TOPOLOGY OPTIMIZATION MODEL AND RELIABILTY CRITERION FOR DESIGN AND ANALYSIS OF COMPLEX D-REGIONS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

João da Costa Pantoja[c], Luiz Eloy Vaz[a], Luiz F. Martha[b] e Jocinez N. Lima[c]

[a]*Department of Civil Engineering, Federal Fluminense University, Rua Passo da Pátria, 156, Bloco D, sala 468, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ, Brazil, http://www.engenharia.uff.br*

[b]*Department of Civil Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, 22453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, www.civ.puc-rio.br*

[c]*Department of Civil Engineering, University Center of Brasília-UNICEUB, Campus – SEPN 707/907 Campus do CEUB Asa Norte, 70790-075, Brasília, DF, Brazil, www.uniceub.br*

Keywords: Reliability, Strut-and Tie Model, Concrete Structures.

Abstract. This paper shows a methodology for reliability analysis of reinforced concrete structures applying the strut-and-tie models based on experimental results. FORM and Crude Monte Carlo formulations are used to calculate the reliability index and probability of failure of modes, considering both safety and ductile behavior of the strut-and-tie model. A large number of experimental results obtained by others researches are used for calibration of model uncertainties factors applied during reliability analysis. An example of design of a deep beam using reliability analysis for validation of safety and ductility aspects is presented.

1 INTRODUÇÃO

O projeto de vigas parede via o modelo de bielas e tirantes, está presente nas orientações do ACI 318-05. A utilização desses conceitos permite ao projetista estrutural predizer a capacidade de carga para vários tipos de vigas e vigas paredes com diferentes arranjos geométricos inclusive furos. Contudo, resultados experimentais demonstraram que a carga resistente das estruturas de concreto armado e sua correspondente estimativa através do ACI 318-05 são diferentes. Collins e Kuchma (1999) mostraram experimentalmente que o código ACI 318-05 (2007) subestima a capacidade ao cisalhamento de vigas paredes de concreto armado. Quando isso acontece, a estrutura será dimensionada com seções demasiadamente grandes e, conjuntamente, taxas de armadura pequenas. Sendo assim, é necessário melhorar as investigações de projetos desse tipo de estrutura.

O principal objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia baseada em confiabilidade para análise e projeto de vigas paredes de concreto armado via modelo de bielas e tirantes. A metodologia proposta permite que as principais incertezas presentes no projeto estrutural de vigas paredes sejam incorporadas ao processo de dimensionamento da estrutura. Além disso, a análise de confiabilidade proposta estima as probabilidades de falha associadas com cada mecanismo de falha da viga parede, o que permite ao projetista estrutural verificar uma maior ou menor probabilidade de ocorrência de um determinado modo de falha propondo então modificações de projeto que direcionem para um modo de falha desejado. Para demonstrar a aplicabilidade da metodologia, uma viga parede testada experimentalmente é analisada. A modelagem das variáveis aleatórias, responsáveis pelos erros de modelagem da estrutura (epistêmicas), foi obtida, como base em resultados experimentais de 214 vigas paredes de concreto armado, ensaiadas até a ruptura e descritas na literatura por diversos pesquisadores e mostradas por Park e Kuchma (2007).

2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

A análise de estruturas de concreto armado envolve uma série de incertezas referentes as propriedades do concreto e do aço, as dimensões geométricas e a posição das armaduras, aos carregamentos atuantes e as condições de apoio. Além disso, incertezas associadas aos erros de modelo são pouco conhecidas e consideradas. Para uma análise realística do problema é necessária atenção para os valores esperados das médias e variâncias da resposta estrutural com relação aos parâmetros de projeto. Uma série de métodos para análise probabilística de estruturas tem sido estudada nos últimos anos (Haldar et al, 2000). Geralmente, os métodos mais utilizados são o método de simulação de Monte Carlo (MC) e o método analítico FORM (First Order Reliability Method). O método de Monte Carlo é o mais simples e intuitivo para consideração da análise probabilística e, por essa razão, é um método bastante utilizado. Na simulação de Monte Carlo, propriedades dos materiais, carregamentos, e outras variáveis randômicas são introduzidas via simulação digital, sem nenhuma modificação significante no algoritmo da análise determinística do problema. Além disso, o método de Monte Carlo é estatisticamente consistente e pode ser empregado para testar outras técnicas e métodos. Contudo, o método de Monte Carlo pode ser computacionalmente muito caro em problemas onde o número de graus de liberdade é muito grande levando a um número de simulações proibitivo. Em casos como esse, o método FORM tem sido amplamente empregado.

