ϵ	Deformação.
e_{ij}	Tensor de deformações.
g	Trabalho para formação de nova superfície de área da trinca.

g_p	Trabalho plástico.
g	Constante experimentalmente ajustável no modelo de Weeler modificado.
Γ	Contorno na ponta da trinca.
h_j	Co-senos diretores.
n	Coefficiente de Poisson.
Π	Energia potencial.
Π_0	Energia potencial total.
q	Ângulo.
t_{xy}	Tensão de cisalhamento em xy.
r	Raio de curvatura da ponta da elipse.
s	Tensão nominal.
s_A	Tensão atuante no ponto A.
s_f	Tensão de fratura.
s_{ij}	Tensor de tensões.
s_x	Tensão normal na direção x.
s_y	Tensão normal na direção y.
s_{qmax}	Máxima Tensão Circunferencial.
s_r, s_q e t_{rq}	Tensões nas vizinhanças da ponta da trinca em coordenadas polares.
$s_{max_{rms}}$	Raiz da média quadrática das tensões máximas.
$s_{min_{rms}}$	Raiz da média quadrática das tensões mínimas.
Δs_{rms}	Raiz da média quadrática da amplitude de tensões.

Iniciei esta série no vale do Omo, na África Oriental, e aqui retorno porque algo que aconteceu neste lugar permaneceu em minha mente desde aquele primeiro encontro. Na manhã do dia em que éramos para dar início à organização do primeiro capítulo da série, um pequeno avião decolou de nossa pista levando a bordo o *cameraman* e o técnico de som, mas, segundos após ter subido, o avião caiu. Milagrosamente, o piloto e os dois outros homens saíram ilesos.

Naturalmente, esse evento mau agourado me marcou profundamente. No momento em que me preparava para fazer o passado desfilar, o presente insinua sorrateiramente sua mão na página escrita da história e diz: “É aqui. É agora”. História não são eventos, mas, sim, pessoas. Além disso, não são pessoas apenas recordando; é o homem vivendo seu passado no presente. História é o ato instantâneo de decisão do piloto, que cristaliza em si todo o conhecimento, toda a ciência, tudo aquilo que foi aprendido desde o surgimento do homem.

Permanecemos inativos por dois dias à espera de outro avião. Nesse intervalo, em conversa com o *cameraman*, perguntei-lhe delicadamente, mas, talvez, sem muito tato, se ele não preferia que algum outro realizasse a filmagem aérea. Ao responder-me, disse: “Tenho pensado nisso. Vou sentir medo de subir amanhã, mas eu vou fazer a filmagem. Esse é meu dever”.

Estamos todos com medo – de nossa presunção, de nosso futuro, do mundo. Tal é a natureza da imaginação humana. Contudo, cada homem, cada civilização, foi para a frente em razão de seu engajamento naquilo que havia decidido realizar. O compromisso pessoal de um homem com seu ofício, o compromisso intelectual e o compromisso emocional, unidos em um só propósito, fizeram a Escalada do Homem.

Jacob Bronowsky – Trecho final da série “A Escalada do Homem”

1 Introdução

Este trabalho trata da simulação numérica, com verificação experimental, do processo de trincamento de componentes estruturais bi-dimensionais (2D) por fadiga sob cargas de amplitude variável. As palavras-chave dos assuntos aqui estudados são propagação de trincas por fadiga, carregamento cíclico variável e geometria 2D complexa.

De acordo com Castro & Meggiolaro (2002), “Fadiga é um tipo de falha mecânica causada primeiramente pela aplicação repetida de carregamentos variáveis, cuja característica principal é causar a geração e/ou a propagação paulatina de uma trinca, até a eventual fratura da peça. Fadiga é um problema local, que depende muito dos detalhes da geometria e do material do ponto mais solicitado da peça e da carga lá atuante, e que gera falhas localizadas, progressivas e cumulativas”. O evento terminal da propagação de trincas por fadiga é a fratura, ruptura ou quebra de uma estrutura em duas ou mais partes, quando ela atinge a carga máxima que pode suportar.

O estudo da propagação de trincas por fadiga é multidisciplinar, mas como este trabalho trata da modelagem deste problema, nele serão enfatizados os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Isto porque maior parte da propagação das trincas por fadiga quase sempre ocorre sob domínio da MFLE, mesmo quando a fratura final ocorre sob grande plasticidade. A Figura 1.1 mostra algumas estruturas de grande porte onde a MFLE tem grande aplicação.

Carregamentos cíclicos variáveis são as cargas de serviço que ao longo do tempo tem variações de amplitude não desprezíveis. A Figura 1.2 mostra um exemplo de um carregamento variável numa peça aeronáutica (Divenah & Beaufils). Esse carregamento pode estar representando o avião taxiando, decolando, voando e aterrissando. Essa forma de carregamento se repete durante a vida útil do avião, e pode gerar e propagar uma trinca por fadiga. A Figura 1.3 mostra o crescimento inicial de uma trinca à medida que o número de ciclos de carga aplicados cresce. As conseqüências dessa propagação podem resultar em

acidentes como o da Figura 1.4, que mostra um avião que perdeu o teto durante o voo devido a uma falha por fadiga (após cerca de 32 mil decolagens bem sucedidas).



Figura 1.1 – Estruturas de grande porte onde a Mecânica da Fratura Linear Elástica pode ser usada para prever a vida de propagação de uma trinca por fadiga.

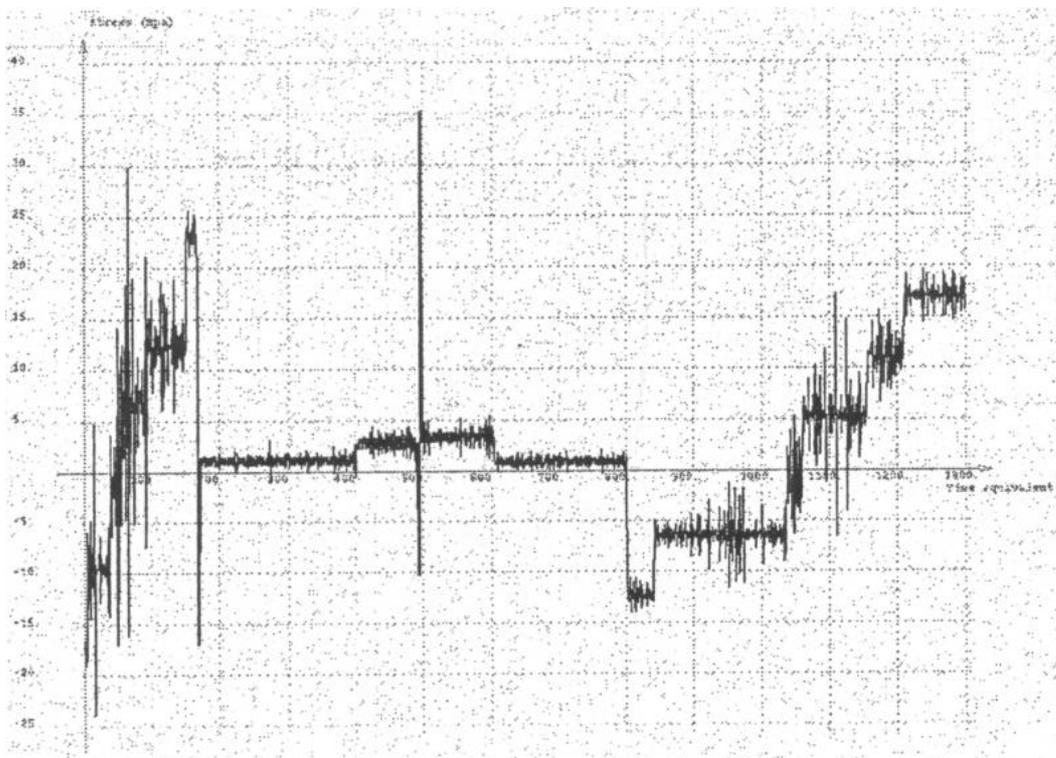


Figura 1.2 – Carregamento variável atuante em uma peça de avião durante um voo.

Por fim, deve-se mencionar o problema da geometria 2D complexa. Segundo a MFLE, as taxas de propagação das trincas por fadiga dependem

primariamente da gama do fator de intensidade de tensões atuante. Existem manuais e tabelas a literatura que tem expressões desse fator para diversas geometrias 2D e 3D (Tada, 1985; Murakami, 1987; Rooke, 1976). Porém essas geometrias estão limitadas a placas, cilindros, discos, tripas e corpos de prova normalizados. Neste contexto, uma geometria é 2D quando possa ser analisada adequadamente por um modelo bidimensional, e é complexa quando não se encontra catalogada.

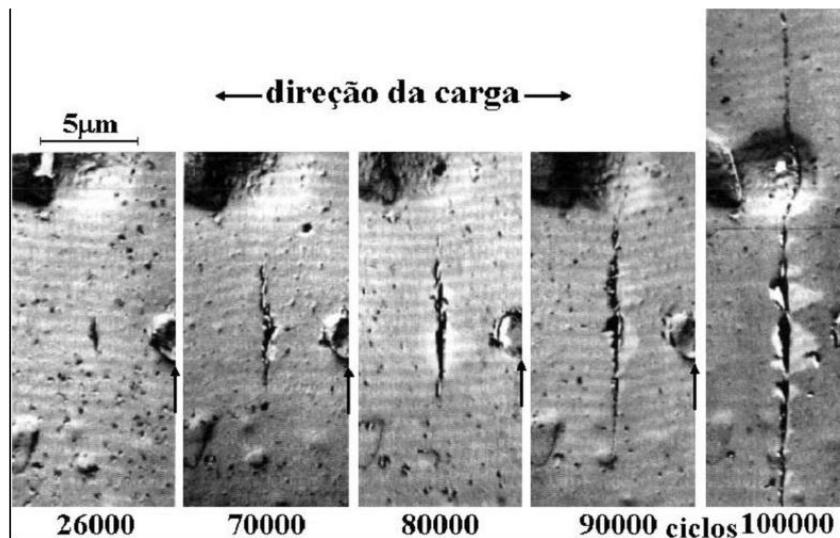


Figura 1.3 – Crescimento paulatino de uma pequena trinca por fadiga.



Figura 1.4 – Acidente de um avião causado pela propagação uma trinca por fadiga.

A MFLE resolve o problema do carregamento cíclico variável de forma consistente por uma aproximação local baseada na integração da regra de propagação da trinca. Assim, o crescimento da trinca a cada ciclo do carregamento pode ser eficientemente calculado, inclusive considerando efeitos de interação entre ciclos como retardos após sobrecargas, por exemplo. Porém, esse método requer uma expressão do fator de intensidade de tensões ao longo do caminho da trinca, que geralmente não está disponível para componentes estruturais reais. Desta forma, um engenheiro pode usar o senso comum e utilizar uma expressão aproximada, obtida de um manual, do fator de intensidade de tensão para resolver o problema real. Mas o erro envolvido nessa aproximação pode ser muito grande quando a trinca idealizada não representar adequadamente a trinca real.

1.1 Métodos dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (EF) é um método numérico largamente utilizado para simular algumas classes de problemas de engenharia, em que a solução analítica é desconhecida ou difícil de se obter. Juntamente com a utilização dos computadores pessoais, o método tornou-se um dos mais utilizados nos dias de hoje. O método permite, por exemplo, o estudo de deslocamentos e tensões em peças mecânicas, barragens, minas, bem como a determinação de fluxo de calor, pressão neutra e muitas outras análises. Basicamente, esses tipos de análise têm em comum o fato de que se baseiam na solução de um problema para o qual são estabelecidas equações diferenciais parciais relacionando variáveis de campo fundamentais dentro de um determinado domínio, e satisfazendo condições de restrições para essas variáveis fundamentais e suas derivadas na fronteira do domínio. De uma maneira geral, pode-se dizer que a idéia central do método é subdividir o domínio em pequenas regiões (elementos) onde o comportamento do campo possa ser aproximado por polinômios ou por funções harmônicas. Essas funções são expressas com base em valores do campo nos vértices (nós) dos elementos; esses valores, as incógnitas do problema discreto, são determinados através da minimização de um funcional associado à equação diferencial.

Assim como em outras áreas, a Mecânica da Fratura Linear Elástica também usa as facilidades numéricas do método dos elementos finitos. Elementos especiais foram criados para que a trinca fosse adequadamente representada de modo a obter resultados sobre o principal parâmetro que a rege, o fator de intensidade de tensões. De posse desse parâmetro, pode-se estimar a direção do crescimento incremental da trinca e fazer uma análise de sua propagação, utilizando um processo passo-a-passo. A vantagem do método dos elementos finitos em análises de fraturamento é viabilizar a modelagem de geometrias complexas onde o fator de intensidade de tensão é desconhecido na literatura.

Apesar de todas as facilidades, o método dos elementos finitos apresenta limitações quando se deseja fazer uma análise à fadiga de um componente estrutural, submetido a uma história de carregamento variável, como apresentado na Figura 1.2. O número de ciclos do carregamento pode ser muito grande, dependendo do problema. Nestes casos é preciso resolver o problema numérico tantas vezes quanto forem o número de ciclos aplicados, mas o tempo requerido para fazer tais cálculos seria inaceitavelmente grande. Existem métodos estatísticos para representar a história de carregamento de um modo simplificado, porém esses métodos não preservam a ordem da aplicação de carga e não podem prever retardos ou outros efeitos de seqüência, que podem ser muito importantes na prática.

1.2 **Objetivos da Tese**

Pode-se resolver eficientemente o problema da propagação de trincas por fadiga sob carregamentos cíclicos variáveis integrando localmente a regra de propagação do material. Mas este método requer a expressão do fator de intensidade de tensões da geometria em questão, que em geral não está catalogada. Pode-se calcular essa expressão de modo eficiente por EF, mas apenas quando o carregamentos é simples. Desta forma, estes dois métodos são complementares.

Um dos objetivos deste trabalho é unir as vantagens dos dois métodos. Primeiro calcula-se o caminho da trinca (que em geral é curvo) e o fator de intensidade de tensão ao longo de seu comprimento em geometrias 2D complexas

por EF. Uma expressão analítica em seguida é ajustada para descrever o fator de intensidade de tensão ao longo do comprimento da trinca, a qual é usada como dado de entrada num programa que resolve o problema de fadiga por uma aproximação local, tratando dos carregamentos cíclicos variáveis pela integração direta da regra de propagação, se necessário considerando efeitos de retardo causados por sobrecarga, por exemplo.

O segundo objetivo do trabalho é verificar experimentalmente a metodologia numérica proposta no parágrafo anterior, realizando ensaios de propagação de trincas por fadiga sob carregamentos simples e variáveis em corpos de prova com geometrias 2D complexas. Os caminhos de propagação real da trinca são comparados como os previstos via EF, utilizando um programa especialmente desenvolvido, chamado **Quebra2D**. A vida real de propagação obtida experimentalmente é comparada com as previsões numéricas feitas usando o programa chamado **ViDa**, que foi desenvolvido para prever a iniciação e a propagação de trincas por fadiga sob cargas complexas. A expressão do fator de intensidade de tensões, necessária para o programa **ViDa**, é obtida via o programa **Quebra2D**.

Embora a idéia seja simples, a sua implementação e a confirmação que essa metodologia realmente funciona requerem um esforço considerável de implementação numérica e testes em laboratório.

1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 2 são vistos os principais conceitos que regem os fundamentos da Mecânica da Fratura, desde as primeiras aproximações utilizadas para descrever o comportamento da trinca como entalhe, passando pelo fator de intensidade de tensão como principal parâmetro hoje utilizado, até os conceitos da mecânica da fratura elasto-plástica (integral J). Os conceitos da propagação de trincas por fadiga serão vistos nas seções seguintes. Alguns modelos empíricos ou regras de fadiga são descritos para representar essa propagação.

O Capítulo 3 descreve os métodos e critérios mais comumente utilizados para calcular fatores de intensidade de tensão e direções de propagação da trinca em geometrias arbitrárias por EF. Esse capítulo descreve também um programa

gráfico interativo, chamado **Quebra2D**, desenvolvido para simular os processos bidimensionais de fraturamento estrutural.

O Capítulo 4 descreve dois métodos de crescimento de trinca: o método DK_{rms} e o método do crescimento ciclo-a-ciclo. Observações sobre a implementação numérica desses métodos são descritas a fim de maximizar a eficiência dos cálculos. Modelos que tentam descrever efeitos de retardo são discutidos e por fim um fluxograma simplificado do cálculo da/dN no **ViDa** é apresentado.

No Capítulo 5 são descritos os passos envolvidos no uso conjunto dos programas **Quebra2D** e **ViDa** para se obter uma análise numérica completa da propagação de trincas por fadiga sob carregamentos variáveis em geometrias 2D complexas. Além disso, são apresentados dois usos adicionais do programa **Quebra2D**: a predição do caminho de trincas de fadiga bifurcadas e a obtenção de equações para medir o tamanho de trinca pelo método da variação da flexibilidade em testes de fadiga.

São apresentados exemplos de propagação de trincas que se curvam em corpos de prova que foram ensaiados em laboratório. As condições de execução dos ensaios também são descritas. Por fim, a análise numérica da propagação usando os programas é comparada com a análise experimental.

O Capítulo 6 descreve os resultados obtidos experimentalmente em laboratório e os compara com a análise numérica. Primeiro é exposta a metodologia experimental adotada em todos os ensaios. Depois são descritos os ensaios de propagação de trinca para o caso de carregamentos simples e variáveis. Por fim, são comentados alguns resultados que foram obtidos paralelamente aos ensaios de carregamento variável: deficiência dos modelos de interação de carga e bifurcação de trinca.

No Capítulo 7 são apresentadas as principais conclusões e contribuições originais deste trabalho. Por final são sugeridas propostas para trabalhos futuros.

No Capítulo 8 são listados as referências usadas ao longo do trabalho.

2 Fundamentos da Mecânica da Fratura e da Propagação de Trincas por Fadiga

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) descreve a magnitude e a distribuição do campo de tensões (linear elástico) na vizinhança de uma trinca. A magnitude do campo de tensões em torno da ponta da trinca nestes casos é quantificada pelo fator de intensidade de tensão, K . Comparando este parâmetro com a tenacidade do material à fratura, é possível prever se um componente trincado irá ou não romper quando submetido a alguma solicitação (desde que no instante da fratura o campo de tensões no componente permaneça predominantemente linear elástico). Os principais objetivos da Mecânica da Fratura são:

- Que tamanho de trinca pode ser tolerado para uma esperada carga de serviço?
- Quanto tempo leva para uma trinca crescer de um certo tamanho inicial para um tamanho crítico?
- Que tamanho pode ser permitido para uma falha preexistente no começo da vida útil de uma estrutura?
- Com que frequência a estrutura deve ser inspecionada?

Em geral, a fratura em metais e ligas ocorre por um dos três micromecanismos mais comuns: fratura dúctil, que resulta da nucleação, crescimento e coalescência de micro poros internos; fratura por clivagem, que envolve a separação de planos cristalinos (em geral uma fratura frágil, mas que pode ser precedida de plasticidade e crescimento de trinca dúctil); e fratura intergranular, ocorre quando o contorno do grão é o caminho preferencial da trinca.

A fratura final é, em geral, um evento brusco e terminal, mas as trincas podem ser propagar estavelmente durante muito tempo antes que ocorra a fratura. Por isso a propagação de uma trinca na fratura é chamada de fraturamento, enquanto a sua propagação estável é chamada de trincamento. Os três principais

tipos de trincamento são fadiga, corrosão e hidrogenação da ponta da trinca. O fraturamento final se desenvolve por um dos mecanismos de fratura descritos no parágrafo anterior.

Neste capítulo, serão vistos os principais conceitos fundamentais da Mecânica da Fratura, incluindo o conceito da integral J usada na Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). A propagação de trincas por fadiga será estudada nas seções seguintes.

2.1 Fundamentos da Mecânica da Fratura

2.1.1 Concentração de Tensões

Inglis (1913) foi o primeiro a quantificar os efeitos da concentração de tensão ao analisar entalhes elípticos em placas planas. Nesta análise Inglis obteve uma expressão que determina a tensão na extremidade do maior eixo da elipse (Figura 2.1). Considerou que as tensões no entalhe não eram influenciadas pelo contorno da placa, ou seja, a largura muito maior que $2a$ e o comprimento muito maior que $2b$.

A equação da tensão no ponto A, na Figura 2.1, é dada por:

$$s_A = s \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{r}} \right) \quad (2.1)$$

onde $r = b^2/a$ é o raio de curvatura da ponta da elipse.

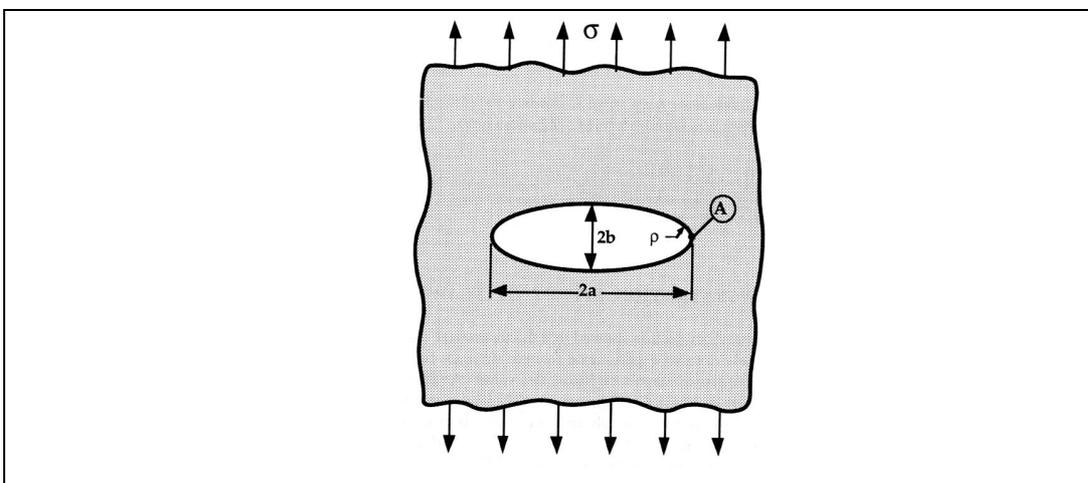


Figura 2.1 - Entalhe elíptico em uma placa plana.

De acordo com a equação (2.1) o efeito da concentração de tensões é maior quanto mais afiado for o entalhe, ou seja, quanto menor for o raio de curvatura da elipse. Mas a concentração de tensão para um raio nulo no entalhe, neste caso chamado de uma trinca, tende a infinito. Isto sugere que a ruptura ocorreria numa tensão nominal aplicada próxima de zero, o que evidentemente não acontece na realidade. Inglis apenas resolveu o problema do entalhe, mas não explicou porque as peças não quebravam. Foi Griffith que deu o passo seguinte para um melhor entendimento das trincas.

2.1.2 Balanço Energético de Griffith

Em 1920, Griffith (1920) desenvolveu a primeira análise bem sucedida do comportamento da fratura de componentes trincados. Griffith realizou experiências com vidro, assumindo que a fratura ocorre em um material frágil ideal, com uma trinca de tamanho $2a$ no interior de uma placa, como mostra a Figura 2.2.

Segundo Griffith, em materiais idealmente frágeis a trinca se propagaria de maneira instável se a energia de deformação liberada quando a trinca avançasse de um comprimento infinitesimal fosse maior que energia requerida para formar uma nova superfície de trinca, isto é, a energia necessária para romper a coesão entre os átomos à frente da trinca. Considerando uma placa infinita, como na Figura 2.2, com comprimento de trinca $2a$ e sujeita a uma tensão uniforme aplicada no infinito, o balanço energético de Griffith para um incremento de área de trinca dA , sob condições de equilíbrio pode ser expresso como:

$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (2.2)$$

onde E_T é a energia total do sistema, Π é a energia potencial na placa e W_s é a energia de formação das superfícies da trinca.

Griffith, usando a análise desenvolvida por Inglis, mostrou que

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (2.3)$$

onde Π_0 é a energia potencial total de uma placa sem trinca e B espessura da placa.

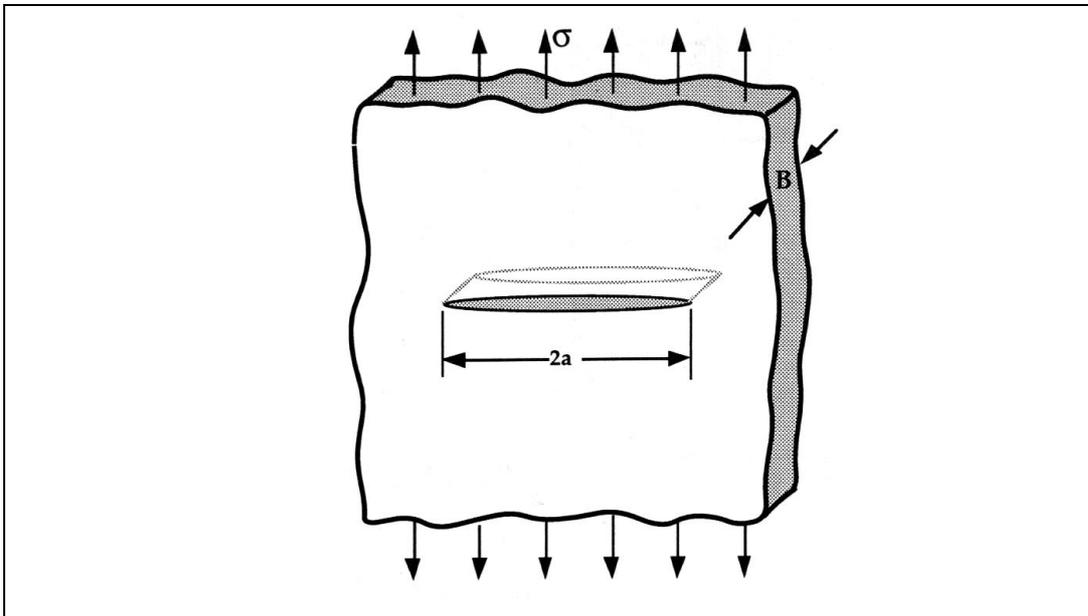


Figura 2.2 - Modelo usado por Griffith.

W_s é igual ao produto da energia elástica de superfície do material, g_s , e a nova superfície de área da trinca:

$$W_s = 2 (2aB g_s). \quad (2.4)$$

Substituindo as equações (2.3) e (2.4) em (2.2) obtêm-se a tensão de fratura:

$$s_f = \left(\frac{2Eg_s}{pa} \right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

A equação anterior é válida somente para materiais idealmente frágeis. Griffith obteve bons resultados trabalhando com vidros, porém a equação subestima a tensão de fratura dos materiais estruturais comuns.

Irwin (1948) e Orowan (1948) independentemente modificaram a expressão de Griffith para levar em conta materiais elasto-plásticos, introduzindo o trabalho plástico g_p , desta forma a equação (2.5) torna-se:

$$s_f = \left(\frac{2E(g_s + g_p)}{pa} \right)^{1/2}, \quad (2.6)$$

ou então de modo mais geral:

$$s_f = \left(\frac{2Ew_f}{pa} \right)^{1/2}, \quad (2.7)$$

onde w_f é a energia de fratura, que pode incluir efeitos de plasticidade, viscoelasticidade ou viscoplasticidade, dependendo do material.

2.1.3 Taxa de Alívio, G

Em 1956, Irwin (1956) propôs um modelo equivalente ao de Griffith, exceto que numa forma mais conveniente de resolver problemas de engenharia. Irwin definiu a energia absorvida para propagar uma trinca ou tenacidade do material, G , que é a taxa de alívio da energia potencial armazenada no sistema por unidade de área de trinca. G é obtida da derivada do potencial total e é dada por:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.8)$$

Para a placa infinita da seção anterior, a taxa de alívio é dada por:

$$G = -\frac{ps^2a}{E} \quad (2.9)$$

Para um valor crítico $G_c = 2 w_f$, G é uma propriedade do material, e existem na literatura manuais que a listam para vários materiais.

2.1.4 Fator de Intensidade de Tensão

Primeiro é conveniente definir os três tipos de movimentos relativos das duas superfícies das trincas, que são mostrados na Figura 2.3. Com base no sistema de eixos mostrados na Figura 2.4, o modo de abertura, modo I, é caracterizado pelo deslocamento local que é simétrico aos planos x - y e x - z . O modo de cisalhamento no plano, modo II, os deslocamentos são simétricos ao plano x - y e antissimétricos ao plano x - z . O modo de cisalhamento fora do plano, modo III, é associado com os deslocamentos que são antissimétricos com os planos x - y e x - z .

Cada um desses modos está associado a um tipo básico de campo de tensões na vizinhança da ponta da trinca. E qualquer problema de deformação da ponta da trinca pode ser tratado como uma combinação desses modos de deslocamento.

Dessa forma, o campo de tensões pode ser também tratado como a combinação dos três tipos básicos de campo de tensão. Em projeto, o modo I é o mais importante, pois corresponde ao modo de fraturamento da maioria das peças trincadas.

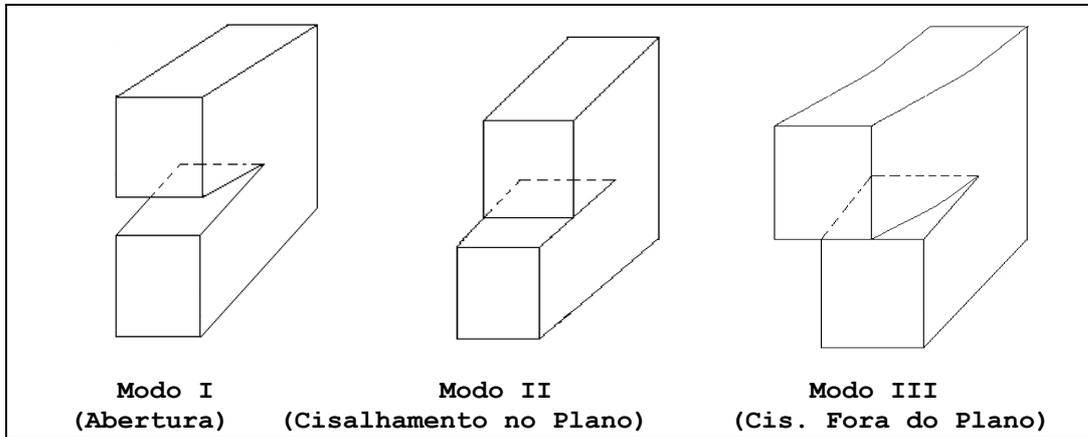


Figura 2.3 - Modos de deslocamento da ponta da trinca.

Na MFLE a trinca pode ser caracterizada (mensurada) em termos de um parâmetro simples, K , chamado fator de intensidade de tensões, introduzido em 1957 por Irwin (1957) e Williams (1957) para quantificar o campo de tensões em torno de uma trinca numa peça predominantemente elástica. Os trabalhos foram independentes, mas chegaram no mesmo resultado.

Cada modo está associado a um fator de intensidade de tensões: K_I para o modo I; K_{II} para o modo II e K_{III} para o modo III. O valor crítico de K_I , K_{IC} , é uma propriedade do material e é chamado de tenacidade à fratura.

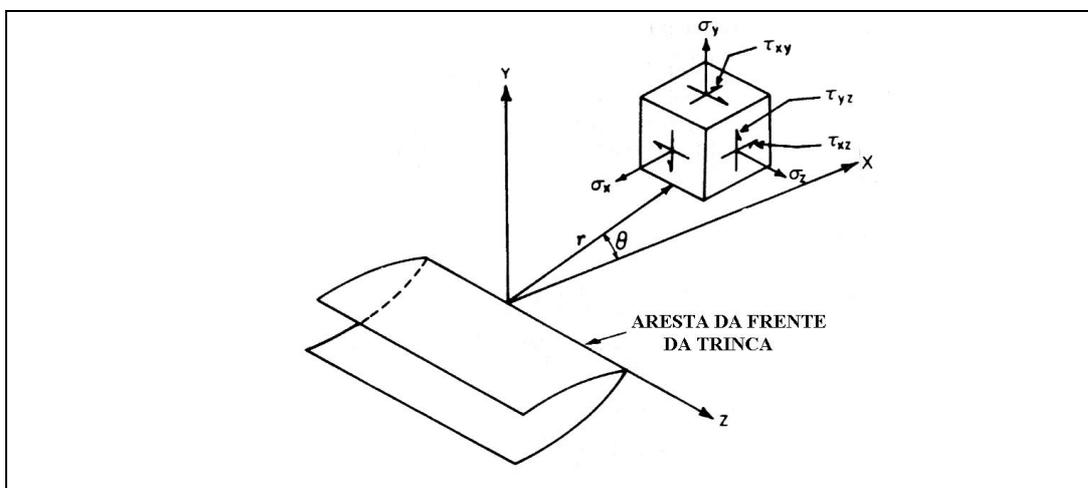


Figura 2.4 - Coordenadas na frente da trinca.

Se definirmos um eixo de coordenadas polares com a origem na frente da trinca, como mostra a Figura 2.4, o campo de tensões em uma material elástico trincado pode ser dado pela expressão (Anderson, 1995):

$$\mathbf{s}_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\mathbf{q}) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\mathbf{q}) \quad (2.10)$$

onde \mathbf{s}_{ij} é o tensor de tensões, r e \mathbf{q} são definidos na Figura 2.4, k é uma constante relacionada ao fator de intensidade de tensões ($K = k\tilde{\mathbf{0}}(\mathbf{pa})$) e f_{ij} uma função de \mathbf{q} .

Usando funções harmônicas proposta por William (1957) e desenvolvendo a equação (2.9), encontra-se o campo de tensões e deslocamentos na ponta da trinca para os três modos de deformação. Com $K = k\tilde{\mathbf{0}}(\mathbf{pa})$ por conveniência, tem-se para o modo I:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_x &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{s}_y &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 + \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{t}_{xy} &= \frac{K_I}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Para o modo II:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_x &= -\frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \left[2 + \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \\ \mathbf{s}_y &= \frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \cos \frac{3\mathbf{q}}{2} \\ \mathbf{t}_{xy} &= \frac{K_{II}}{(2pr)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\mathbf{q}}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{\mathbf{q}}{2} \operatorname{sen} \frac{3\mathbf{q}}{2} \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

As equações anteriores representam o caso plano de deformação e os termos de ordem mais alta em r são negligenciados. Essas equações mostram que a distribuição do campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca é invariante em todos os componentes sujeitos a um dado modo de deformação e que a magnitude do campo elástico de tensões pode ser descrita pelos termos K_I , K_{II} e K_{III} .

Porém, como enfatizado anteriormente, valores de K caracterizam a medida do campo de tensões em torno da ponta da trinca, até porque a análise de tensões linear elástica na ponta da trinca quando $r = 0$ leva a valores infinitos.

Conseqüentemente, adotando apenas K para avaliação da trinca, o valor do fator de intensidade de tensão pode ser diretamente relacionado com a carga nominal aplicada, σ , e com a raiz quadrada do tamanho da trinca, a . Em todos os casos, a forma geral do fator de intensidade de tensão pode ser dada por:

$$K = s \sqrt{pa} f, \quad (2.13)$$

onde f é um parâmetro que depende da geometria da peça, condições de carregamento, forma e orientação da trinca. Há na literatura diversas expressões de K para diversas condições (Tada, 1985; Murakami, 1987; Rooke, 1976).

As seguintes relações existem entre \mathcal{G} e K_I :

$$\mathcal{G}_I = \frac{K_I^2}{E'} \text{ e } \mathcal{G}_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (2.14)$$

sendo $E' = E / (1 - \nu^2)$ em deformação plana e $E' = E$ em tensão plana. E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson.

No caso geral:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (2.15)$$

onde G é o módulo de cisalhamento.

2.1.5 Integral J

A Mecânica da Fratura Linear Elástica só é válida quando a deformação não linear do material for confinada a uma **pequena** região ao redor da ponta da trinca. Em muitas situações é virtualmente impossível caracterizar o comportamento da fratura pela MFLE, e uma Mecânica da Fratura alternativa tem de ser usada.

A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica aplica-se em várias daquelas situações. Os dois parâmetros elasto-plásticos mais usados são o CTOD (*crack tip opening displacement*) e a integral J . Estes parâmetros descrevem condições da trinca para materiais elasto-plásticos e podem ser usados como critério de falha. Há limites de aplicabilidade para a integral J e para o CTOD, porém não são tão restritos quanto os da MFLE.

Nesta seção serão introduzidos os conceitos que definem a integral J e em capítulos mais adiante estes conceitos serão utilizados em métodos computacionais para calcular os fatores de intensidade de tensão K_I e K_{II} .

A integral J , introduzida por Rice (1968), é uma integral de linha em torno da ponta da trinca, invariante para qualquer percurso utilizado desde que se inicie na face inferior e termine na face superior da trinca.

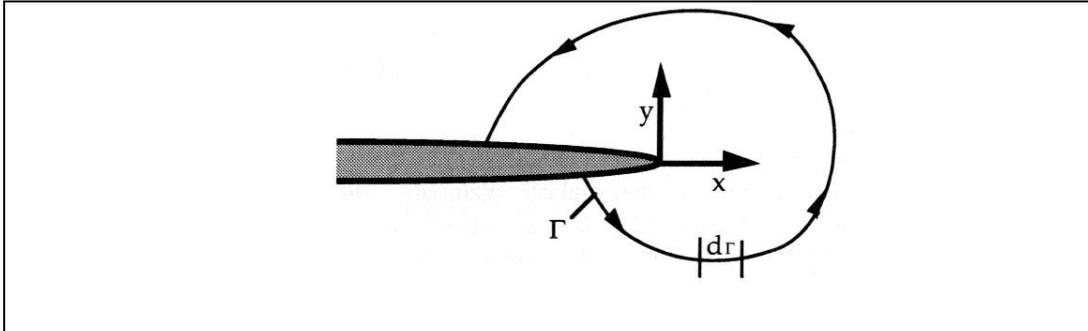


Figura 2.5 - Contorno arbitrário em torno da ponta de uma trinca.

