Anais do 52º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2010
Outubro / 2010

@ 2010 - IBRACON

Projeto e avaliação do modelo de bielas e tirantes via otimização topológica e análise de confiabilidade

Design and assessment of strut-and-tie model applying topology optimization and reliability analysis

Pantoja, João da Costa(1); Vaz, Luiz .Eloy(2); Martha, Luiz Fernando(3), Santos, Sérgio Hampshire de Carvalho (4)

(1) Professor Msc, Centro Universitário de Brasília (UniCeub)
Doutorando em Estruturas(PUC Rio)
email: joao_pantoja@hotmail.com

(2) Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil (UFF))
email:eloyvaz@terra.com.br

(3) Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil (PUC Rio)
email:lfm@puc-rio.br

(4) Professor Doutor, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas (UFRJ)
email:sergiohampshire@poli.ufrj.br

Resumo

O método das bielas e tirantes têm sido amplamente utilizado no projeto de elementos estruturais onde a hipótese de Bernoulli de distribuição linear de deformações não pode ser utilizada. Contudo, para utilização satisfatória do modelo, sua conceituação deverá ser baseada num funcionamento físico realístico dos mesmos. Com essa finalidade alguns aspectos práticos de aplicação dessa técnica devem ser melhorados. Esse trabalho apresenta uma metodologia generalizada que utiliza a otimização topológica conjuntamente com a análise de confiabilidade para obtenção de um projeto estrutural ótimo e seguro. Um exemplo completo de projeto e avaliação de uma viga parede utilizando uma formulação baseada em otimização topológica e confiabilidade estrutural é apresentada.
Palavra-Chave: Modelo das bielas e tirantes, Otimização Topológica, Confiabilidade, Estruturas de Concreto

Abstract

The strut-and -tie method has been used for the design of parts of a structure, to which the Bernoulli hypothesis of linear strain distribution cannot be used. However to use the model satisfactorily, this concept must be based on realistic physicals models. To achieve this goal some aspects for application should be improved. In this paper is presented a generalization for the analyses of the strut-and-tie method using topology optimization combined with the reliability analysis to achieve optimal designs of structures. A complete example on the analysis and design of a deep beam using topology optimization and reliability analysis is developed.
Keywords: Strut-and-tie model, Topology Optimization , Reliability, Concrete Structures

1 Introdução

1.1 Modelo das Bielas e Tirantes

Na área da engenharia estrutural uma importante metodologia utilizada para o projeto e detalhamento das estruturas de concreto é o conhecido método das bielas e tirantes. De acordo essa metodologia, o contínuo de concreto deve ser representado por uma estrutura do tipo treliçada no seu interior, formada por bielas comprimidas e tirantes tracionados, de maneira a representar uma estrutura viável, estaticamente admissível, que idealize o mecanismo de transferência entre as cargas aplicadas e as restrições de apoios consideradas. Sendo assim, o modelo adotado leva em consideração a contribuição do concreto na resistência à compressão das bielas e permite projetar o detalhamento das armaduras com base nas tensões de tração existente nos tirantes.

O método das bielas e tirantes é um descendente do método de analogia da treliça originalmente concebido para explicar o fluxo de tensão no concreto fissurado em vigas de concreto armado. Além disso, o método das bielas e tirantes foi concebido com base no teorema inferior da teoria da plasticidade. Esse teorema garante que, dado um campo de tensões estaticamente admissível, ou seja, em equilíbrio com um sistema de carregamentos inicial, majorado por um fator de cargas que satisfaça o critério de resistência do material, esse fator de carga é um limite inferior do fator de colapso real da estrutura. Para que isso seja verdade é preciso considerar o material concreto armado como um material elástico perfeitamente plástico. Contudo, considerando a limitada capacidade do concreto de sustentar a deformação plástica, o modelo deve ser idealizado de modo que as armaduras sejam distribuídas para assegurar um comportamento dúctil para a estrutura e também exigindo que as partes formadas por concreto, nós e bielas, não sofram colapso antes que as armaduras presentes nos tirantes estejam em escoamento, conforme Schlaich *et al* [1987], Souza [2004] e Santos [2010].

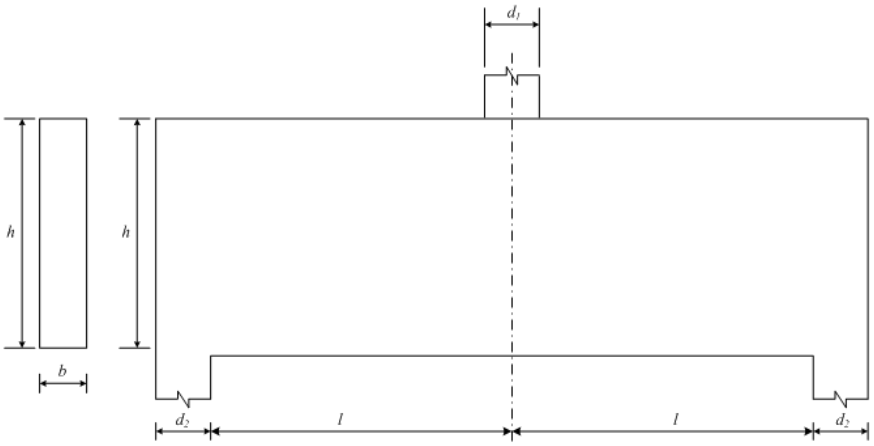
A analogia da treliça foi inicialmente introduzida por Mörsch, para consideração em projeto de vigas à flexão e posteriormente estendida para detalhamento de vigas de concreto armado sobre efeito de torção. Aspectos peculiares da teoria e aplicação do modelo das bielas e tirantes podem ser encontrados em Schlaich *et al* [1987], que estenderam seu uso como uma técnica de projeto aplicada em estruturas com a presença de regiões D. Partes de membros estruturais podem ser classificadas em regiões B, onde vale a hipótese de Bernoulli da seção transversal permanecer plana após a ocorrência da flexão, e regiões D, onde a existência de um complexo estado entre tensões/deformações, tipicamente representado por descontinuidades geométricas ou estáticas, não permitem que a hipótese de Bernoulli seja mantida. Nesse caso o dimensionamento deverá ser feito com base em métodos específicos como o método das bielas e tirantes. A modelagem de estruturas de concreto armado via método das bielas e tirante é um método já aceito internacionalmente e seu uso recomendado, entre outras, por diversos códigos normativos como ACI 318 [2002], EUROCODE [2004], entre outros.