Quando se adota os critérios de projeto de estruturas de concreto armado baseados no método dos Estados Limites Últimos –ELU (NBR 6118, 2007), o nível de segurança é garantido pelo uso dos coeficientes parciais de segurança. Esses coeficientes são introduzidos com diferentes valores, de forma a aumentar ou diminuir a magnitude das variáveis

randômicas envolvidas na análise. Usualmente, carregamentos, resistência dos materiais e dimensões estruturais são as variáveis randômicas básicas consideradas no projeto. Os coeficientes parciais de segurança são introduzidos de maneira a aumentar os valores dos carregamentos e diminuir as resistências do concreto e aço. Para estruturas de concreto armado, os coeficientes de segurança cobrem as diferenças existentes entre os valores projetados e reais das dimensões nominais da peça e da resistência do concreto obtida nos ensaios dos corpos de prova.

O uso dos coeficientes de segurança, apesar de conveniente, não é suficiente para determinar o nível de segurança obtido pelo projeto. De fato, segurança depende da resposta estrutural devida à ação dos carregamentos e envolve interdependência entre todas as variáveis randômicas. Uma avaliação consistente do nível de segurança requer a determinação da probabilidade de falha da estrutura. Essa probabilidade pode ser estimada se as distribuições de probabilidade de certas variáveis randômicas que são responsáveis pela margem de segurança da estrutura sejam conhecidas. Infelizmente, isso nem sempre é possível ou mesmo prático de se obter. Uma alternativa para obtenção do nível de segurança consiste na avaliação do índice de confiabilidade da estrutura. Esse índice leva em conta todas as variáveis randômicas do problema e também a resposta da estrutura devida às ações. O índice de confiabilidade é associado à probabilidade de falha, apesar de seu relacionamento não ser explícito. Uma série de trabalhos tem sido desenvolvida para estimativa da confiabilidade de estruturas de concreto armado. Contudo, aplicações de análise de confiabilidade em modelos de bielas e tirantes é um novo campo de pesquisa em desenvolvimento.

2.1 Índice de Confiabilidade

O índice de confiabilidade das estruturas de concreto armado é uma medida do nível de segurança que leva em conta as incertezas inerentes as variáveis de projeto. Um índice de confiabilidade bastante utilizado é o índice de Hasofer e Lind (1974), definido como a menor distância do ponto de valor médio relativo às variáveis randômicas, na superfície de estado limite do espaço padrão normalizado denominado β. Sua representação na formulação matricial é:

$$\beta = \min_{x \in F} \sqrt{(x)^T (x)} \tag{1}$$

Onde o vetor x representa as n variáveis randômicas e g(x) é a região de falha.