A integral J é definida em relação a um eixo local de coordenadas cuja origem situa-se na ponta da trinca, como mostra a Figura 2.5. A expressão de J é:

$$J = \int_{\Gamma} \left[W n_x - \mathbf{s}_{ij} \mathbf{h}_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\Gamma \quad (2.16)$$

onde $W = \int_0^{e_{ij}} \mathbf{s}_{ij} d\mathbf{e}_{ij}$ é a energia de deformação por unidade de volume, u_i representa o vetor de deslocamentos e \mathbf{h}_j são os co-senos diretores do caminho Γ .

No caso da MFLE, a integral J é numericamente igual a taxa de alívio \mathcal{G} e, portanto, também se relaciona com K através da Equação (2.15).

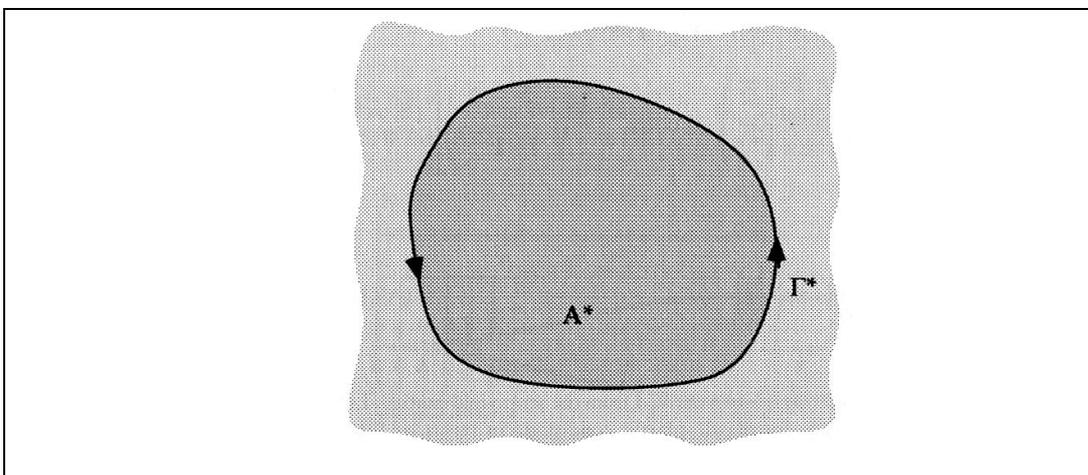


Figura 2.6 - Contorno fechado utilizado para cálculo da integral J .

Rice provou a independência da integral J no caminho considerando a Figura 2.6, que representa um caminho de integração fechado, sem incluir nenhuma trinca, onde tem-se que:

$$J^* = \int_{\Gamma^*} \left[W n_x - \mathbf{s}_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\Gamma^* \quad (2.17)$$

Aplicando o teorema de Green, a expressão de J^* torna-se:

$$J^* = \int_{A^*} \left[\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mathbf{s}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right] dx dy \quad (2.18)$$

onde A^* é a área fechada de Γ^* . Desenvolvendo o primeiro termo desta equação:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}_{ij}} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial x} = \mathbf{s}_{ij} \frac{\partial \mathbf{e}_{ij}}{\partial x} \quad (2.19)$$

Aplicando a relação tensão-deformação (pequenos deslocamentos):

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2} \mathbf{s}_{ij} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.20)$$

Utilizando a equação de equilíbrio $\frac{\partial \mathbf{s}_{ij}}{\partial x_j} = 0$ e $\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{s}_{ji}$, por fim tem-se que:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \mathbf{s}_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mathbf{s}_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

A equação (2.21) é idêntica ao segundo termo da Equação (2.18). Isto demonstra que a integral $J = 0$ para qualquer contorno fechado.

Considera-se agora dois contornos arbitrários Γ_1 e Γ_2 em volta da trinca, como mostra a Figura 2.7. Se Γ_1 e Γ_2 são conectados por outros dois caminhos ao longo da face da trinca por Γ_3 e Γ_4 , um contorno fechado é formado. A energia total J no contorno fechado é soma das contribuições de cada segmento.

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 0 \quad (2.22)$$

Se na face da trinca $T_i = 0$. Logo, $J_3 = J_4 = 0$ e $J_1 = -J_2$. Assim, qualquer caminho em torno da trinca terá o mesmo valor de J , que independe do caminho.

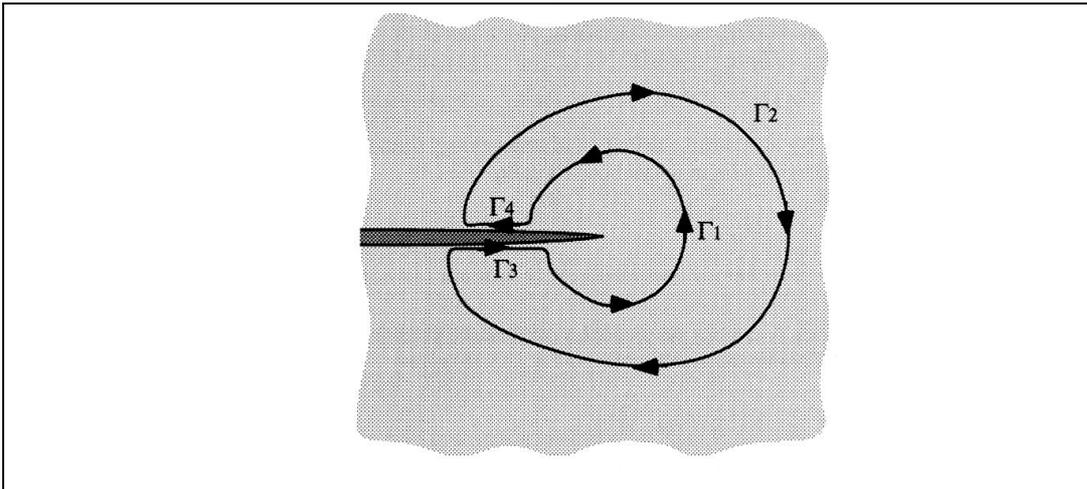


Figura 2.7 - Dois contornos arbitrários, Γ_1 e Γ_2 , em torno da trinca. Esses contornos são conectados por Γ_3 e Γ_4 formando um contorno fechado, e o total de $J = 0$.

2.2 Propagação de Trincas por Fadiga

Fadiga é um tipo de falha mecânica caracterizada pela geração e/ou propagação paulatina de uma trinca, causada pelas repetições dos carregamentos aplicados sobre a peça. Esse processo pode em muitos casos causar a fratura dos componentes da estrutura.

Muitos parâmetros afetam a resistência dos componentes estruturais à fadiga. Esses parâmetros são relativos às solicitações, geometria, propriedades dos materiais e ambiente externo. Os parâmetros de solicitação incluem estados de tensões, razão entre os fatores de intensidade de tensões máximo e mínimo, carregamentos constantes ou variáveis, frequências ou tensões máximas. A geometria da estrutura influencia principalmente o gradiente das tensões e os fatores de intensidade de tensões. As propriedades mecânicas e metalúrgicas caracterizam o comportamento do material. Os parâmetros do ambiente externo incluem temperaturas e agressividade do ambiente.

2.2.1 Curva da/dN vs. DK

No início da década de 60, Paris (1960; 1961) mostrou convincentemente ser a variação do fator de intensidade de tensões (DK), e não a tensão, o parâmetro que controla a propagação das trincas por fadiga, ver Figura 2.8.

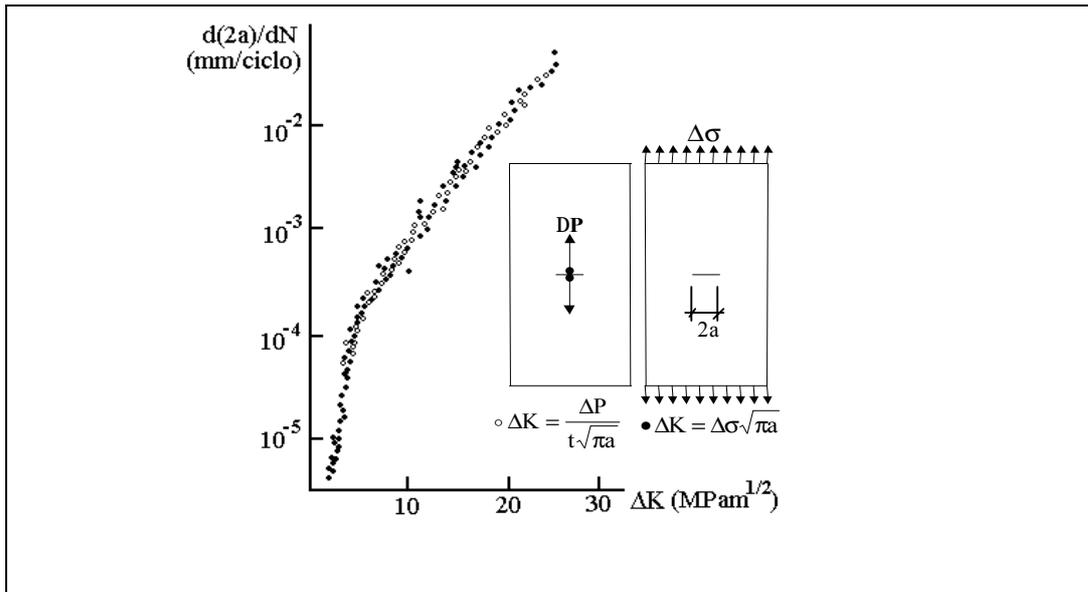


Figura 2.8 - Experiência efetuada por Paris.

Num clássico experimento, Paris usou duas chapas idênticas, feitas do mesmo material e com uma trinca central de mesmo comprimento. A chapa 1 foi carregada pelas bordas enquanto a chapa 2 foi carregada pelas faces da trinca, mantendo a mesma gama de tensão nas duas chapas. Apesar disso, a trinca acelerava na chapa 1 e desacelerava na chapa 2. Como ambas trabalhavam sob o mesmo $\Delta\sigma$, a tensão não podia estar controlando a propagação das trincas. Entretanto, devido à forma da aplicação da carga, na chapa 1 DK aumentava à medida que a trinca crescia, enquanto na chapa 2 DK decrescia à medida que a trinca crescia. Assim Paris sugeriu que era ΔK que controlava a propagação, e mostrou que quando se relacionava a taxa de propagação da trinca (da/dN) com DK , os pontos experimentais gerados tanto na chapa 1 quanto na chapa 2 coincidiam.

Plotando da/dN vs. DK , na forma logarítmica, tipicamente obtém-se uma curva com 3 fases bem distintas (Figura 2.9). Esta curva é de grande importância na prática, pois com esse tipo de informação pode-se fazer previsões sobre a vida residual das estruturas trincadas. As três fases são:

Fase I: Tem como principal característica um limiar de propagação, abaixo do qual os carregamentos não causam danos à peça trincada e a trinca não se propaga. Este limiar recebe o nome de limiar de propagação de trincas por fadiga, e é caracterizado por um fator de intensidade de tensões limiar (DK_{th} -threshold). DK_{th} é muito influenciado por obstáculos (como vazios e inclusões) e pelo

fechamento das trincas de fadiga. O fechamento ocorre porque as trincas se propagam cortando um material previamente deformado pelas zonas plásticas que (sempre) as acompanham. As faces das trincas de fadiga ficam embutidas num envelope de deformações residuais trativas, que as comprimem quando completamente descarregadas, e só se abrem paulatinamente ao serem carregadas.

A fase I vai do limiar DK_{th} até taxas de 10^{-10} a 10^{-9} m/ciclo, isto é, até taxas da ordem de um espaçamento atômico por ciclo (diâmetro atômico $\sim 0.3\text{nm}$). A zona plástica $ZP_{ciclica} \sim (DK/2S_E)^2/2p < d_{grão}$ ($d_{grão}$ é tipicamente de 10 a $100\mu\text{m}$ nas ligas estruturais metálicas). O crescimento da trinca é descontínuo, gerado por micro-mecanismos intragranulares sensíveis à carga média, à microestrutura do material, ao meio ambiente e à carga de abertura da trinca. Abaixo do limiar DK_{th} as trincas não propagam.

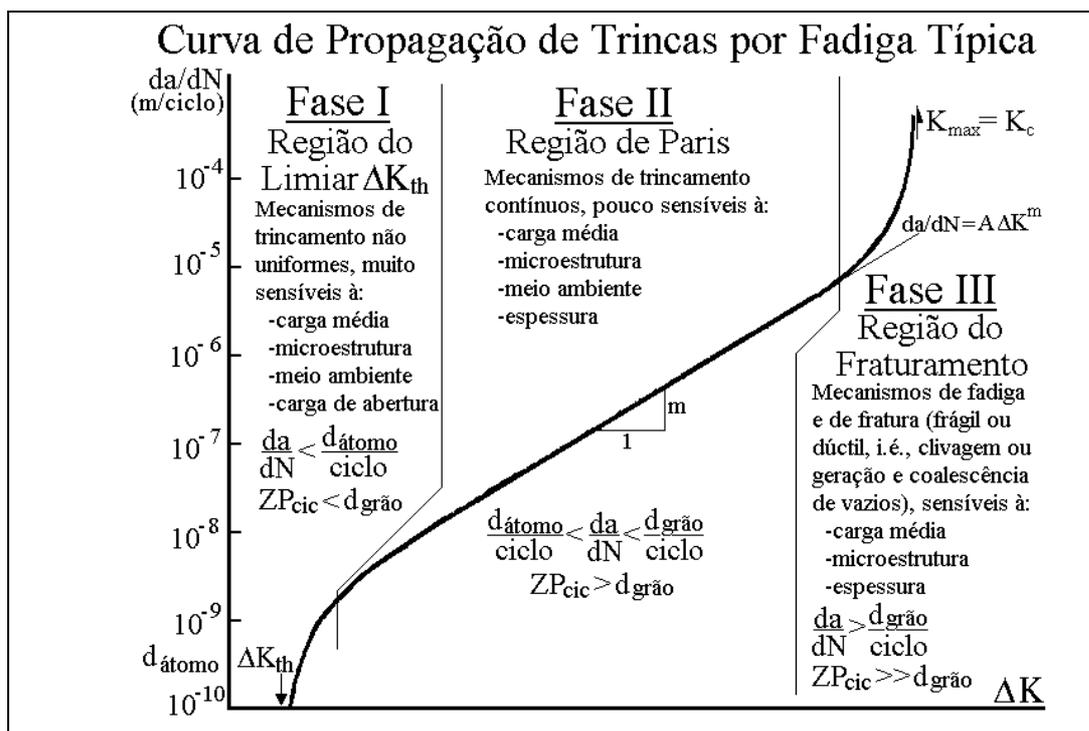


Figura 2.9 - Curva de propagação de trincas por fadiga típica.

Fase II: Nesta fase as taxas vão de $10^{-10} \sim 10^{-9}$ até $10^{-6} \sim 10^{-4}$ m/ciclo, ou de cerca de um espaçamento atômico até da ordem de um tamanho de grão por ciclo. A zona plástica cíclica $ZP_{ciclica} > d_{grão}$, isto é, a plasticidade cíclica à frente da ponta da trinca ativa micro-mecanismos poligranulares. O crescimento da trinca é aproximadamente contínuo ao longo da sua frente, como indicado pelas estrias

observadas nas faces das trincas quando observadas num microscópio eletrônico de varredura (as estrias são a característica fratógráfica mais importante das trincas de fadiga).

A regra de propagação da/dN é controlada pelas deformações cíclicas que acompanham as pontas das trincas de fadiga, e é pouco sensível à microestrutura, à carga média, ao meio ambiente e à espessura da peça. Nesta fase a gama das deformações cíclicas depende principalmente de DK , e tanto a carga de abertura da trinca K_{ab} quanto a tenacidade do material K_C pouco influem nas taxas de propagação.

Fase III: Esta fase tem como característica principal a propagação instável da trinca (ou o fraturamento da peça) quando $K_{máx} = DK/(1-R)$ atinge a tenacidade do material K_C .

A zona plástica $ZP_{cíclica} \gg d_{grão}$, e a maior taxa de crescimento da trinca é limitada pelo $CTOD_C \sim K_C^2/ES_E$. Os mecanismos de fraturamento podem ser dúcteis (cavitação e coalescência de vazios) ou frágeis (clivagem), e superpõem-se aos de trincamento. Esta fase depende de K_{max} e de K_C , logo é sensível à carga média e aos fatores que afetam a tenacidade do material, como a microestrutura, o meio ambiente e a espessura da peça (K_C depende não apenas do material mas também da geometria, a menos que $ZP_C \ll$ todas as dimensões da peça).

2.2.2

Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga

Existem alguns modelos empíricos bem conhecidos para quantificar as taxas de propagação de trincas por fadiga através de parâmetros que são ajustados aos resultados obtidos em testes experimentais. Esses modelos descrevem, pelo menos em parte, a forma da curva da/dN vs. DK , e consideram os efeitos de DK_{th} , de K_C , da razão R entre os fatores de intensidade de tensão máximo e mínimo (ou por $K_{máx} = \Delta K/(1-R)$). O mais clássico é o chamado modelo de Paris (1960):

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (2.23)$$

Este modelo descreve o comportamento à fadiga do material apenas na fase II e não leva em consideração a razão R . Os parâmetros C e m são constantes

empíricas (obtidas experimentalmente) dependentes do material utilizado. O parâmetro C representa o coeficiente linear do trecho reto da curva de Figura 2.9, enquanto m representa o coeficiente angular.

Forman (1967) propôs um outro modelo empírico, mais sofisticado, que leva em consideração a razão $R = K_{min} / K_{max}$, modelando tanto a fase II como a fase III:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot \Delta K^{m-1}}{\left(\frac{K_{IC}}{K_{max}} - 1 \right)} \quad (2.24)$$

Walker (1970) propôs um modelo similar ao modelo de Paris (Fase II), mas que incorpora os efeitos de R .

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^{(m+p)} \cdot \left(\frac{1}{1-R} \right)^p \quad (2.25)$$

Esse modelo possui três parâmetros experimentais, C , m e p , sendo p um parâmetro empírico adicional.

Priddle (1976) propôs um modelo para modelar as três fases da curva da/dN vs. DK , mas não inclui os efeitos da razão R .

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_{IC} - K_{max}} \right)^m \quad (2.26)$$

O valor de DK_{th} é função de R e, na ausência de resultados experimentais confiáveis, pode ser estimado para aços estruturais conforme as regras abaixo (Barsom, 1987):

$$\Delta K_{th} = 6.4(1 - 0.85R)Mpa\sqrt{m} \quad R > 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 7.04(1 - 0.85R)ksi\sqrt{in} \quad R > 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 5.5ksi\sqrt{in} \quad R < 0.1$$

$$\Delta K_{th} = 6.0Mpa\sqrt{m} \quad R < 0.1$$

Na tabela 2.1, como exemplo, são mostrados alguns valores usuais das constantes citadas acima para os aços do tipo ferrítico-perlíticos (Barsom, 1987; Dowling, 1999):

<i>Modelo</i>	<i>C</i>	<i>m</i>	<i>p</i>
<i>Paris</i>	$7 \cdot 10^{-9}$	3.00	--
<i>Walker</i>	$7 \cdot 10^{-9}$	2.00	1.00
<i>Forman</i>	$2 \cdot 10^{-6}$	2.90	--
<i>Priddle</i>	$2 \cdot 10^{-6}$	2.00	--

Tabela 2.1 - Valores usuais das constantes para aços do tipo ferrítico-perlítico.

3 Mecânica da Fratura Computacional

É sempre desejável do ponto de vista da mecânica dos sólidos determinar os campos de tensão e deformação em um corpo que está sujeito a carregamento externos ou deslocamentos. No caso limite, é possível obter uma solução analítica para os campos de tensão e deformação. Na maioria dos casos as soluções fechadas não são possíveis e as tensões em um corpo têm de ser modeladas numericamente ou por outro método com fotoelasticidade. Usando certas aproximações, Westergaard e Williams encontraram a solução para a tensão e deformação nas vizinhanças da trinca em um material elástico e conseqüentemente a definição do fator de intensidade de tensões K . Várias soluções para K foram publicadas na literatura para diversas configurações de geometria e carregamento, porém para a maioria dos casos reais de engenharia K não está disponível (exemplos na Figura 1.1).

Uma grande variedade de técnicas numéricas tem sido aplicada em problemas da mecânica dos sólidos, incluindo o método das diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno. Os dois últimos métodos têm sido aplicados mais exaustivamente. A grande maioria das vezes utiliza-se o método dos elementos finitos, embora o método dos elementos de contorno apresente uma facilidade maior de modelagem.

No caso específico de um modelo discretizado em elementos finitos, os fatores de intensidade de tensão são calculados com uso de elementos apropriados na ponta da trinca. Usando critérios para avaliação da direção de propagação pode-se então simular uma propagação dando pequenos incrementos na ponta da trinca, repetindo passo-a-passo os cálculos, até que se tenha um tamanho desejável de trinca, ou que atinja limites de tenacidade ou plasticidade. A cada novo incremento de trinca a malha do modelo de elementos finitos pode ser refeita localmente ou globalmente com a utilização de técnicas adaptativas de análise.

Este capítulo descreve os elementos especiais de ponta de trinca, métodos e critérios mais comumente utilizados para calcular fatores de intensidade de tensão

e direção de propagação da trinca em geometria arbitrária utilizando o método dos elementos finitos.

Esse capítulo resume desenvolvimentos feitos por Araújo (1999) e Carvalho (1998) em trabalhos anteriores da linha de pesquisa em que este trabalho está inserido e incorpora novas informações obtidas pelo autor do presente trabalho. Esses trabalhos apresentam comparações dos resultados numéricos com soluções analíticas encontrados na literatura.

3.1 Elementos Finitos Especiais

Na Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), o cálculo dos fatores de intensidade de tensão é um dos principais objetivos da análise. Estes fatores definem a magnitude dos campos de tensões na ponta da trinca e auxiliam na predição dos ângulos e incrementos da trinca propagante. As tensões, neste caso, apresentam uma singularidade $1/\sqrt{r}$ na ponta da trinca.

Chan et al. (1970) foram uns dos primeiros a utilizar o MEF para determinar os fatores de intensidade de tensão. A principal dificuldade encontrada por esses autores foi representar a singularidade da ponta da trinca com elementos convencionais. A partir de então, vários pesquisadores procuraram criar elementos especiais para modelar esta singularidade (Hellen, 1986; Zienkiewicz et al., 1990). Os elementos singulares *quarter-points*, isoparamétricos, sugeridos independentemente por Henshell & Shaw (1975) e Barsoum (1976), tornaram-se populares entre os pesquisadores por serem mais simples e proporcionarem resultados mais precisos com malhas relativamente grosseiras.

Vários estudos foram realizados com o intuito de investigar as condições ideais de uso destes elementos. O efeito do tamanho do elemento (L) com relação ao comprimento da trinca (a) sobre o cálculo dos fatores de intensidade de tensão (Harrop, 1982; Lynn & Ingraffea, 1978) e do critério de fratura (Yehia & Shephard, 1985) foi um dos problemas estudados. Saouma & Schwemmer (1984) avaliaram esse efeito numericamente, obtendo deste estudo várias recomendações referentes à relação (L/a) e à quantidade de elementos.

Os elementos singulares *quarter-points* (QP) são formados pelos elementos isoparamétricos convencionais, triangulares ou quadrilaterais, de ordem

quadrática, cuja singularidade $1/\sqrt{r}$ é introduzida desviando o nó do meio do lado para a posição de $1/4$ do lado (Figura 3.1). Barsoum (1976) mostrou que o elemento triangular proporciona melhores resultados que o elemento quadrilateral. No triangular, a singularidade é encontrada tanto no contorno quanto no interior do elemento, enquanto que no quadrilateral, só é encontrada no interior do elemento.

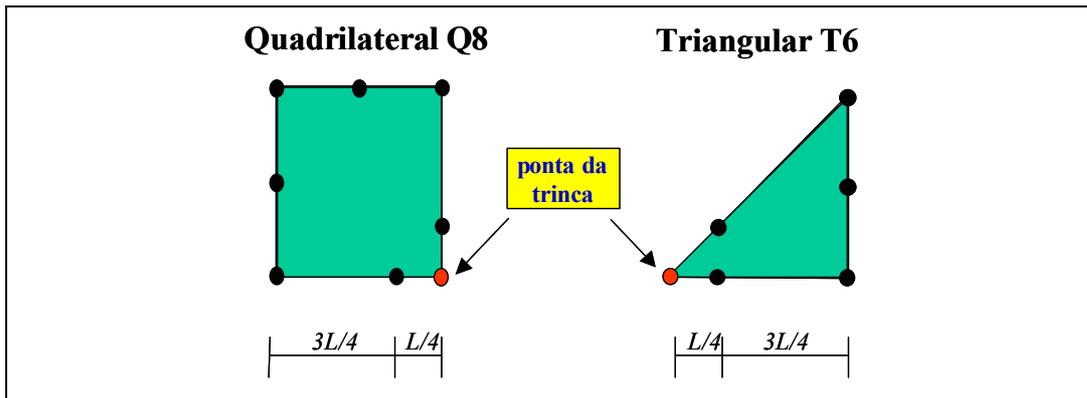


Figura 3.1. - Elementos singulares quarter-points quadrilateral e triangular.

Estes elementos são dispostos na ponta da trinca em forma de uma roseta. A roseta padrão é formada por oito elementos que formam entre si um ângulo de 45° , normalmente alinhada com a trinca (Fig. 3.2a). Outras configurações de rosetas podem ser formadas, como a roseta de elementos com ângulo de 40° (Fig. 3.2b) e com ângulo de 30° (Fig. 3.2c). Um exemplo de como a roseta se posiciona na malha de elementos finitos é mostrado na Figura 3.3. Nesta figura duas rosetas estão posicionadas em duas pontas de trinca.

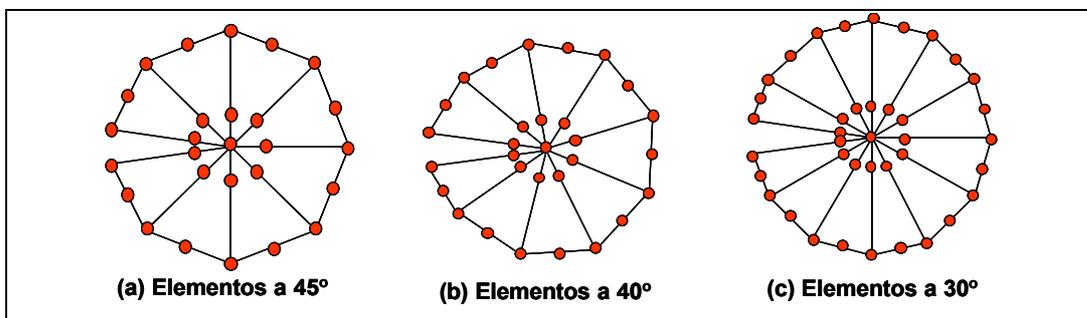


Figura 3.2. Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a 40° ; (c) Roseta com elementos a 30° .

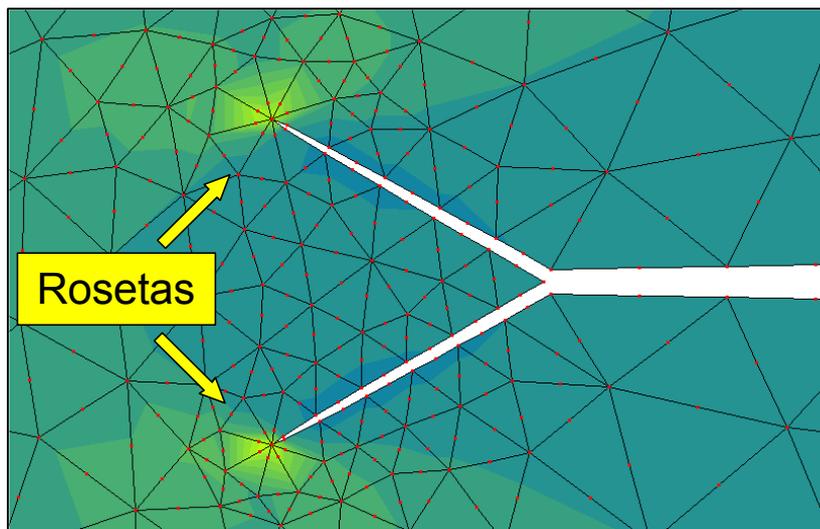


Figura 3.3. Posição de duas rosetas em duas pontas de trinca.

3.2 Cálculo Numérico do Fator de Intensidade de Tensões

Os valores numéricos dos fatores de intensidade de tensão podem ser calculados substituindo os deslocamentos, ou as tensões, provenientes da análise de elementos finitos nas soluções teóricas (Chan, 1970). Esta técnica, apesar de simples e direta, proporciona resultados com pouca precisão. Quando os elementos singulares *quarter-points* são usados, a técnica de correlação dos deslocamentos, proposta por Shih et al. (1976), proporciona resultados mais exatos. Esta técnica foi generalizada por Ingraffea & Manu (1980) para problemas com modo misto de carregamento. Outras técnicas de extrapolação dos deslocamentos (Zhu & Smith, 1995), que procuram melhorar a precisão, podem ser encontradas na literatura.

A taxa de alívio de energia, G , proveniente da teoria de Griffith (1920), foi relacionada aos fatores de intensidade de tensão por Irwin (1948) e tornou-se uma das variáveis mais importantes na determinação destes fatores. Os métodos existentes, baseados neste conceito, proporcionam resultados mais exatos para os fatores de intensidade de tensão, sem a necessidade de uma malha tão refinada. Por esta razão, o método da extensão virtual da trinca tornou-se tão atrativo. Contudo, a necessidade de se efetuar duas análises de elementos finitos para o mesmo modelo, com dois comprimentos de trinca diferentes, torna-o desvantajoso. Outros métodos, que utilizam apenas uma análise de elementos finitos no cálculo de G , foram propostos (Lin & Abel, 1988). Um destes métodos

está baseado no método de fechamento virtual da trinca de Irwin. Raju (1987), baseando-se nessa formulação, propôs um método modificado. No método original, as tensões na frente da ponta da trinca e os deslocamentos atrás desta mesma ponta são usados para este cálculo. No método modificado de Raju, os deslocamentos de abertura da trinca e as forças nodais na frente da ponta da trinca são utilizados. Este procedimento foi aplicado para vários tipos de elementos, singulares e não singulares, de qualquer ordem.

Em um modelo bidimensional de elementos finitos, três métodos podem ser escolhidos para calcular o fator de intensidade de tensões de um trinca: (a) Técnica de Correlação dos Deslocamentos (Shih et al, 1976) (*Displacement Correlation Technique – DCT*), (b) a taxa de liberação de energia calculado pelo Método de Fechamento da Trinca Modificado (Rybick, 1977; Raju, 1987) (*Modified Crack-Closure Integral technique – MCC*), e (c) pela integral J calculada pelo Método da Integral de Domínio Equivalente (*Equivalent Domain Integral – EDI*) juntamente com a decomposição dos modos (Bui, 1983; Dodds, 1988; Banks-Sills, 1986; Nikishkov, 1987; Chen, 1989). Os três métodos são descritos a seguir.

3.2.1 Técnica de Correlação dos Deslocamentos

Na Técnica de Correlação dos Deslocamentos, os deslocamentos determinados de pontos nodais da trinca, obtidos pela análise de elementos finitos, são correlacionados com as soluções analíticas a fim de que os fatores de intensidade de tensão sejam obtidos. Esta técnica é comumente utilizada quando a roseta de elementos singulares *quarter-points* está presente na ponta da trinca. Ela permite calcular, separadamente, os fatores de intensidade de tensão quando a estrutura está submetida ao modo misto de carregamento. Maiores detalhes sobre este método podem ser encontrados nas referências (Barsoum, 1977; Shih, 1976; Tracey, 1971). O deslocamento na ponta da trinca aberta para um elemento singular *quarter-point* d é dado por (Figura 3.4):

$$d(r) = (4v_{j-1} - v_{j-2}) \sqrt{\frac{r}{L}} \quad (3.1)$$

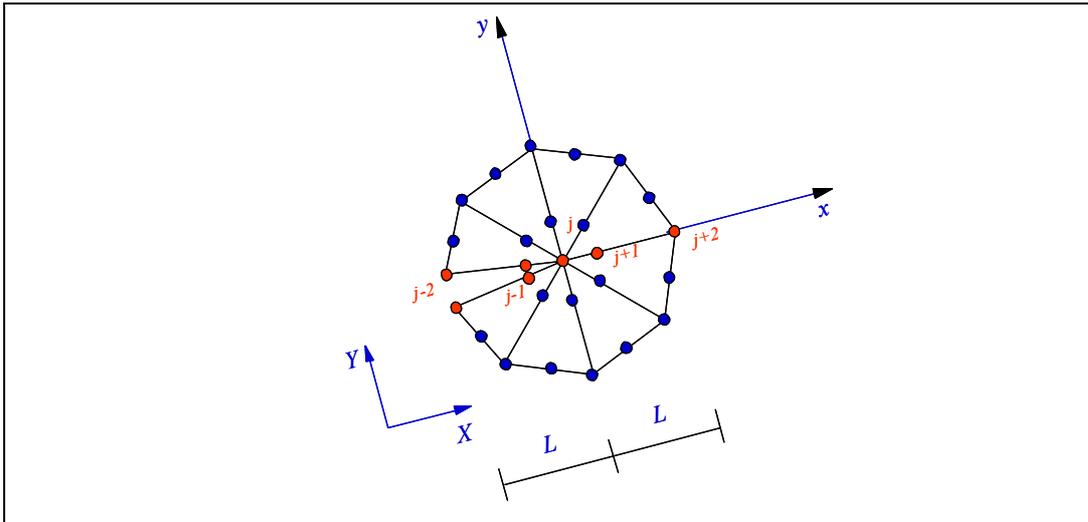


Figura 3.4 - Elemento *quarter-point* na ponta da trinca.

onde v_{j-1} e v_{j-2} são os deslocamentos relativos na direção y , nos nós $j-1$ e $j-2$, e L é o tamanho do elemento. A expressão analítica para \mathbf{d} , em $x=r$, é dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{d}(r) = K_I \left(\frac{\mathbf{k}+1}{\mathbf{m}} \right) \sqrt{\frac{r}{2p}} \quad (3.2)$$

Igualando as expressões (3.1) e (3.2), o fator de intensidade de tensão para o modo I pode ser avaliado por:

$$K_I = \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{k}+1} \right) \sqrt{\frac{2p}{L}} (4v_{j-1} - v_{j-2}) \quad (3.3)$$

Seguindo os mesmos passos descritos para o modo I, encontra-se a expressão para a avaliação do fator de intensidade de tensão no modo II que é dado por:

$$K_{II} = \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{k}+1} \right) \sqrt{\frac{2p}{L}} (4u_{j-1} - u_{j-2}) \quad (3.4)$$

onde u_{j-1} e u_{j-2} são os deslocamentos relativos na direção x , nos nós $j-1$ e $j-2$.

3.2.2 Método de Fechamento da Trinca Modificado

O Método de Fechamento da Trinca Modificado é baseado no conceito de Irwin da integral de fechamento da trinca. Este conceito supõe que, no modo I de carregamento, quando uma trinca propaga de a para $a + da$ (Figura 3.5), sendo da

infinitesimal, o deslocamento de abertura da nova ponta da trinca será aproximadamente igual ao deslocamento da ponta da trinca original. Então, o trabalho necessário para aumentar a trinca de a para $a + da$ é o mesmo necessário para fechá-la de $a + da$ para a . Baseado nisto, Irwin obteve as seguintes expressões:

$$\mathcal{G}_I = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{1}{2da} \int_0^{da} v(r) s_y(r) dr \quad (3.5)$$

$$\mathcal{G}_{II} = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{1}{2da} \int_0^{da} u(r) s_{xy}(r) dr \quad (3.6)$$

Nesta equação, da é o acréscimo virtual da trinca; s_y e s_{xy} são as distribuições de tensão normal e cisalhante na frente da ponta da trinca (Figura); $v(r)$ e $u(r)$ são o deslocamento de abertura da trinca a uma distância r , atrás da nova ponta da trinca. Na forma original, os resultados são obtidos de duas análises: uma com o comprimento de trinca a e outra com comprimento de trinca $a + da$.

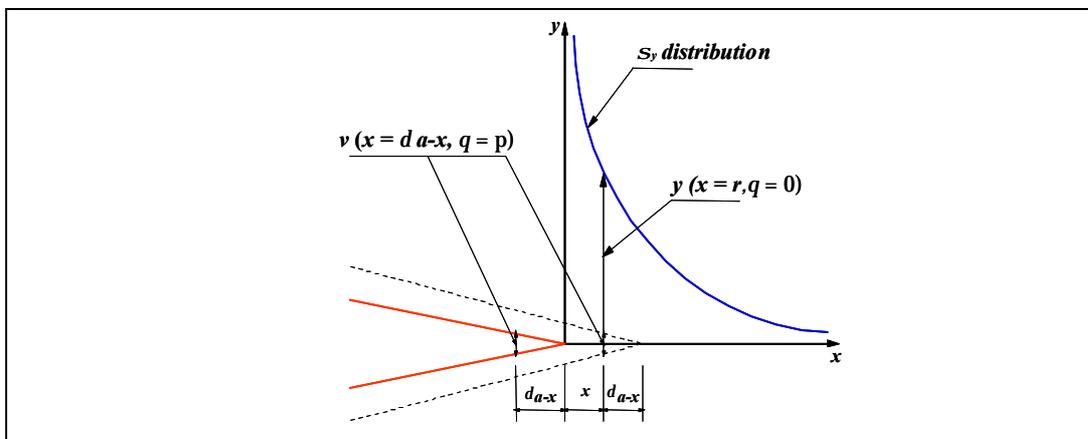


Figura 3.5 – Método de Fechamento da Trinca Modificado.