Existe ainda hoje uma série de problemas que dificultam a aplicabilidade e automatização do método das bielas e tirantes. Problemas do tipo: Como definir uma topologia que represente realisticamente o fluxo de tensões no interior do contínuo? Uma vez que vários modelos podem ser utilizados, como avaliar o desempenho de cada um

deles? É possível que o projetista estrutural possa influenciar na concepção dos modelos de modo a torná-los aplicáveis? Alguns trabalhos têm sido desenvolvidos nesse sentido recentemente conforme pode ser visto em Pantoja *et al* [2009] e Pantoja *et al* [2010]. No caso do presente trabalho uma avaliação de desempenho via análise de confiabilidade será feita para um modelo de bielas e tirantes obtido via otimização topológica. Diferentes recomendações normativas para consideração da resistência efetiva do concreto serão testadas e comparadas.e os resultados apresentados.

2 Exemplo

O exemplo apresentado foi retirado do ACI-318 [2002] com as unidades transformadas para o sistema internacional-SI. Consiste numa viga parede bi-apoiada de seção retangular com um vão de entre apoios de $\mathrm{lt} = 355{,}60$ cm, altura de $\mathrm{h} = 152{,}40$ cm e espessura $\mathrm{e} = \mathrm{d}_1 = 50{,}80$ cm. Os suportes possuem uma dimensão $\mathrm{d} = 40{,}64$ cm e seu carregamento é representado por uma força concentrada atuando no meio do vão sendo uma parcela de uma carga permanente de $800.64\ \mathrm{KN}$ e uma parcela acidental de $1112\ \mathrm{KN}$. O projeto de dimensionamento foi executado conforme as prescrições das normas Americana ACI-318 [2002], EUROCODE [2004] e NBR 6118 através do método das bielas e tirantes. Como a NBR 6118, porém não adota valores específicos, foram utilizadas as sugestões propostas por Souza e Bittencourt [2000]. Também a formulação original proposta por Schlaich *et al* [1987] foi considerada utilizando os valores normativos da NBR 6118 [2003] e ACI-318 [2002]. O domínio de projeto da viga parede com o carregamento, restrições de apoio, armaduras, cobrimentos e seção transversal é apresentado na Figura 1.



Descrição	Comprimento (cm)
l	152.40
h	152.40
b	50.80
d_1	50.80
d_2	40.64

Figura 1: Viga parede para aplicação do modelo de bielas e tirantes : ACI – 318.

3 Topologia do Modelo

Considerando a aplicabilidade prática do método de bielas e tirantes, uma das questões mais importantes a serem consideradas é a construção dos apropriados modelos de treliças dentro do contínuo de concreto. As formulações clássicas são baseadas em métodos do tipo caminho de cargas ou procedimentos que requerem uma análise elástica do campo tensional da estrutural não fissurada de maneira a fazer o lançamento das bielas e tirantes de acordo com o fluxo das tensões principais. Infelizmente, esses procedimentos podem ser tornar muito difíceis de serem aplicados no caso de uma geometria ou condições de carregamento mais complexas. Nesses casos é muito comum cair num processo de tentativa e erro extremamente oneroso. Um encaminhamento possível e viável para esse tipo de problema foi inicialmente derivado do campo de otimização de treliças.

Nesse trabalho foi utilizada a otimização topológica como ferramenta para geração automática baseada no modelo SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*), conforme proposto por Bendsøe e Sigmund [2003]. Esse modelo propõe encontrar uma distribuição para uma dada quantidade de material de uma estrutura, submetidas às restrições de apoio e sujeita aos carregamentos aplicados, sendo que uma determinada função objetivo seja otimizada. Neste caso a função objetivo em consideração é a flexibilidade da estrutura ou sua energia de deformação. A quantidade de material dada é restrita e sua distribuição é limitada ao domínio de projeto Ω. O domínio de projeto pode ter regiões fixas consideradas sólidas ou vazias (buracos).

O domínio de projeto será discretizado utilizando o método dos elementos finitos na sua forma padrão, supondo um comportamento elástico linear e assumindo um estado plano de tensões.

A formulação do método SIMP traz excelentes progressos na diminuição do número de variáveis de projeto além de que as características do material após as modificações são escritas como uma função exponencial da densidade e das características do material no instante inicial da análise. Sendo assim, essa formulação simplifica muito a solução da otimização topológica.

A Figura 2 mostra o modelo utilizado para aplicação do método SIMP. Uma vez que há necessidade de um refinamento de malha razoável para garantir a convergência ao processo de otimização topológica, conforme mostrado em Pantoja *et al* [2009], a propriedade de simetria foi utilizada.

Algumas fases do processo de otimização topológica são mostradas na Figura 3. Um modelo gráfico com escala de cinza é então gerado durante o processo de otimização.

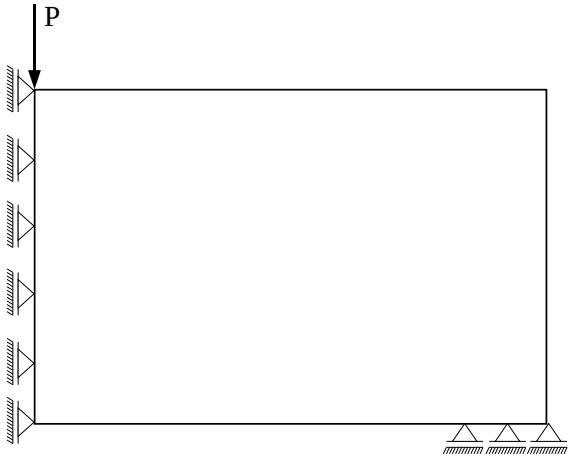


Figura 2: Utilização da simetria para obtenção da topologia do modelo da viga parede.