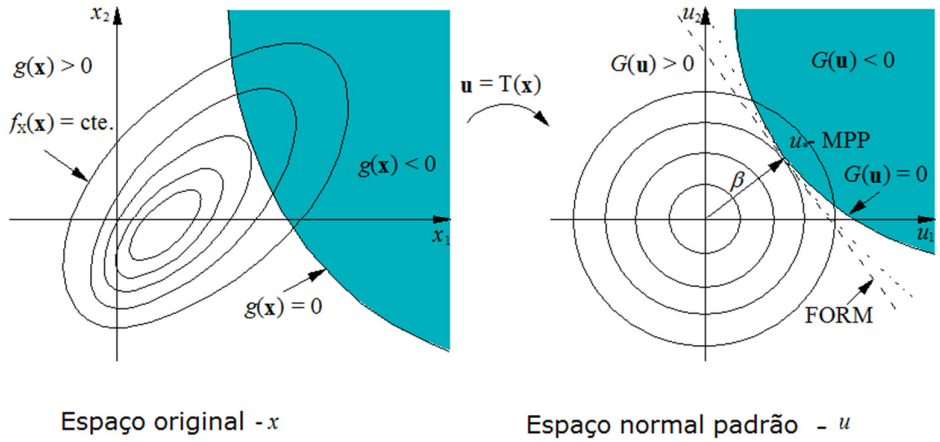

Figura 1: Procedimento de transformação do método FORM

A minimização da Equação (1) é feita sujeita à restrição $g(x) \leq 0$, onde a superfície de estado limite $g(x) = 0$, separa o domínio n dimensional das variáveis randômicas em duas regiões. Uma região de falha representada $g(x) \leq 0$ e uma região segura dada por $g(x) > 0$. Uma formulação clássica para calcular β através da Equação (1) é baseada na transformação da superfície de estado limite original numa superfície de estado limite no espaço padrão das variáveis normais reduzidas não correlacionadas, $G(u)$. A menor distancia da superfície transformada à origem das variáveis reduzidas é o índice de confiabilidade β (Fig. 1).

2.2 FORM (First Order Reliability Method)

Através do metódo FORM e do índice de confiabilidade (Melchers, 2002), é possível aproximar a probabilidade de falha na forma:

$$p_f = \Phi(-\beta_{HL}) \tag{2}$$

onde $\Phi(.)$ é a função de distribuição acumulativa de uma variável normal padrão. Nesse método, a função limite é aproximada pelo hiperplano tangente a superfície de estado limite no ponto de projeto.

2.3 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo é o mais robusto método de simulação em que amostras são geradas com respeito a função densidade de probabilidade de cada variável. Para cada amostra, a resposta do sistema é calculada. Um estimador da probabilidade de falha então é calculado por:

$$\tilde{p}_f = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(x_i) \tag{3}$$

onde *N* é o número de amostras e o estimador *I(x)* é calculado por:

$$I(x) = \begin{cases} 1 & se \quad g(x) \leq 0 \\ 0 & para \; g(x) > 0 \end{cases} \tag{4}$$

O coeficiente de variação do estimador é dado por:

$$COV(\tilde{p}_f) = \sqrt{\frac{(1 - p_f)}{p_f N}} \tag{4}$$

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Estrutura analisada

De forma a ilustrar a metodologia proposta para estimativa dos níveis de segurança e ductilidade dos modelos de bielas e tirantes, um exemplo de uma viga parede de concreto armado é apresentado e analisado, considerando as orientações do código normativo ACI 318-

05 (2007). A resistência à compressão do concreto tem seus valores incrementados para mostrar sua influência no comportamento do modelo. A geometria externa da viga parede usada nesse exemplo é mostrada na Figura 2.

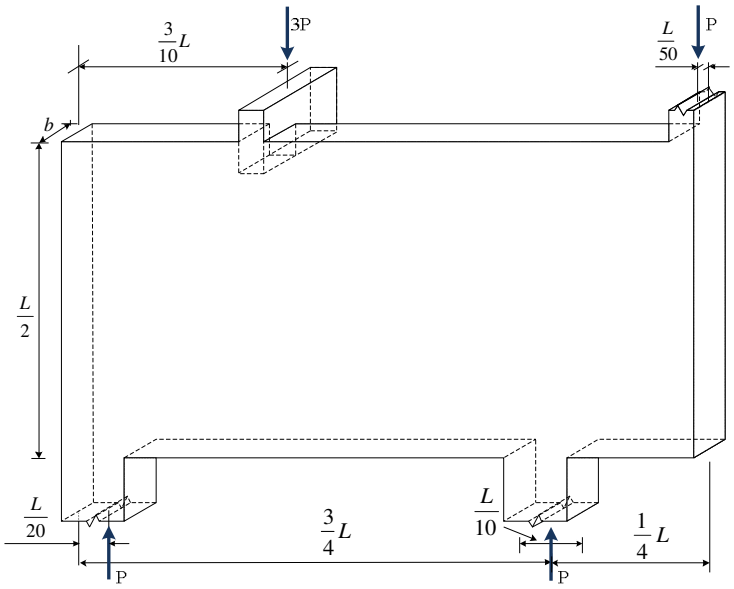

Figura 2: Dimensões e cargas utilizadas no exemplo de viga parede.

O projeto da viga parede utilizando um modelo de treliça plana é apresentado na Figura 3. O modelo de bielas e tirantes é inicialmente aproximado pelo alinhamento das bielas e tirantes com o centroide da zona de compressão e das armaduras de tração dos tirantes.