Rybicki e Kanninen (1977) foram os primeiros a utilizar essa aproximação com a análise simples de elementos finitos, usando modelos com elementos quadriláteros de 4 nós. Raju (1987) estendeu este método para elementos não singulares de qualquer ordem. Este procedimento é baseado na simetria do elemento ao longo da ponta da trinca. O cálculo numérico de \mathcal{G}_I e \mathcal{G}_{II} , a taxa de liberação de energia dado por (3.5) e (3.6), o campo de tensões é (com uma distribuição clássica $1/\sqrt{r}$) e os deslocamentos $u(r)$ e $v(r)$ são determinados por

interpolação dos deslocamentos nodais usando as funções de forma do elemento. As tensões normais e de cisalhamento são obtidas das forças nodais na frente da trinca.

Como mostrado por Raju (1987), expressões simplificadas para elementos singulares podem ser aplicados, que são mais fáceis de usar que expressões consistentes. As componentes G_I e G_{II} para o Modo I e Modo II, e para condições de modos mistos são dados como:

$$G_I = -\frac{1}{2L} \left[F_{y_i} \{t_{11}(v_m - v_{m'}) + t_{12}(v_l - v_{l'})\} + F_{y_j} \{t_{21}(v_m - v_{m'}) + t_{22}(v_l - v_{l'})\} \right] \quad (3.7)$$

$$G_{II} = -\frac{1}{2L} \left[F_{x_i} \{t_{11}(u_m - u_{m'}) + t_{12}(u_l - u_{l'})\} + F_{x_j} \{t_{21}(u_m - u_{m'}) + t_{22}(u_l - u_{l'})\} \right] \quad (3.8)$$

onde F_{x_i} , F_{x_j} , F_{y_i} , e F_{y_j} são forças nodais consistentes atuando nos nós i e j (Figura 3.6) nas direções x e y ; u e v são deslocamentos nodais nos nós m , m' , l e l' ; e $t_{11} = 6 - 3\frac{p}{2}$, $t_{12} = 6p - 20$, $t_{21} = \frac{1}{2}$ e $t_{22} = 1$.

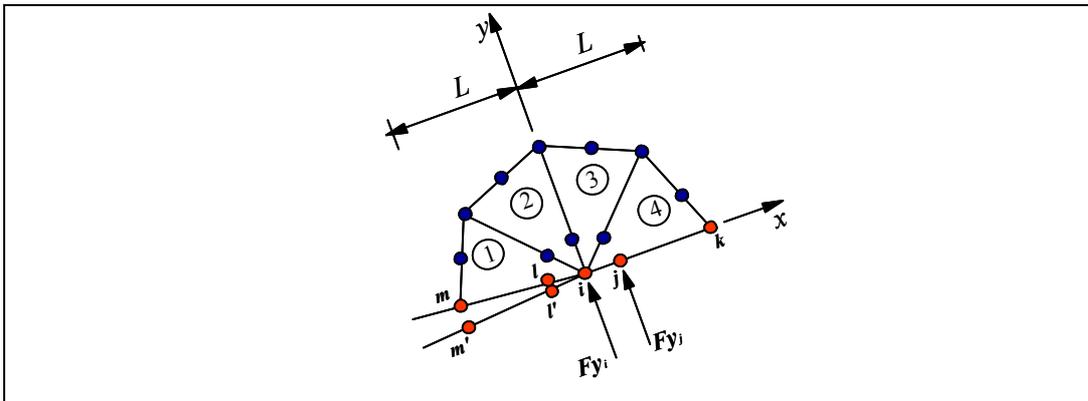


Figura 3.6 – Elementos na ponta da trinca e força nodais consistentes na frente da ponta da trinca.

A força nodal F_{x_i} e F_{y_i} são calculadas do elemento 1, 2, 3 e 4, porém as forças F_{x_j} e F_{y_j} são calculadas do elemento 4 somente. Sob condições da Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM), os fatores de intensidade de tensão são relacionados com a taxa de alívio de energia pela equação (2.14).

3.2.3 Método da Integral de Domínio Equivalente

A integral J foi introduzida por Rice (1968) para estudar materiais elásticos não-lineares. É uma integral de linha independente do caminho, definida como (mesma equação 2.16 do capítulo 2):

$$J = \int_C \left[W n_x - s_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] ds \quad (3.9)$$

onde W é a densidade de energia de deformação; s_{ij} são as tensões e n_j é o vetor unitário normal ao contorno de integração C , que é qualquer caminho em volta da ponta da trinca; u_i são os deslocamentos correspondentes ao eixo local e s é o comprimento de arco do contorno.

A integral de domínio equivalente troca a integração ao longo do contorno por outra integral sobre um domínio de tamanho finito usando o teorema da divergência. Esta definição é mais conveniente para análise por elementos finitos. Para problemas bidimensionais a integral de contorno é trocada por uma integral de área (Figure 3.7) e a equação (3.11) é rescrita como:

$$J = - \int_A \left[W \frac{\partial q}{\partial x} - s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial x} \right] dA - \int_A \left\{ \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] \right\} q dA - \int_S t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} q ds \quad (3.10)$$

onde q é uma função contínua que permite a integral de domínio equivalente ser tratada na formulação dos elementos finitos, e t_i é uma carga de pressão na face da trinca. Usualmente, uma função linear é escolhida para q , que assume um valor unitário na ponta da trinca e um valor nulo ao longo do contorno. Para caso especial de material elástico linear, o segundo termo da equação (3.10) desaparece. O terceiro termo desaparecerá se as faces da trinca não forem carregadas, ou se $q = 0$ nos trechos carregados.

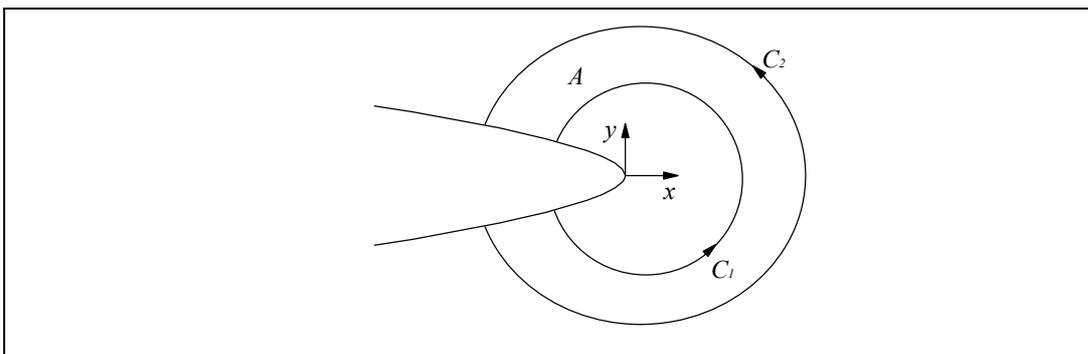


Figura 3.7 – Domínio equivalente na ponta da trinca.

A definição da integral J considera um balanço de energia mecânica somente para uma translação local da frente da trinca na direção no eixo x . No caso de ambos o Modo I ou Modo II puros, a equação (3.10) permite o cálculo dos fatores de intensidade de tensão K_I ou K_{II} . Entretanto, no caso de modo misto de carregamento, K_I e K_{II} não podem ser calculados separadamente somente desta equação. Neste caso, outras integrais invariantes são usadas. Usualmente, a expressão definida por Knowles & Sternberg (1972) é usada:

$$J_k = - \int_A \left[W \frac{\mathcal{I}q}{\mathcal{I}x_k} - \mathcal{S}_{ij} \frac{\mathcal{I}u_i}{\mathcal{I}x_k} \frac{\mathcal{I}q}{\mathcal{I}x_j} \right] dA - \int_A \left[\frac{\mathcal{I}W}{\mathcal{I}x_k} - \mathcal{S}_{ij} \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}x_j} \left(\frac{\mathcal{I}u_i}{\mathcal{I}x_k} \right) \right] q dA - \int_S t_i \frac{\mathcal{I}u_i}{\mathcal{I}x_k} q ds \quad (3.11)$$

onde k é um índice para o eixo local na ponta da trinca (x, y). Essas integrais foram inicialmente introduzidas para pequenas deformações (Rice, 1968) e foi estendida para por Atluri (1982) para deformações finitas.

A integral é avaliada em elementos escolhidos para representar o domínio. Neste trabalho, o domínio escolhido é a rosseta de elementos *quarter-point* na ponta da trinca (Figura 3.1), e a quadratura Gaussiana padrão é usada sobre cada elemento.

Para problemas lineares, Bui (1983) propôs campos associados para decompor os modos de abertura de trinca. Neste caso, o primeiro elemento da equação (3.11) é independente de caminho, porém o segundo elemento não é. Entretanto, a dependência do caminho pode ser eliminada se os deslocamentos e os campos de tensão forem decompostos em partes simétricas e antissimétricas. Desta forma, o campo de deslocamento é reescrito como:

$$\begin{aligned} u &= u^I + u^{II} = \frac{1}{2}(u + u') + \frac{1}{2}(u - u') \\ v &= v^I + v^{II} = \frac{1}{2}(v - v') + \frac{1}{2}(v + v') \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde u e v são deslocamentos nas direções x e y , respectivamente, $u'(x, y) = u'(x, -y)$, e $v'(x, y) = v'(x, -y)$; e os subscrito I e II correspondem as componentes do campo de deslocamentos simétrico e antissimétrico, respectivamente. O campo de tensão é decomposto em:

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_{xx} &= \mathbf{s}_{xx}^I + \mathbf{s}_{xx}^{II} = \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{xx} + \mathbf{s}'_{xx}) + \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{xx} - \mathbf{s}'_{xx}) \\
\mathbf{s}_{yy} &= \mathbf{s}_{yy}^I + \mathbf{s}_{yy}^{II} = \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{yy} + \mathbf{s}'_{yy}) + \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{yy} - \mathbf{s}'_{yy}) \\
\mathbf{s}_{zz} &= \mathbf{s}_{zz}^I + \mathbf{s}_{zz}^{II} = \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{zz} + \mathbf{s}'_{zz}) \\
\mathbf{s}_{xy} &= \mathbf{s}_{xy}^I + \mathbf{s}_{xy}^{II} = \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{xy} - \mathbf{s}'_{xy}) + \frac{I}{2}(\mathbf{s}_{xy} + \mathbf{s}'_{xy})
\end{aligned} \tag{3.13}$$

onde $\mathbf{s}'_{ij}(x, y) = \mathbf{s}'_{ij}(x, -y)$ e $\mathbf{s}_{zz}^{II} = 0$.

Novas integrais J_I e J_{II} são obtidas, que satisfazem a condição:

$$J = J_I + J_{II} \tag{3.14}$$

onde J_I é associado com o campo simétrico (Modo I) e J_{II} é associado com o campo antissimétrico (Modo II):

$$J_I = - \int_A \left[W(u_i^I) \frac{\mathbb{I}q}{\mathbb{I}x_k} - \mathbf{s}_{ij}(u_i^I) \frac{\mathbb{I}u_i^I}{\mathbb{I}x_k} \frac{\mathbb{I}q}{\mathbb{I}x_j} \right] dA - \int_S t_i \frac{\mathbb{I}u_i^I}{\mathbb{I}x_k} q ds \tag{3.15}$$

$$J_{II} = - \int_A \left[W(u_i^{II}) \frac{\mathbb{I}q}{\mathbb{I}x_k} - \mathbf{s}_{ij}(u_i^{II}) \frac{\mathbb{I}u_i^{II}}{\mathbb{I}x_k} \frac{\mathbb{I}q}{\mathbb{I}x_j} \right] dA - \int_S t_i \frac{\mathbb{I}u_i^{II}}{\mathbb{I}x_k} q ds \tag{3.16}$$

Esta aproximação foi também aplicada por Chen (1989) com alta precisão dos resultados para problemas em modo misto. Adicionalmente, Eischen (1987), Kienzler & Kordisch (1990) sugeriram outros métodos para obter a integral J para problemas em modo misto. Essas técnicas de modificações e decomposição permitem usar a integral J e Integral de Domínio Equivalente para uma grande variedade de problemas de deformação linear e não-linear.

Na LEFM, J é igual à taxa de liberação de energia \mathcal{G} , e seus componentes J_I e J_{II} podem ser usados para calcular os fatores de intensidade de tensão por meio das equações (3.9) e (3.10).

3.3 Cálculo Numérico da Direção de Propagação

Na análise de elementos finitos bidimensionais, três critérios são mais usados para o cálculo numérico da direção de crescimento de propagação da trinca no regime linear elástico (Carvalho, 1998): (a) Máxima Tensão Circunferencial

($S_{q_{m\acute{a}x}}$), (b) Máxima Taxa de Liberaao de Energia Potencial ($G_{q_{m\acute{a}x}}$) e (c) Mínima Densidade de Energia de Deformaao ($S_{q_{m\acute{a}n}}$). No primeiro critério, Erdogan & Sih (1963) consideraram que a trinca propagará na direao que maximiza a tensão circunferencial em uma região fechada na ponta da trinca. No segundo critério, Hussain (1974) sugeriu que a propagaao da trinca ocorrerá na direao que causa a máxima taxa de liberaao de energia de propagaao. E por último, Sih (1974) assumiu que a direao de crescimento da trinca é determinada por um mínimo valor de densidade energia de deformaao perto da ponta da trinca. Bittencourt (1996) mostrou que, se é permitido mudar a orientaao da trinca em uma simulaao de fratura automática, os três critérios fornecem basicamente os mesmos resultados.

3.3.1

Critério da Máxima Tensão Circunferencial ($S_{q_{m\acute{a}x}}$)

As tensões na ponta da trinca para o modo I e II são dadas pela soma das tensões obtidas para cada modo separadamente (Barsom & Rolfe, 1987). Como resultado são obtidas as seguintes equaoes em coordenadas polares (Figura 3.8):

$$s_r = \frac{1}{\sqrt{2pr}} \cos(q/2) \left\{ K_I [1 + \text{sen}^2(q/2)] + \frac{3}{2} K_{II} \text{sen} q - 2K_{II} \text{tg}(q/2) \right\} \quad (3.17)$$

$$s_q = \frac{1}{\sqrt{2pr}} \cos(q/2) \left[K_I \cos^2(q/2) - \frac{3}{2} K_{II} \text{sen} q \right] \quad (3.18)$$

$$t_{rq} = \frac{1}{\sqrt{2pr}} \cos(q/2) [K_I \text{sen} q + K_{II} (3\cos q - 1)] \quad (3.19)$$

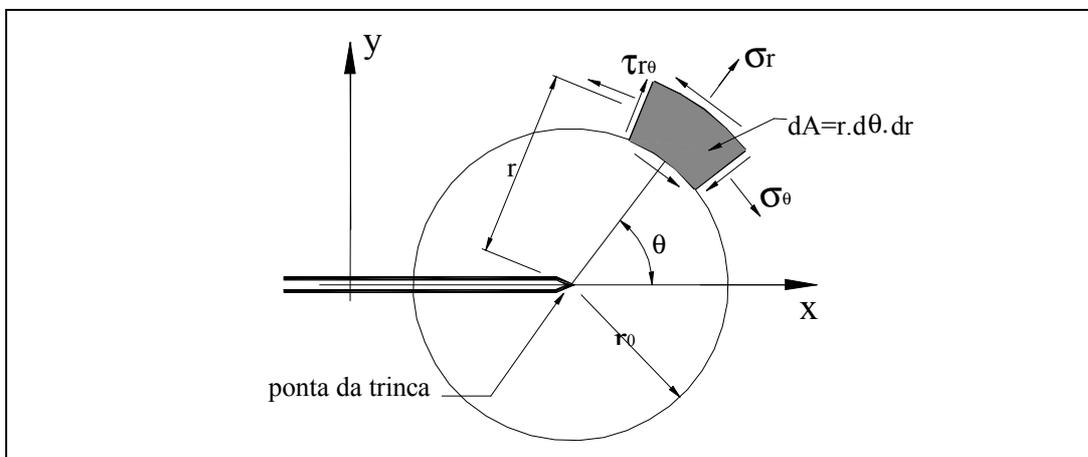


Figura 3.8 – Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares.

Essas expressões são válidas para tanto para o estado plano de tensão quanto para o estado plano de deformação. O critério da Máxima Tensão Circunferencial estabelece que a extensão da trinca começará no plano perpendicular à direção no qual s_q é máximo, sendo de modo $t_{r,q} = 0$, e que a extensão monotônica (sem fadiga) ocorrerá quando s_{qmax} atingir um valor crítico correspondente a uma propriedade do material (K_{IC} para o Modo I). Sabendo que $t_{r,q} = 0$:

$$\cos(q/2) [K_I \operatorname{sen} q + K_{II} (3 \cos q - 1)] = 0 \quad (3.20)$$

e da equação (3.19):

$$\cos(q/2) [K_I \cos^2(q/2) - \frac{3}{2} K_{II} \operatorname{sen} q] = s_q \sqrt{2pr} \quad (3.21)$$

Resolvendo essas equações, encontra-se uma solução trivial:

$$q = \pm p \text{ para } \cos(q/2) = 0 \quad (3.22)$$

e uma solução não trivial:

$$K_I \operatorname{sen} q + K_{II} (3 \cos q - 1) = 0 \quad (3.23)$$

Analisando a equação (3.23) para os dois modos puros, encontra-se para o Modo I puro:

$$K_{II} = 0 \quad (3.24)$$

$$K_I \operatorname{sen} q = 0 \quad (3.25)$$

$$q = 0^\circ \quad (3.26)$$

e para o Modo II puro

$$K_I = 0 \quad (3.27)$$

$$K_{II} (3 \cos q - 1) = 0 \quad (3.38)$$

$$q = \pm 70.5^\circ \quad (3.19)$$

Considerando o modo misto, a equação (3.23) pode ser resolvida para q , resultando em:

$$q = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad (3.30)$$

O sinal do ângulo nas expressões (3.29) e (3.30) é dependente do sinal de K_{II} :

$$\text{Se } K_{II} > 0, \text{ então } \mathbf{q} < 0 \quad (3.31)$$

$$\text{Se } K_{II} < 0, \text{ então } \mathbf{q} > 0 \quad (3.32)$$

As equações (3.26) e (3.29) mostram, respectivamente, os limites inferior e superior (em módulo) do ângulo de propagação da trinca, e seus valores intermediários são dados pela expressão (3.30).

3.3.2

Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial ($G_{q\text{máx}}$)

Este critério se baseia na taxa de alívio de energia, G , que mede a energia potencial que é liberada durante o processo de fraturamento. Para propagações colineares (que não mudam de direção) em regime elástico linear, o fator de intensidade de tensões pode ser facilmente relacionado com G através das seguintes expressões, onde $G = G_I + G_{II}$, sendo G_I a taxa para modo I puro e G_{II} a taxa para modo II puro:

Porém, nem sempre a propagação da trinca é colinear, como no fraturamento em modo misto, por exemplo. Neste caso a extensão da fissura ocorre em uma direção arbitrária. Hussain (1974) sugeriram que esta extensão ocorre na direção que provoca a máxima taxa de liberação de energia de fraturamento. Para isso estabeleceram uma equação em G (total) utilizando uma função de mapeamento com variáveis complexas, onde q define uma direção radial com respeito à ponta da trinca corrente. Utilizando essa técnica encontra-se a seguinte expressão:

$$G(\mathbf{q}) = \frac{4}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \mathbf{q}} \right)^2 \left(\frac{1 - \mathbf{q}/\mathbf{p}}{1 + \mathbf{q}/\mathbf{p}} \right)^{q/p} \left[(1 + 3\cos^2 \mathbf{q})K_I^2 + 8\sin \mathbf{q} \cos \mathbf{q} K_I K_{II} + (9 - 5\cos^2 \mathbf{q})K_{II}^2 \right] \quad (3.33)$$

Observa-se que a expressão resultante para $G(\mathbf{q})$ não diferencia o estado plano de tensão e o estado plano de deformação. Da mesma forma como $G(\mathbf{q})$, os fatores de intensidade de tensões K_I e K_{II} também foram definidos como funções de q , conforme as equações abaixo.

$$K_I(\mathbf{q}) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \mathbf{q}} \right) \left(\frac{1 - \mathbf{q}/\mathbf{p}}{1 + \mathbf{q}/\mathbf{p}} \right)^{q/2p} \left(K_I \cos \mathbf{q} + \frac{3}{2} K_{II} \sin \mathbf{q} \right) \quad (3.34)$$

$$K_{II}(\mathbf{q}) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \mathbf{q}} \left(\frac{1 - \mathbf{q}/\mathbf{p}}{1 + \mathbf{q}/\mathbf{p}} \right)^{q/2\mathbf{p}} \left(K_{II} \cos \mathbf{q} - \frac{1}{2} K_I \sin \mathbf{q} \right) \right) \quad (3.35)$$

Os fatores $K_I(\mathbf{q})$ e $K_{II}(\mathbf{q})$ representam os valores de K_I e K_{II} para uma direção de propagação dada por \mathbf{q} , no limite quando o incremento de propagação tende a zero (Hussain, 1974).

Desse modo pode-se estender a interpretação das equações (3.33) e (3.34), colocando \mathbf{G}_I , \mathbf{G}_{II} , K_I e K_{II} como função de \mathbf{q} usando a equação (2.14):

$$\mathbf{G}(\mathbf{q})_I = \frac{K_I^2(\mathbf{q})}{E'} \quad \text{e} \quad \mathbf{G}(\mathbf{q})_{II} = \frac{K_{II}^2(\mathbf{q})}{E'} \quad (3.36)$$

A taxa de liberação total de energia é dada por:

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{G}_I(\mathbf{q}) + \mathbf{G}_{II}(\mathbf{q}) \quad (3.37)$$

Logo o critério da máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial ($G(\mathbf{q})_{\max}$), estabelece que a extensão monotônica (sem fadiga) da fissura ocorrerá na direção \mathbf{q} em que há uma máxima liberação de energia e quando a taxa de liberação de energia é igual a um valor crítico \mathbf{G}_c , onde \mathbf{G}_c é a tenacidade do material.

3.3.3

Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação ($S_{q\min}$)

Neste critério, proposto por Sih (1974), a direção do crescimento da trinca é governada pelo valor da densidade de energia de deformação, S , nas proximidades da trinca. A Figura 3.5 mostra as tensões em coordenadas polares na ponta da trinca, que são dadas pelas equações (3.19), (3.20) e (3.21).

As componentes dos deslocamentos na direção radial e circunferencial (Anderson, 1995) são descritas por:

$$u_r = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{r}{2\mathbf{m}}} \left\{ K_I \left[(2k-1) \cos(\mathbf{q}/2) - \cos(3\mathbf{q}/2) \right] - K_{II} \left[(2k-1) \sin(\mathbf{q}/2) - 3 \sin(3\mathbf{q}/2) \right] \right\} \quad (3.38)$$

$$v_q = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{r}{2\mathbf{m}}} \left\{ K_I \left[-(2k-1) \sin(\mathbf{q}/2) + \sin(3\mathbf{q}/2) \right] - K_{II} \left[(2k-1) \cos(\mathbf{q}/2) - 3 \cos(3\mathbf{q}/2) \right] \right\} \quad (3.39)$$

A energia de deformação do elemento de área $dA = r d\mathbf{q} dr$ é dada por

$$dW = \frac{1}{2} \left[\mathbf{s}_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \mathbf{s}_q \left(\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_q}{\partial q} \right) + \mathbf{t}_{rq} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial q} + \frac{\partial v_q}{\partial r} - \frac{v_q}{r} \right) \right] dA \quad (3.40)$$

Substituindo as equações (3.17), (3.18), (3.19), (3.38) e (3.39) na equação (3.46) e fazendo algumas operações algébricas, chega-se à expressão da energia de deformação na forma quadrática mostrada na equação seguinte:

$$\frac{dW}{dA} = \frac{1}{r} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2) \quad (3.41)$$

onde os coeficientes a_{ij} ($i, j = 1, 2$) são dados por:

$$a_{11} = \frac{1}{16m} [(1 + \cos q)(k - \cos q)] \quad (3.42)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16m} \operatorname{sen} q [2\cos q - (k - 1)] \quad (3.43)$$

$$a_{22} = \frac{1}{16m} [(k + 1)(1 - \cos q) + (1 + \cos q)(3\cos q - 1)] \quad (3.44)$$

A expressão que multiplica o termo $1/r$ na equação (3.41) é denominada de fator de densidade de energia de deformação que é denominado S :

$$S(q) = a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 \quad (3.45)$$

O valor de S representa a intensidade de dW/dA no interior do elemento infinitesimal, e deixa de ser válido para valores de r muito pequeno, sendo limitado por um valor crítico r_o . Sih *et al.* propuseram que a extensão monotônica (sem fadiga) da fissura ocorrerá quando $S(q)$ for igual a um valor crítico S_{cr} que é uma constante do material e na direção em que a densidade de energia de deformação for mínima.

3.4

Simulação de Propagação de Trincas em Elementos Finitos

Os modelos numéricos descritos anteriormente foram implementados em um programa chamado **Quebra2D** (Araújo, 1999; Carvalho 1998), que é um programa gráfico interativo para simulação de processos bidimensionais de fraturamento estrutural, baseado em uma estratégia de geração adaptativa de malhas de elementos finitos (Paulino, 1999). O processo adaptativo primeiramente requer os resultados da análise de uma malha inicial de elementos finitos, geralmente grosseira, com as descrições geométricas, as condições de contorno e

seus atributos. Posteriormente é feita uma discretização do contorno das regiões do domínio com base nas propriedades geométricas e nos tamanhos característicos dos elementos de bordo (vizinhos às curvas do contorno), determinadas a partir da estimativa de erro calculada pelo método de análise.

Com o contorno discretizado é feita a geração da nova malha. Essa geração é baseada na técnica de *quadtree* e por uma técnica de triangulação de Delaunay, onde a *quadtree* é utilizada apenas para dar uma gradação de transição na geração de elementos (Miranda, 1999). Esse processo é repetido até que o erro de discretização estimado atinja um valor pré-definido.

A seguir são destacadas algumas funcionalidades do programa: obtenção das isofaixas ou isolinhas de resultados escalares nos nós e em pontos de Gauss; disponibilidade do cálculo do fator de intensidade de tensões por três métodos (Técnica de Correlações dos Deslocamentos, Método de Fechamento da Trinca Modificado e Método da Integral de Domínio Equivalente); disponibilidade do cálculo da direção de propagação da trinca por três critérios (Máxima Tensão Circunferencial, Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial, Mínima Densidade de Energia de Deformação); plotagem de barras (vetores) para a visualização de resultados vetoriais; visualização de configuração deformada do modelo; especificação de zoom, distorção e translação; visualização dos atributos dos nós e dos elementos.

O presente autor vem trabalhando no programa para que o usuário do mesmo possa desenhar o modelo geométrico, como um programa CAD, e também continue com as facilidades apresentadas no parágrafo anterior, como um programa CAE. Tudo dentro de um ambiente amigável de muitas facilidades para com o usuário. Nos capítulos seguintes o programa **Quebra2D** será mostrado resolvendo análise de elementos finitos dentro da mecânica da fratura.

4 Automação da Propagação de Trincas de Fadiga sob Carregamento Complexo

A finalidade deste capítulo é descrever os métodos de crescimento de trinca por fadiga e seus efeitos quando submetida a carregamento complexo, dentro de um ambiente de programação. Para isso, a descrição do capítulo esta pautada em um programa chamado **ViDa** (Meggiolaro e Castro, 1998). Esse programa tem um ambiente amigável, do ponto de vista de interface, e a automação dos cálculos requerida para prever a vida a fadiga sob carregamento complexo já se encontra no programa. Embora a propagação de trincas a fadiga não tenha uma teoria sofisticada, complicações numéricas surgem quando passada para um ambiente de programação. No programa essas complicações são tratadas consistentemente e por isso este capítulo o tem como base.

Este capítulo descreve dois métodos de crescimento de trinca: o método DK_{rms} e o método de crescimento ciclo-a-ciclo. Observações de implementação numérica são descritas a fim de tornar os cálculos eficientes em termos de tempo. Modelos que tentam descrever efeitos de retardo são discutidos e por fim um fluxograma simplificado do cálculo da/dN no **ViDa** é apresentado.

4.1 O Programa ViDa

O objetivo programa **ViDa** é automatizar em um ambiente amigável todos os cálculos requeridos para prever vida a fadiga sob carregamento complexo por uma aproximação local. O programa é executado em computadores pessoais com sistema operacional *Windows 95* ou mais recente, e inclui todas as ferramentas necessárias para executar as previsões, como interfaces de gráficos intuitivos e amigáveis em múltiplos idiomas; bancos de dados inteligentes para fator de intensidade e concentração de tensão, regras de propagação de trinca, propriedades de materiais; contadores *Rain-Flow* tradicional e seqüencial, geradores de gráficos de laços de histerese elasto-plásticos e de frente de trinca

2D; ajuste automático de dados experimentais de iniciação de trinca e de propagação; interpretadores de equação, etc. O programa calcula o crescimento da trinca considerando qualquer regra de propagação e qualquer expressão de DK que pode ser escrita em uma sintaxe básica (fazendo disto um companheiro ideal do programa **Quebra2D** (Carvalho, 1998) que pode ser usado para gerar expressões de $DK(a)$ que não estiverem disponíveis em seu banco de dados).

O carregamento pode ser dado por uma lista seqüencial de picos (s_{max}) e vales (s_{min}), ou então pela seqüência equivalente do número de reversões ($n/2$) de tensões alternadas (s_a) e médias (s_m). O carregamento também pode ser especificado em deformação em vez de tensão. Os dados podem ser digitados ou podem ser importados de qualquer arquivo de texto e podem ser incluídos aqueles gerados experimentalmente (por exemplo, através de *strain-gages*).

A propagação de trinca é calculada a cada evento de carga. Um evento é definido por um bloco de carga simples na qual s_a e s_m permanecem constantes durante n ciclos, ou a cada variação da amplitude de carga no caso complexo.

O programa faz uma verificação automática de critérios de projeto para cada evento de propagação de uma trinca. Quando algum critério é violado o programa automaticamente interrompe os cálculos, e indica o valor dos parâmetros que causaram a interrupção. As seguintes condições de projeto provocam interrupção:

- fratura se $K_{max} = K_C$;
- trinca alcança seu tamanho máximo especificado;
- tensão no ligamento residual alcançando a tensão de ruptura S_U do material;
- taxa de propagação da trinca da/dN alcançando $0.1mm/ciclo$ (acina desta taxa o problema é de fraturamento, não de trincamento).

Além disso, o programa informa quando há ligamento residual antes do tamanho máximo de trinca especificada ou o número de ciclos de carga é alcançado. Deste modo, os valores calculados podem ser usados com a garantia que os limites de validade do modelo matemático adotado nunca são excedidos.

4.2

Método DK_{rms}

A amplitude do fator de intensidade de tensão é expresso como $DK = Ds[\ddot{O}(pa)f(a/W)]$, onde Ds é a amplitude da tensão nominal, a é o comprimento da trinca, $f(a/W)$ é uma função adimensional de a/W , e W é um tamanho característico da estrutura. Então, Ds quantifica a influência do carregamento e $\ddot{O}(pa)f(a/W)$ quantifica o efeito da geometria da peça e a forma de trinca em DK .

O modo mais simples para tratar o problema de previsão de vida de fadiga sob carregamento complexo é substituí-lo por uma carga equivalente simples, que causa o mesmo crescimento da trinca. Foi descoberto experimentalmente que DK_{rms} , a raiz da média quadrática da amplitude de tensão, pode ser usada em muitos casos para este propósito (Barsom & Rolfe, 1987).

De acordo com Hudson (1981), DK_{rms} pode ser calculado dos valores positivos rms dos picos e vales do carregamento, desde que a trinca não cresça enquanto fechada e a parte compressiva do carregamento possa ser descartada. Desse modo, despreza-se os efeitos de diminuição da carga de abertura devida à compressão que pode ser não conservativo se as cargas compressivas forem significativas. Desta forma:

$$s_{\max_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (s_{\max_i})^2}{p}}, \quad (s_{\max_i} \geq 0) \quad (4.1)$$

$$s_{\min_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^q (s_{\min_i})^2}{q}}, \quad (s_{\min_i} \geq 0) \quad (4.2)$$

$$\Delta s_{rms} = s_{\max_{rms}} - s_{\min_{rms}} \quad \text{e} \quad R_{rms} = \frac{s_{\min_{rms}}}{s_{\max_{rms}}} \quad (4.3)$$

Como $DK_{rms} = Ds_{rms}[\ddot{O}(pa)f(a/W)]$, o número de ciclos que a trinca leva para crescer do comprimento inicial a_0 para comprimento final a_f é dado por:

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{F(DK_{rms}, R_{rms}, DK_{th}, K_c, \dots)} \quad (4.4)$$

No programa **ViDa**, uma variação do algoritmo de Simpson pode ser usada para a integração numérica no caso de carregamento simples e, por conseguinte, também para o método DK_{rms} . Um incremento de trinca $da > 0.1\mu\text{m}$ para a discretização da integral pode ser especificado pelo usuário, que também pode escolher um método de integração baseado em passos ajustáveis que dependem da variação do tamanho da trinca, como será discutido mais tarde no método de crescimento ciclo-a-ciclo.

O valor de DK_{rms} de um carregamento complexo é semelhante mas não idêntico ao DK de um carregamento simples. Como qualquer estatística, DK_{rms} não reconhece ordem temporal, e não pode detectar alguns problemas importantes como:

- Fratura súbita causado por um único pico grande durante o carregamento complexo (para começar o processo de fratura, é suficiente que um só evento atinja $K_{max} = K_C$).
- Qualquer interação entre os ciclos de carregamento (por exemplo, o retardo da trinca ou fenômeno de parada depois de uma sobrecarga).
- Não é possível garantir a inatividade da trinca se $DK_{rms}(a_0) < DK_{th}(R_{rms})$.

Em carregamento complexo, este último problema mais tarde podem ser causados por todos o eventos (Ds_i, R_i) que induzem $DK_i > DK_{th}(R_i)$, que pode fazer a trinca crescer até mesmo se $DK_{rms} < DK_{th}(R_{rms})$. Então, como DK_i depende da amplitude da tensão Ds_i e do tamanho a_i da trinca naquele evento, até mesmo se o valor de Ds_{rms} permanecer constante, o mesmo não pode ser garantido para DK_{rms} .

Concluindo, vale lembrar que o método de DK_{rms} é o modo mais simples para tratar um problema de carregamento complexo, mas só deveria ser usado, como com qualquer modelo, com a avaliação devida de suas limitações.

4.3 Método do Crescimento Ciclo-a-Ciclo

A idéia básica deste método é associar a cada reversão da carga o crescimento que a trinca teria se apenas aquele 1/2 ciclo atuasse sobre a peça (isto implica negligenciar efeitos de interação entre os vários eventos de um carregamento complexo, como retardo induzido por sobrecarga ou parada no

crescimento de trinca). Usando esta suposição, é fácil escrever uma expressão geral para o crescimento de trinca ciclo-a-ciclo, por qualquer regra de propagação de trinca. Se $da/dN = F(DK, R, DK_{th}, K_C, \dots)$, e se no $1/2$ i -ésimo ciclo de carga de uma trinca de comprimento a_i , amplitude de tensão é Ds_i e a carga média causa R_i , então a trinca cresce por um da_i dado por:

$$da_i = \frac{1}{2} \cdot F(DK(Ds_i, a_i), R(Ds_i, s_{max_i}), DK_{th}, K_C, \dots) \quad (4.5)$$

O crescimento total da trinca é quantificado por $S(da_i)$. Então, o método ciclo-a-ciclo é semelhante em termos de acumulação de dano linear aos métodos de projeto a fadiga SN e eN (Dowling, 1999). E, como na regra de Miner (Dowling, 1999), é requerido que todos os eventos que causam dano a fadiga sejam reconhecidos antes do cálculo, por contagem *rain-flow* do carregamento.

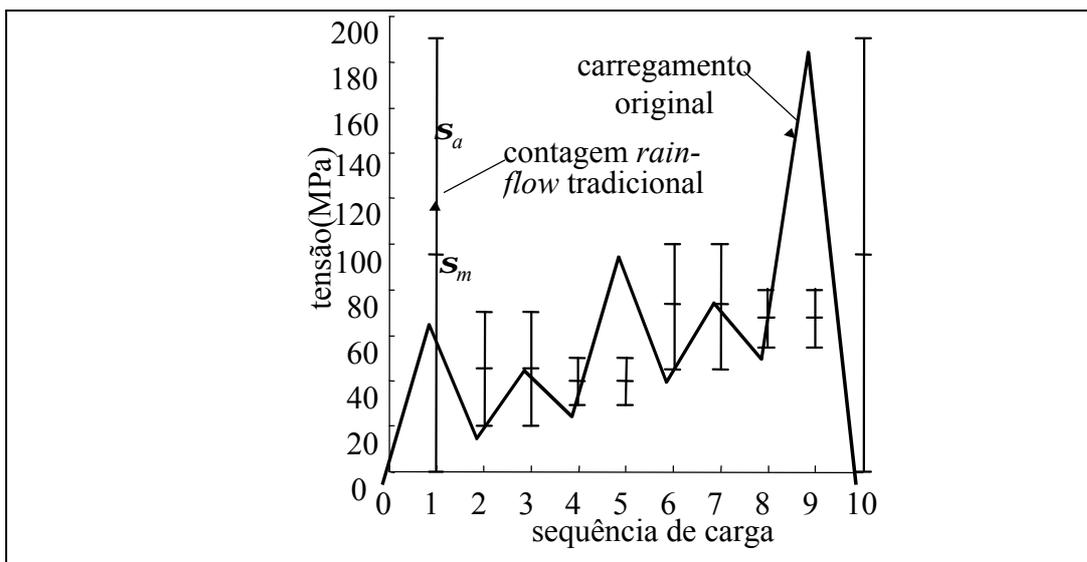


Figura 4.1 - Contando *rain-flow* tradicional, antecipando os eventos de carga grandes.