Baseado numa análise de sensibilidade feita durante o processo de otimização topológica, uma concentração da variável densidade artificial é feita sobre os elementos da malha que mais contribuírem para rigidez do modelo. Nas fases iniciais percebe-se que essa concentração é pouco sentida, no entanto, à medida que o processo de otimização avança, os elementos com baixos valores de sensibilidade são penalizados ficando com a cor preta. De modo contrário, a concentração de cor branca é feita sobre os elementos da malha com base nos maiores valores da análise de sensibilidade.

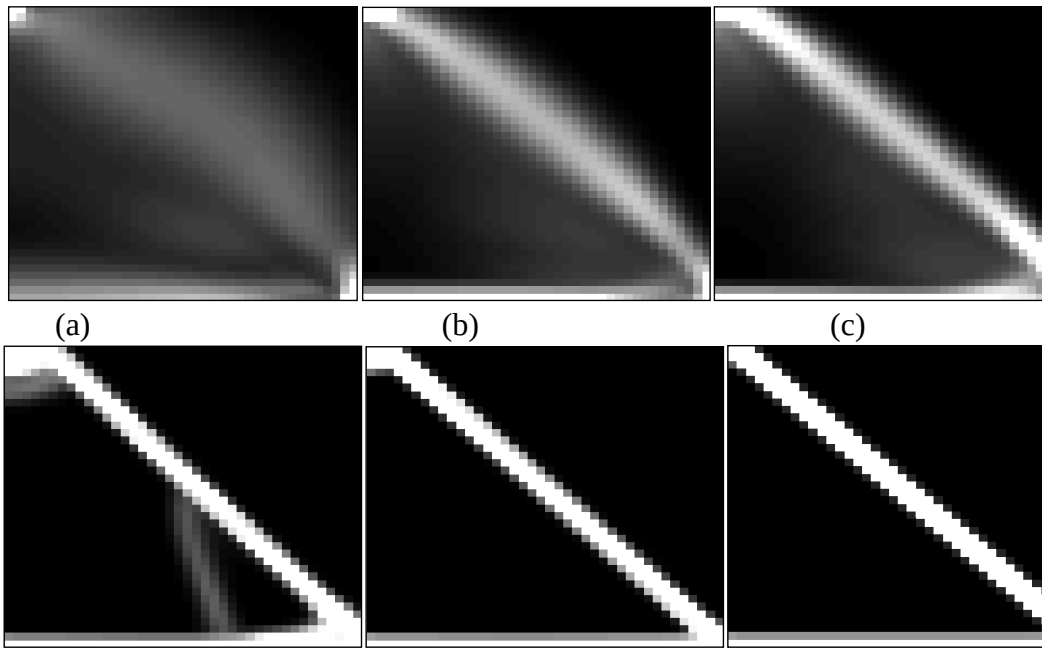


Figura 3: Fases do processo de otimização topológica para obtenção da topologia do modelo de bielas e tirantes.

Nem sempre é possível a obtenção de um modelo coerente e utilizável na prática de projeto via otimização topológica. Nesse caso é bastante interessante a geração de vários tipos de topologias, todas estaticamente admissíveis, que possam ter seu desempenho testado por critérios de energia ou confiabilidade. Em Pantoja *et al* [2009] uma técnica baseada em elementos indutores é sugerida.

4 Modelo de Bielas e Tirantes Adotado

A partir do resultado obtido via otimização topológica é possível conceber o modelo de bielas e tirantes adotado para dimensionamento da viga parede mostrado na Figura 4.

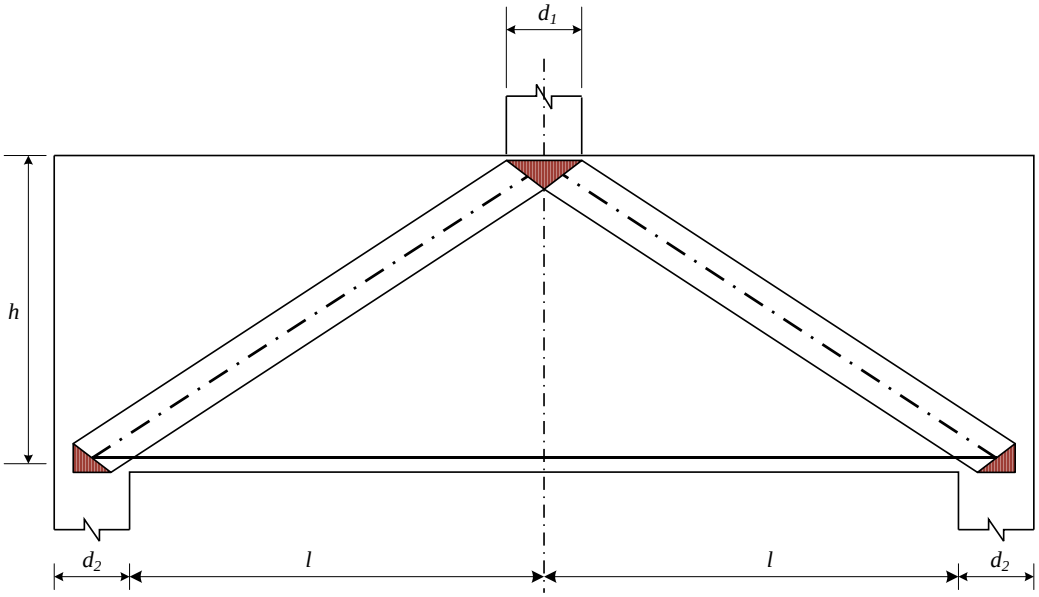


Figura 4: Modelo de bielas e tirantes utilizado.

A Tabela 1 mostra como ficaram definidos os modos de falha considerados no modelo.