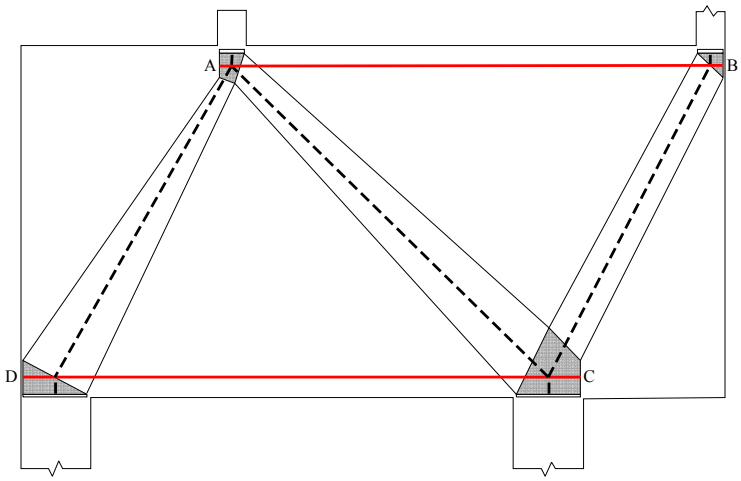

Figura 3: Modelo de bielas e tirantes baseado em otimização topológica (Pantoja et al, 2010).

A geometria nodal é baseada na dimensão dos cobrimentos, apoios e ângulos das bielas (Fig. 4). De acordo com o teorema do limite inferior da plasticidade (Schlaich et al, 1987), a capacidade do modelo de bielas e tirantes é sempre menor do que a capacidade real da estrutura desde que os seguintes requerimentos sejam obedecidos: o modelo está em

equilíbrio, existente deformação plástica suficiente para distribuição de forças de acordo com o modelo assumido e as tensões aplicadas nos elementos não deverá exceder ao limite de escoamento ou a capacidade de fluxo plástico. Para obter as funções de estado limite (JCSS, 2001), os modos de falha deverão ser identificados. Contudo, geralmente existem vários modos de falha potenciais, embora, na maioria dos casos apenas uma pequena fração desses contribuirá significantemente para probabilidade de falha. Esses modos de falha podem ser referidos como um sistema em falha do tipo em série e sua probabilidade de falha estimada tem seu valor perto da resposta real.

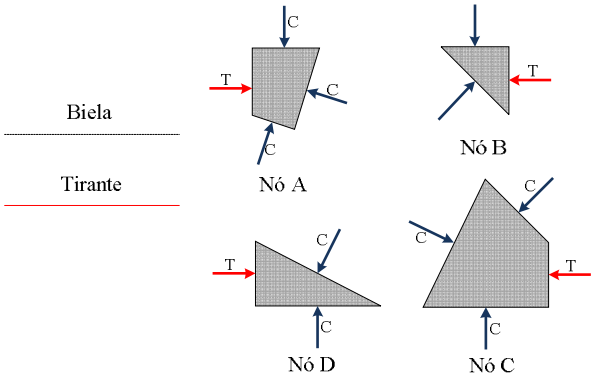

Figura 4: Representação do modelo de bielas e tirantes

3.2 Incertezas aleatórias ou randômicas

Muitos fenômenos e processos relativos de interesse em engenharia contêm incertezas. Isso significa que resultados esperados são imprevisíveis (em algum grau). Problemas desse tipo são caracterizados por dados experimentais ou de campo que contêm uma significante variabilidade representativa da incerteza natural intrínseca a esses fenômenos, isto é, as medidas observadas são diferentes em cada experimento mesmo quando o experimento for conduzido ou medido em condições aparentemente idênticas. Mesmo dentro de um conjunto de valores observados ou medidos, certos valores poderão ocorrer mais frequentemente que outros. A variabilidade inerente nesse tipo de dado ou informação é estatística por natureza, e as realizações de um valor específico ou mesmo de um conjunto de valores envolve probabilidade. Em geral, esse tipo de formulação é considerado através de variáveis básicas que são mais relevantes ao problema. Então, equações de estado limites específicas são desenvolvidas para representar cada modo de falha da estrutura. O calculo do modelo para cada estado limite considerado deve conter um específico conjunto de variáveis básicas, ou seja, quantidades físicas que caracterizem ações e influências do meio ambiente, além de quantidades de materiais e geométricas. Considera-se que as variáveis básicas carreguem toda a informação necessária ao cálculo do modelo. Cada variável básica é definida pelo número de parâmetros do tipo, média, desvio padrão, tipo de distribuição de probabilidade, parâmetros de correlação entre as variáveis etc.