Porém, esse algoritmo de contagem altera a ordem do carregamento, como mostrado na Figura 4.1. Isto é, o pico de número 9 é antecipado para acontecer no primeiro evento, que na realidade não ocorre. Isto pode causar problemas sérios nas previsões, porque a ordem de carregando afeta a propagação da trinca de duas maneiras diferentes:

- Efeitos de retardo, que podem retardar ou parar o crescimento subsequente da trinca devido, por exemplo, ao fechamento de trinca induzido por plasticidade do tipo Elber (Suresh, 1998) ou por trincas que

bifurcam. Estes efeitos de interação entre ciclos de carregamento normalmente aumentam a vida da trinca e, se negligenciado no cálculo ciclo-a-ciclo, pode induzir previsões excessivamente conservadoras.

- Fratura instantânea, que acontece quando $K_{max} = K_C$ em único evento, que deve ser previsto precisamente.

Como mencionado anteriormente, o carregamento de entrada no programa **ViDa** é seqüencial, e preserva a informação de ordem de temporal que está perdida quando são geradas por histogramas ou por qualquer outra estatística. Tirando proveito desta característica, uma contagem *rain-flow* seqüencial foi introduzida no programa (Meggiolaro & Castro, 1998). Com esta técnica, é contado o efeito de cada evento de carga grande quando acontece (e não antes de sua ocorrência, como no método *rain-flow* tradicional). A idéia é explicada na Figura 4.2, e neste caso o pico de número 9 ocorre na sua devida posição.

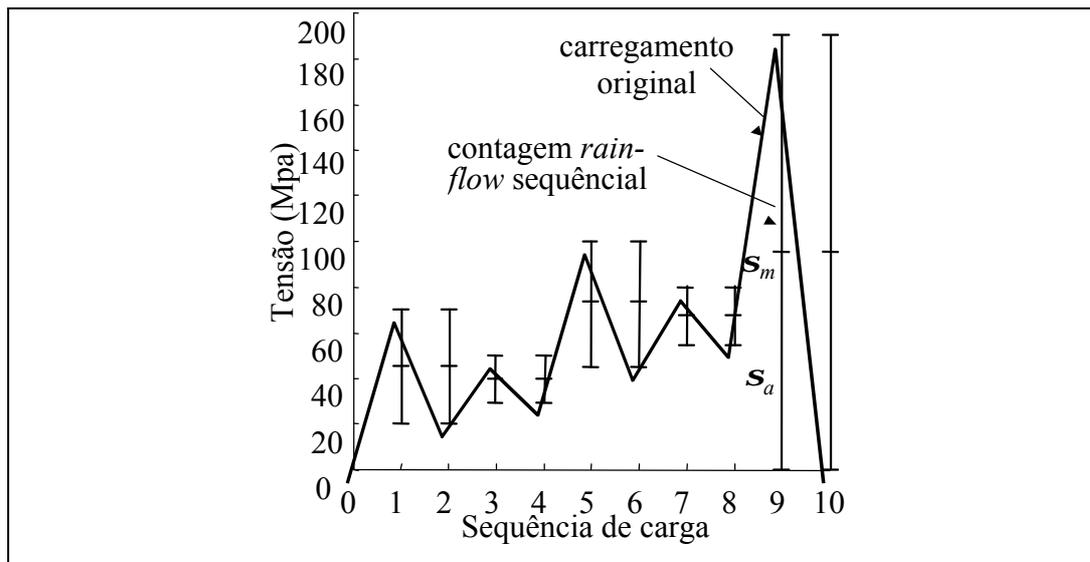


Figura 4.2 - Contagem *rain-flow* seqüencial, preservando a maioria da ordem de carregamento.

A vantagem principal do algoritmo de contagem *rain-flow* seqüencial é evitar o cálculo prematuro de efeitos de sobrecargas, que podem causar previsões não conservativas na vida a propagação da trinca (como $K(s, a)$ em geral cresce com a trinca, uma determinada sobrecarga aplicada quando a trinca é grande pode ser muito mais prejudicial do que aplicada quando a trinca é pequena). A contagem *rain-flow* seqüencial não elimina todos os problemas causados pelo

método tradicional, mas é certamente uma opção aconselhável porque apresenta vantagens em cima do algoritmo original, sem aumentar sua dificuldade.

Uma opção de filtro pode ser muito útil para descartar as cargas pequenas que não causam nenhum dano induzindo $DK_i < DK_{th}(R_i)$, seguindo as idéias do método *race-track* (Nelson & Fuchs, 1977).

A filtro de amplitude pode realmente reduzir significativamente o esforço computacional em cálculos de dano de fadiga se a história do carregamento complexo é longa. Mas este procedimento é intrinsecamente não-conservativo, porque DK_i não está disponível antes dos cálculos de crescimento de trinca (DK não só depende das cargas, mas também no tamanho da trinca). Por conseguinte, a regra conservativa é limitar o corte de cargas aos pares (Ds_i, R_i) que causam $DK(a_f) < DK_{th}[R(a_f)]$, onde a_f é a duração final esperada pela trinca. Mas, na prática pode ser mais fácil tentar diminuir a amplitude do filtro, até que não haja variações significativas nos resultados.

A implementação computacional de Equação (4.5), até mesmo com filtro de amplitude de carregamento, ainda não é numericamente eficiente. Por isto, uma característica adicional para reduzir o tempo computacional pode ser bastante útil: a opção de manter a parte geométrica de DK constante durante variações pequenas em tamanho de trinca.

Como $DK = Ds_i \cdot \tilde{D}(pa) \cdot f(a/W)$, onde $f(a/W)$ é uma função adimensional (normalmente complicada) que depende somente da peça e da geometria de trinca e não do carregamento, pode ser dito que a amplitude do fator de intensidade de tensão DK_i a cada reversão de carga depende de duas variáveis de naturezas diferentes:

- a amplitude de tensão Ds_i naquele evento, e
- o comprimento da trinca a_i naquele momento.

Ds_i pode variar significativamente a cada reversão de carga quando o carregamento é complexo, porém trincas de fadiga sempre crescem muito lentamente. De fato, pelo menos em metais estruturais, as maiores taxas de crescimento de trinca estável observadas na prática são da ordem de $\mu\text{m}/\text{ciclo}$, e durante a maioria da vida útil das estruturas as taxas de crescimento de trinca são mais adequadamente medidas em nm/ciclo .

Porém, como em geral as expressões de $f(a/W)$, que são normalmente complicadas, não apresentam descontinuidades, pode-se tirar proveito de pequenas mudanças em $f(a/W)$ durante incrementos pequenos no comprimento da trinca. Deste modo, em vez de calcular a cada ciclo de carga o valor de $DK_i = Ds_i[\dot{O}(pa_i)f(a_i/W)]$, uma tarefa que exige grande esforço computacional, é mais eficiente manter $f(a_i/W)$ constante durante um (pequeno) percentual de $\%da$, de incremento de trinca, que deverá ser especificado pelo usuário de programa de cálculo.

Os erros introduzidos por esse procedimento são não-conservativos, mas diminuem rapidamente com o valor especificado para $da\%$. E, como no caso do filtro de amplitude, é mais fácil começar com um valor mais alto para minimizar o tempo computacional, e numericamente tentar achar um valor mais conveniente de $\%da$ para o problema em mão.

4.4 Efeitos de Interação em Cargas Cíclicas

É um fato bem conhecido que problemas de interação entre cargas cíclicas podem ter um efeito muito significativo na previsão de crescimento de trinca de fadiga. Há uma vasta literatura provando que sobrecargas, quando aplicadas sobre um carregamento que se mantém constante, podem causar retardo, aceleração ou parada no crescimento de trinca (veja Figura 4.3, por exemplo). Conseqüentemente estas sobrecargas podem às vezes afetar a taxa de propagação de trinca (Suresh, 1998; Broek, 1986, 1988).

Negligenciar esses efeitos em cálculos de vida à fadiga pode invalidar as previsões completamente. A geração de um algoritmo universal para quantificar esses efeitos é particularmente difícil, devido ao número e complexidade dos mecanismos envolvidos no retardo de trinca de fadiga, entre os quais:

- fechamento da trinca induzido por plasticidade;
- cegamento e/ou bifurcação da trinca ;
- tensões e/ou deformações residuais;
- rugosidade das superfícies da trinca;
- oxidação das faces da trinca.

Além disso, dependendo do caso, alguns desses mecanismos podem agir conjuntamente ou em competição, em função de fatores como:

- tamanho da trinca;
- microestrutura do material;
- estado de tensão dominante;
- meio ambiente.

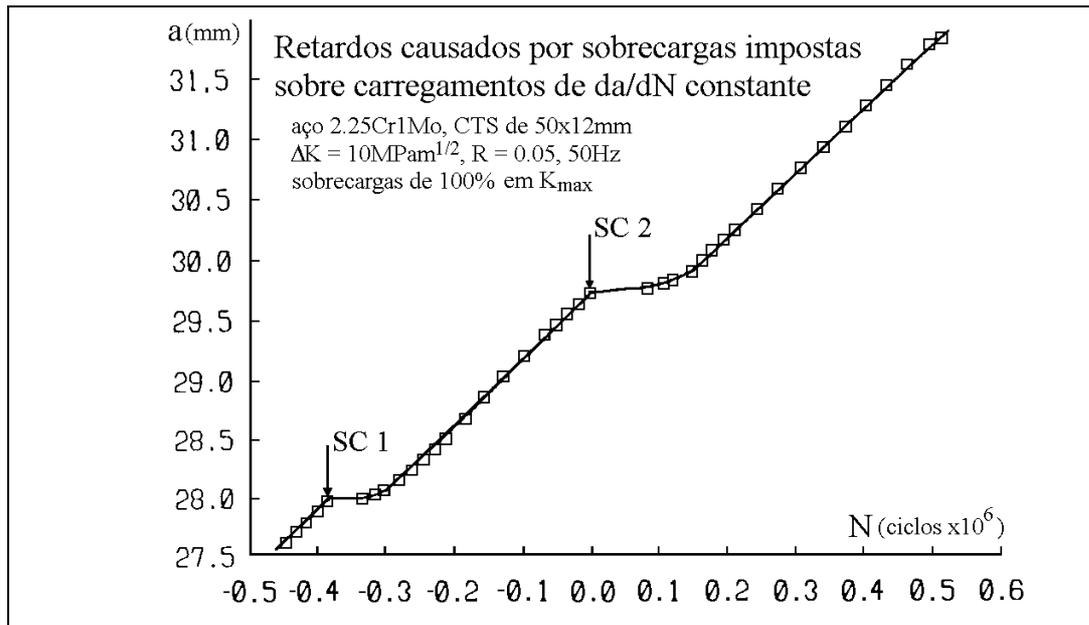


Figure 4.3 - Retardo de trinca causado por sobrecargas.

A discussão detalhada desses fenômenos é considerada além do âmbito deste trabalho (uma revisão do problema pode ser achada em [Suresh, 1998]). Além disso, a importância relativa dos vários mecanismos pode variar de caso a caso, e não há nenhuma única equação universalmente aceita capaz de descrever o problema por inteiro. Então, do ponto de vista do projetista, isto deve ser tratado de um modo mais simples.

A característica principal de trincas de fadiga é propagar cortando um material que já foi deformado pela zona de plástica que sempre acompanha a trinca. Desse modo, as faces de trinca de fadiga são embutidas em um envelope de tensões residuais (plásticas) e, por conseguinte:

- comprimem suas faces quando completamente descarregada, e
- abrem aliviando de um modo progressivo a carga (compressiva) transmitida pelas suas faces.

De acordo com Elber (1971), só depois de abrir completamente a trinca a uma carga K_{ab} , que esta então seria tensionada. Então, com o maior K_{ab} , a menor amplitude de intensidade de tensão efetiva seria $DK_{ef} = K_{max} - K_{ab}$, e este DK_{ef} em vez de DK seria a parâmetro controlador da taxa de propagação da trinca. A maioria dos modelos de interação de carga são, embora indiretamente, baseados nesta idéia. Isto implica na suposição que o principal mecanismo de retardo é causado pelo fechamento da trinca induzido por plasticidade: nestes casos, deveria aumentar a carga de abertura quando a trinca penetra na zona plástica aumentada pela sobrecarga, reduzindo o DK_{ef} e parando ou retardando a trinca, enquanto as zonas plásticas associadas com o carregamento estiverem contidas na zona plástica induzida pela sobrecarga.

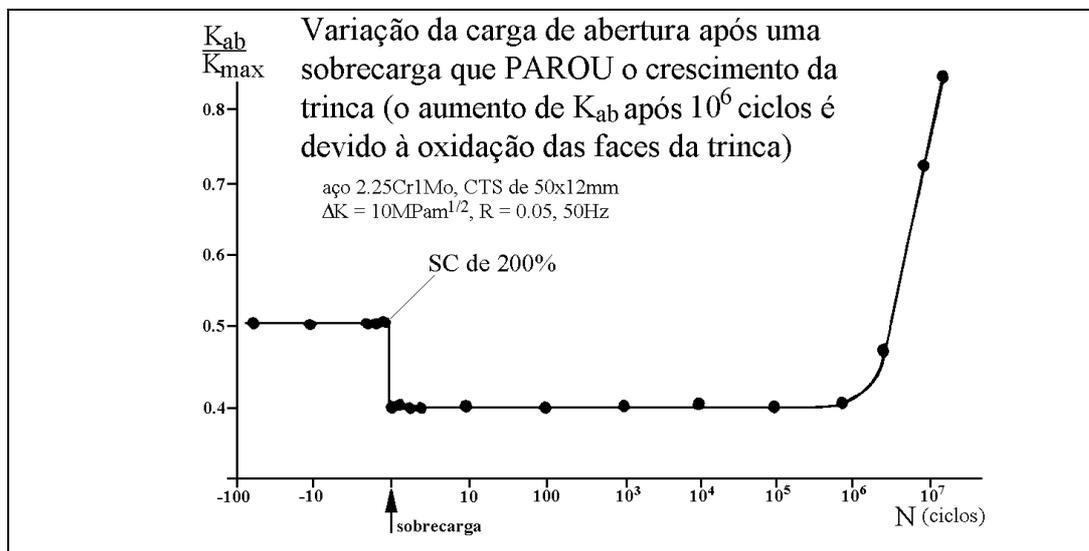


Figure 4.4 - Carga de abertura contra número de ciclos depois de uma sobrecarga que parou o crescimento da trinca de fadiga. Logo após a sobrecarga que a carga de abertura diminuiu, um comportamento completamente incompatível com fechamento de trinca de tipo Elber.

Mas é muito importante enfatizar que isto não é o único mecanismo que pode induzir retardo de trinca. Por exemplo, Castro e Parks (1982) mostraram que, sob condições de tensão plana dominante, retardo ou parada da trinca induzida por sobrecargas podem acontecer enquanto DK_{ef} aumentam (Figura 4.4). O mecanismo principal de retardo nesses casos era bifurcação da ponta da trinca.

O modelo de Wheeler é um modelo de retardo popular (Broek, 1988). O modelo é simples e assume que enquanto a zona plástica do carregamento ZP_i

estiver embutida na zona plástica da sobrecarga ZP_{ov} , a taxa de crescimento da trinca dependerá da distância da borda de ZP_{ov} para a ponta da trinca, com mostra a Figura 4.5.

Segundo este modelo, o retardo é máximo logo após a sobrecarga (Wheeler não modela “*delayed retardation*”), e o retardo termina quando a borda de ZP_i toca borda de ZP_{ov} . Então, se a_{ov} e a_i são os tamanhos da trinca no instante da sobrecarga e no i -ésimo ciclo, e $(da/dN)_{ret_i}$ e $(da/dN)_i$ são as taxas de crescimento de trinca no retardo e sem retardo (com a qual a trinca estaria crescendo no ciclo i -ésimo se a sobrecarga não tivesse ainda acontecido), então, de acordo com Wheeler:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ret_i} = \left(\frac{da}{dN}\right)_i \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{ov} + ZP_{ov} - a_i}\right)^b, \quad a_i + ZP_i < a_{ov} + ZP_{ov} \quad (4.14)$$

onde b é uma constante experimentalmente ajustável. Broek (1986; 1988) menciona os dados de Wheeler para aços ($b = 1.43$) e para Ti-6Al-4V ($b = 3.4$), e sugere que outros valores típicos para b estão entre 0 e 2.

Nota-se que esse modelo não pode prever as paradas de trinca observadas. Como $ZP \gg (K_{max}/S_Y)^2$, onde S_Y é a tensão de escoamento do material, segundo Wheeler o valor máximo de retardo acontece imediatamente depois da sobrecarga, e é igual a $(K_{max}/K_{ov})^{2b}$, onde K_{max} é a carga máxima no ciclo logo após a sobrecarga, e K_{ov} é o pico da sobrecarga. Então, a fenomenologia do problema da interação de ciclos de carga não está completamente reproduzível pelo modelo Wheeler original. Porém, para também modelar paradas de trinca, uma modificação simples que parece razoável é usar o parâmetro multiplicativo de Wheeler em DK em vez de da/dN depois da sobrecarga:

$$DK_{ret}(a_i) = DK(a_i) \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{ov} + ZP_{ov} - a_i}\right)^g, \quad a_i + ZP_i < a_{ov} + ZP_{ov} \quad (4.15)$$

onde $DK_{ret}(a_i)$ e $DK(a_i)$ são valores dos fatores de intensidade de tensão que estariam agindo em a_i com e sem retardo devido à sobrecarga, e g é em geral diferente do b do modelo original. Essa modificação simples pode ser usada com quaisquer regras de propagação que reconhecem DK_{th} para prever o retardo e a

parada de trincas de fadiga depois de uma sobrecarga (a parada que acontece se $DK_{ret}(a_i) < DK_{th}$).

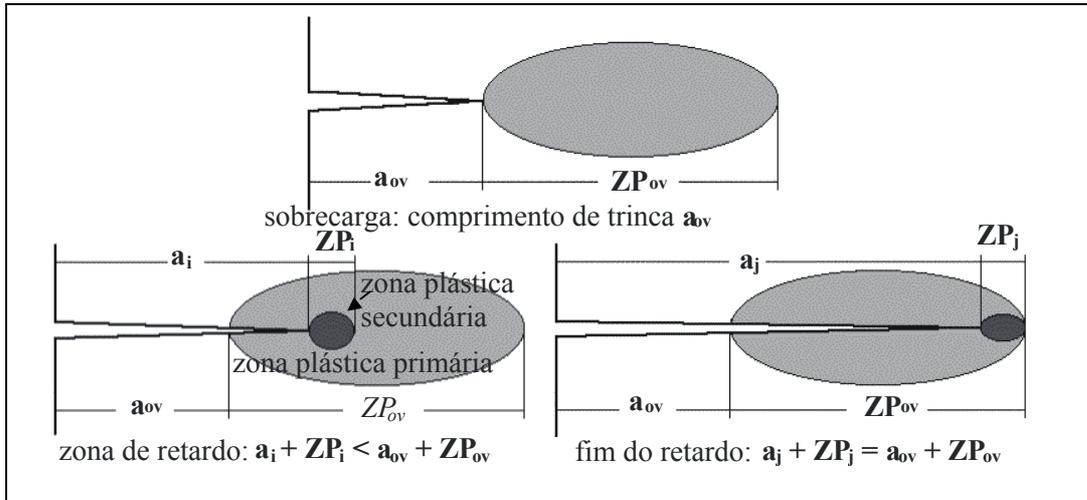


Figure 4.5 - Modelo de retardo de trinca de Wheeler.

A implementação numérica destes modelos de retardo em um algoritmo ciclo-a-ciclo não é conceitualmente difícil, mas requer um esforço de programação considerável. Para ilustrar as principais idéias, um fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no programa de **ViDa** é mostrado na Figura 4.6.

Alguns detalhes de cálculo valem a pena serem mencionados. O primeiro se refere ao uso do filtro $da\%$. Este pode funcionar muito bem como incremento de tamanho de trinca, por outro lado, pode causar dificuldades com os modelos de retardo, pois o tamanho da zona plástica pode ser muito pequeno comparado com o tamanho de trinca. Para quantificar o gradiente de propagação dentro da zona de sobrecarga afetada, $da\%$ deve ser muito menor que ZP_{ov} .

Segundo, pode-se economizar muito tempo computacional quando o carregamento é complexo. Pequenas variações na amplitude do carregamento não causam experimentalmente retardo de trincas detectáveis, e não deveriam ser considerados como sobrecargas no modelo de cálculo. Então, um filtro numérico para sobrecargas pode ser introduzido no algoritmo, especificando que não há nenhum efeito de sobrecarga se $s_j/s_{j-1} < a$, onde s_{j-1} e s_j são picos sucessivos do carregamento e a é uma constante ajustável (que pode ser escolhida como 1.25 ou 1.3, na ausência de informação melhor).

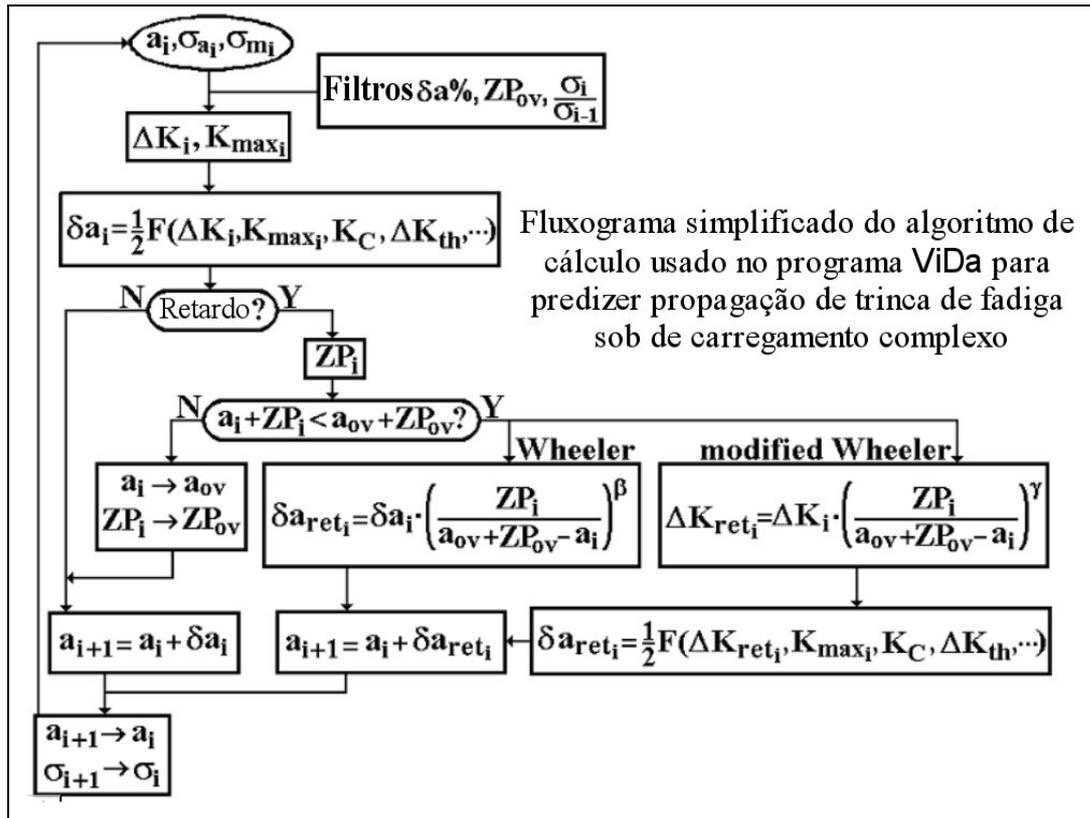


Figure 4.6 - Fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no programa ViDa para prever propagação de trinca de fadiga sob de carregamento complexo.

5 Simulação Numérica

Os capítulos anteriores enfatizaram o cálculo numérico dos fatores de intensidade de tensão e do caminho de propagação da trinca, e a automação do cálculo da vida à fadiga. O Capítulo 3 descreveu três métodos para calcular, usando o método dos elementos finitos, os fatores de intensidade de tensão K_I e K_{II} , e também três critérios para obtenção da direção da propagação incremental das trincas. Esses métodos foram implementados no programa **Quebra2D**, que automatiza a previsão do caminho (em geral curvo) das trincas em geometrias 2D complicadas, e calcula K_I e K_{II} ao longo da trinca, usando algoritmos particularmente eficientes. O Capítulo 4 descreveu a automação do cálculo da vida de propagação de trincas por fadiga sob carregamentos complexos, com base na implementação do método do crescimento ciclo-a-ciclo da trinca e dos efeitos de interação entre os eventos de cargas de amplitude variável feita no programa **ViDa**.

Os dois programas se complementam, pois os valores de $K_I(a)$ ao longo da trinca calculados pelo programa **Quebra2D** podem ser usados com um dado de entrada no programa **ViDa**. Deste modo, o problema da propagação de trincas em geometrias 2D complexas sob cargas de amplitude variável pode ser eficientemente resolvido em duas etapas. Primeiro, o programa **Quebra2D** calcula o caminho da trinca e os valores de $K_I(a)$ a ele associados, sob um carregamento *simples*. Depois, uma expressão analítica é ajustada aos valores de $K_I(a)$ calculados, e exportada para o programa **ViDa**, onde o carregamento complexo é tratado considerando efeitos de retardo, se necessário.

Neste capítulo serão descritos os passos necessários para se realizar a análise numérica proposta utilizando os programas **Quebra2D** e **ViDa**, de modo que qualquer pessoa possa repetir o procedimento numérico. Outros usos do programa **Quebra2D** serão também descritos: a predição do caminho de trincas de fadiga bifurcadas e a obtenção de equações para a medição do tamanho de trinca pelo método da variação da flexibilidade em testes de fadiga.

5.1 Procedimento Numérico

Esta seção descreve o procedimento numérico proposto para automatizar a previsão da vida à fadiga de peças 2D trincadas utilizando os programas **Quebra2D** e **ViDa**. O programa **Quebra2D**, descrito no Capítulo 3, usa métodos da mecânica da fratura computacional e a técnica dos elementos finitos para calcular fatores de intensidade de tensões e direções de propagação das trincas. O programa **ViDa**, apresentado no Capítulo 4, automatiza as rotinas tradicionais usadas na previsão do dano à fadiga pelos métodos **SN**, **IIW** (para estruturas soldadas) e **eN** (usados para prever a *iniciação* da trinca), e pelo método **da/dN** (usado para prever a *propagação* das trincas), e é particularmente útil para tratar do dano causado por cargas cíclicas complexas.

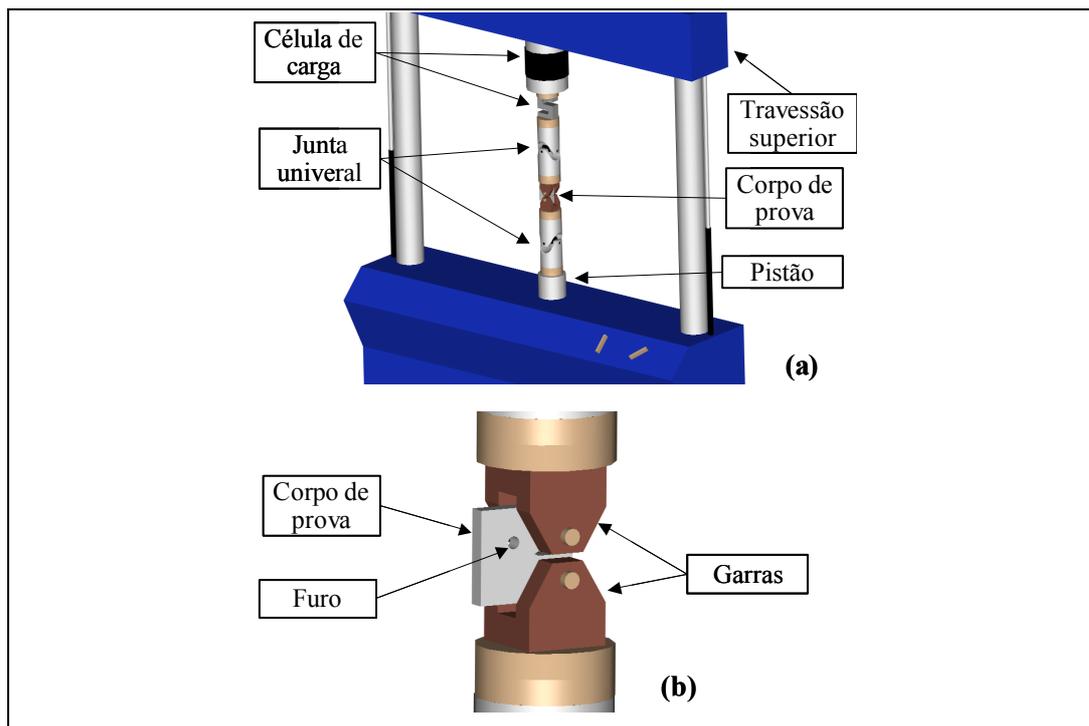


Figure 5.1 – Modelo real de uma geometria complexa submetida a esforços complexos.

Um modelo real é usado para descrever os procedimentos do programa **Quebra2D**. Esse mesmo modelo será usado adiante no estudo dos testes de laboratório. A Figura 5.1(a) mostra uma visão geral da linha de carga numa máquina de testes de fadiga moderna. O travessão superior da máquina está fixo

nas suas colunas, e suporta a célula de carga. O CTS é puxado pelo pistão servo-hidráulico situado na parte inferior da máquina, o qual é controlado via uma servo-válvula por um sistema de controle computadorizado. Garras apropriadas e juntas universais são usadas para minimizar os fletores indesejáveis. A Figura 5.2 (b) mostra mais detalhes do corpo de prova (CP). Neste caso é um CTS (*Compact Test Specimen*, ASTM 1999) modificado, com um furo proposital para que a trinca possa curvar na direção do furo. Para esse CP furado não existe uma expressão de $K_I(a)$ disponível na literatura, logo ela deverá ser obtida por elementos finitos.

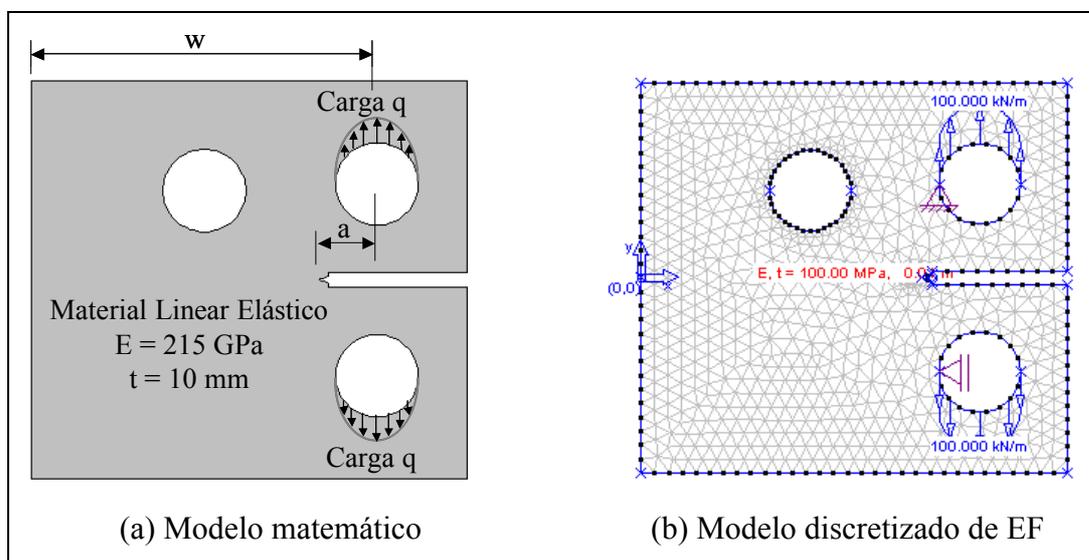


Figure 5.2 – Modelo matemático e discretizado de EF.

O processo de modelagem (Felippa, 2001) do sistema físico (CP real) assume que não é necessário analisar o sistema de carga como um todo, já que a força (conhecida) passa através do CP sem perdas. Por isso, somente o CP é escolhido para a modelagem, como mostrado na Figura 5.2(a) (modelo matemático). Em seguida, pode-se criar um modelo discretizado por elementos finitos do modelo matemático, como apresentado na Figura 5.2(b). Deve-se enfatizar que se algum erro de idealização ocorrer na passagem da peça real para o modelo discretizado, os resultados numéricos não descreverão adequadamente a física do problema mesmo estando matematicamente corretos.

A Figura 5.3 mostra o diálogo principal do programa **Quebra2D**, onde a área de trabalho serve para que o usuário desenhe a peça utilizando linhas, arcos, círculos, bezier, trincas e vértices. Pode-se aplicar atributos (condições de

contorno) quando o modelo estiver desenhado: restrição nodal, carga concentrada em nós, carga distribuída em curvas, material, espessura do modelo e tipo de análise (estado plano de tensões ou de deformação). A malha de elementos finitos pode ser criada assim que se especificar quantos elementos finitos devem existir nas curvas do contorno de uma região criada no modelo (subdivisão das curvas). Com o modelo completo pode-se fazer a inserção e a propagação da trinca. A inserção da trinca é feita ao se desenhar uma linha no modelo, um processo muito fácil.

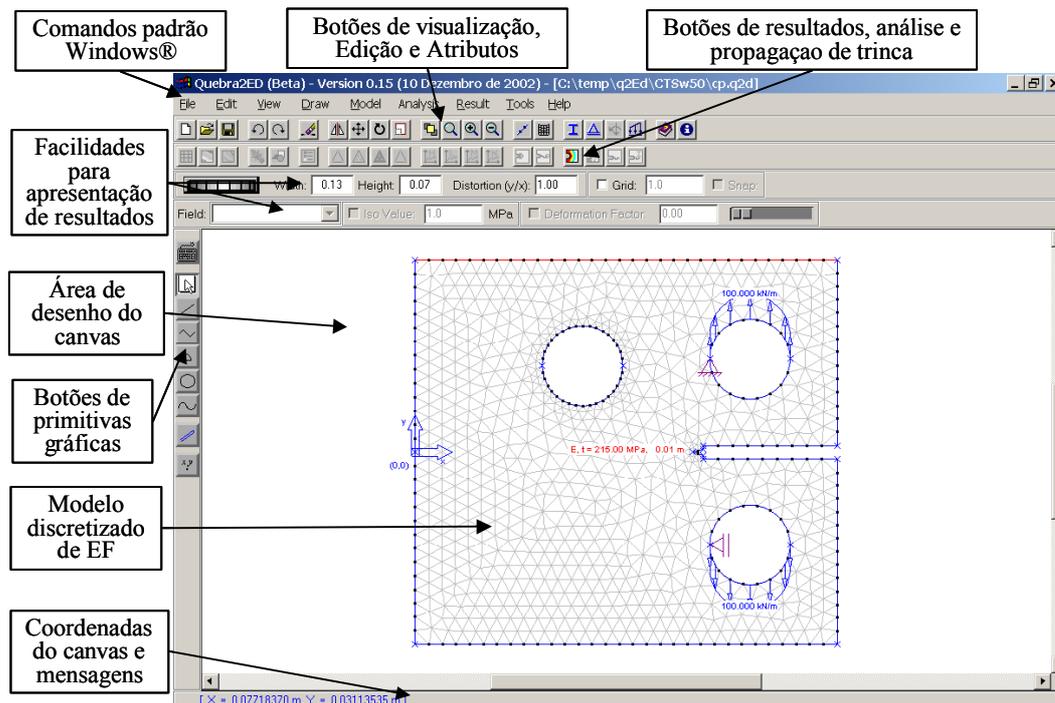


Figure 5.3 – Diálogo principal do programa **Quebra2D**.

Muitas informações necessárias para a criação do modelo de elementos finitos real são omitidas do usuário, facilitando o manuseio do **Quebra2D**. Por exemplo: tipo de elemento usado, grau de integração do elemento, aplicação das restrições nodais e das cargas para os nós. O elemento usado no programa é triangular quadrático com 6 nós (T6) e com 3 pontos de integração situados próximos aos vértices de canto do elemento. As restrições e cargas são transportadas dos vértices e curvas para o nós e elementos adjacentes da malha no momento da solicitação de análise.

A propagação da trinca é realizada com o auxílio do diálogo de propagação, como mostra a Figura 5.4. Para isso, alguns parâmetros devem ser informados de

forma coerente: número de incrementos de propagação de trinca, tamanho dos incrementos, número de elementos finitos ao longo da trinca, método para o cálculo dos fatores de intensidade de tensões e o critério para o cálculo da direção de propagação. A Figura 5.5 detalha melhor essas informações. É criada uma malha de EF (considerando elementos especiais na ponta da trinca) quando o processo se inicia e todas as informações de cargas e restrições nodais são transferidas para a malha, então uma análise linear estática é realizada. Os fatores de intensidade de tensões são calculados com os resultados da análise e a direção de propagação com esses fatores. Por fim, a malha é apagada, é inserido um novo incremento de trinca da direção calculada e uma nova malha é gerada. O processo se repete até alcançar o número total de incrementos fornecido. O processo também pára se a trinca alcançar o contorno do modelo.