Tabela 1 - Modos de falha do modelo

Tipo de falha	Biela	Nós	Tirante
Modo de falha 1	Inclinada*		
Modo de falha 2		Superior*	
Modo de falha 3		Inferior*	
Modo de falha 4			Escoamento

* Esmagamento

5 Dimensionamento e Verificação

O dimensionamento dos elementos estruturais do modelo de bielas e tirantes adotado foi feito com base no método de bielas e tirantes conforme Schlaich *et al* [1987]. Dessa forma foram definidas as seções necessárias aos esforços atuantes e também uma correta transferência de forças nas regiões nodais. Uma série de fatores como perturbações devido a fissuras e armaduras, estados de confinamento e multiaxiais, pode influenciar nos limites tensionais do material concreto. Assim, limitam-se os valores resistentes para bielas e regiões nodais. Três formulações diferentes serão utilizadas no dimensionamento do modelo topológico obtido. São elas as existentes nas normas ACI-318 [2002] e EUROCODE [2004] e a proposta para NBR 6118 [2003], conforme sugestão feita por Souza e Bittencourt [2000]. Também a formulação original proposta por Schlaich *et al* [1987] é considerada. Serão dimensionados e verificados os seguintes modos de falha para o modelo:

- resistência da biela inclinada
- resistência da região nodal – superior
- resistência da região nodal – inferior
- escoamento da armadura do tirante

Cada uma das formulações citadas anteriormente utiliza diferentes valores para cálculo das tensões efetivas à compressão e diferentes valores para coeficientes parciais aplicados sobre os carregamentos e resistências. Isso conduz a diferentes valores para a verificação dos parâmetros envolvidos no modelo em análise como também para os valores obtidos para cálculo da armadura necessária ao tirante. A Tabela 2 mostra os valores de coeficientes de majoração e minoração correspondentes a cada tipo de formulação e a área de aço da armadura necessária.

Tabela 2 - Coeficientes parciais de segurança e áreas das armaduras dos modelos

Formulação	Coef. Majoração		Coef. Minoração		Armadura
	C. Permanente	C. Acidental	Concreto	Aço	cm2
ACI - 318	1.2	1.6	1.33	1.33	84.720
EUROCODE -	1.35	1.5	1.5	1.15	76.406
Schlaich & Schaefer*	1.4	1.4	1.4	1.15	74.434
NBR 6118	1.4	1.4	1.4	1.15	74.434

* Adotado da NBR 6118

A Tabela 3 abaixo mostra as variáveis aleatórias envolvidas no problema, os tipos de distribuições consideradas, as médias, desvios padrões e coeficientes de variação correspondentes segundo as recomendações existentes no JCSS [2001]. Também

conforme mencionado anteriormente a obtenção de um comportamento dúctil frente ao estado limite último para o modelo de bielas e tirantes é necessário. Para que isso ocorra devemos tentar garantir que os elementos de armadura ou tirantes escoem antes que os elementos de concretos representados pelas bielas e regiões nodais entrem em ruína. Está fora do escopo desse trabalho uma discussão definitiva sobre esse tema. No entanto, foram utilizados valores propostos por algumas normas e autores, de forma a comparar os valores de índice de confiabilidade como parâmetro para avaliação do desempenho do modelo adotado.

Tabela 3 - Variáveis aleatórias do modelo

Variável aleatória	Funçao de distribuiçao	Média	Desvio Padrao	Coeficiente de variaçao
Carregamento permanente	Normal	Pg(kN)	0,03 Pg	0,03
Carregamento acidental	Gamma	Pq(kN)	1,5 Pq	1,5
Resistência a compressão - concreto	Lognormal	fcm(kN/cm2)	0,17 fcm	0,17
Resistência a tração - Aço	Lognormal	fym(kN/cm2)	0,05 fym	0,05

Uma série de métodos com vários graus de complexidade podem ser utilizados para estimar a confiabilidade o índice de segurança ou a probabilidade de falha de um modelo ou sistema. O presente trabalho utiliza o Método de simulação de Monte Carlo para a análise de confiabilidade do modelo de bielas e tirantes. Nesse método, uma quantidade pré-determinada de realizações é gerada randomicamente para cada variável. Com cada uma das realizações geradas para cada variável, a função de falha é calculada. A razão do número total de falhas e o número total de realizações é uma estimativa da probabilidade de falha.

O desempenho do modelo de bielas e tirantes adotado também é avaliado via Método de Monte Carlo. Essa sistemática foi anteriormente utilizada para avaliação desse tipo de problema conforme mostrado em Pantoja *et al* [2010]. No trabalho citado anteriormente não houve a utilização da otimização topológica para definição da topologia, no entanto, o conjunto de funções de falha utilizado pelo sistema é explicitado no texto.

6 Resultados Obtidos

Para o modelo de viga parede apresentado, uma análise de confiabilidade foi executada com o objetivo de avaliar dois pontos de vista conjuntamente: segurança e ductilidade. Como ainda hoje não existe um consenso entre as várias normas internacionais existentes, incluindo a norma brasileira, procurou-se comparar os valores apresentados no ACI-318 [2002], EUROCODE [2004], Schlaich *et al* [1987] e Souza e Bittencourt [2000]. Nesse último, consideraram-se os valores sugeridos para NBR 6118 [2003]. Dois modelos foram testados para as diversas formulações. O primeiro, denominado modelo original, foi concebido com base nas orientações normativas existentes. Posteriormente, uma modificação com aumento de armadura foi feita de modo que os modelos pudessem atender ao requisito de segurança exigido pelo JCSS [2001].

Esse modelo denominou-se modelo modificado. Finalmente, um comparativo entre a formulação inicialmente concebida por Schlaich *et al* [1987], no modelo modificado, utilizando as orientações normativas da NBR 6118 [2003] e ACI 318 [2002] foi realizada. Um comparativo foi feito com base nos resultados obtidos. Assim sendo, as várias formulações foram testadas e seu desempenho verificado.

Modelo original - 1

Inicialmente foi feito um dimensionamento do modelo segundo os coeficientes de ponderação apresentados na Tabela 2, conforme cada normativa. Uma simulação através do Método de Monte Carlo foi executada e um gráfico obtido e apresentado na Figura 1.