Considerando o problema da viga parede apresentado, quatro variáveis básicas são consideradas: duas representando as incertezas devidas aos materiais (concreto e aço) e duas outras representando as incertezas devido aos carregamentos (permanente e acidental). Na Tabela 1 os parâmetros estatísticos associados as variáveis básicas são mostrados. As orientações utilizadas nesse trabalho foram tiradas do JCSS (2001).

Tabela 1 - Propriedades estatísticas do modelo

Variável aleatória	Distribuição	Média(KN)	δ
Carga Permanente	Normal	136	0.03
Carga Acidental	Gumbel	204	0.30
Resistência à Compressão do concreto	Lognormal	fcm(*)	0.17
Tensão de Escoamento	Lognormal	41.2	0.05

(*) Variável

3.3 Incertezas epistêmicas

Em engenharia, são muito utilizados modelos idealizados do mundo real em análises e estimativas, com o propósito de tomar decisões ou planejamentos e desenvolvimento de critérios para o projeto de sistemas estruturais. Esses modelos idealizados, que podem ser modelos matemáticos, de simulações ou mesmo de laboratório, são representações imperfeitas do mundo real (Ang e Tang, 2007). Consequentemente, os resultados da análise, estimativa ou predição obtidos com base nesses modelos são imprecisos, pois contém incertezas. Esses tipos de incertezas são baseados no conhecimento e são denominadas de incertezas do tipo epistêmicas. Frequentemente, a incerteza epistêmica pode ser mais significante do que a incerteza aleatória ou randômica de um parâmetro de projeto. Uma vez feita a predição ou estimativa com um modelo idealizado, o objetivo é invariavelmente obter uma quantidade específica de interesse, que pode ser um valor médio ou valor mediano de uma variável. Sendo assim, na consideração da incerteza epistêmica é razoável na prática limitar nossas considerações de acurácia aos valores centrais estimados ou calculados, como valores médios ou medianos.

$$\mathrm{T} = \mathrm{G}(\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, .., X_i)$$

onde T é o resultado do modelo, G é a função representativa do modelo e $\mathrm{X_i}$ as variáveis básicas do problema. De fato, a função representativa do modelo G normalmente será inexata. Então, a diferença entre a estimativa do modelo e a realidade do experimento pode ser escrita como se segue:

$$\mathrm{T} = \mathrm{G}'\left(\mathrm{X}_1, .., \mathrm{X_i}, \theta_1, .., \theta_\mathrm{j}\right)$$

Os parâmetros denominados θ_j são referidos aos parâmetros que contêm as incertezas de modelo e das variáveis randômicas. Suas propriedades estatísticas são derivadas de experimentos ou observações. A média desses parâmetros deverá ser determinada com base no cálculo do modelo calibrado pelas estimativas obtidas via resultados experimentais. Na Tabela 2, os parâmetros referentes às incertezas epistêmicas consideradas no problema apresentado são mostrados. A metodologia adotada usa os valores de média e coeficiente de variação relatada por diversos pesquisadores, e adotada por Park e Kuchma (2007) no cálculo da capacidade portante de viga paredes de 214 vigas paredes de concreto armado utilizando as orientações do código normativo americano ACI 318-05.

Tabela 2 - Incertezas epistêmicas ou de modelo

Variável aleatória	Distribuição	Média(KN)	δ
Incerteza da resistência	Normal	1,32 *	0,18 *
Incerteza do carregamento	Normal	1	0.05

* Obtido do modelo via resultados experimentais sem coeficientes

3.4 Metodologia de análise

A metodologia de análise desse trabalho foi planejada em dois passos. No primeiro, as condições de laboratório são simuladas de forma a comparar os resultados com os resultados obtidos pelos pesquisadores anteriormente. Os resultados referentes aos modos de falha são então verificados e o modelo numérico estocástico calibrado. Isso significa que apenas as cargas permanentes foram consideradas sem nenhuma correção relativa ao seu valor médio, uma vez que o próprio valor representa sua média. Isso é possível uma vez que as condições de carregamento são controladas dentro do laboratório. Da mesma forma, as propriedades do concreto e do aço são utilizadas como valores médios uma vez que representam valores médios obtidos em testes de laboratório.