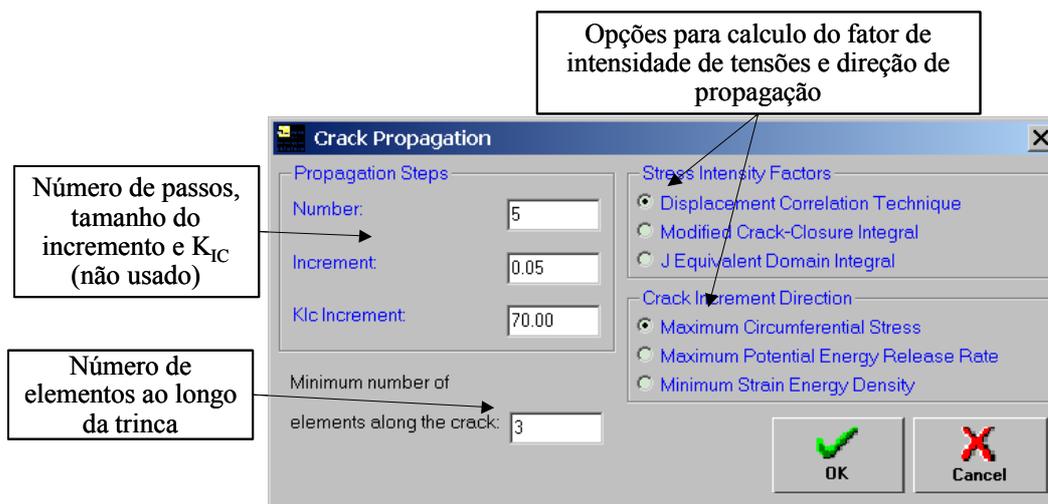


Figure 5.4 – Diálogo de propagação de trinca do programa **Quebra2D**.

Após a propagação da trinca pode-se então exportar os resultados obtidos para o **ViDa**, com auxílio do diálogo da Figura 5.6. Nesse diálogo são mostrados os valores dos comprimentos de trinca e os correspondentes fatores de intensidade de tensões em uma planilha, somente para o modo I. O usuário tem que informar uma tensão nominal e um possível comprimento de trinca adicional. O programa calcula os valores de $f(a/w)$ com uso da formula $K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f(a/w)$. A tensão nominal é o valor de referência que será usado proporcionalmente na história de carregamento do **ViDa**. No caso de uma barra tracionada, a tensão nominal é obtida diretamente. No caso do CTS do exemplo, pode-se atribuir a tensão

nominal como $s = P / (w t)$, correlacionando com a carga aplicada. Em um caso mais genérico de geometria complexa, a tensão nominal pode ser um ponto na estrutura que tenha uma relação com as cargas aplicadas. Adicionalmente, o usuário pode ou não atribuir um comprimento inicial de trinca. Por exemplo, a medida do comprimento de trinca para o CTS se inicia horizontalmente no ponto central de aplicação de carga, porém a propagação da trinca se inicia na ponta do entalhe afiado. Essa diferença deve ser acrescentada para que fique no mesmo padrão CTS, como mostra a Figura 5.2(a). Finalmente, o **Quebra2D** exporta para o **ViDa**, através de um arquivo, uma lista com pares de valores de a (comprimento de trinca) e do fator adimensional $f(a/w)$.

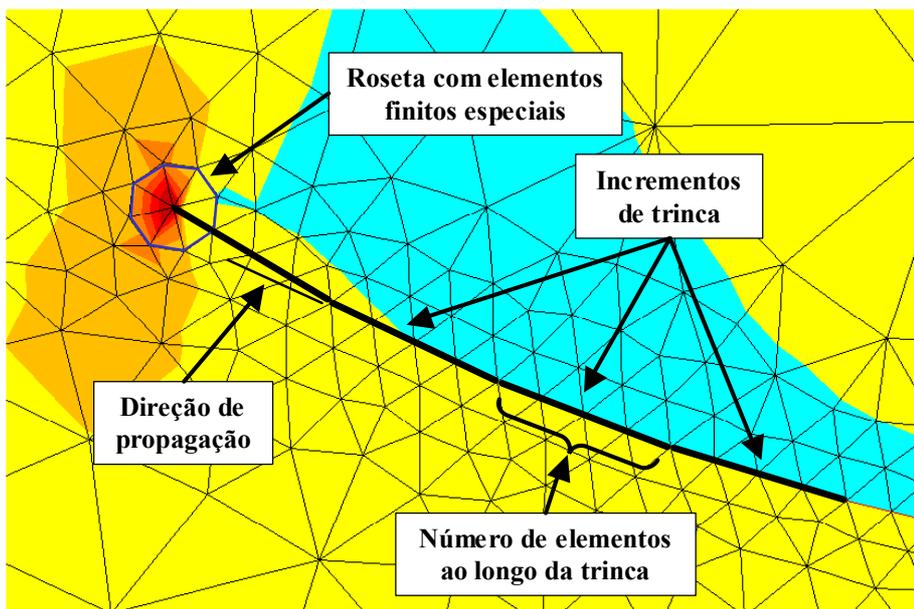


Figure 5.5 – Detalhe da propagação de uma trinca.

Como enfatizado anteriormente, os valores de a e $f(a/w)$ são dados de entrada para o programa **ViDa**, que faz a análise da vida à fadiga da peça trincada para o carregamento cíclico complicado. Três informações adicionais são necessárias para a análise completa: história de carregamento, dados do material e dados do crescimento (curva da/dN , função $f(a/w)$ e parâmetro de retardo).

Primeiro, o usuário deve inserir em uma planilha a história de carregamento na tela principal do programa **ViDa** (Figura 5.7), que pode ser em forma de cargas alternadas/médias ou de picos/vales. Ainda nessa tela, há diversos gráficos

(contagem rain-flow sequencial, dano por evento e dano total acumulado por evento) que auxiliam a análise.

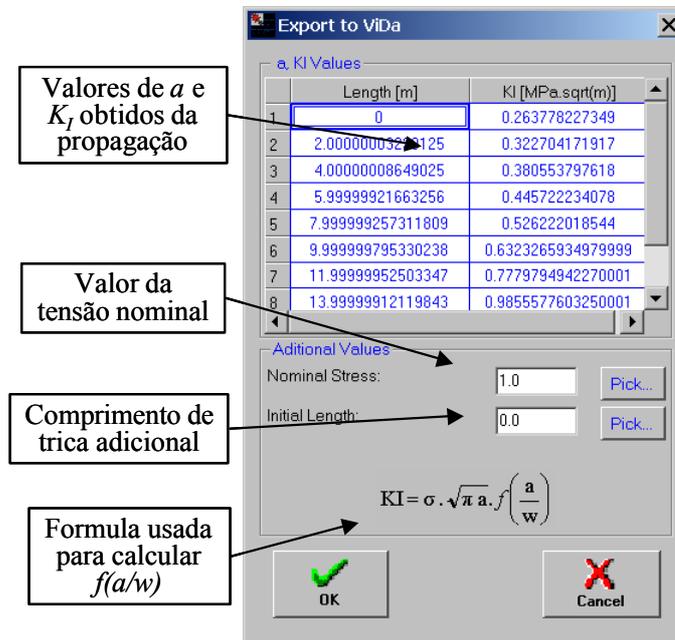


Figure 5.6 – Diálogo do Quebra2D para exporta valores de a e $f(a/w)$.

Segundo, as propriedades do material são inseridas no diálogo de materiais, como mostra a Figura 5.8. Nesse diálogo o usuário pode inserir as propriedades para os métodos SN , eN (iniciação da trinca) e da/dN (propagação à fadiga), porém apenas o método da/dN é usado nesta análise de propagação de trincas. Várias outras propriedades também podem ser inseridas, como as resistências ao escoamento e à ruptura, a dureza, etc. Podem-se importar pontos experimentais da curva da/dN e automaticamente ajustá-los pelos modelos de Paris e Elber. Além disso, qualquer outro modelo pode ser forçado a coincidir na fase II com a curva ajustada por Paris, o que facilita muito a obtenção das constantes daquelas curvas. Todas as informações sobre o material devem ser gravadas no banco de dados de propriedades do material.

Por fim, os dados de entrada para a análise se completam com o auxílio do diálogo de crescimento de trinca (da/dN). Esse diálogo está basicamente dividido em três outros diálogos: Curva da/dN , Trinca e Retardo/Opções. Esses diálogos são mostrados nas Figuras 5.9, 5.10 e 5.11, respectivamente. No diálogo Curva da/dN (Figura 5.9) podem-se escolher várias curvas: Paris, Elber, Walker, Walker modificado e/ou uma equação típica ou escolhida do banco de dados. Também, há

um gráfico que apresenta as curvas escolhidas e tem uma opção importante que é plotar as curvas para diferentes razões de carga, que será muito usada na análise experimental. No segundo diálogo Trinca (Figura 5.10) são inseridos os valores de trinca inicial, trinca final, largura (w) e a equação do fator de intensidade de tensões. É nesse diálogo que os dados calculados pelo **Quebra2D** são inseridos na opção Tabelados, onde os valores de fatores de intensidade de tensão são importados do arquivo. No terceiro diálogo Retardo/Opções, o modelo de retardo é escolhido e são inseridos os parâmetros de retardo de trinca. Outras opções são disponíveis: sobrecarga mínima, resolução de retardo, método de integração (para considerar retardos deve-se usar o método ciclo-a-ciclo) e resolução da integração. Por experiência própria do autor, um valor para a resolução de 0,1% garante bons resultados em muitos casos.

Com todos os dados inseridos no programa **ViDa**, pode-se fazer a análise à fadiga e visualizar os resultados. Os resultados podem ser vistos na forma de dano por evento, por cada um dos modelos de cálculo ou de modo gráfico (gráfico 2 e 3 na Figura 5.7). No caso deste trabalho, os resultados obtidos por essa análise numérica serão comparados com resultados experimentais para validar todo este procedimento de cálculo proposto.

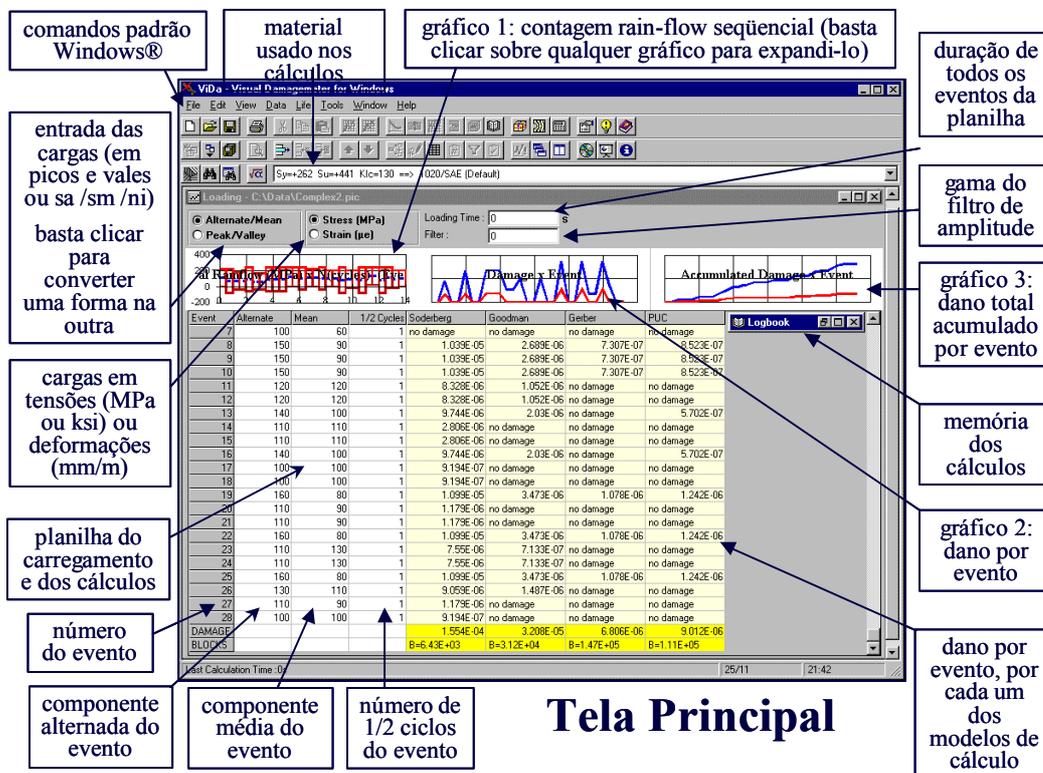


Figure 5.7 – Tela principal do **ViDa**.

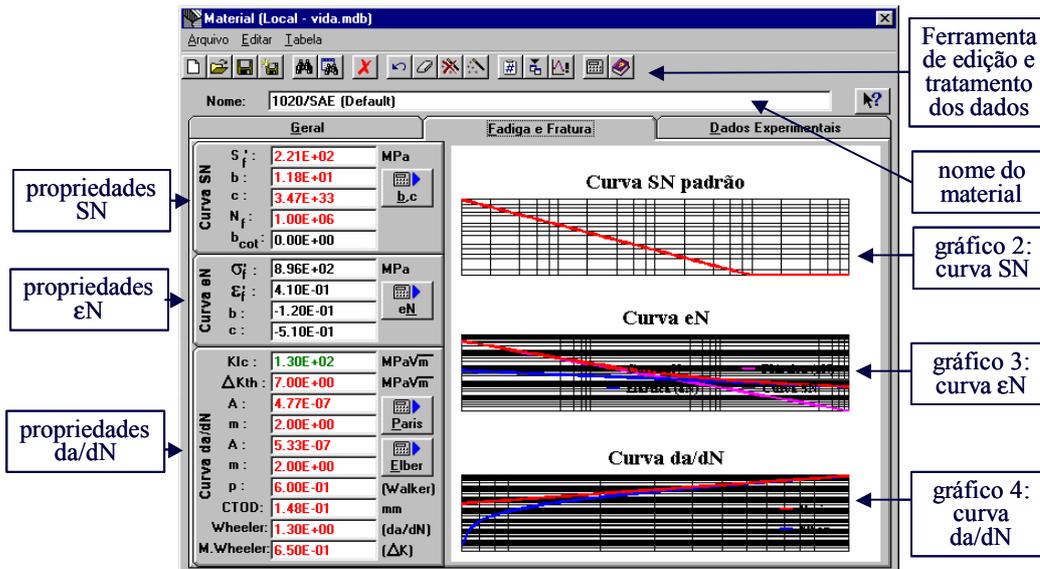


Figure 5.8 – Tela com as propriedades do material.

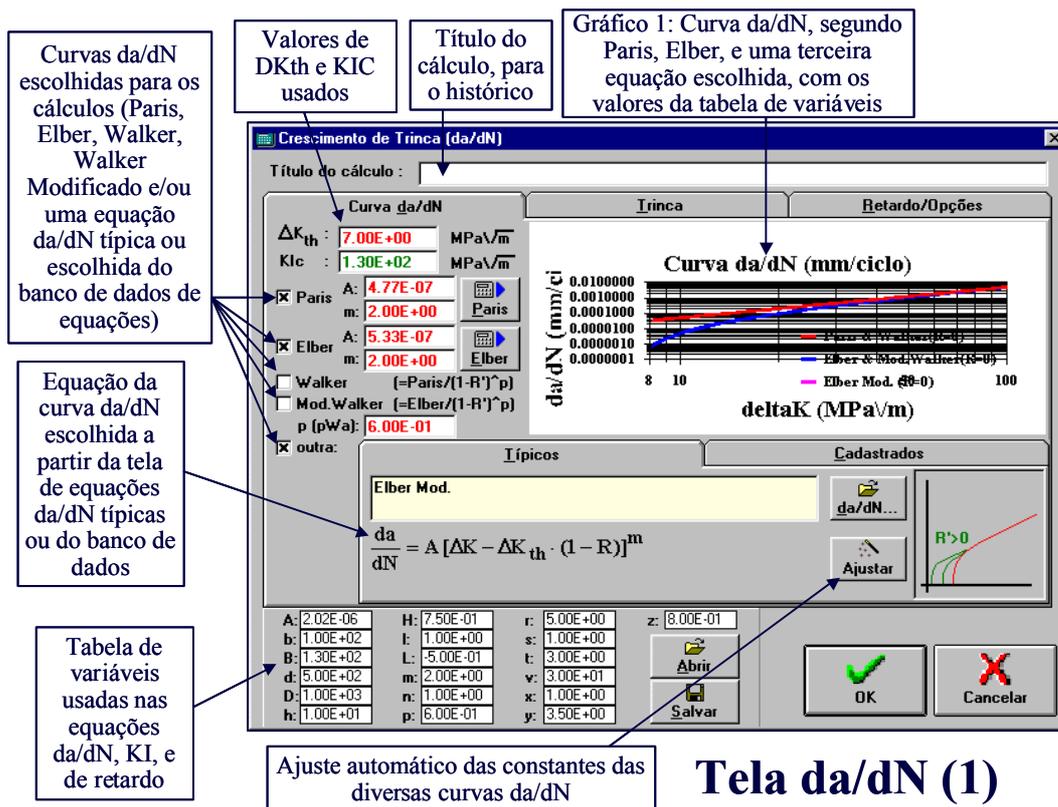


Figure 5.9 – Tela de escolha da curva da/dN do ViDa.

Título do cálculo, para o histórico

Gráfico 2: Fator de geometria $f(a/w)$ do fator de intensidade de tensões escolhido, usando os valores da tabela de variáveis

Tamanho inicial da trinca, limitado pela largura w do espécime

Tamanho final da trinca (critério opcional de parada)

Equação do fator de intensidade de tensões escolhida a partir da tela de equações KI típicas ou do banco de dados

Tabela de variáveis usadas nas equações da/dN, KI, e de retardo

Tela da/dN (2)

Figure 5.10 – Tela de escolha da curva $f(a/w)$ do ViDa.

Título do cálculo, para o histórico

Gráficos 3: Fatores de retardo em função do avanço da trinca na zona plástica de sobrecarga (de acordo com as equações escolhidas à esquerda)

Efeito de retardo de trinca, considerando os expoentes de Wheeler ou Wheeler Modificado, ou uma equação qualquer para corrigir da/dN, DK, ou o fator de carga R (para considerar vários modelos de retardo como o de Willenborg)

Opção de cálculo ciclo-a-ciclo CCC ou usando o valor médio quadrático (DKRMS)

Para acelerar os cálculos, o valor de KI é considerado constante até que a raiz quadrada de a varie dessa percentagem

Tela da/dN (3)

Figure 5.11 – Tela de escolha das opções de modelos de retardo do ViDa.

5.2 Outros Usos do Quebra2D

Nesta seção serão descritos dois outros usos do programa **Quebra2D**, a predição do comportamento de trincas de fadiga bifurcadas e a obtenção de equações de calibração para a medição do tamanho de trincas em testes de fadiga pelo método da variação da flexibilidade. No primeiro caso, a trinca pode bifurcar após uma sobrecarga e, conseqüentemente, retardar o seu crescimento. Este fenômeno pode explicar alguns retardos de trincas incompatíveis com o mecanismo de fechamento induzido por plasticidade. No segundo caso, o programa é usado para calcular uma expressão que relacione a flexibilidade do CP (trincado) com o tamanho da trinca. O programa **Quebra2D** pode ser usado eficientemente para modelar esses problemas com precisão adequada a qualquer fim prático.

5.2.1 Predição do comportamento de trincas de fadiga bifurcadas

A bifurcação de trincas é um fenômeno bastante conhecido especialmente em materiais frágeis e semi-frágeis. Em materiais dúcteis, bifurcações também podem ser observadas em trincas de fadiga após sobrecargas. Embora muitos ramos de trinca possam se desenvolver ao longo da trinca principal, é experimentalmente observado que somente o ramo mais rápido continua a crescer, enquanto que os ramos menores páram devido ao bloqueio da carga neles causado pelo ramo mais rápido. Entretanto, muito poucos resultados estão disponíveis para casos reais de trinca bifurcada com tamanhos diferentes dos ramos.

O programa **Quebra2D** pode ser usado para calcular os fatores de intensidade de tensão em trinca bifurcadas com diferentes tamanhos nos ramos. A modelagem por elementos finitos é feita de modo semelhante ao apresentado na primeira seção deste capítulo, porém neste caso são desenhados dois ramos bastante pequenos de trinca para simular um comportamento real. Geralmente o tamanho dos ramos iniciais é da ordem de 10 mm , relativamente pequeno se comparado às dimensões médias dos CPs usados neste trabalho. A princípio essa diferença muito grande de dimensões poderia acarretar problemas numéricos na geração da malha de elementos finitos e nos seus resultados. Porém, o algoritmo

de geração de malha implementado no **Quebra2D** (Miranda, 1999) foi desenvolvido para evitar esse tipo de problema.

Para validar os cálculos feitos pelo programa **Quebra2D** comparou-se suas previsões com os fatores de intensidade de tensão analíticos k_1 e k_2 de uma trinca infinitesimal desviada, como apresentado na Figura 5.12(a) (Suresh, 1998):

$$k_1 = \frac{1}{4} \left(3 \cos \frac{a}{2} + \cos \frac{3a}{2} \right) \cdot K_I \quad (5.1)$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \left(\sin \frac{a}{2} + \sin \frac{3a}{2} \right) \cdot K_I \quad (5.2)$$

onde K_I é o fator de intensidade de tensão para a trinca sem desvio. Para o cálculo proposto, um CP padrão do tipo CTS foi modelado com $w = 32,00 \text{ mm}$, comprimento de trinca $a = 14,9 \text{ mm}$ e um desvio pequeno de $b = 10 \text{ mm}$. As equações (5.1) e (5.2) são independentes da relação b/a para razões muito pequenas, como $10 \text{ mm} / 14,9 \text{ mm} = 0,0006$. Desta forma, o comprimento escolhido é adequado para essa validação.

A Figura 5.13 mostra a comparação do resultado analítico com os valores de k_1 e k_2 (normalizado por K_I) previstos por elementos finitos, para vários ângulos de a da trinca desviada. Os resultados numéricos coincidem com os analíticos, permitindo usar com confiança o **Quebra2D** para modelar trincas bifurcadas.

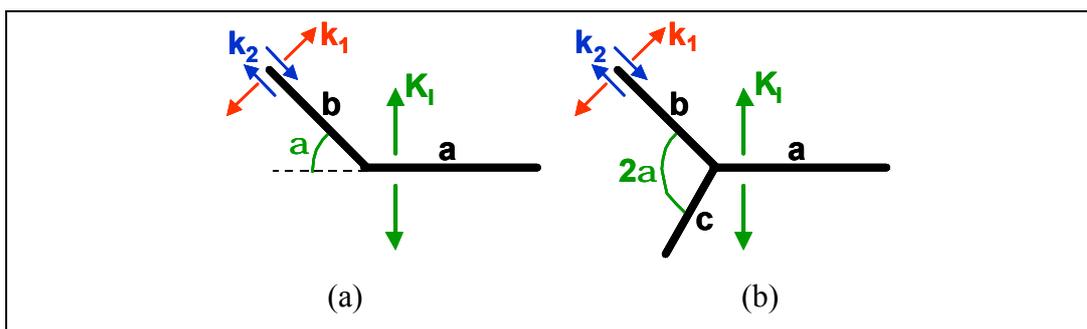


Figure 5.12 – Representação esquemática de uma trinca desviada.

Com o programa **Quebra2D** validado, ele é agora usado para prever o caminho de propagação e calcular os fatores de intensidade de tensões para uma trinca bifurcada. Para isso, utilizou-se do mesmo CP do exemplo anterior, com uma trinca bifurcada com comprimento dos ramos $b = 11 \text{ mm}$ e $c = 10 \text{ mm}$ (Figura

5.12(b)). O ângulo $2a$ neste caso varia entre 60 a 150° , valores típicos nas trincas bifurcadas observadas experimentalmente (Lankford & Davidson, 1981).

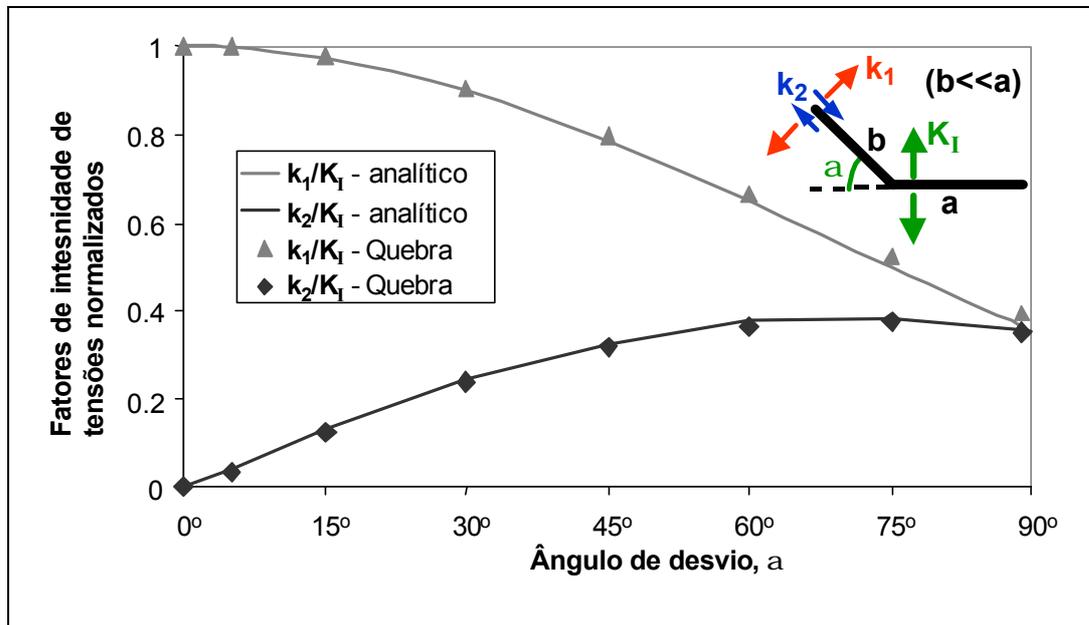


Figure 5.13 – Validação do programa **Quebra2D** para a trinca desviada.

Um crescimento de trinca de 3 mm é considerado para a propagação do ramo mais longo, utilizando o critério $\sigma_{\theta_{\max}}$ para a determinação da direção do crescimento. Devido à diferença entre as taxas de crescimento dos dois ramos, é esperado um crescimento menor no ramo mais curto. Assume-se que a trinca cresça seguindo uma regra de propagação:

$$\frac{da}{dN} = A \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (5.3)$$

onde A e m são constantes do material. Se ΔK e $\Delta K'$ são respectivamente os fatores de intensidade de tensão do ramo maior e menor, então o crescimento Δa do ramo menor pode ser obtido por:

$$\Delta a = 3 \text{ mm} \cdot \left(\frac{\Delta K' - \Delta K_{th}}{\Delta K - \Delta K_{th}} \right)^m \quad (5.4)$$

Nesta análise, assumiu-se $\Delta K_{th} = 10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e o expoente $m = 3,0$, que são valores representativos para aços.

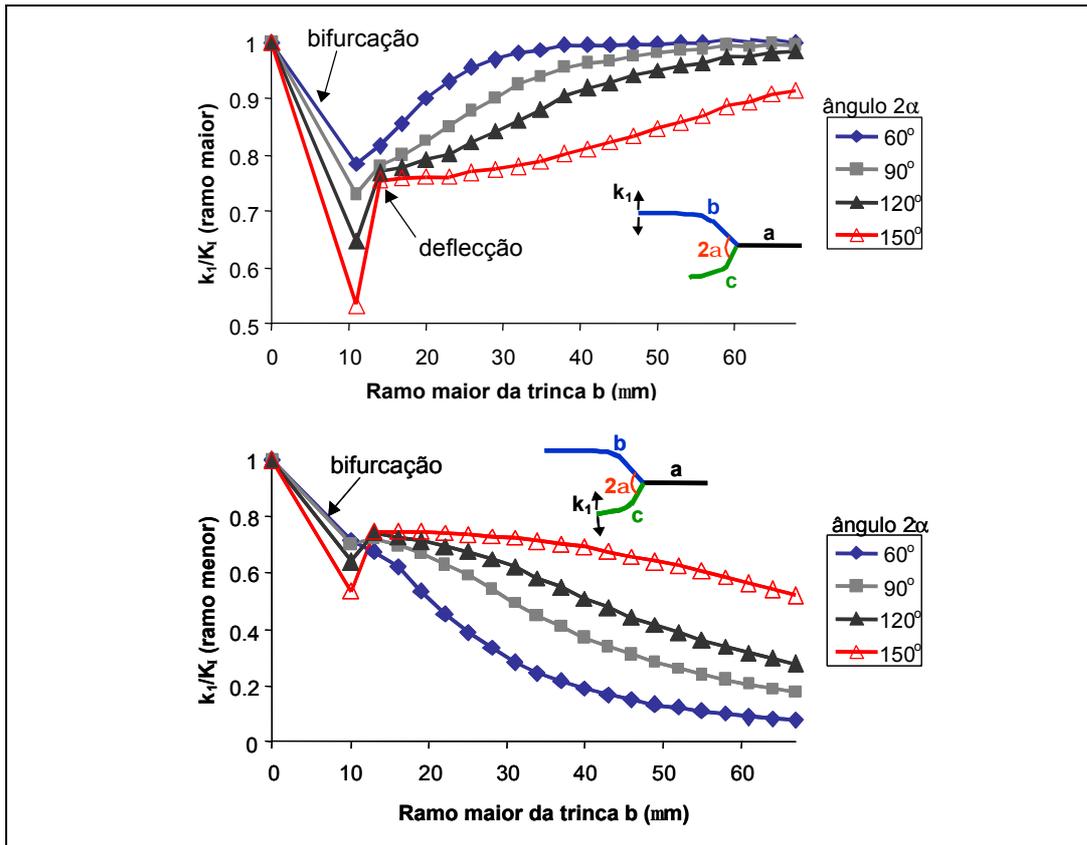


Figure 5.14 – Fatores de intensidade de tensões normalizados para o ramo maior (gráfico de cima) e ramo menor (gráfico de baixo) de uma trinca bifurcada que se propaga.

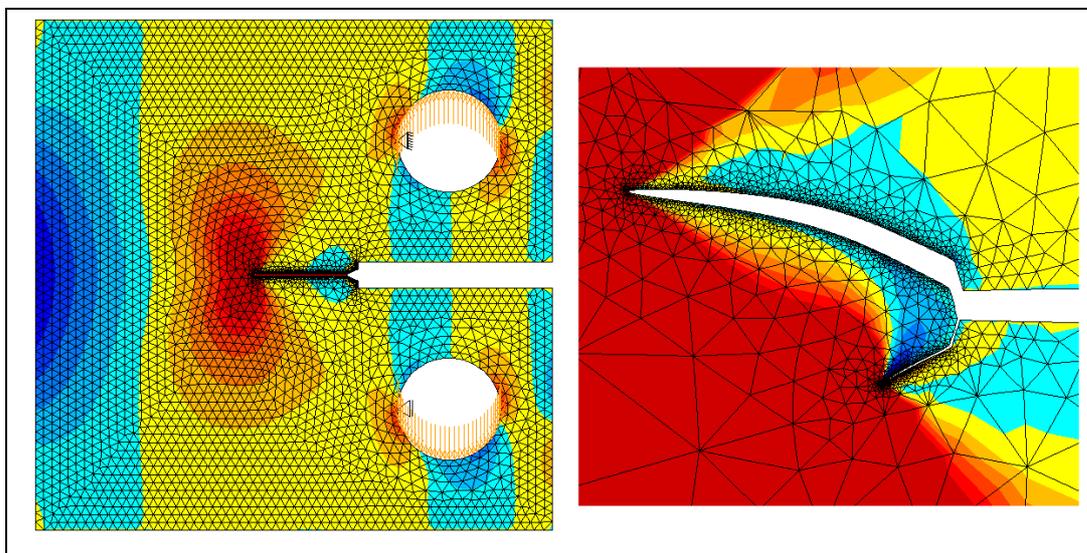


Figure 5.15 – Simulação de uma propagação de uma trinca bifurcada em um CP CTS, com dois ramos de $11\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$ com $2\alpha = 150^\circ$.

A Figura 5.14 mostra os fatores de intensidade de tensões normalizados para os dois ramos da trinca bifurcada. Embora a diferença entre os dois ramos da

trinca seja pequena, o ramo mais curto tende rapidamente a parar de crescer, enquanto que o ramo maior prossegue o seu caminho de propagação até voltar ao K_I da trinca original. A Figura 5.15 mostra a malha de elementos finitos para $2a = 150^\circ$. Os resultados obtidos nesta seção serão utilizados mais à frente para prever dados experimentais de retardo.

5.2.2

Calibração da medição do tamanho de trincas pela técnica da variação da flexibilidade

A técnica chamada “variação da flexibilidade” é simples e eficiente para medir o comprimento da trinca em CPs usados em testes de fadiga (ASTM, 1999). O CP fica mais flexível à medida que a trinca cresce e, em geral, pode-se escrever que o comprimento da trinca $a = f(\epsilon/P, \text{dimensões da peça})$, onde ϵ é deformação medida em algum lugar conveniente da peça e P é a carga aplicada. Conhecendo-se a função f , pode-se colar um extensômetro elétrico, e.g. na face traseira do CP, e medir a relação ϵ/P (com a trinca toda aberta) para calcular o tamanho da trinca. O autor usou essa técnica para medir o tamanho da trinca em CPs tipo DC(T) (ou *Disk-Shaped Compact Specimens*), cuja função f era desconhecida e foi calculada usando o **Quebra2D**. Estes CPs foram usados para obter curvas de propagação da/dN vs. DK .

O extensômetro elétrico, ou *strain gage* (SG), é um resistor elétrico composto de uma finíssima camada de material condutor (em geral Constantan) depositado sobre uma base isolante, a qual é colada sobre a estrutura em teste. A resistência do SG varia com a deformação seguindo a lei $\Delta R/R = k\epsilon$, onde R é a resistência original do SG (tipicamente 120 ou 350 Ω) e k uma constante ($k @ 2.1$ para o Constantan). Há, literalmente, milhares de tipos de SG comercialmente disponíveis, com centenas de geometrias diferentes e tamanhos entre 0.2 e 200mm. Detalhes sobre esta técnica podem ser encontrados, e.g., em Dally & Riley (1991).

Antes de obter a equação pretendida, o programa **Quebra2D** foi validado reproduzindo um resultado padrão da literatura, do mesmo modo como foi feito para as trincas bifurcadas. Para isso foi escolhido o CP tipo ESE(T) (*Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen*) da norma ASTM

E647 (1999), na qual encontra-se a equação da flexibilidade para a face traseira do CP, reproduzida abaixo. A Figura 5.16(a) mostra a posição onde o SG é posicionado para medir a deformação.

$$\frac{a}{w} = N_0 + N_1(\log A) + N_2(\log A)^2 + N_3(\log A)^3 + N_4(\log A)^4 \quad (5.5)$$

onde $A = -(e/P) \cdot BwE$, sendo E o módulo de Young, $N_0 = 0,09889$, $N_1 = 0,41967$, $N_2 = 0,06751$, $N_3 = -0,07018$ e $N_4 = 0,01082$, para $0.1 \leq a/w \leq 0.84$.

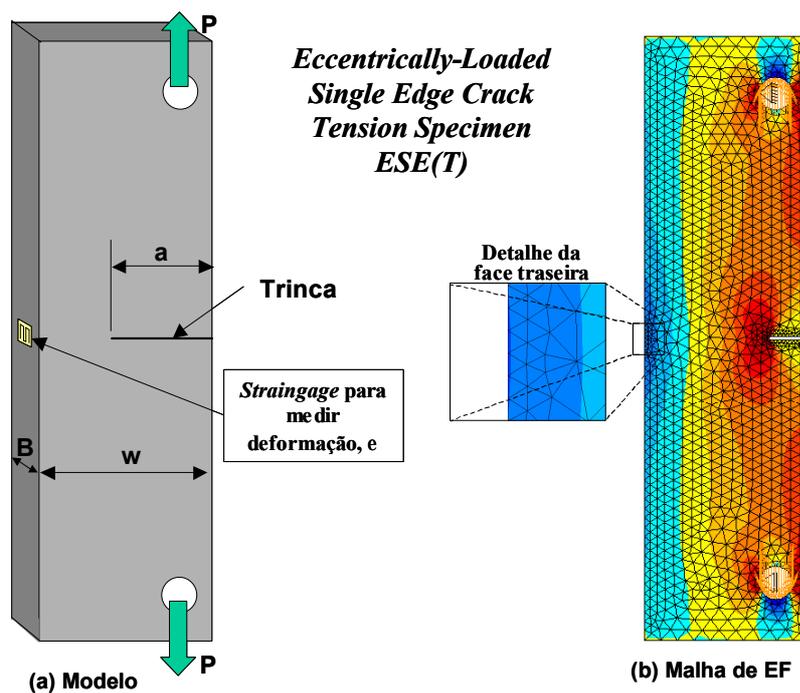


Figure 5.16 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP *Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T)*.