O gráfico apresenta uma comparação dos diversos índices de confiabilidade β_s para o sistema estrutural estudado, modelado como sistema em série (uma falha em qualquer um dos modos ocasiona a falha do sistema). obtidos para cada formulação em comparação com um índice de confiabilidade de referência (β_{JCSS}) exigido pelo JCSS [2001].

A Figura 5 mostra claramente que os índices de confiabilidade obtidos pelos modelos resultantes de cada uma das formulações, não atendem ao índice de referência recomendado pelo JCSS [2001]. Isso implicaria num nível de segurança abaixo do recomendado pelo código. Verifica-se também que a formulação proposta pelo ACI-318 [2002] foi a que obteve valores mais altos para os índices de confiabilidade. Podemos notar também um comportamento semelhante para as formulações do ACI 318 [2002] e Schlaich *et al* [1987], mesmo com a segunda formulação utilizando os valores propostos pela norma brasileira.

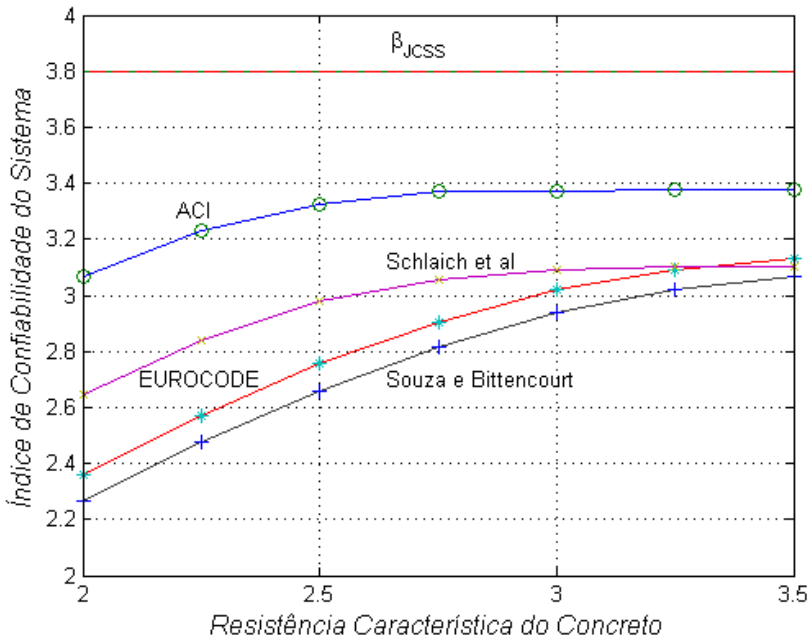


Figura 5: Índice de confiabilidade com aumento da resistência característica do concreto do modelo original.

Modelo modificado - 2

Para concepção do modelo modificado foi acrescida uma porcentagem na armadura do modelo original, o que aumentou a área de aço da armadura. Isso possibilitou ao modelo alcançar o nível de confiabilidade exigido. É bom observar duas coisas: (1.) O aumento do índice de confiabilidade está relacionado apenas inicialmente com aumento da resistência característica do concreto no modelo. Após um determinado valor, a falha se produz sempre por escoamento do aço o que impede de haver aumento do índice de confiabilidade via aumento da resistência característica. No entanto, há necessidade de aumento da resistência característica do concreto no modelo para evitar uma ruptura frágil do mesmo. (2.) O aumento na área de aço do tirante sempre visa aumentar o índice de confiabilidade do modelo. Denominou-se probabilidade de falha do modo (eixo vertical) a relação entre número de falha apresentado pelo modo considerado e o número total de falha do sistema.

A Figura 6 mostra o desempenho do modelo modificado. Apenas as formulações do ACI-318 [2002] e Schlaich *et al* [1987] conseguiram atender ao índice de confiabilidade exigido pelo JCSS. As formulações do EUROCODE [2004] e Souza e Bittencourt [2000] mostraram-se contra a segurança devido aos baixos índices de confiabilidade apresentados para o sistema. A formulação proposta pelo ACI-318 [2002] cumpre o quesito segurança para valores maiores que 3 KN/cm^2 de resistência característica o que só é cumprido para formulação proposta por Schlaich *et al* [1987] a partir de 3,8 KN/cm^2 aproximadamente. As formulações do EUROCODE [2004] e Souza e Bittencourt [2000] tiveram um comportamento bastante similar na obtenção dos índices de confiabilidade.

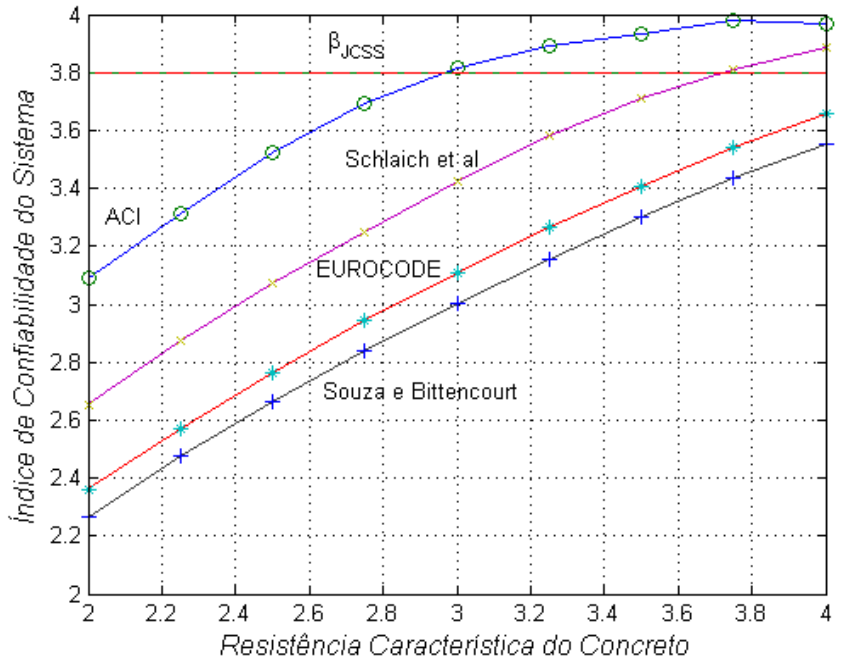


Figura 6: Índice de confiabilidade com aumento da resistência característica do concreto do modelo 2.