Em um segundo passo, as condições reais de projeto são aplicadas. Isso é feito considerando que a metade do carregamento é representada pela parcela permanente (distribuição normal) e a outra metade pela parcela acidental (distribuição Gumbel). Nesse caso, os valores característicos adotados pelas resistências e pelos carregamentos têm de ser corrigidos e seus correspondentes valores médios obtidos para cada tipo de distribuição. Nesse passo, as orientações presentes no código probabilístico JCSS 2001 foram adotadas. Para isso, foram consideradas as incertezas de modelo apresentadas na Tabela 2. O método FORM foi utilizado inicialmente como uma primeira aproximação na determinação da probabilidade de falha. Em problema dessa natureza, quando um sistema em série ocorre e um número reduzido de graus de liberdade está envolvido, o método de simulação de Monte Carlo é a melhor escolha, uma vez que é mais preciso.

4 APLICAÇÃO NUMÉRICA E DISCUSSÃO

Inicialmente um valor médio de 20 MPa para resistência à compressão média do concreto é adotado conjuntamente com uma taxa de armadura no valor de 0.06% da seção transversal, para os tirantes. O valor da altura da viga parede é L/2. Um modo de falha frágil foi obtido pelo modelo numérico. Além disso, o modelo não obteve um nível de confiabilidade mínimo (Fig. 5). Essa observação é caracterizada pelos valores numéricos menores que 3.5 e 3.8 no gráfico (JCSS 2001). A taxa de armadura adotada foi obtida de forma iterativa. Esse procedimento foi necessário uma vez que não se tinha conhecimento a priori do ponto de transição entre o modo de falha dúctil e frágil. Essa região de transição é apresentada na Figura 6.

Depois disso, vários incrementos nos valores da espessura da viga parede e do valor médio da resistência à compressão foram então feitos, no sentido de elevar o nível de segurança do modelo. A Figura 5 mostra que valores entre 55 e 60 cm acompanhados de uma resistência à compressão média acima de 28 MPa são os valores recomendados para projeto. Valores de resistência à compressão do concreto abaixo de 3.5 MPa ou acima de 3.8MPa, podem levar a modelos inseguros ou a um aumento de custo devido a uma má utilização do material,

respectivamente. A Figura 6 mostra como as relações de falha modificam com o acréscimo na resistência média do concreto. Os valores relativos aos modos de falha frágeis nas bielas diminuem enquanto que os relativos os modos de falha dúcteis dos tirantes crescem. Uma constatação interessante é que os modos de falha são função apenas da taxa de armadura aditada para cada tirante. Uma vez que esses valores são definidos, as modificações de espessura irão influenciar apenas o índice de segurança do modelo e não mais seus aspectos de ductilidade.