O malha de elementos finitos, com isofaixas de tensão na direção vertical, é mostrada na Figura 5.16(b). Notar que na face traseira há uma maior discretização da malha de elementos finitos para melhorar os resultados localmente, já que o SG não mede uma deformação pontual, mas sim a deformação média sob sua área. Nos vários elementos do detalhe da face traseira na Figura 5.16(b), que simula um SG real, se obtém deformações discretizadas, e o valor da deformação medida pelo SG é a média simples desses valores. Todo esse processo de obtenção de deformação é feito para vários tamanhos de trinca. Finalmente, pode-se comparar os resultados da literatura com o previsto por EF no **Quebra2D** (na condição de

tensão plana), como mostra a Figura 5.17, na qual os pontos previstos coincidem com a curva da ASTM.

Tendo-se validado o **Quebra2D**, obteve-se a equação de flexibilidade para o CP *Disk-Shaped Compact Specimen* testado. A Figura 5.18(a) mostra o posicionamento do SG e a Figura 5.18(b) mostra a malha de EF com maior discretização na face traseira do CP, para melhor resolução das deformações sob o SG. A Figura 5.19 apresenta os resultados obtidos via EF e uma curva que ajusta esses pontos. Essa curva foi ajustada com uso do programa Excel da Microsoft, obtendo-se para as cinco constantes da Equação (5.5), no estado plano de tensão: $N_0 = 0,0264$, $N_1 = 0,6261$, $N_2 = -0,2348$, $N_3 = 0,1117$ e $N_4 = -0,0272$.

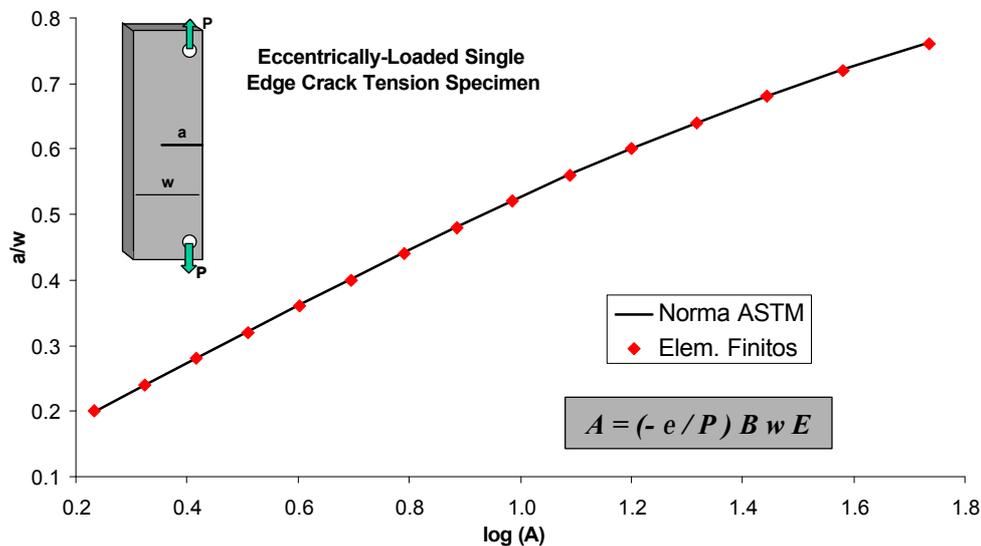


Figure 5.17 – Comparação entre resultado de EF e da equação de flexibilidade da norma ASTM para o CP *Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T)*.

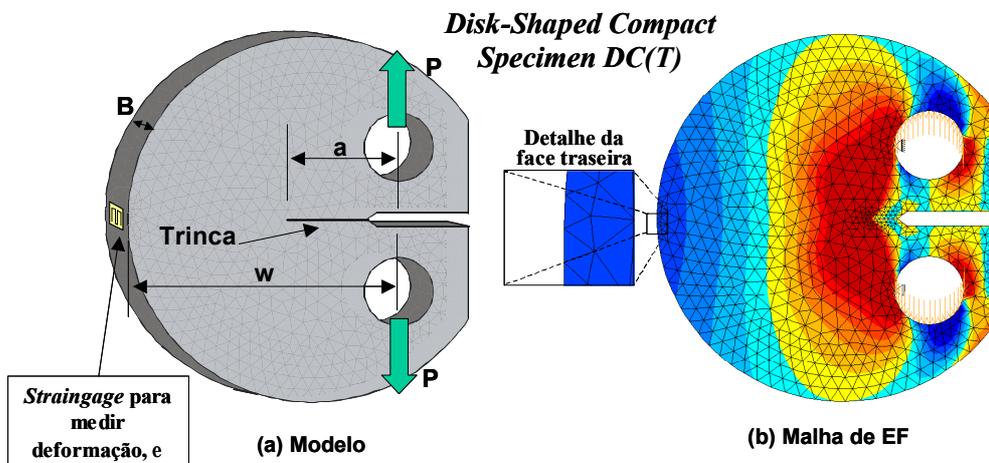


Figure 5.18 – Detalhe do modelo e da malha de EF para o CP *Shaped Compact Specimen*.

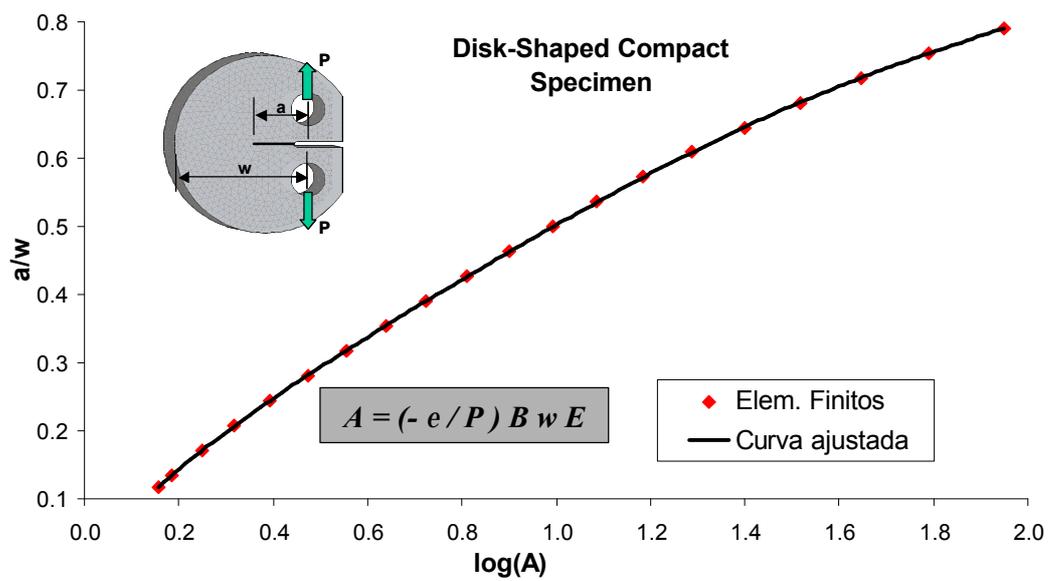


Figure 5.19 – Ajuste de uma curva para a equação de flexibilidade do CP *Shaped Compact Specimen*.

A modelagem por EF tem a vantagem de diferenciar os estados planos de tensão e de deformação. A norma ASTM não diferencia esses dois estados, o que pode influenciar nos resultados, logo deve ser usada com cuidado.

6 Resultados Experimentais e Análise

Como o assunto tratado nesta tese, propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob carregamentos de amplitude variável, ainda não está bem documentado na literatura, é necessário comprovar experimentalmente a adequação dos procedimentos de análise propostos nos capítulos anteriores.

Assim, o propósito deste capítulo é validar a análise numérica proposta através de resultados experimentais confiáveis. Para isso, foram realizados testes de propagação por fadiga de trincas planas, curvas e bifurcadas em algumas geometrias 2D sob carregamentos simples e variáveis.

Os testes de fadiga foram realizados numa máquina servo-hidráulica MTS de 250kN computadorizada, em frequências que variaram entre 20 e 60 Hz. Essas máquinas de teste são muito versáteis, e têm excelente desempenho dinâmico pois utilizam uma servo-válvula capaz de redirecionar rapidamente o fluxo do fluido hidráulico no seu pistão bi-direcional.

Neste Capítulo serão apresentados os resultados obtidos experimentalmente em laboratório, e é feita a comparação destes resultados com as previsões feitas pela análise numérica proposta nesta tese. Primeiramente é exposta a metodologia experimental adotada em todos os ensaios. Em seguida, são descritos os ensaios de propagação de trinca para o caso de carregamento simples, e depois para os casos de carregamentos amplitude variável. Por fim, são comentadas algumas deficiências dos modelos atualmente disponíveis para prever os efeitos de interação entre os ciclos dos carregamentos de amplitude variável.

6.1 Metodologia Experimental

Esta seção descreve alguns detalhes da metodologia experimental adotada: preparação do ensaio, aplicação das cargas, sistema do ensaio e medição do comprimento da trinca.

A preparação da trinca foi dividida em três fases: modelagem do corpo-de-prova (CP) por EF, confecção do CP e remodelagem do CP real. As cargas aplicadas foram simples (cargas senoidais de amplitude constante) ou de amplitude variável, incluindo algumas sobrecargas. O sistema do ensaio incluiu a máquina servo-hidráulica de alta velocidade e seus acessórios, e os sistemas de medição do comprimento da trinca. As trincas foram medidas por três métodos: por um microscópio óptico, por um sistema de análise de imagens, e pelo método da variação da flexibilidade.

O procedimento de preparação dos ensaios de propagação de trincas por fadiga é descrito a seguir. Nos ensaios de referência (como o levantamento da curva da/dN vs DK , e.g.) escolheu-se um tipo de CP para propagar a trinca que fosse de preferência padronizado, para facilitar comparações com dados da literatura. E a partir da expressão do seu fator de intensidade de tensão, $K_I(a)$, especificava-se o programa de carregamento do teste. Em geral usou-se tanto a técnica do DK quase constante decrescente quanto a técnica do DK crescente sob DP constante nos testes sob cargas simples (ASTM, 1999).

As cargas aplicadas em alguns casos de carregamento simples foram determinadas para manter $DK \gg constante$ e carga média $R = constante$. Para isso, escolhia-se um determinado valor de DK no qual se queria trabalhar, e então a carga calculada a partir de DK era aplicada com valor constante no CP até que a trinca crescesse de um pequeno comprimento. Esse valor de carga era em seguida decrescido para ajustar o valor de DK escolhido (pois DK cresce com a trinca sob carga constante). No final do ensaio tem-se uma história de carga que vai decrescendo com o tempo, como uma escada. A história de DK se mantém aproximadamente constante, apresentando um forma de serra ao longo do número de ciclos.

No caso das trincas curvas, os CPs padronizados foram modificados pela introdução de furos posicionados para curvar a trinca segundo o caminho desejado no teste em questão. Para isto, primeiro se modelava o CP em elementos finitos e depois se inseria um furo neste modelo para obter o caminho desejado para a trinca, através de um processo de tentativa e erro. Esta tarefa é relativamente simples quando se usa uma ferramenta poderosa e eficiente como o **Quebra2D**. Uma vez projetado o CP, seu desenho era mandado para a oficina, onde o CP real

era confeccionado com o furo na posição pré-determinada numericamente. Depois o CP era novamente modelado em EF para levar em conta os eventuais desvios de fabricação. Este passo é muito importante para que o modelo numérico reproduza fielmente a geometria do modelo real.

No modelo numérico corrigido era então simulada uma propagação incremental da trinca, fazendo-a crescer em pequenos passos sob carga simples, seguindo os critérios estudados nos capítulos anteriores. Os valores de K_I eram assim obtidos ao longo do caminho (no caso geral, curvo) de propagação. Esses valores (discretos) eram em seguida ajustados por uma função $f(a/w)$ analítica adequada, onde $K_I(a) = \mathbf{s} \sqrt{pa} f(a/w)$.

Neste trabalho foram usados o método MCC (*Modify Crack Closure*) para calcular os K_I e a técnica $\mathbf{s}_{q_{max}}$ para estimar as direções incrementais de propagação (vide Capítulo 3). Embora a geometria das trincas curvas seja 2D, ela é unidimensional ao longo de seu comprimento, e pode ser escrita como $K_I(a)$, onde a é o comprimento ao longo da trinca. As cargas aplicadas nos ensaios, tanto as simples quanto as variáveis, são sempre determinadas a partir desta expressão, seguindo um procedimento idêntico ao das trincas retas.

Os efeitos de interação entre os vários eventos das cargas variáveis podem ser muito importantes. Em particular, sobrecargas e decréscimos bruscos em DK podem causar retardos ou até a parada do crescimento da trinca, como visto no Capítulo 4. Vários mecanismos podem causar retardo, como o fechamento da trinca induzido por plasticidade e a bifurcação da trinca. Em geral, os modelos de retardo ainda são semi-empíricos, e usam parâmetros ajustados experimentalmente.

O sistema servo-hidráulico (Figura 6.1) utilizado neste trabalho foi composto de uma máquina servo-controlada marca MTS com capacidade de carga de 250 KN e rigidez de 0.43 GN/m, de um sistema de aquisição de dados composto de um controlador digital com três canais de entrada (carga, deformação e deslocamento do pistão), um computador pessoal e o programa que faz a comunicação entre o computador e o controlador digital, **TestStarII**. Neste sistema, o usuário utiliza o computador pessoal para rodar a aplicação, armazenar e analisar os dados. Todo o comando de carga é realizado no computador através do programa **TestStarII**, que controla a servo-válvula e o atuador hidráulico.

Maiores detalhes sobre o controle do sistema servo-hidráulico podem ser obtidos em (MTS, 1996).

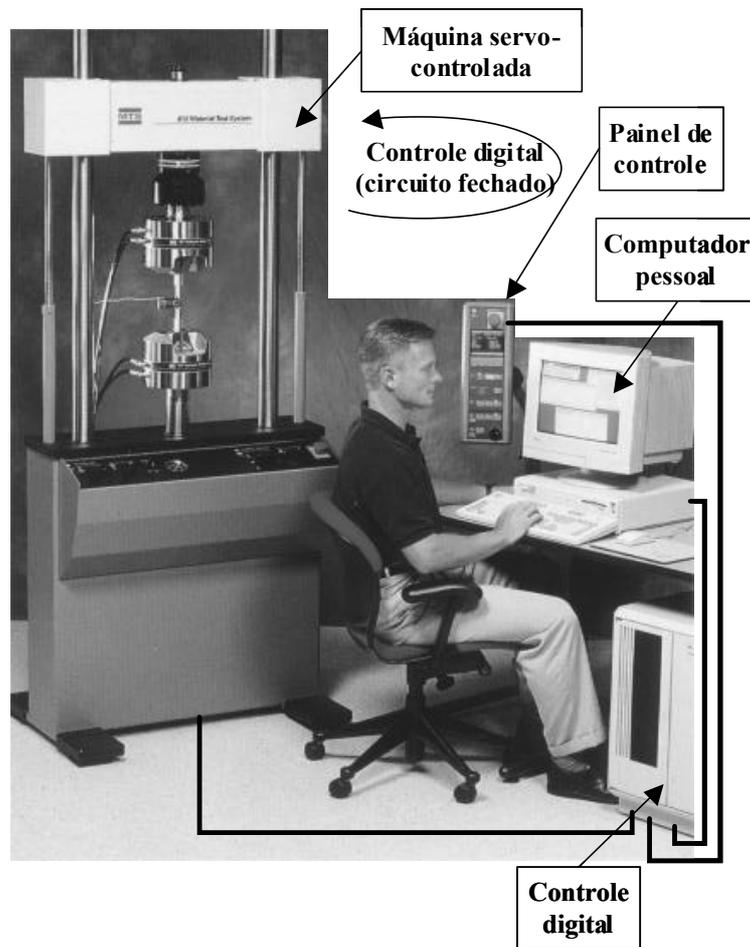


Figure 6.1 – Sistema servo-hidráulico utilizado nos testes de fadiga.

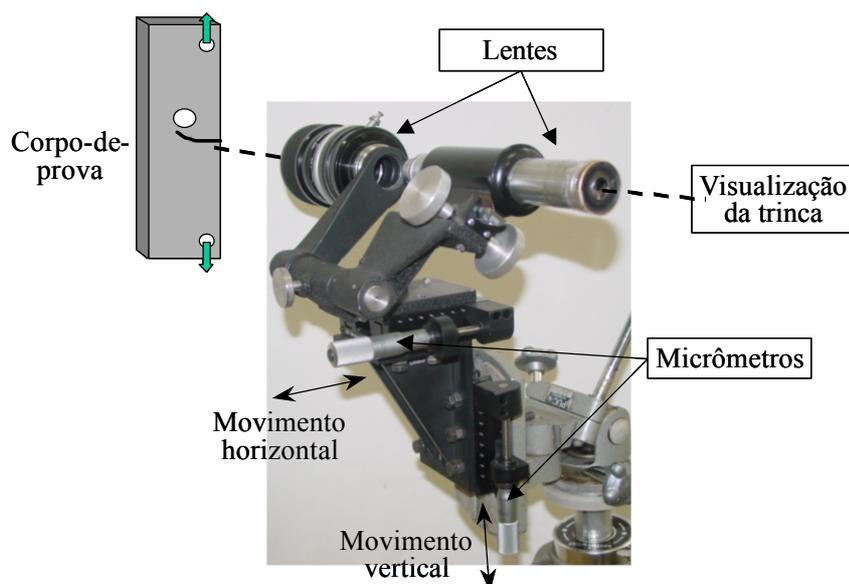


Figure 6.2 – Detalhe de uma base XY com lentes fixadas.

Para obtenção do comprimento da trinca durante o ensaio utilizaram-se três técnicas: análise de imagem, microscopia ótica e medição da flexibilidade do CP. No primeiro caso, uma câmera de vídeo digital foi ligada a um computador via uma placa de aquisição de imagem. Os tamanhos de trinca foram obtidos a partir da imagem da trinca no computador. Essa técnica foi utilizada nos primeiros ensaios com carga simples. Na segunda técnica, o comprimento da trinca era obtido opticamente através de um sistema de lentes fixado a uma base XY, dotada de micrômetros que permitem medir a posição da ponta da trinca (ver Figura 6.2). Na terceira técnica, um *strain gage* é fixado na face traseira do CP e relacionam-se as deformações medidas, juntamente com carga aplicada e geometria do CP, com o tamanho da trinca (mais detalhes no Capítulo anterior). Essa última técnica foi a mais utilizada para obter pontos das curva da/dN vs. DK .

6.2 Carregamento Simples

Esta seção descreve a modelagem e apresenta os resultados e a análise dos ensaios de propagação de trincas por fadiga sob carregamento simples em cinco corpos-de-prova: um SENB (*Single Edge Notched Bend*) e quatro CTS (*Compact Test Specimen*).

Esses CPs foram modificados com inserção de furos para curvar o caminho de propagação das trincas, e foram feitos de um aço carbono SAE 1020 (C 0.19; Mn 0.46; Si 0.14; Cu 0.11; Ni 0.052; Cr 0.045; Mo 0.007; Nb 0.002; Ti 0.002) com módulo de Young $E = 205 \text{ GPa}$, resistência ao escoamento $S_Y = 285 \text{ MPa}$, resistência à ruptura $S_U = 491 \text{ MPa}$ e redução de área $RA = 53.7 \%$. Duas equações foram ajustadas às curvas $da/dN \times DK$ medidas com carga média $R = 0.1$: a equação de Paris $da/dN = 8.59 \times 10^{-14} \times DK^{4.26}$, e a chamada equação de McEvily modificada $da/dN = 4.5 \times 10^{-10} \times (DK - DK_{th})^{2.05}$, com $DK_{th} = 11.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. A Figura 6.3 mostra os dados experimentais de crescimento de trinca (Durán, 2001) e o ajuste pela equação de Paris, que foi utilizada nas previsões numéricas. Estes dados foram medidos segundo a norma ASTM E-647 (1999), usando CPs padronizados (isto é, sem os furos para curvar o caminho da trinca).

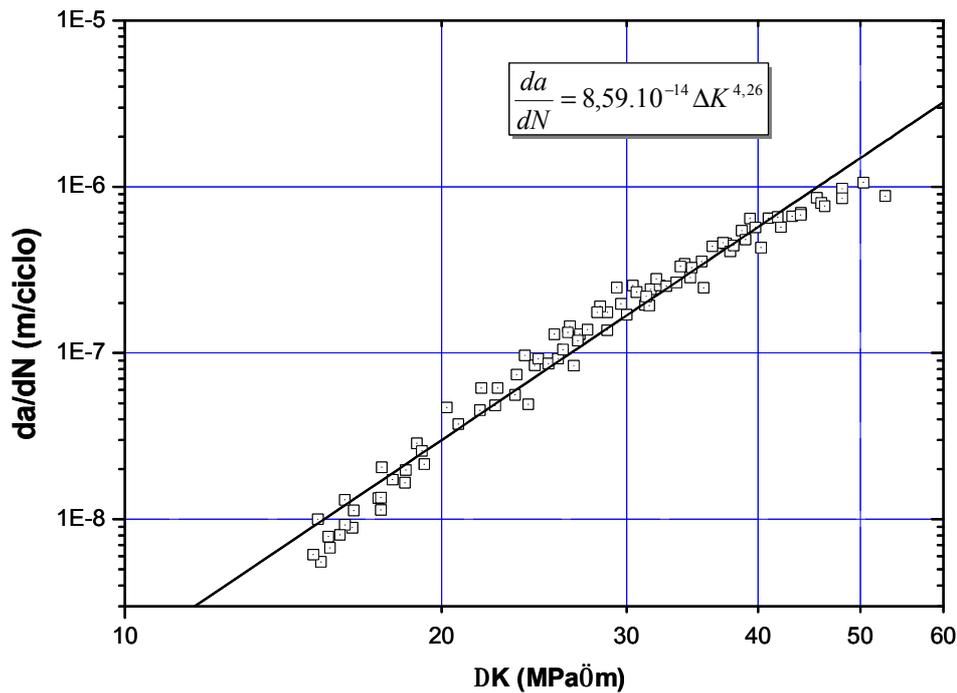


Figure 6.3 – Dados experimentais $da/dN \times DK$ do aço SAE 1020 testado.

6.2.1 Ensaio do SEN modificado

O CP SEN modificado (viga retangular de $125 \times 30 \times 10$ mm, com pontos de aplicação das cargas inferiores a $s = 50$ mm e superiores a $r = 25$ mm do centro da viga, e um furo de raio $R = 5.2$ mm posicionado 9.3mm à esquerda do entalhe iniciador da trinca, Figura 6.4) foi ensaiado em flexão de 4 pontos.

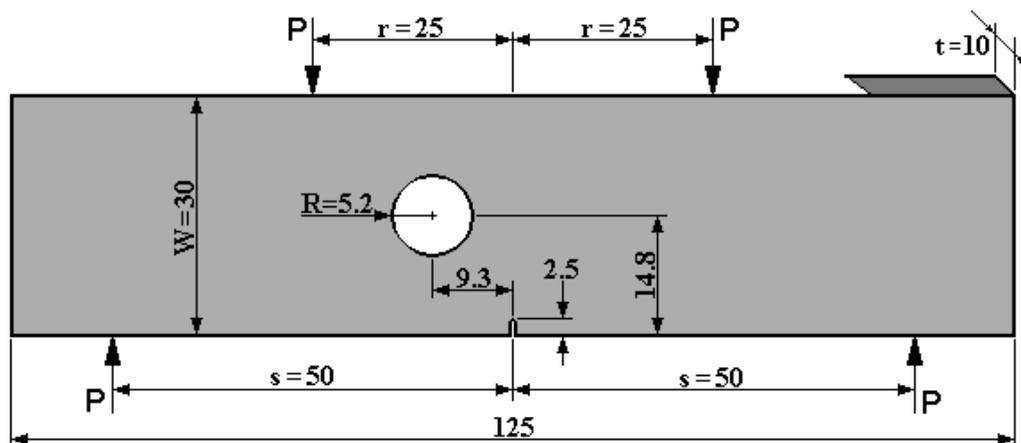


Figure 6.4 – Geometria do CP SEN modificado para curvar a trinca.

A Figura 6.5 mostra os detalhes da malha de EF com o caminho da trinca previsto numericamente pelo programa **Quebra2D**. Notar que a malha é mais densa em torno da trinca, e que foi gerada e propagada automaticamente. A malha inicial do modelo tinha 1995 elementos e 4185 nós, e a malha ao fim da propagação da propagação tinha 2585 elementos e 5467 nós.

A Figura 6.6 compara as expressões de $f(a/w)$ para a viga com o furo, obtida via EF, e a viga sem o furo, obtida da literatura (Anderson, 1995). Observa-se que a inserção do furo tem uma influência significativa no valor de $f(a/w)$.

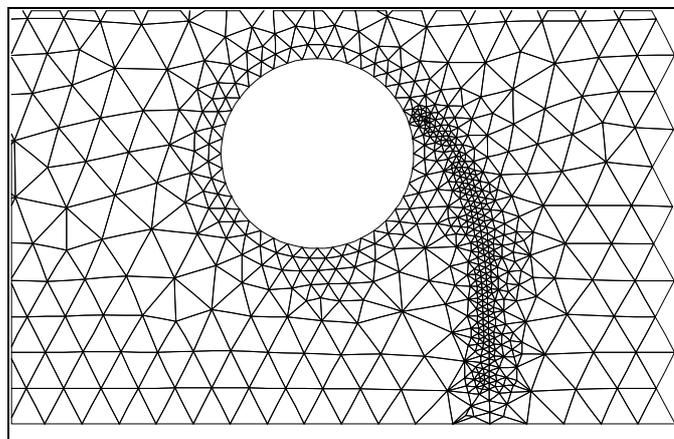


Figura 6.5 – Malha de EF gerada automaticamente para o CP SEN modificado.

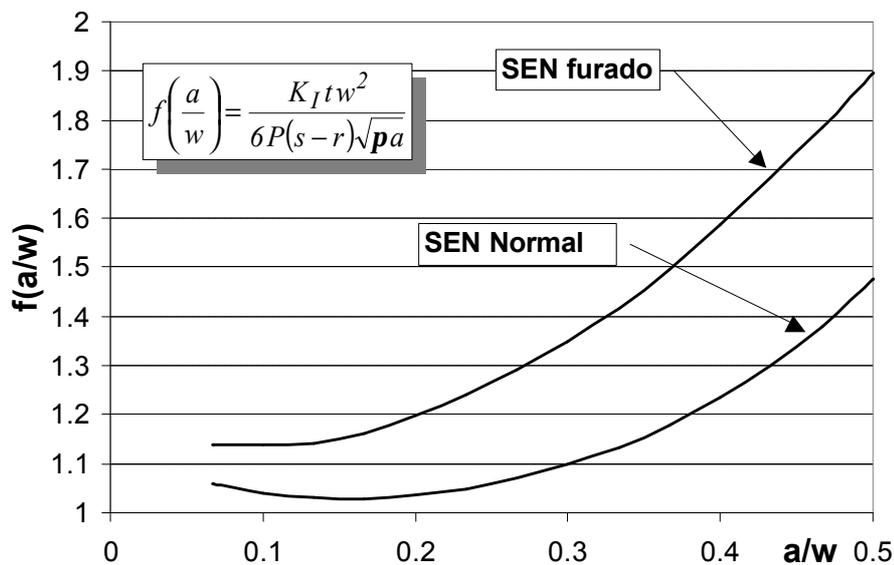


Figura 6.6 – Expressões $f(a/w)$ para os CPs SEN modificado e padrão.

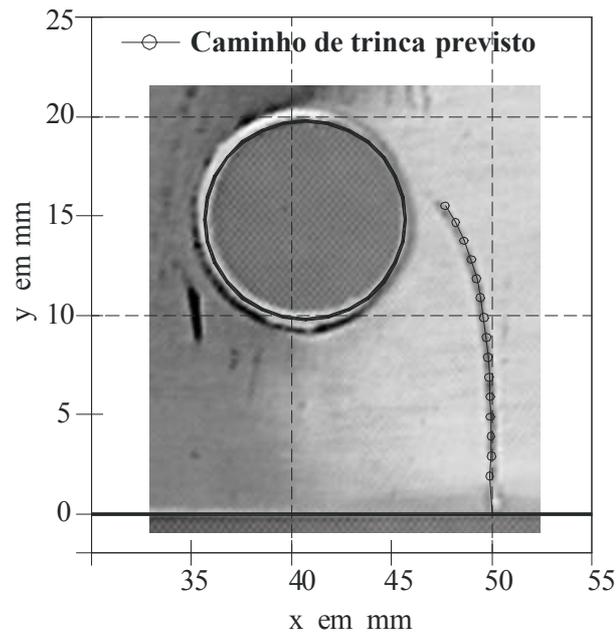


Figura 6.7 – Caminhos de trinca previsto e real para o CP SEN modificado.

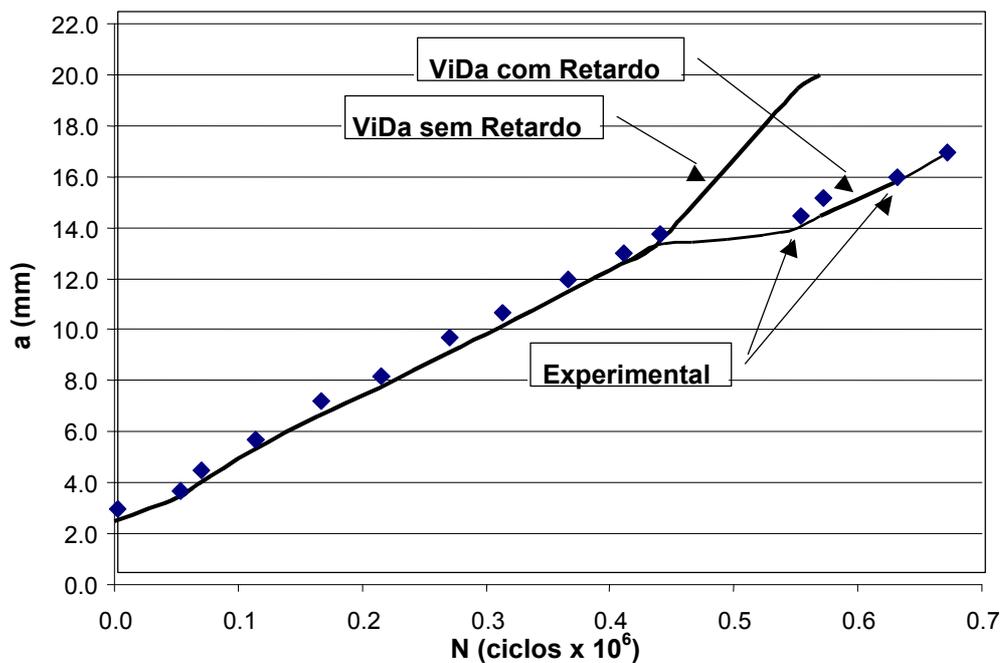


Figura 6.8 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa **ViDa** para o CP SEN modificado.

A Figura 6.7 mostra uma foto do caminho de propagação real após o teste e o caminho previsto por EF antes do teste. Os resultados previsto e medido são praticamente idênticos. Desta forma, assume-se que o cálculo do valor de K_I é igualmente preciso e pode ser usado para a previsão da vida à fadiga do CP.

Entretanto, um desvio significativo foi observado quando comparou-se os dados experimentais com a vida prevista. Os resultados concordaram somente durante uma parte do teste, como mostra a Figura 6.8. Porém, depois de aproximadamente 440.000 ciclos de carregamento, houve um claro desvio no gráfico $a \times N$. A boa previsão inicial indica que o K_I calculado estava reproduzindo a curva de crescimento da trinca satisfatoriamente, o que confirma a hipótese de que os valores de K_I deveriam estar corretos. Como não houve mudança no modelo, pode-se a princípio supor que a aplicação da carga, que deveria ter sido constante, deve ter sofrido algum acidente durante o teste.

Mas o comportamento dos pontos experimentais poderia ser explicado se uma sobrecarga acidental tivesse retardado o crescimento da trinca a partir do ponto onde houve o desvio na curva $a \times N$. Isso se confirmou quando foi feita uma inspeção cuidadosa na superfície do CP e, exatamente no ponto de desvio dos resultados, pôde-se visualizar a presença de uma zona plástica maior que as outras.

Como a sobrecarga havia sido acidental e não tinha sido registrada, decidiu-se estimar sua amplitude simulando o crescimento da trinca no programa **ViDa**. Assim, adicionou-se uma sobrecarga de amplitude desconhecida no ponto do desvio da curva $a \times N$ e, por tentativa e erro (usando o modelo de retardo de Wheeler modificado com expoente $\gamma = 1.43$, Meggiolaro & Castro, 2001) conseguiu-se reproduzir todo o retardo da trinca, como mostrado na Figura 6.8, ao assumir uma sobrecarga de 60%. Este resultado foi altamente encorajador, pois indicou que as técnicas usadas para modelar o crescimento de trincas retas também poderiam ser usadas para modelar as trincas curvas, como será discutido mais adiante.

6.2.2 Ensaio dos CTS modificados

Quatro CPs CTS (Figura 6.9) foram modificados com furos de diâmetro 7 mm posicionados a uma distância horizontal A e vertical B da raiz do entalhe para curvar a trinca. A trinca apresentou dois comportamentos distintos na simulação por EF, dependendo do posicionamento do furo: num a trinca era atraída para o furo, e no outro a trinca era atraída pelo furo, mas passava por ele. Para estudar

esse fenômeno exótico, localizou-se numericamente a posição do furo onde havia a transição do comportamento “atraído pelo furo” para o “atraído para o furo”.

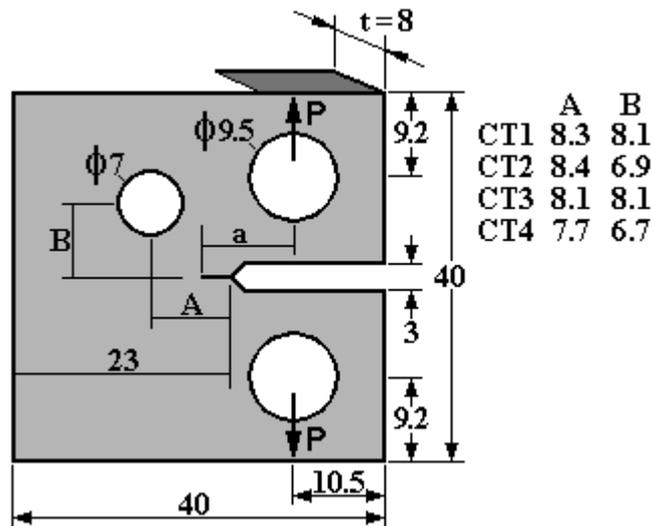


Figura 6.9 – Detalhes geométricos dos CPs CTS modificados.

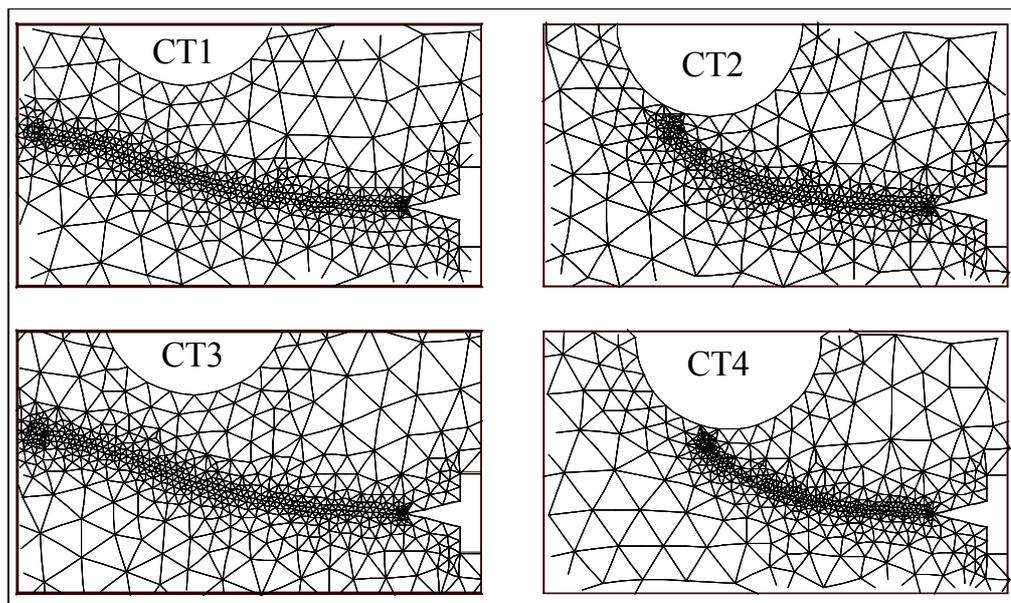


Figura 6.10 – Malha de EF gerada automaticamente para os CPs CTS modificados.

Para comprovar esta previsão, decidiu-se testá-la construindo 2 CPs com o furo apenas 0,5mm acima do ponto de transição calculado por EF e outros 2 com o furo 0,5mm abaixo daquele ponto. Devido às tolerâncias de fabricação, as dimensões reais dos CPs ficaram como listado na Figura 6.9. A Figura 6.10 mostra os detalhes das malhas de EF usadas para prever o caminho da trinca nestes CPs. As malhas iniciais sem a trinca têm cerca de 1300 elementos e 2300 nós, e depois da propagação cerca de 2200 elementos e 5500 nós. A Figura 6.11

compara as expressões de $f(a/w)$ obtida via EF com a obtida da literatura (Anderson, 1995). Os resultados para os CT1 e CT3 são similares, mas até $a/w \gg 0.55$ com valores de $f(a/w)$ maiores, e a partir daí com valores menores que os do CTS padrão. Essa fenomenologia pode ser devida a diferença de tamanho da trinca que é medida ao longo do caminho, porém isto ainda deve ser mais bem estudado. Nos CT2 e CT4 os valores de $f(a/w)$ são sempre maiores que os do CTS padrão. Com a aproximação maior do furo no caso do CT4, os valores de $f(a/w)$ são ainda maiores que no CT2.