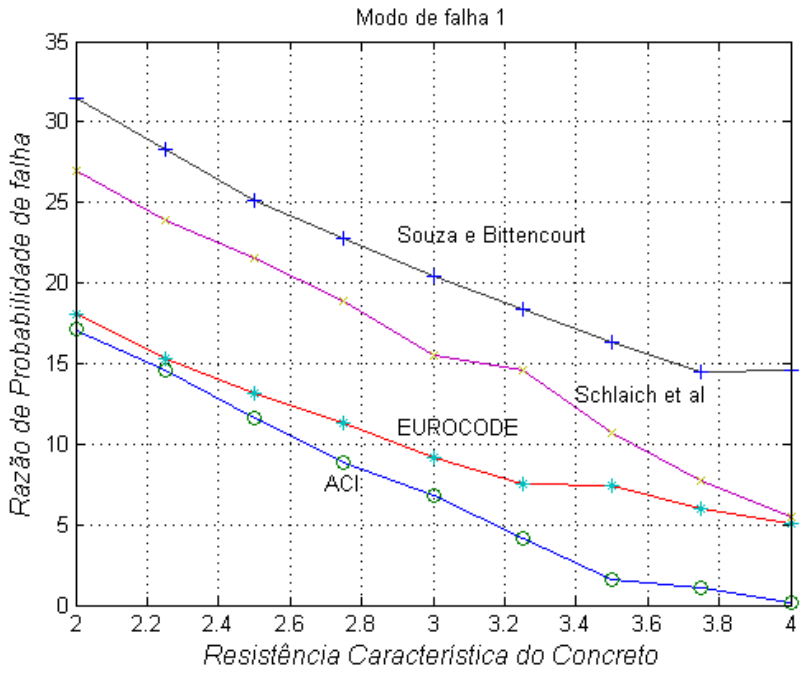


Figura 7: Probabilidade de falha por esmagamento da biela inclinada com aumento da resistência característica do concreto do modelo 2.

Os resultados apresentados na Figura 7 sugerem que as formulações propostas pelo ACI-318 [2002] e Souza e Bittencourt [2000] funcionem como uma espécie de limite mínimo e máximo, na definição dos valores das probabilidades de falha do modelo. O primeiro conduz a um modelo mais flexível, no sentido de permitir o projeto de modelos com comportamento distintos (dúctil e frágil). Nesse caso apenas a formulação proposta pelo ACI 318 [2002] conseguiu atingir níveis bem baixos para probabilidade de esmagamento da biela de compressão do modelo. Os comportamentos das formulações foram distintos, no entanto, apresentando um patamar inicialmente retilíneo para todas elas e posteriormente sofrendo variações diferenciadas para cada tipo de formulação. Ao final do processo as formulações do EUROCODE [2004] e Schlaich *et al* [1987] parecem convergir para um mesmo valor com o acréscimo de resistência característica.

A variação da probabilidade de falha por esmagamento do nó superior é mostrada na Figura 8. Fica evidente que apenas a formulação utilizada pelo ACI-318 [2002] conseguiu cumprir um comportamento esperado passando de uma alta probabilidade de rompimento por modo frágil para uma baixa probabilidade. Nas outras formulações os valores verificados ficaram bem superiores aos esperados.

No modo de falha 3 apresentado na Figura 9 podem ser observados comportamentos bem diferenciados para as diversas formulações. O comportamento da formulação proposta por Souza e Bittencourt [2000] se diferencia das outras formulações conduzindo a baixos valores de probabilidade para esse modo. A formulação utilizada pelo ACI-318 [2002] consegue um comportamento mais dentro do esperado possuindo altas probabilidades para baixos valores de resistência característica do concreto e decresce a medida de que esse valor aumenta.

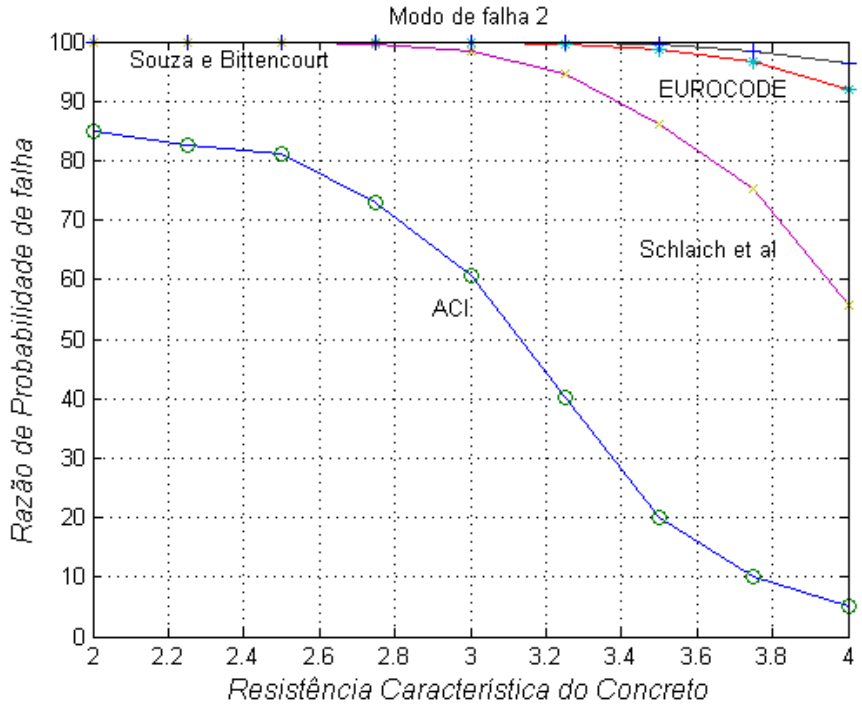


Figura 8: Probabilidade de falha por esmagamento do nó superior com aumento da resistência característica do concreto do modelo modificado.