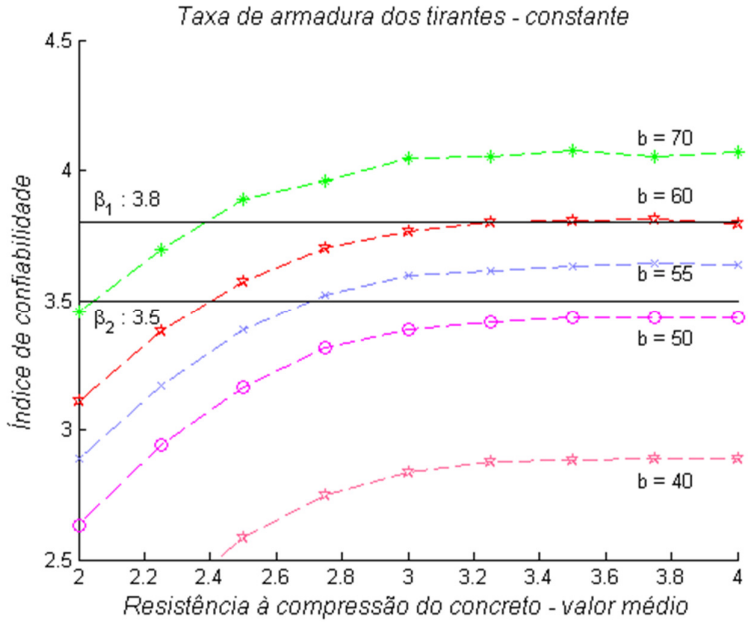

Figura 5: Nível de segurança do modelo

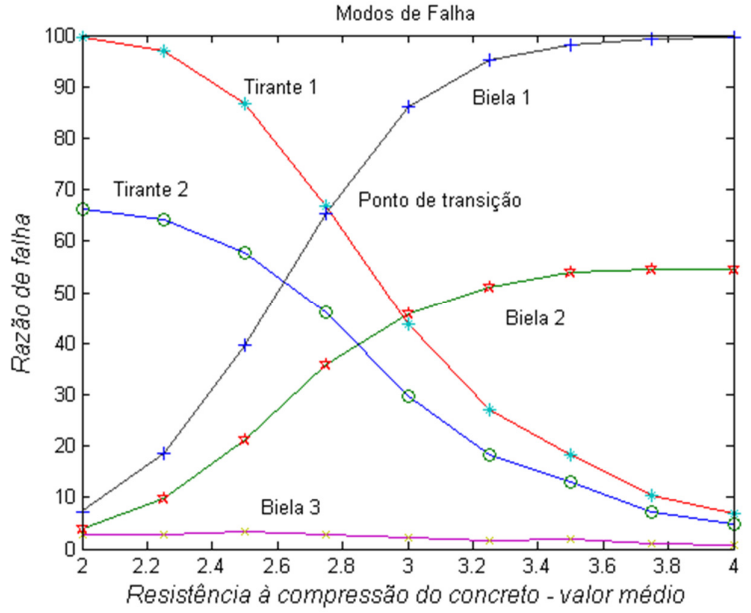

Figura 6: Modos de falha do modelo

Após o ponto de transição, referente ao modo de falha mais importante, o modelo passa a ter um modo de falha predominantemente dúctil. Isso significa que, o escoamento do aço ocorrerá antes do esmagamento do concreto nas bielas. De acordo com essa metodologia é possível assegurar aspectos de segurança e ductilidade a uma viga parede de concreto armado com base em três variáveis principais: taxa de armadura, espessura da viga e resistência à compressão do concreto. Primeiro, é necessário encontrar uma taxa de armadura para os tirantes de modo que o ponto de transição seja determinado. Depois disso, um aumento gradual deverá ser feito na espessura da viga e/ou no valor da resistência à compressão do concreto até que o nível de segurança mínimo seja obtido.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de Estrutura de Concreto – Procedimentos*: NBR 6118. Rio de Janeiro, Brasil, 2007.

ACI Committee 318 *"Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05),"* American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2005, 430 pp. 666 ACI Structural Journal/November-December.2007.

Ang A. H-S., Tang W. H. *Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering.* John Wiley & Sons. INC. 2nd edition. 2007.

Collins M., Kuchma D. A., *"How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs and footings?".* ACI JOURNAL, Proceedings V. 96, No. 4, Oct., pp. 482-490, 1999.

Hasofer AM, Lind NC. *"Exact and invariant second-moment code format."* J Eng Mech Div ASCE;100(1):111–21, 1974.

Haldar, A; Mahadevan, S. *Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis.* John Wiley & Sons. 2000.

JOINT COMMITTEE ON STRUTURAL SAFETY. JCSS: Probabilistic Model Code.2001.

Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. New York, John Wiley & Sons. 2002.

Pantoja, J. C., Vaz, L. E. e Martha, L. F. "*Um Critério Baseado em Confiabilidade para Avaliação do Desempenho de Modelos de Bielas e Tirantes em Estruturas de Concreto Armado*", XXXI Congresso Ibero-Latino-Americano de Mecânica Computacional - CILAMCE, Vol. XXIX, pp 9005-9021, Buenos-Aires Argentina, 2010.

Park J.W., Kuchma D. A., *"Strut-and-Tie Model Analysis for Strength Prediction of Deep Beams",* ACI Structural Journal, V. 104, No. 6, November-December, pp. 657-666., 2007.

Schlaich J, Schaefer K, Jennewein M. *"Toward a consistent design of strutural concrete".* PCI Journal 1987;32(3):74–147 [special report].