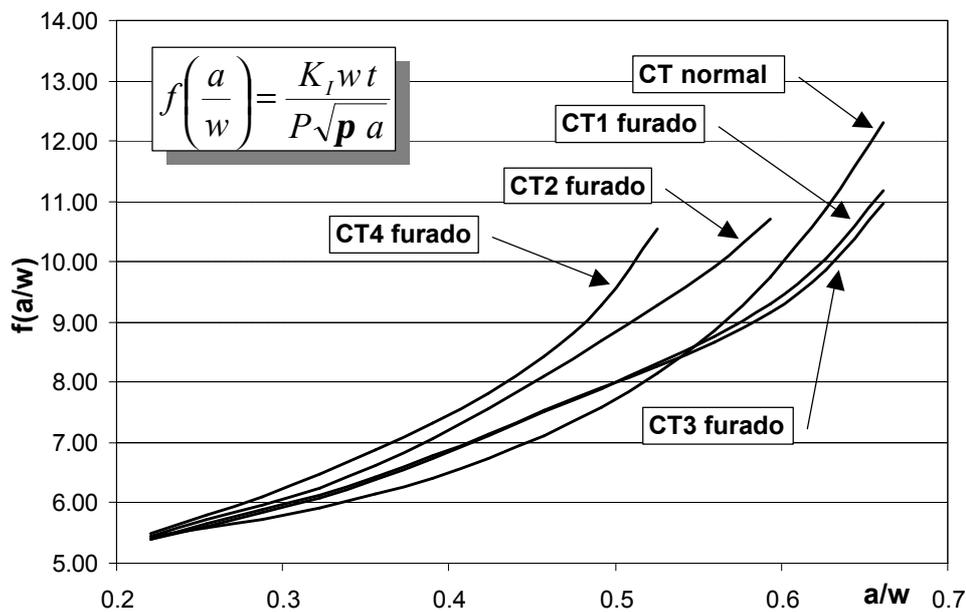


Figura 6.11 – Valores de $f(a/w)$ para os CTS modificados e padrão.

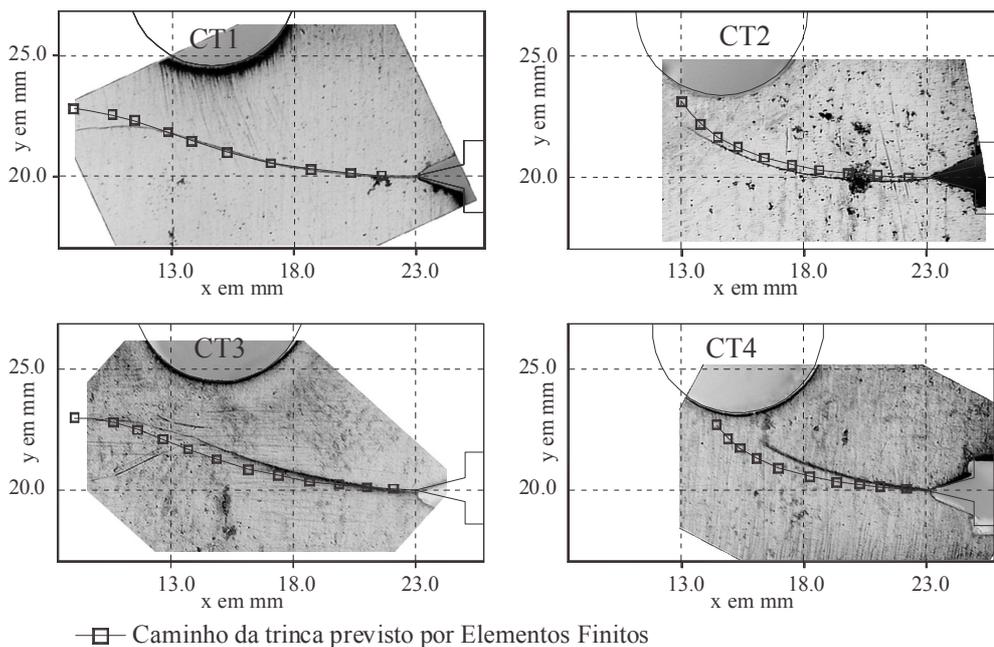


Figura 6.12 – Caminho de trinca previsto e real para os CTS modificados.

A Figura 6.12 compara os caminhos previsto e medido nos quatro CTS testados. Nos CT3 e CT4 as medidas de tamanho de trinca nas duas faces do CPs foram diferentes, porque a junta universal (um acessório utilizado no ensaio para reduzir possíveis momentos fletores) apresentou problemas. Os tamanhos de trinca foram obtidos abrindo os CPs e medindo as marcas de praia deixadas ao longo da face interna da trinca. Isto justifica as diferenças observadas entre as previsões e os testes destes CPs. As previsões numérica e experimental da vida à fadiga estão mostradas nas Figuras 6.13 a 6.16. As Figuras 6.15 e 6.16 apresentam os comprimentos de trinca em ambas faces dos CPs.

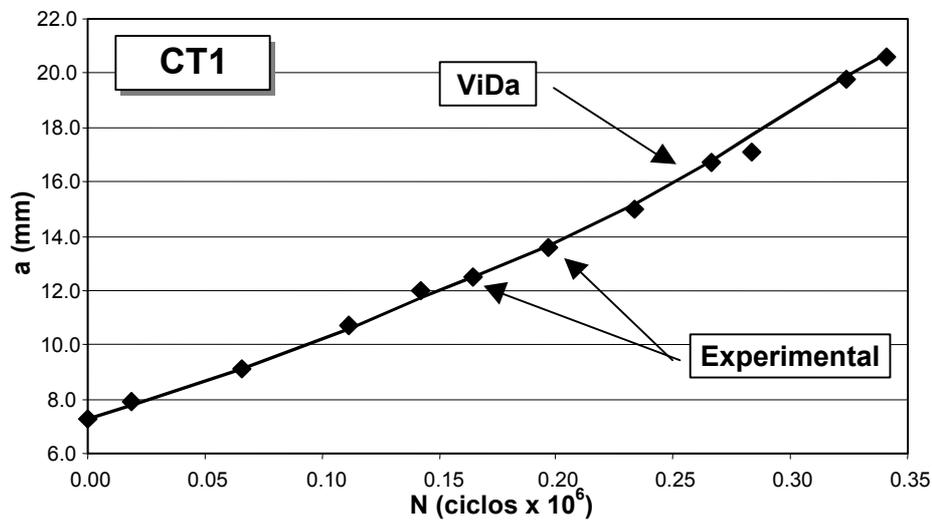


Figura 6.13 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa **ViDa** para o CT1.

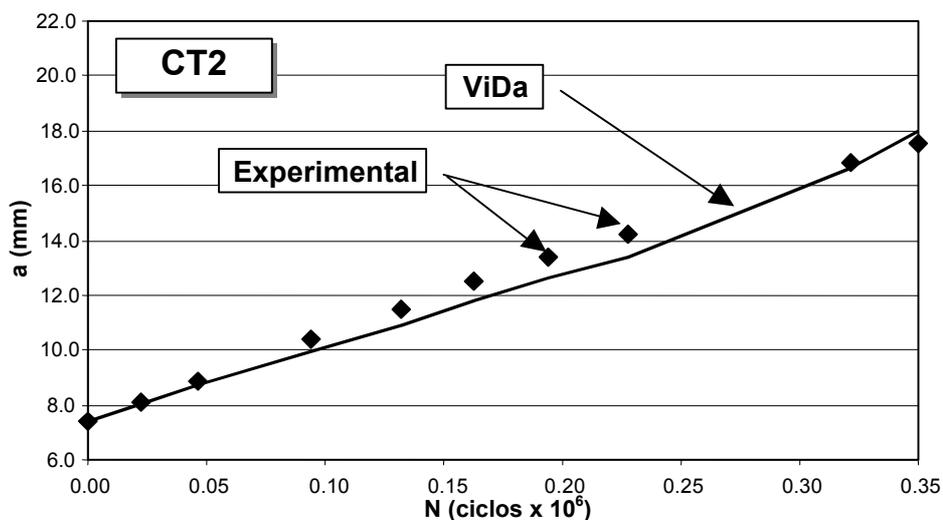


Figura 6.14 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa **ViDa** para o CT2.

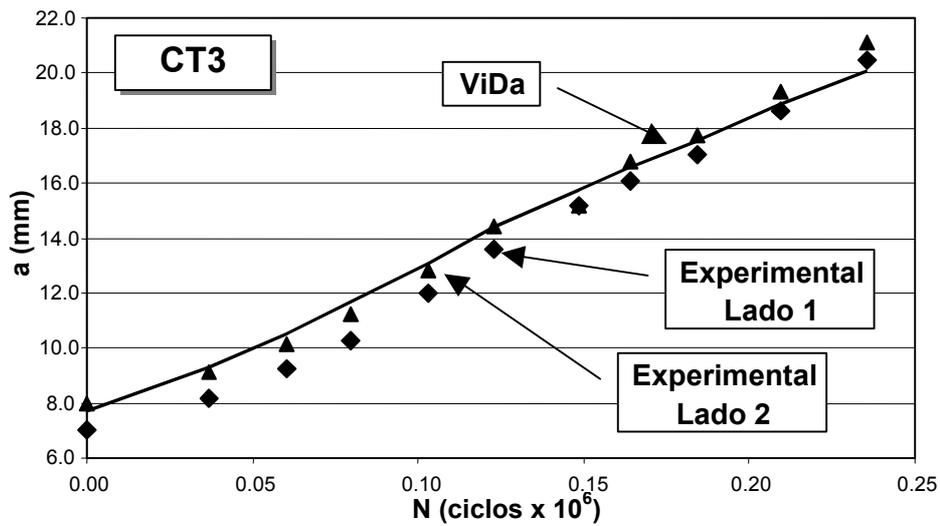


Figura 6.15 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa **ViDa** para o CT3.

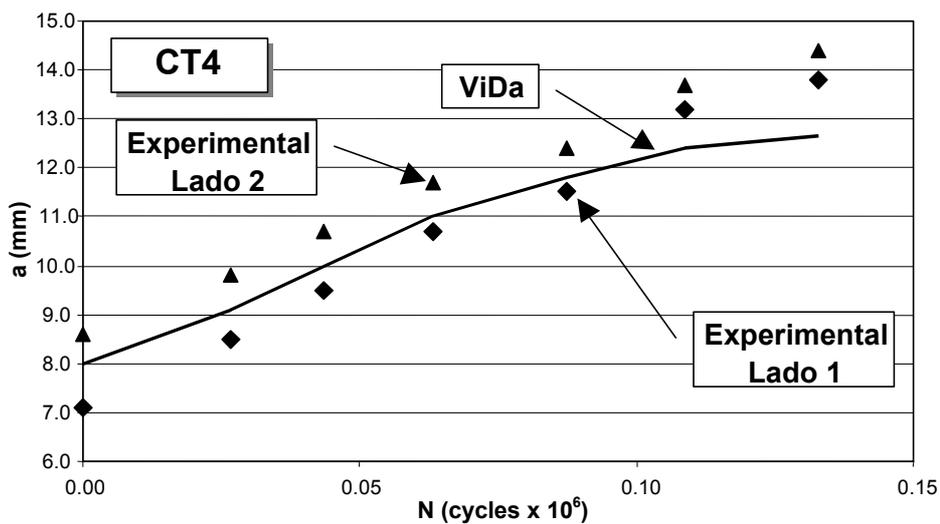


Figura 6.16 – Vidas à fadiga experimental e prevista pelo programa **ViDa** para o CT4.

6.3 Carregamento Variável - Ensaios em CTS

Dois CTS foram testados sob carregamento variável: um padrão e outro furado, com mesma dimensões do CT1 da Figura 6.9. O objetivo deste ensaio foi verificar se os modelos de interação entre cargas calibrado para a trinca reta (no CTS padrão) poderia ser usado para prever a vida à fadiga da trinca curva do CTS furado. A história dos carregamentos aplicados nos dois CPs é mostrada na Figura 6.17.

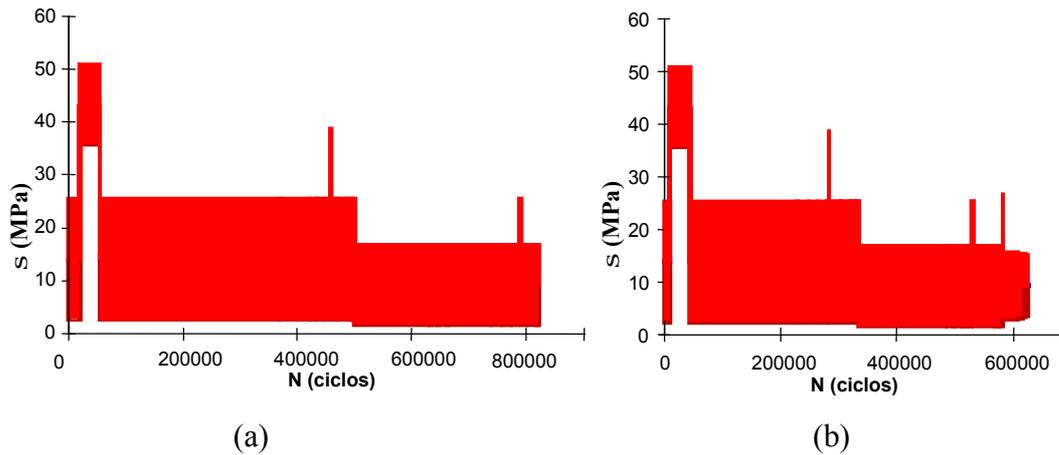


Figura 6.17 – Histórias dos carregamentos variáveis: (a) CTS padrão e (b) CTS furado.

O material testado foi o mesmo usado anteriormente (SAE 1020). Porém a sua curva de propagação $da/dN \times DK$ foi medida com mais cuidado para levar em conta os efeitos da carga média. Os dados medidos em $R = 0,1$ e $R = 0,7$ foram ajustados pela equação de McEvily modificada:

$$\frac{da}{dN} = 2.5 \cdot 10^{-10} (\Delta K - \Delta K_0 (1 - 0.55 \cdot R))^{2.2} \quad (6.1)$$

onde $DK_0 = 12,2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ é o limiar de propagação para $R = 0$. A Figura 6.18 mostra os pontos experimentais (Durán, 2001) para as diferentes cargas médias e as curvas que ajustam estes pontos.

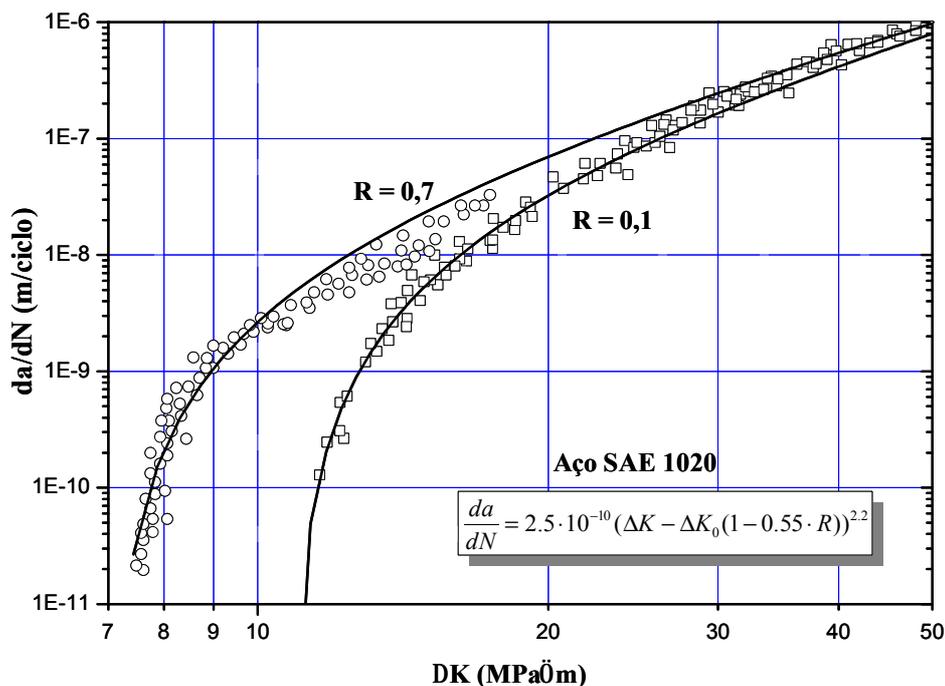


Figura 6.18 – Dados experimentais e curva de McEvily modificada para o aço SAE 1020.

A Figura 6.19 mostra o caminho da trinca previsto por EF e o caminho real da trinca sob carregamento variável no CTS furado. Como nos casos de carregamento simples, o caminho da trinca real é bem previsto, sugerindo que o comportamento sob amplitude variável é similar e pode ser bem descrito pelas mesmas equações. Além disso, as sobrecargas estudadas retardaram mas não desviaram a trinca, como pode-se ver na Figura 6.19, onde a zona plástica gerada em torno de 550.000 ciclos não alterou significativamente o caminho (curvo) da trinca, que continuou se propagando de acordo com o previsto para o carregamento simples. Dessa forma, assumindo que somente a taxa de crescimento é influenciada pelo efeito de interação entre cargas, a metodologia proposta pode ser generalizada para os casos de carregamentos variáveis.

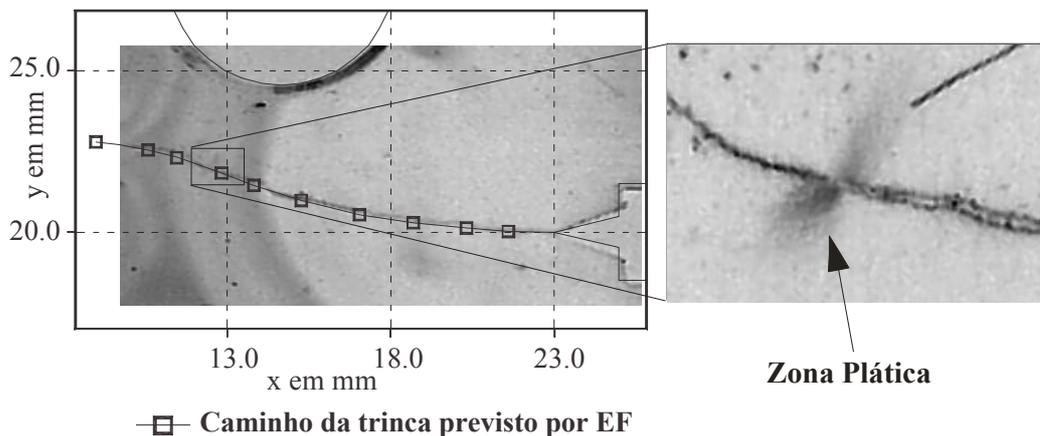


Figura 6.19 – Caminho da trinca real e previsto para o CTS furado sob carregamento variável e detalhe de uma zona plástica de sobrecarga (direita, com aumento de ~60x).

A Figura 6.20 mostra a curva $a \times N$ medida com o CTS padrão sob carregamento variável ajustada por três modelos de interação: Fechamento Constante (*Constante Closure*), Newman e Wheeler modificado. Consultar o livro de Castro & Meggiolaro (2002) para obter maiores detalhes sobre estes modelos de interação entre cargas. O modelo que melhor reproduziu os dados experimentais foi o Fechamento Constante, com o K_{ab} (K de abertura) ajustado em 26 % do máximo fator de intensidade de tensões da sobrecarga. O modelo de Wheeler modificado apresentou o segundo melhor ajuste, com o expoente estimado em $g = 0.51$. Por fim, o modelo de fechamento de Newman (generalizado para carregamento variável) apresentou o pior ajuste, mesmo

quando otimizado com a constante de estado de tensão ajustada em $a = 1.07$, um valor que indicaria dominância de um estado plano de tensões, apesar dos testes terem sido feitos sob deformação plana dominante. Esses mesmos parâmetros de retardo serão usados para prever a vida à fadiga da trinca curva no CTS furado.

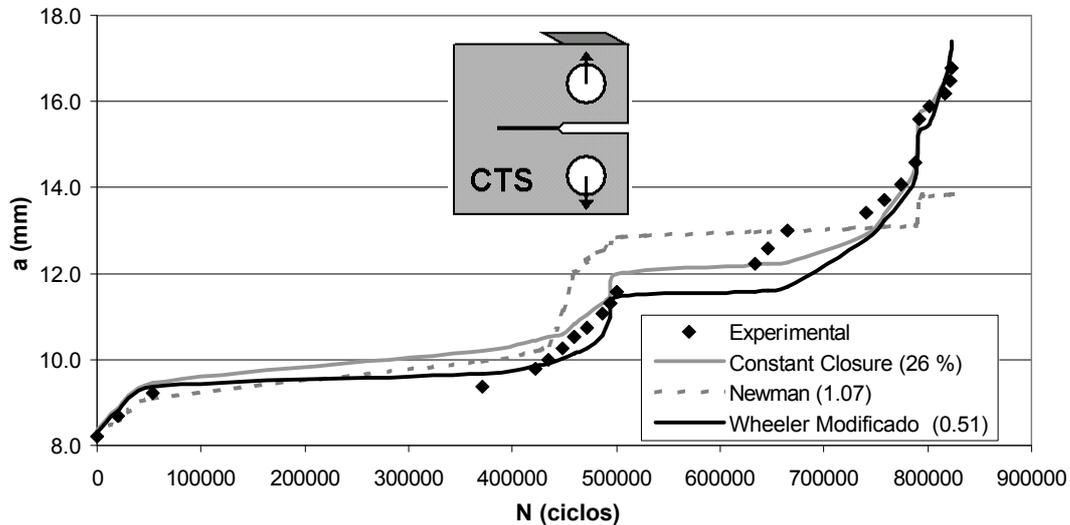


Figura 6.20 – Ajustes da curva $a \times N$ medida no CTS padrão sob carga variável.

A Figura 6.21 mostra a previsão da vida à fadiga sob carga variável feita para a trinca curva do CTS furado, usando os parâmetros de retardo obtidos com a trinca reta do CTS padrão. Os modelos Fechamento Constante e Wheeler modificado apresentaram praticamente os mesmos resultados, e previram satisfatoriamente os dados experimentais, que incluíram efeitos de retardo significativos.

Deve-se enfatizar que as curvas desenhadas na Figura 6.21 são *previsões*, e não ajuste dos pontos experimentais. Estas previsões foram feitas com os parâmetros dos modelos de retardo calibrados para ajustar os dados experimentais da Figura 6.20, obtidos com uma trinca reta num CTS padrão, sob uma carga parecida mas certamente não idêntica à aplicada na trinca curva do CTS furado da Figura 6.21 (rever a Figura 6.17). Esses resultados sugerem que os modelos de interação de carga tradicionais, com seus parâmetros devidamente ajustados para prever a vida de trincas retas, também podem ser usados para prever a vida de trincas curvas sob carregamento variável em peças do mesmo material, o que muito estende sua aplicabilidade. Deve-se enfatizar também que resultados

similares a este não foram encontrados na literatura. Por fim, o modelo de fechamento de Newman não se saiu tão bem como os outros dois modelos.

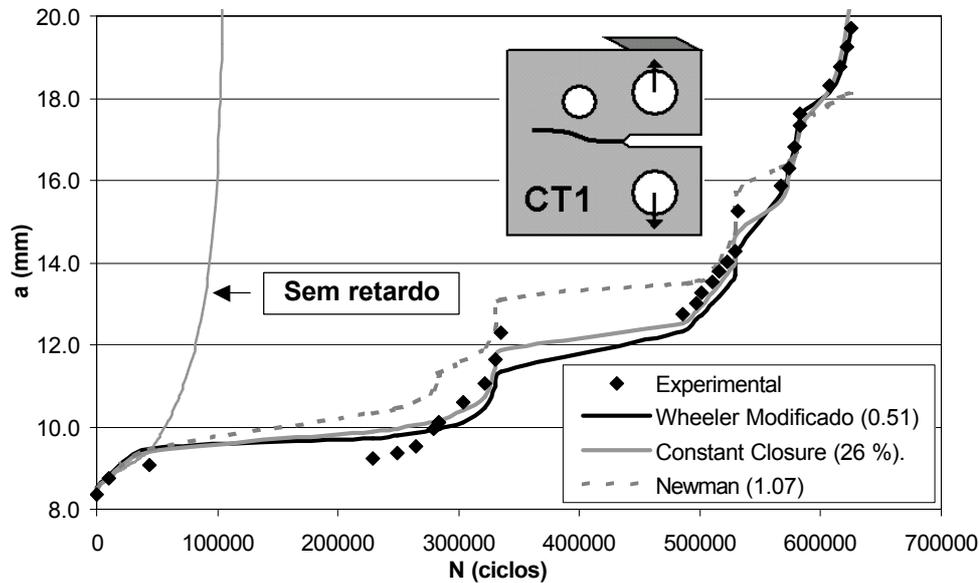


Figura 6.21 – Crescimento de trinca previsto para o CTS furado sob carga variável, usando os parâmetros ajustados no teste da trinca reta do CTS padrão.

Vale a pena mencionar que uma sensibilidade muito grande aos parâmetros de retardo foi observada quando foram realizados os ajustes dos dados experimentais da Figura 6.20. Por exemplo, quando o valor do parâmetro do modelo de Wheeler é modificado para apenas $g = 0.5$, a previsão da vida à fadiga passa a divergir muito dos dados experimentais. Essa sensibilidade é particularmente alta quando a taxa de crescimento da trinca está próxima da fase I da curva $da/dN \times DK$, onde uma pequena diferença no valor do fator de intensidade de tensões pode acarretar uma diferença muito grande na taxa de crescimento da trinca. Assim, modelar adequadamente os retardos significativos após sobrecargas, que diminuem o DK (ou o $DK_{efetivo}$, dependendo do mecanismo de retardo preponderante) subsequente e levam a taxa da/dN de volta à fase I, requer cuidado e precisão no ajuste dos parâmetros dos modelos de retardo.

6.4

Alguns Comentários sobre Deficiências dos Modelos de Retardo

A complexidade da fenomenologia envolvida nos efeitos de interação entre os ciclos de um carregamento de fadiga de amplitude variável é muito grande. São

muitos os mecanismos envolvidos no processo, como variação do fechamento da trinca causada por plasticidade ou por interferência entre as rugosidades da sua superfície, tensões residuais, cegamento da ponta da trinca, desvio ou bifurcação da trinca, e.g. Estes mecanismos podem agir de forma independente ou simbiótica, o que complica ainda mais o problema.

Os modelos de retardo da taxa de crescimento das trincas de fadiga sob cargas variáveis atualmente disponíveis são semi-empíricos e (quando muito) se propõe a descrever os efeitos de apenas um dos muitos mecanismos de retardo. Por isso, todos eles são limitados. Essa deficiência surgiu quando se tentou ajustar o parâmetro de retardo de um ensaio realizado no CP da Figura 6.22 (*Eccentrically-Loaded Single Edge Crack Tension Specimen ESE(T)*), sob a carga mostrada na Figura 6.23. Esse ensaio seguiria a idéia da seção anterior: calibrar o parâmetro de retardo numa trinca reta e usá-lo para prever a vida de uma trinca curva sob carregamento variável. Porém, uma calibragem única da trinca reta não foi eficiente, como discutido a seguir.

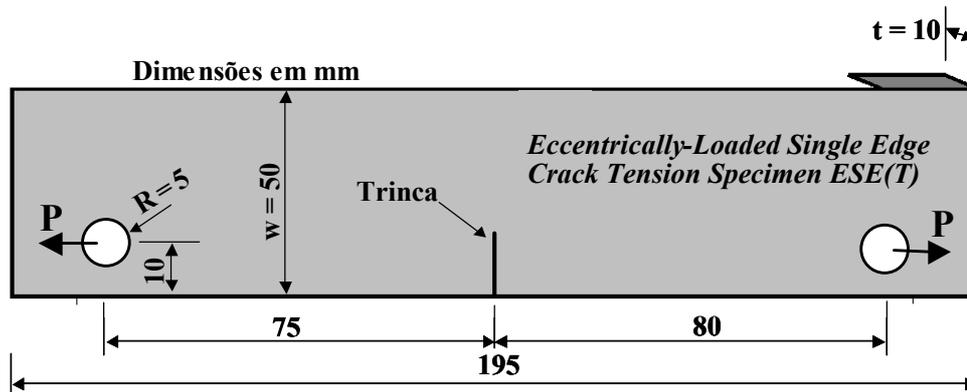


Figure 6.22 – Geometria do CP *ESE(T)*.

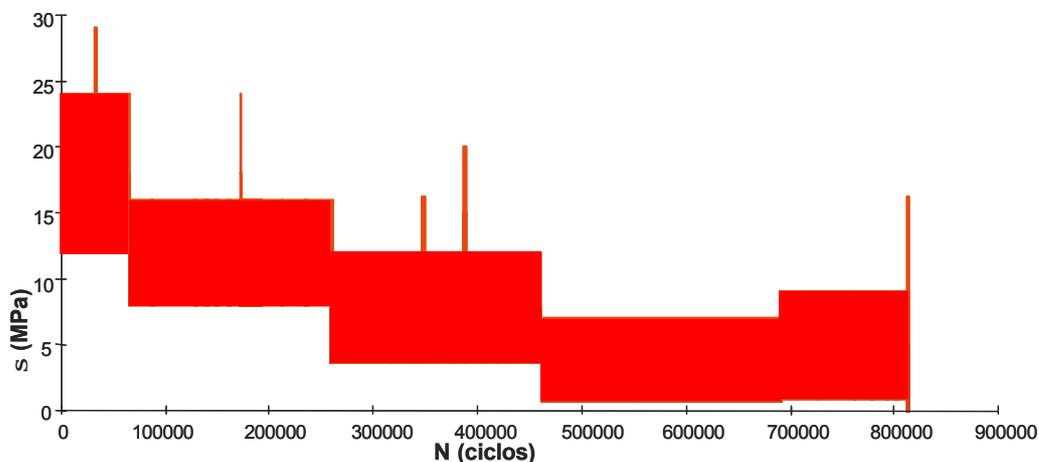


Figure 6.23 – História do carregamento variável aplicado no CP *ESE(T)*.

O material usado neste teste foi o aço SAE 4340 recozido (C 0.37; Ni 1.53; Cr 0.64; Mo 0.18; Mn 0.56; Si 0.14) com módulo de Young $E = 205 \text{ GPa}$, resistência ao escoamento $S_Y = 377 \text{ MPa}$, resistência à ruptura $S_U = 660 \text{ MPa}$ e redução de área $RA = 52.7 \%$. A Figura 6.24 mostra os dados experimentais (obtidos pelo autor) do crescimento de trinca à fadiga para $R = 0.1$ e $R = 0.7$ e as curvas que ajustam esses dados. Uma curva de Collipriest modificada pelo autor deste trabalho foi a que melhor ajustou os dados experimentais, dada em m/ciclo por:

$$\frac{da}{dN} = 2.4 \cdot 10^{-10} \left[K_C \cdot \Delta K_0 \cdot FR \cdot \left(\frac{K_C}{\Delta K_0 \cdot FR} \right)^{0.5 \ln \left(\frac{\ln \left(\frac{\Delta K}{\Delta K_0 \cdot FR} \right)}{\ln \left(\frac{K_C}{\Delta K} \right)} \right)} \right]^{1.25} \quad (6.2)$$

onde $FR = (1 - 1.1 \times R)$, $\Delta K_0 = 8.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ é o limiar de propagação para $R = 0$, e $K_C = 300 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ foi adotado para a tenacidade a fratura.

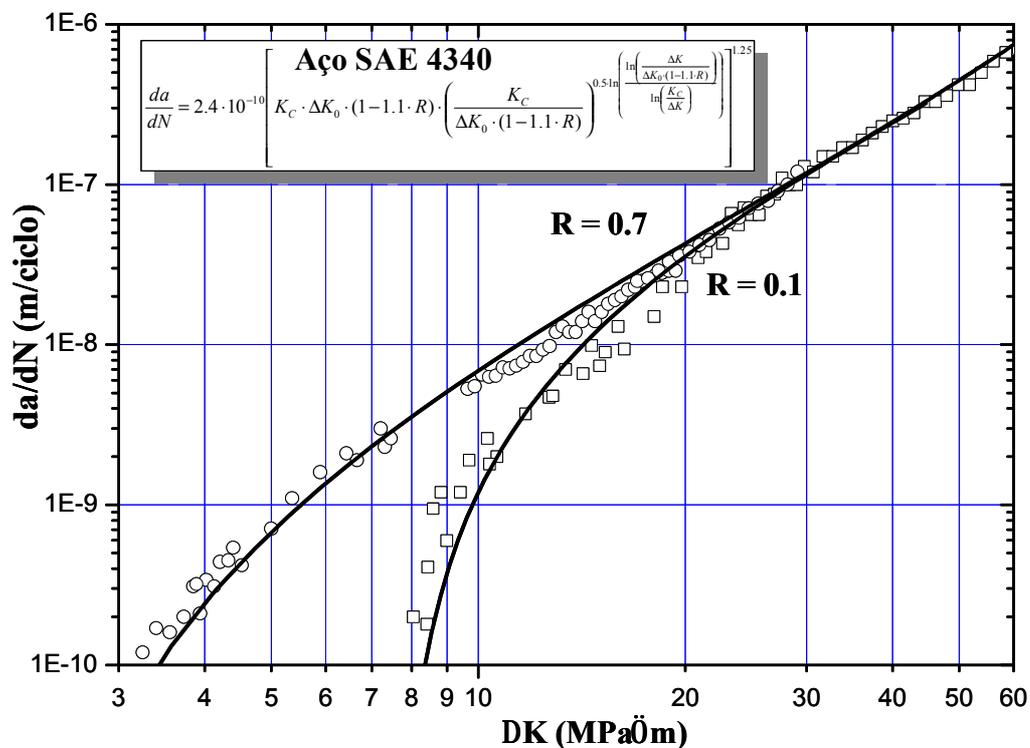


Figura 6.24 – Pontos experimentais e curvas de Collipriest modificada para o aço SAE 4340.

A influência de sub-cargas e do número de sobrecargas no retardo subsequente na taxa de crescimento da trinca pode ser grande, como ilustrado na Figura 6.25 (Dahl & Roth, 1979). Nesse caso, quanto maior o número de sobrecargas consecutivas aplicadas, maior será o retardo no crescimento da trinca. Esse gráfico sugere que são necessárias pelo menos 600 sobrecargas para atingir o retardo máximo nos CPs do aço testado.

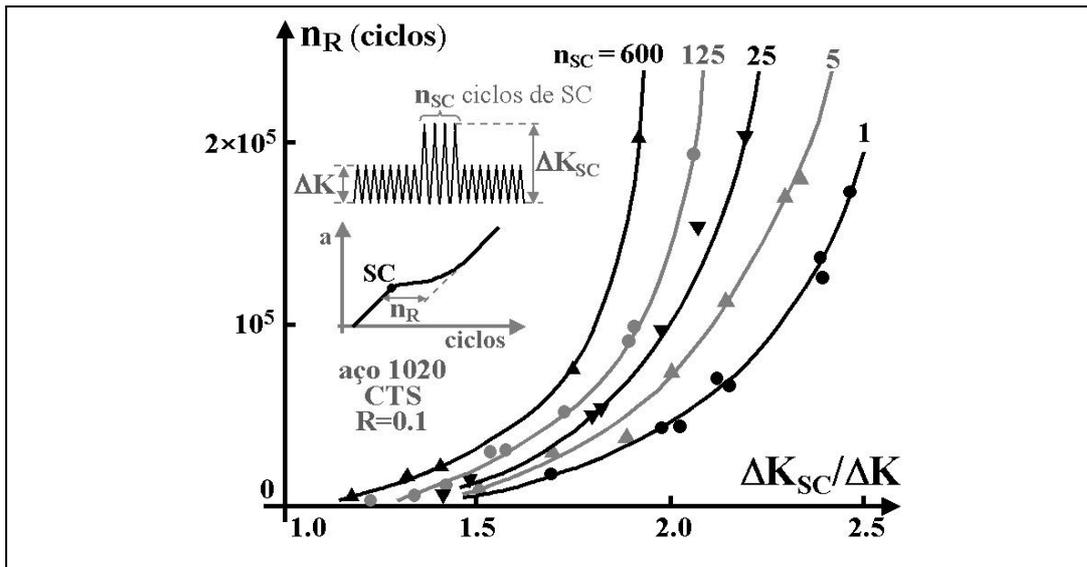


Figura 6.25 – Influência do número de ciclos de sobrecarga no retardo da trinca.

Seguindo a idéia da Figura 6.25, a história de carga mostrada na Figura 6.23 foi dividida em dois grupos para obtenção dos parâmetros de retardo: grupo com picos de sobrecarga (blocos 1, 2 e 3) e grupo com descida brusca da carga (blocos 4, 5 e 6). A finalidade desta análise é obter os parâmetros de retardo baseado em cada grupo e verificar se há alguma diferença significativa entre eles. A divisão dos blocos de carga foi feita de modo que o efeito de retardo de um grupo não tivesse influência no outro. Isto é, os blocos 1, 2 e 3 não recebem influência das descidas da carga, e os blocos 4, 5 e 6 não recebem influência das sobrecargas. Os modelos de interação utilizados nessa análise foram: Fechamento Constante, Wheeler modificado, Newman e Willenborg.