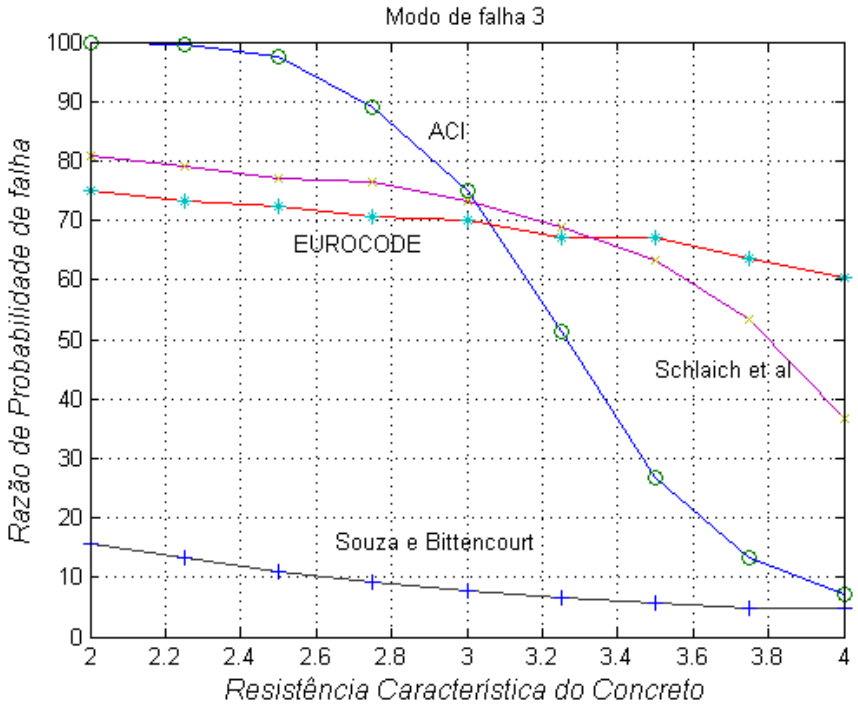


Figura 9: Probabilidade de falha por esmagamento do nó inferior com aumento da resistência característica do concreto do modelo modificado.

A Figura 10 mostra como apenas a formulação proposta pelo ACI-318 [2002] consegue cumprir com o quesito de tornar a estrutura dúctil uma vez que o escoamento das armaduras é garantido para valores altos de resistências características.

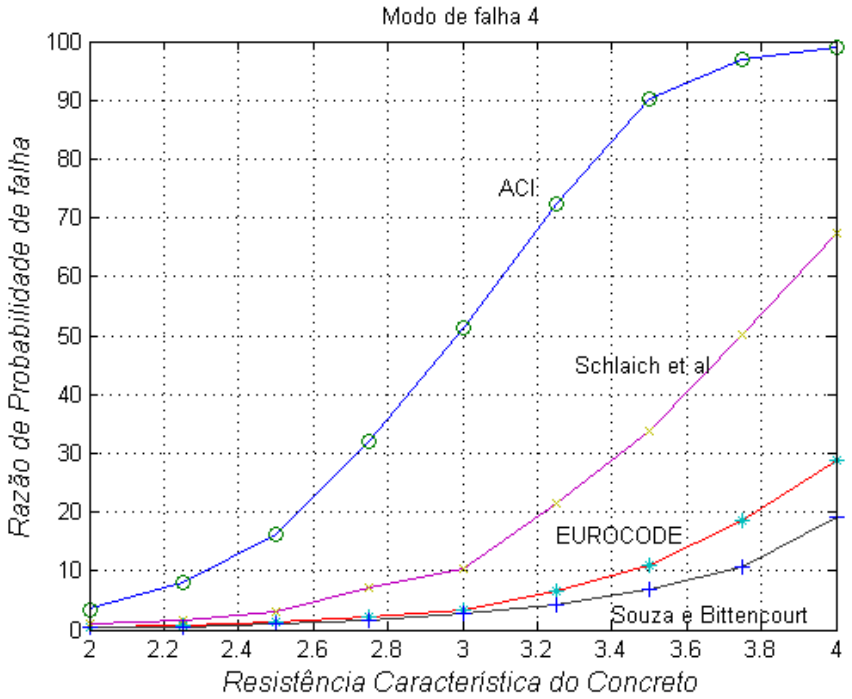
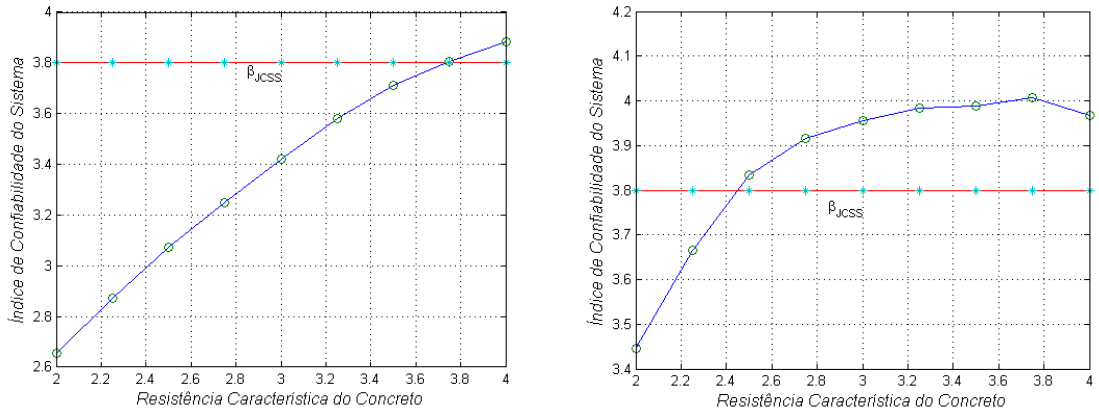


Figura 10: Probabilidade de falha por escoamento da armadura do tirante com aumento da resistência característica do concreto do modelo modificado.