A Tabela 6.1 mostra os parâmetros de retardo para os grupos de sobrecarga e de descida brusca para os vários modelos de retardo estudados, e as Figuras 6.27 a 6.30 mostram o ajuste desses modelos aos dados experimentais. As linhas escuras representam o ajuste para o grupo de pico de sobrecarga e as linhas cinzas representam o ajuste para o grupo de descida brusca. Notar que há uma diferença

significativa entre os parâmetros ajustados para os dois grupos de carga. A partir dos dados da Tabela 6.1 pode-se concluir que as descidas bruscas retardaram mais que as sobrecargas. Esta análise concorda com os dados obtidos por Dohl & Roth (1979), pois a descida brusca pode ser considerada como um grande número de ciclos de sobrecarga.

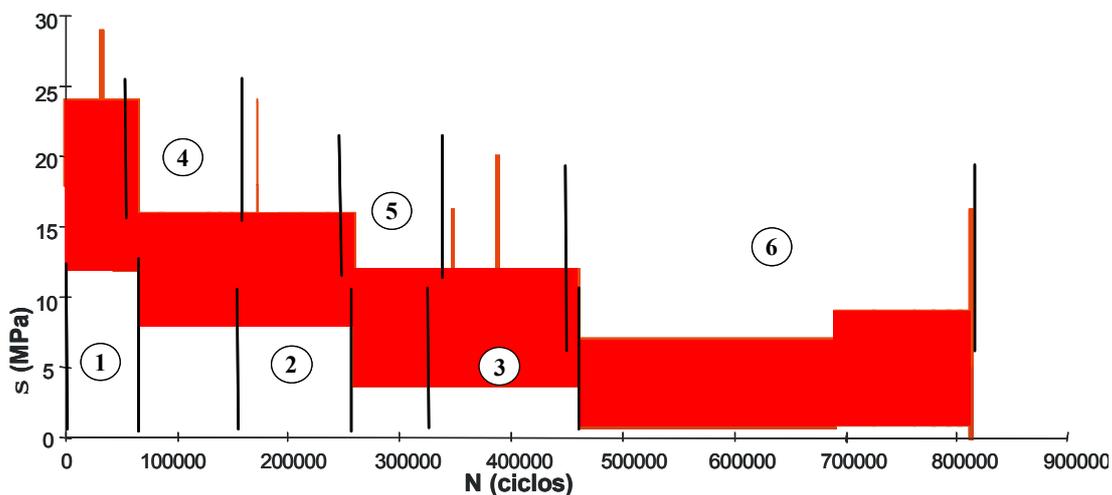


Figura 6.26 – Divisão da história de carregamento em blocos de carga.

Tabela 6.1 – Parâmetros de retardo para as sobrecargas e para as descidas bruscas.

	Sobrecargas	Descida Brusca
Fechamento Constante K_{OP}	0.22	0.37
Wheeler g	0.11	0.8
Newman a	3	1.7
Willenborg	xxx	xxx

Comparando todos os modelos ajustados nas Figuras 6.27 a 6.30, pode-se concluir que os modelos do Fechamento Constante de Wheeler modificado apresentaram boas previsões quando usados com esta técnica de dividir o carregamento complexo em blocos mais simples. O modelo de Newman só ajustou as sobrecargas no seu limite superior ($a = 3$) e, mesmo assim, não teve um desempenho tão bom quanto o dos dois primeiros modelos. O último modelo, Willenborg, não tem parâmetros ajustáveis e não apresenta bons resultados. Por fim, o bloco final da história de carregamento (bloco 6) não foi muito bem

ajustado por nenhum dos modelos de retardo, provavelmente porque a magnitude da sua descida brusca foi bem maior do que a dos blocos 4 e 5.

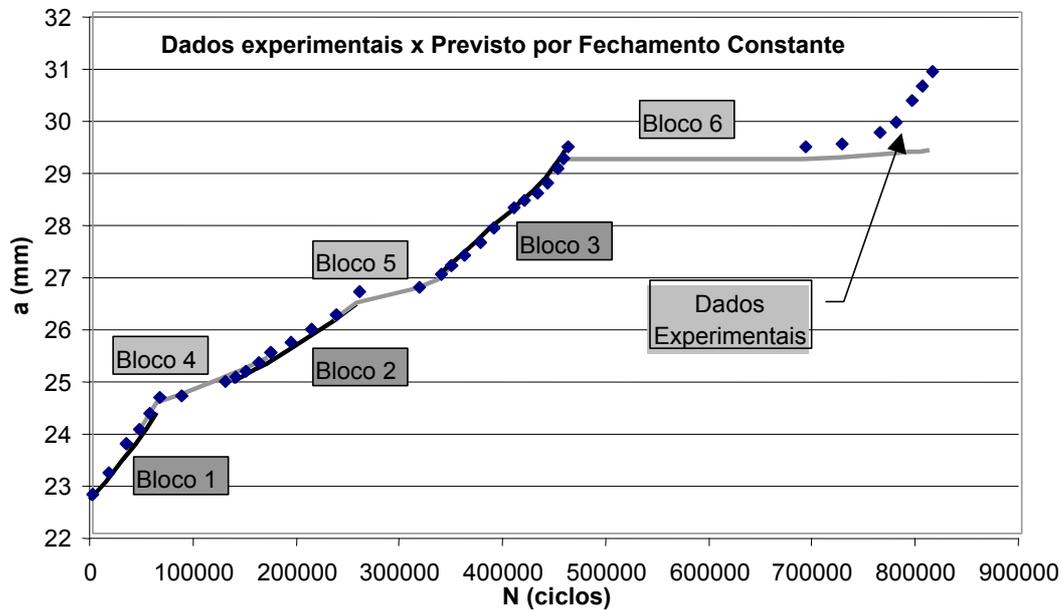


Figura 6.27 – Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo do Fechamento Constante, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.

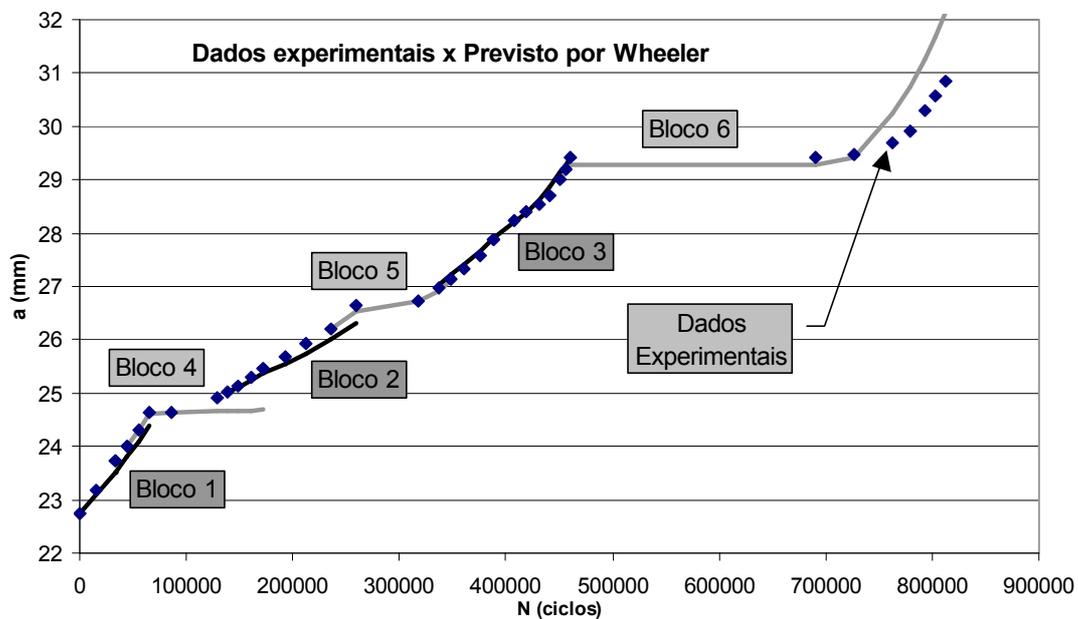


Figura 6.28 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Wheeler modificado, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.

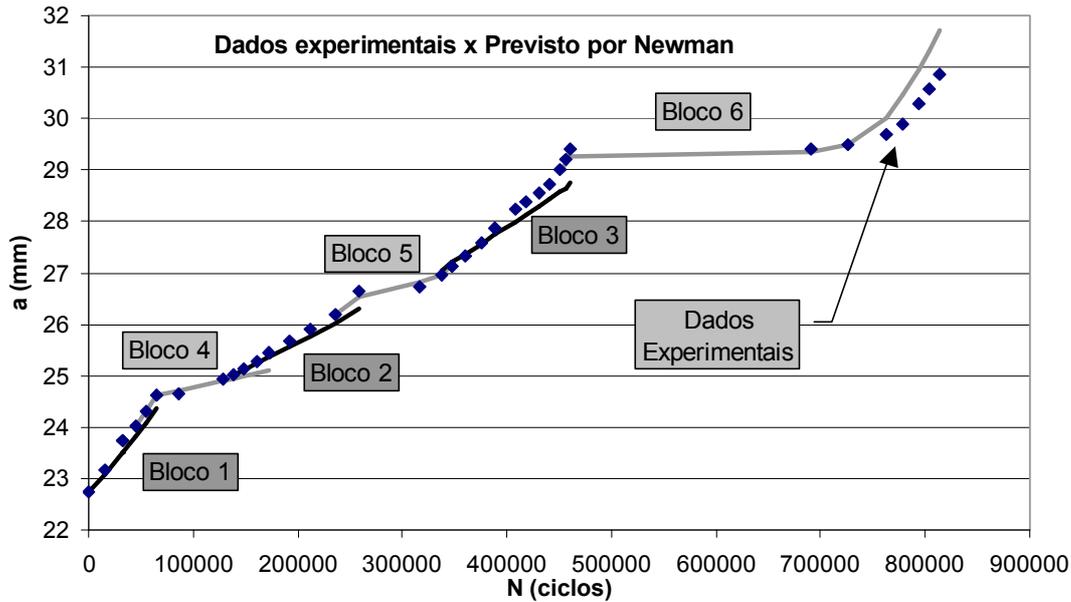


Figura 6.29 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Newman, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.

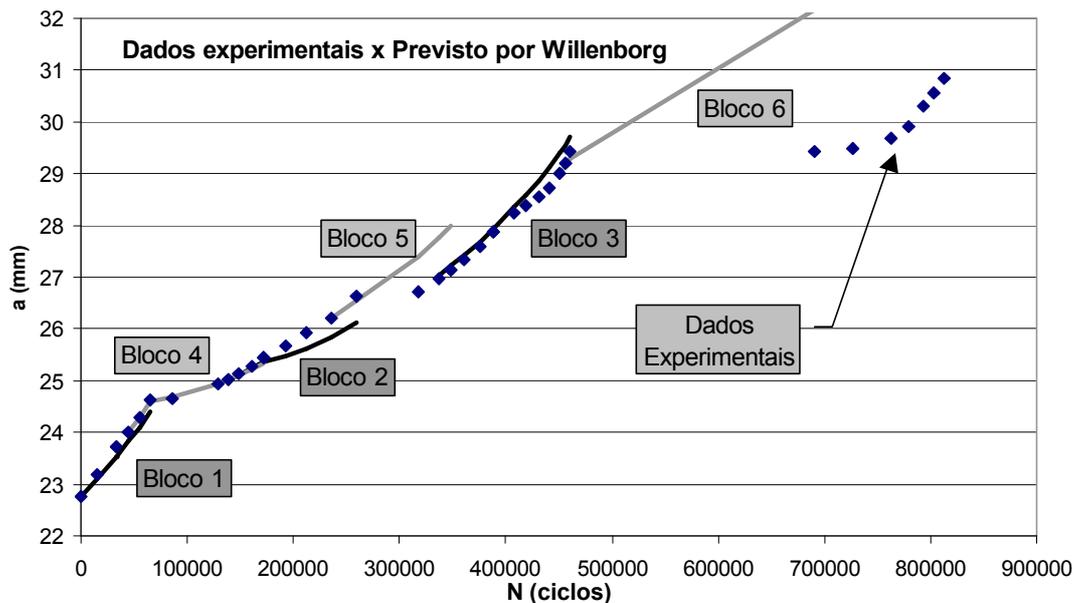


Figura 6.30 - Dados experimentais ajustados numericamente pelo modelo de retardo de Willenborg, após dividir a carga complexa em blocos mais simples.

Algumas explicações podem ser dadas para os resultados da Tabela 6.1. Em todos os casos, é previsto um aumento da carga de abertura após a descida brusca, devido ao grande número de sobrecargas associadas que aumentam o efeito de retardo, em contraste ao caso de sobrecargas únicas. Por esse motivo, nos modelos de Fechamento Constante e Wheeler Modificado, os valores dos parâmetros de retardo são maiores para o caso de descida brusca devido a um valor maior da

carga de abertura da trinca. No modelo de Newman isto também ocorreu, porém o aumento da carga de abertura foi artificialmente modelado ajustando-se um menor valor para a constante da restrição 3D. Este menor valor da restrição 3D estaria associado, em uma história de amplitude constante, a um espécime próximo do estado plano de tensões, cujas maiores zonas plásticas de fato aumentariam a carga de abertura, gerando maior retardo. O modelo de Willenborg não consegue simular adequadamente ambos os casos de carga porque a taxa de crescimento da trinca do material é pouco sensível a variações de R na faixa de trabalho onde foram aplicadas as cargas.

Estes resultados experimentais indicam que a modelagem dos efeitos de retardo em fadiga sob cargas de amplitude variável usando os modelos apresentados, apesar de sua grande importância prática, ainda é deficiente. Entretanto, soluções “de engenharia” como a usada acima, baseadas no conhecimento da fenomenologia do processo e em medidas de “bom senso”, podem melhorar o desempenho das previsões e devem ser usadas enquanto não houver modelos mais precisos disponíveis.

Deve-se enfatizar que a observação acima não significa que todas as previsões de vida residual à fadiga sejam inaceitáveis. O problema físico é que é realmente complexo. Como muitos mecanismos podem alterar a taxa de propagação da trinca sob cargas de amplitude variável, é improvável que um único modelo possa descrevê-los todos de forma eficiente. Por isso, a grande maioria dos modelos disponíveis se concentra no mecanismo mais importante, o fechamento induzido por plasticidade. Visando contribuir um pouco para este estudo, abaixo se discute brevemente o problema do retardo causado por bifurcações da trinca de fadiga após sobrecargas.

6.5 Retardo Devido à Bifurcação da Trinca

A bifurcação de trinca foi apresentada na Seção 5.2.1 do Capítulo 5, onde foi detalhado o uso do programa **Quebra2D** para a modelagem do crescimento de trincas bifurcadas não-simétricas. Nesta seção, os dados obtidos via EF são usados apenas para traçar alguns comentários sobre o retardo na propagação da trinca do CP $ESE(T)$ da seção anterior, após a sobrecarga de 50 % sobre o K_{max} do

carregamento constante do bloco 2 da Figura 6.25, que ocorreu em $a = 25.55 \text{ mm}$ e bifurcou a trinca. A Figura 6.30 mostra os ramos dessa trinca bifurcada. O menor deles pára de propagar e o outro continua propagando até sair dos efeitos da trinca bifurcada.

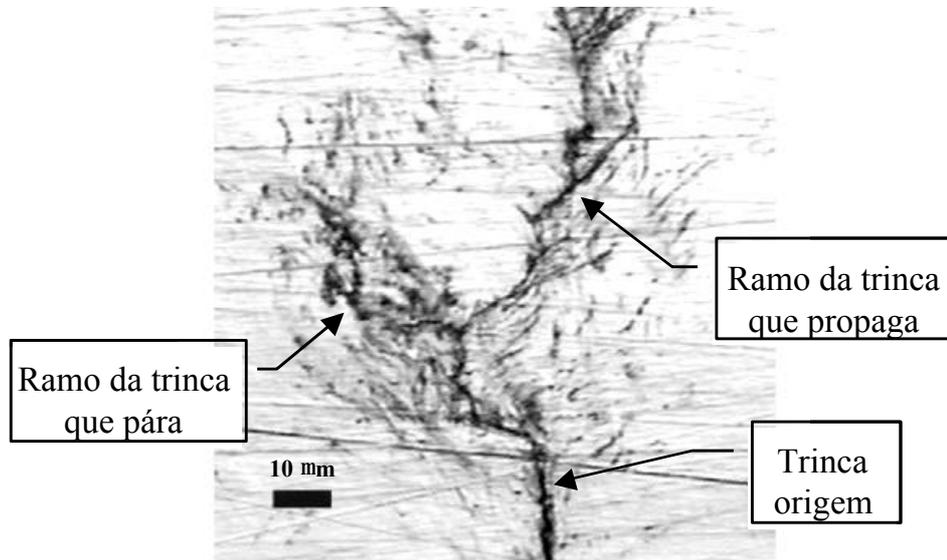


Figura 6.31 – Bifurcação de trinca no CP ESE(T), no comprimento $a = 25.55 \text{ mm}$.

Enquanto o ramo maior da trinca recebe influência do ramo menor, há uma diminuição no seu fator de intensidade de tensões. Pôde-se obter uma curva da Figura 5.14 considerando o ângulo entre os ramos das trincas $2\alpha = 150^\circ$. Nessa curva o valor do fator de intensidade de tensões cai aproximadamente 55% do valor da trinca reta e depois sobe para 75%. A trinca da Figura 6.30 estava submetida a um $DK \gg 19 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ que representa um $da/dN \gg 1.3 \times 10^{-8}$ (Figura 6.24). Para 55% do valor tem-se um $da/dN \gg 1.4 \times 10^{-9}$ e para 75% tem-se um $da/dN \gg 1.1 \times 10^{-8}$. Isso significa que o ramo maior da trinca vai crescer com uma taxa de propagação menor que da trinca reta.

O objetivo desta seção não é fazer análise à fadiga da trinca bifurcada, mas somente levantar a questão para trabalhos futuros. O retardo da trinca da Figura 6.31 foi analisada na seção anterior sem a consideração da bifurcação da trinca. O quanto esse efeito é significativo, em termos de vida à fadiga, vai justificar a importância de se considerar explicitamente os efeitos da bifurcação na análise das cargas de amplitude variável.

7 Conclusão

Uma metodologia eficiente e segura é proposta para prever a propagação de trincas de fadiga sob carregamento de amplitude variável em estruturas bidimensionais com geometria 2D complexa. Primeiro, o caminho da trinca (em geral curvo) e os fatores de intensidade de tensão $K_I(a)$ e $K_{II}(a)$ ao longo do comprimento da trinca a são calculados num programa de elementos finitos especialmente desenvolvido para este fim, chamado **Quebra2D**. Estes cálculos são feitos usando pequenos incrementos especificáveis no tamanho da trinca e técnicas de remalhamento automatizadas. Os valores de $K_I(a)$ são usados como dados de entrada num programa de previsão de vida à fadiga, o **ViDa**. Esse programa foi desenvolvido para prever a iniciação e a propagação de trincas 1D e 2D sob carregamento complexo por todos os métodos clássicos, incluindo SN , eN e IIW (estruturas soldadas) para a iniciação da trinca, e o método da/dN para a propagação. Em particular, o módulo que propaga a trinca aceita qualquer expressão de $K_I(a)$ e qualquer regra da/dN , e usa o método DK_{rms} ou CCC (crescimento ciclo-a-ciclo) para prever a propagação de trincas uni e bidimensionais sob carregamento de amplitude variável.

A análise numérica proposta foi verificada através de vários experimentos representativos, cuja metodologia experimental é discutida em detalhes.

7.1 Principais Contribuições Originais

A principal contribuição deste trabalho é a proposta de um procedimento numérico para automatizar a previsão da vida à fadiga de peças 2D trincadas utilizando os programas **Quebra2D** e **ViDa**. Primeiro, o **Quebra2D** é usado para calcular o caminho da trinca, em geral curvo, e o fator de intensidade de tensão ao longo de seu comprimento. Uma expressão analítica é ajustada para descrever o fator de intensidade de tensões ao longo comprimento da trinca, a qual é usada como um dado de entrada no **ViDa**, que ataca o problema de fadiga pela

metodologia local. Finalmente, a história do carregamento variável é eficientemente tratada pela integração direta regra de propagação, considerando os efeitos de retardo causados por sobrecargas caso necessário.

Dois outros usos eficientes e práticos do programa **Quebra2D** foram também apresentados: a predição do caminho de trincas de fadiga bifurcadas e a obtenção de equações para a medição do tamanho de trinca pelo método da variação da flexibilidade em testes de fadiga. A geração da malha EF e a modelagem das trincas bifurcadas é particularmente não trivial, pois a parte bifurcada em geral tem um tamanho muito pequeno comparado aos parâmetros geométricos da peças.

Outra parte muito importante deste trabalho foi a validação dos procedimentos numéricos através de resultados experimentais confiáveis. Usou-se CPs SENB e CTS modificados para estudar os casos de carregamentos simples e trincas curvas. Os caminhos das trincas modelados via EF em geral concordaram muito bem com os caminhos obtidos experimentalmente. Também foi mostrado que pequenas modificações na geometria do CP podem gerar caminhos muito diferentes para a trinca. As previsões numéricas e experimentais de vida a fadiga foram também comparadas, em geral com boa concordância.

Foram testados dois CPs sob carregamentos variáveis: um CTS padrão para propagar uma trinca reta e outro CTS modificado para propagar uma trinca curva. Os parâmetros de retardo de vários modelos de interação entre os ciclos de cargas complexas foram obtidos da história de propagação da trinca reta. Em seguida, esses parâmetros foram usados para prever a vida à fadiga da trinca curva, com excelentes resultados.

Entretanto, os modelos de interação entre cargas não conseguem simular por completo os resultados reais de todos os testes. Por isso, foram estudadas algumas das suas deficiências.

Por fim, um modelo alternativo é proposto para explicar os retardos de trinca. Resultados obtidos por EF mostraram que o retardo provocado por bifurcação pode ser bastante expressivo.

7.2 Principais Realizações

O programa **Quebra2D** vem sendo desenvolvido durante anos ao longo da linha de pesquisa da Computação Gráfica Aplicada da PUC/Rio-Engenharia Civil. Nele estão inseridos trabalhos sobre análise auto-adaptativa de elementos finitos (Cavalcante Neto, 1998), geração automática de malha (Miranda, 1999), calculadores de fatores de intensidade de tensão (Araújo, 1999) e estimadores da direção de propagação da trinca (Carvalho, 1998). Apesar de suas respostas estarem de acordo com resultados obtidos experimentalmente e na literatura, o programa em si não apresentava robustez e organização de código. Em vista disso, o código foi revisto para obter as seguintes melhorias:

- Organização do programa em módulos reutilizáveis e independentes. Esses módulos foram divididos em estrutura de dados da malha de elementos finitos, visualização de malha de EF, geração de malha de EF, topologia da malha, calculadores de fatores de intensidade de tensões, tipos de rosetas de ponta de trinca, estrutura de dados do modelo geométrico, visualização do modelo geométrico, interface com o usuário. A maioria desses módulos foi reescrita em programação orientada a objetos, que é uma filosofia de programação mais moderna.

- Construção de um Editor para o programa **Quebra2D**. Este programa inclui toda a interface necessária para a coleta de primitivas gráficas para a construção do modelo de elementos finitos e seus atributos, como cargas, materiais, restrições de apoio, etc.

- Substituição de uma tolerância estática por tolerâncias dinâmicas. Dentro do programa existia uma tolerância estática, um valor fixo de 10^{-6} que realizava o teste se um ponto se encontrava na mesma posição geométrica. Um tipo de tolerância como este funciona apenas para certos casos. Agora a tolerância é função do tamanho geométrico do modelo e é proporcional à menor aresta do modelo de EF ou da quadratura de tolerância da tela gráfica. Logo, assim que a malha de elementos finitos é redefinida a tolerância muda automaticamente para refletir a discretização do novo modelo. Isto permite um funcionamento mais global para uma gama maior de modelos.

– Organização do código C e Lua. O programa **Quebra2D** utiliza uma interface com usuário que é baseada na linguagem Lua (Ierusalimschy, 1996). Tudo o que se refere à interface com o usuário deveria ser programado em Lua. Porém, o programa misturava códigos de interface em linguagens C e Lua. Uma reorganização foi feita a fim de manter apenas o código Lua comandando a interface com usuário. Isto torna o código C, em parte, independente de como é construído o ambiente de interface. Apenas uma camada de comunicação é montada para os códigos interagirem.

– Filtros internos no programa. Foram inseridos filtros dentro do programa para avaliar os dados de entrada e saída. Caso um haja algum erro dos dados internos, o programa tenta fazer a correção necessária, isto é, tentar validar os dados. Por exemplo, se o laço de curvas do dado de entrada estiver trocado, o programa o coloca na posição correta.

Com relação à parte experimental, foram realizadas algumas tarefas com a finalidade de colocar o sistema em funcionamento. Isto porque, a princípio, a máquina de teste MTS não funcionava de modo estável e o sistema, como um todo, apresentava super-aquecimento do óleo. As seguintes tarefas foram realizadas :

- Troca do óleo que circula no sistema.
- Substituição e limpeza dos filtros de óleo.
- Substituição da torre de resfriamento que permite fazer o resfriamento da água que faz a troca de calor com o óleo do sistema de ensaio. Se o resfriamento não é feito de modo eficiente há super-aquecimento do óleo e por consequência o desligamento do sistema.
- Confeção de acessórios a serem utilizados no ensaio, como parafusos, extensores e tiradores de folga.
- Instalação e calibragem de uma nova célula de carga de duas toneladas para ser utilizada nos ensaios com carga baixa.

7.3

Sugestões para Trabalhos Futuros

Dentre as várias possibilidades de trabalhos futuros são sugeridos:

- Realizar alguns ensaios para verificação mais detalhada dos modelos de interação entre cargas. Esse trabalho deve avaliar a aplicabilidade e a validade dos modelos de retardo usando vários tipos de carregamentos.
- Estudo de trincas elasto-plásticas. Para esse estudo será necessário fazer algumas implementações no **Quebra2D** e, como foi feito neste trabalho, validações experimentais.
- Implementação dos procedimentos numéricos de cálculo de fatores de intensidade de tensões e direção de propagação de trincas em cascas.
- Aprofundar o estudo das trincas bifurcadas.

8 Referências bibliográficas

ANDERSON, T.L. **Fracture Mechanics**, CRC, 1995.

ARAÚJO, T.D.P. “**Análise Elasto-Plástica Adaptativa de Estruturas com Trincas**”, Dissertação de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil, 1999.

ASTM. *Standard ASTM*, E647, 1999.

BANKS-SILLS, L. E SHERMAN, D., “**Comparison of Method for Calculating Stress-Intensity Factors with Quarter-Point Elements**”, International Journal of Fracture Mechanics, v. 32, 1986, pp.127-140.

BARSON, J.M. E ROLFE, S.T., **Fracture and Fatigue Control in Structures**, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.

BARSOUM, R. S., “**On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 10, 25-37, 1976.

BARSOUM, R. S., “**Triangular Quarter-point Elements as Elastic and Perfectly-plastic Crack Tip Elements**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11, 95-98, 1977.

BITTENCOURT, T.N., WAWRZYNEK, P.A., INGRAFFEA, A.R., AND SOUSA, J.L.A., “**Quasi-Automatic Simulation of Crack Propagation for 2D LEFM Problems**”, Engineering Fracture Mechanics, v. 55, 1996, pp. 321-334.

BROEK, D., **Elementary Engineering Fracture Mechanics**, 4th ed., Martinus Nijhoff 1986.

BROEK, D., **The Practical Use of Fracture Mechanics**, Kluwer 1988.

BUI, H.D., “**Associated Path Independent J-Integrals for Separating Mixed Modes**”, Journal of Mechanics & Physics Solids, v. 31, 1983, pp. 439-448.

CARVALHO, C. V. A., “**Simulação Bidimensional Adaptativa por Elementos Finitos de Processos de Fraturamento por Fadiga**”, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, 1998.

CASTRO, J.T.P., MEGGIOLARO, M.A. **Fadiga sob Cargas Reais de Serviço**, PUC-Rio 2003 (em publicação)

CASTRO, J.T.P. AND PARKS, D.M., “**Decrease in Closure and Delay of Fatigue Crack Growth in Plane Strain**”, Scripta Metallurgica, v.16, 1982, pp.1443-1445.

CAVALCANTE NETO, J. B. - “**Geração de Malha e Estimativa de Erro para Modelos Tridimensionais de Elementos Finitos com Trincas**”, Dissertação de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC/Rio, 1998.

CHAN, S. K., TUBA, I. S. and WILSON, W. K., “**On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics**”, Engineering Fracture Mechanics, 2, 1-17, 1970.

CHEN, K.L. E ATLURI, N., “**Comparison of Different Methods of Evaluation of Weight Functions for 2D Mixed-Mode Fracture Analysis**”, Engineering Fracture. Mechanics, v. 34, 1989, pp. 935-956.

CHEW, L. P., “**Constrained Delaunay Triangulation**”, Algorithmic, 4, 97-108, 1989

DALLY, J. W., RILEY, W. F., **Experimental Stress Analysis**, McGrawHill, 1991.

DIVENAH, L. AND BEAUFILS, J. Y., “**Large Commercial Aircraft Loading Spectra. Overview and State of the Art**”, *Symposium on Fatigue Testing and Analysis under Variable Amplitude Loading Conditions*, Tours, France, 2002.

DODDS, R.H. JR. E VARGAS, P.M., “**Numerical Evaluation of Domain and Contour Integrals for Nonlinear Fracture Mechanics**”, Report, Dept. of Civil Engineering, U. of Illinois, Urbana-Champaign, 1988.

DOWLING, N.E., **Mechanical Behavior of Materials**, Pretice-Hall, Inc., New Jersey, 1999.

DURÁN, J. A. R., “**Modelos de Acúmulo de Dano por Plasticidade Cíclica para Previsão de Taxas de Propagação de Trincas de Fadiga**”, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Engenharia Metalurgica e de Materiais, 2001.

EISCHEN, J.W., “**An Improved Method for Computing the J2 Integral**”, Engineering Fracture Mechanics, v. 26, 1987, pp. 691-700.

ELBER, W. “**The Significance of Fatigue Crack Closure**”, ASTM STP 486, 1971.

ERDOGAN, F. E SIH, G.C., “**On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear**”, Journal of Basic Engineering, v. 85, 1963, pp. 519-527.

FELIPPA, C. A., “**A Historical Outline of Matrix Structural Analysis: A Play in Three Acts**”, Computers & Structures, v. 79, 2001, p. 1313-1324 .

FORMAN, R.G., “**Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures**”, Journal of Basic Engineering, v. 89, 1967, pp. 459-464.

GRIFFITH, A.A., “**The Phenomena of Rupture and Flow in Solids**”, Philosophical Transactions, v. 221, 1920, pp. 163-198.

HARROP, L. P., “**The Optimum Size of Quarter-point Crack Tip Elements**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 17, 1101-1103,

1982.

HELLEN, T. K., “**A Novel Approach to Crack-tip Singularity Solutions**”, Computers & Structures, 22, 743-747, 1986.

HENSHELL, R. D. and SHAW, K. G., “**Crack Tip Finite Elements are Unnecessary**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 9, 495-507, 1975.

HUDSON, C.M., “**A Root-Mean-Square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading**”, ASTM STP 748, 1981, pp.41-52.

HUSSAIN, M.A., PU, S.U., E UNDERWOOD, J. “**Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and II**”, ASTM STP 560, 1974, pp. 2-28.

INGLIS, C. E., “**Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corner**”, Transactions of the Institute of Naval Architects, Vol. 55, 1913, pp.219-241.

INGRAFFEA, A. R. and MANU, C., “**Stress-intensity factor computation in the three dimensions with quarter-point elements**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 15, 1427-1445, 1980.

IRWIN, G. R., “**Fracture Dynamics**”, Fracturing of Metals, American Society for Metals, 1948, pp.147-166.

IRWIN, G. R., “**Onset Of Fast Crack Propagation in High Streght Steel and Aluminum Alloys**”, Sagamore Reseach Conference Proceodings, v. 2, 1956, pp.289-305.

IRWIN, G. R., “**Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate**”, Jornal of Applied Mechanics, v. 24, 1957, pp.361-364.

KIENZLER, R. AND KORDISCH, H., “**Calculation of J1 and J2 Using the L and M Integrals**”, International Journal of Fracture, v. 43, 1990, pp. 213-225.

KNOWLES, J.K. AND STERNBERG, E., “**On a Class of Conservation Laws in Linearized and Finite Elastostatics**”, Archives for Rational Mechanics & Analysis, v. 44, 1972, pp. 187-211.

LANKFORD, J., DAVIDSON, D.L., “**The Effect of Overloads upon Fatigue Crack Tip Opening Displacement and Crack Tip Opening/Closing Loads in Aluminum Alloys**”. In Advances in Fracture Research, Pergamon Press, Oxford 1981;2:899-906.

LIN, S. C. and ABEL, J. F., “**Variational Approach for a New Direct-integration Form of the Virtual Crack Extension Method**”, International Journal of Fracture, 38, 217-235, 1988.

LYNN, P. P. and INGRAFFEA, A. R., “**Transition Elements to Be Used with Quarter-point Crack-tip Elements**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 12, 1031-1036, 1978.

MEGGIOLARO, M.A. E CASTRO, J.T.P., “**ViDa 98 – a Visual Damagemeter**

to **Automatize the Fatigue Design under Complex Loading**”, Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, v. 20, 1998, pp. 666-685.

MIRANDA, A.C.DE O., CAVALCANTE NETO, J.B., MARTHA, L.F., “**An Algorithm for Two-dimensional Mesh Generation for Arbitrary Regions with Cracks**”, SIBGRAPI'99 – XII Brazilian Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision, UNICAMP/SBC, Campinas, SP, Out. 1999, IEEE Computer Society Order Number PRO0481, ISBN 0-7695-0481-7, Eds.: J. Stolfi & C. Tozzi, 1999, pp. 29-38.

MTS, **TestStarII – Control System – Reference Manual**, MTS, 1996.

MURAKAMI, Y., **Stress Intensity Factors Handbook**, Pergamon Press, New York, 1987.

NIKISHKOV, G.P. E ATLURI, S.N., “**Calculation of Fracture Mechanics Parameters for an Arbitrary Three-Dimensional Crack by the Equivalent Domain Integral Method**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 24, 1987, pp.1801-1821.

NELSON, D.V. AND FUCHS, H.O., “**Predictions of Cumulative Fatigue Damage Using Condensed Load Histories**”, in Fatigue Under Complex Loading, SAE 1977.

OROWAN, E., “**Fracture and Strength of Solids**”, Reports on Progress in Physics, v. XII, 1948, pp.185.

PARIS, P.C. AND ERDOGAN, F., “**A Critical Analysis of Crack Propagation Laws**”, Journal of Basic Engineering, v. 85, 1960, pp. 528-534.

PARIS, P.C., GOMES, M.P., AND ANDERSON, W. P., “**A Rational Analytic Theory of Fatigue**”, The Trend in Engineering, v. 13, 1961, pp. 9-14.

PAULINO, G.H., MENEZES, I.F.M., CAVALCANTE NETO, J.B., AND MARTHA, L.F., “**A Methodology for Adaptive Finite Element Analysis: Towards an Integrated Computational Environment**”, Computational Mechanics, v. 23, 1999, pp. 361-388.

PRIDDLE, E.K., WALKER, F.E., “**Effect of Grain-Size on Occurrence of Creavage Fatigue Failure in 316 Stainless-Steel**”, J. Mater. Sci., v. 11, 1976, pp. 386-388.

RAJU, I.S., “**Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements**”, Engineering Fracture Mechanics, v.28, 1987, pp.251-274.

RICE, J.R., “**A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks**”, Journal of Applied Mechanics, v. 35, 1968, pp. 379-386.

ROOKE, D.P. AND CARTWRIGHT, D.J., **Compendium of Stress Intensity Factors**, Her Majesty's Stationary Office, London, 1976.

RYBICKI, E.F. E KANNINEN, M.F., “**A Finite Element Calculation of Stress-**

Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral", Engineering Fracture Mechanics, v. 9, 1977, pp.931-938.

SAOUMA, E. V. and SCHWEMMER, D., "**Numerical Evaluation of the Quarter-point Crack Tip Element**", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 20, 1629-1641, 1984.

SHIH, C.F., DE LORENZI, H.G., E GERMAN, M.D., "**Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements**", International Journal of Fracture, v.12, 1976, pp.647-651.

SIH, G.C., "**Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems**", International Journal of Fracture Mechanics, v. 10, 1974, pp. 305-321.

SURESH, S., **Fatigue of Materials**, Cambridge 1998.

TADA, H., PARIS, P.C., AND IRWIN G. R., **The Stress Analysis of Cracks Handbook (2nd Ed.)**, Paris Productions, Inc., St. Louis, 1985.

TRACEY, D. M., "**Finite Elements for Determination of Crack Tip Elastic Stress Intensity Factors**", Engineering Fracture Mechanics, v. 3, 1971, pp. 255-265.

YEHIA, N. A. B. and SHEPHARD, M. S., "**On the Effect of Quarter-point Element Size on Fracture Criteria**", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 21, 1911-1924, 1985.

WALKER, E.K., "**The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum**", ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, Philadelphia 1970.

WILLIAM, G.R., "**On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack**", Journal of Applied Mechanics, v. 24, 1957, pp. 109-114.

ZIENKIEWICZ, O. C., HUANG, G. C. and LIN, Y. C., "**Adaptive FEM Computation of Forming Processes – Application to Porous and Non-porous Materials**", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 30, 1527-1553, 1990.

ZHU, W. X. and SMITH, D. J., "**On the Use of Displacement Extrapolation to Obtain Crack Tip Singular Stress and Stress Intensity Factors**", Engineering Fracture Mechanics, 51, 391-400, 1995.