7 Comparação entre as Orientações Normativas

Uma vez que os exemplos anteriores apresentaram várias discrepâncias com relação às formulações adotadas, uma análise comparativa entre as orientações normativas da NBR 6118 [2003] e do ACI-318 [2002] para uma mesma formulação foi feita. No caso a formulação escolhida foi a proposta originalmente por Schlaich *et al* [1987]. O modelo utilizado foi o modificado. Apenas a consideração feita para avaliação da resistência compressão efetiva do concreto foi avaliada de modo diferente, conforme as orientações de cada norma.

A Figura 11 mostra através dos resultados obtidos que o parâmetro de consideração da resistência efetiva do concreto leva a uma modificação considerável na obtenção dos índices de confiabilidade correspondentes. Nesse caso, o procedimento existente na norma brasileira se mostra bastante conservador necessitando de um valor de resistência característica bastante elevado, na ordem de 3,8 KN/cm^2 ou 38 MPa para atingir o nível de segurança exigido. De outra forma, o procedimento presente no ACI-318 [2002] conduz a valores menos conservadores na ordem de 2,4 KN/cm^2 ou 24 MPa para garantir o mesmo nível de confiabilidade. Um acréscimo de 50% no valor da resistência característica do modelo.

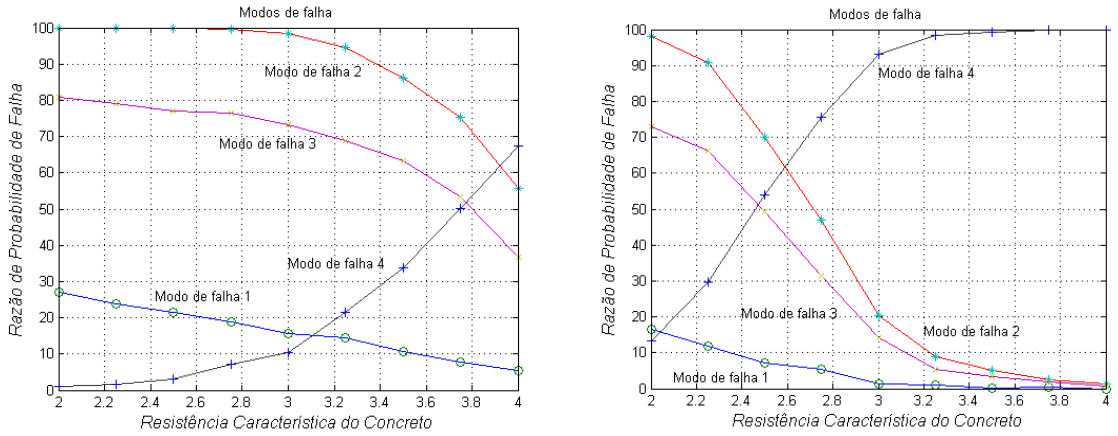


(a) (b)

Figura 11: Índice de confiabilidade do sistema para formulação proposta por Schlaich: (a) Segundo NBR 6118 e (b) Segundo ACI.

No entanto, o modelo deve não apenas atingir o nível de seguridade do exigido pelo código JCSS [2001]. Também considerações sobre a ductilidade do mesmo devem ser avaliadas de modo a garantir o mecanismo de transferência de cargas no interior da viga parede. Os resultados apresentados na Figura 12 mostram as variações nas relações de probabilidade de falha para os diversos modos de falha do modelo. Fica evidente como as orientações normativas do ACI-318 [2002] conduziram a um modelo com comportamento adequado cuja ruptura frágil ocorre para baixos valores de resistência característica e que vai se tornando dúctil à medida que essa variável cresce. Contrariamente, o modelo com as orientações normativas da NBR 6118 [2003] não consegue apresentar o mesmo comportamento conduzindo a valores elevados de probabilidade de falha mesmo com valores elevados de resistência característica. Isso significa fisicamente que uma vez utilizada as orientações da NBR 6118 [2003] é muito difícil para o projetista conseguir um modelo dúctil, mesmo usando um alto valor para resistência característica do concreto.

Como se pode observar na Figura 12. (a), a razão de probabilidade de falha relativa ao modo de falha 4 (modo de falha dúctil relativo ao escoamento da armadura) só ultrapassa a razão do modo de falha 2 (modo de falha frágil relativo ao esmagamento do nó superior) quando a resistência característica do concreto ultrapassa a 3,9 KN/cm^2 ou 39 MPa.



(a) (b)

Figura 12: Modos de falhas para formulação proposta por Schlaich:
(b) Segundo NBR 6118 e (b) Segundo ACI.

8 Considerações Finais

Nesse trabalho apresentou-se uma proposta para concepção, dimensionamento e verificação de desempenho baseada em técnicas modernas de otimização topológica e análise de confiabilidade. Quatro formulações foram utilizadas para dimensionamento do modelo e tiveram seu desempenho medido com base em segurança e ductilidade. Modificações foram feitas com base nos resultados obtidos para atendimento aos parâmetros limites. Uma análise comparativa é feita entre as prescrições normativas da NBR 6118 [2003] e ACI-318 [2002] utilizando-se a formulação proposta por Schlaich *et al* [1987] para verificação de desempenho.

Os resultados obtidos para o modelo original mostraram que nenhuma das formulações consideradas conseguiu cumprir o índice de confiabilidade de referência proposta pelo JCSS [2001]. Os dimensionamentos feitos com base nas formulações do EUROCODE [2004] e Souza e Bittencourt [2000] conduziram a projetos com maior probabilidade de falha para o sistema (menor índice de confiabilidade).

No modelo modificado apenas as formulações do ACI-318 [2002] e Schlaich *et al* [1987] conseguiram atingir o índice de confiabilidade de referência. As formulações pelo ACI 318 [2002] e por Schlaich *et al* [1987] parecem ser mais coerentes com o modelo proposto, pois conseguem, para cada modo de falha, definir um comportamento compatível passando da ruptura frágil para dúctil com o aumento da resistência característica do concreto. As formulações do EUROCODE [2004] e Souza e Bittencourt [2000]. Em alguns modos de falha não conseguiram apresentar um comportamento satisfatório quanto à ductilidade.

Na análise comparativa entre as prescrições normativas do ACI-318 [2002] e NBR 6118 [2003] fica clara a necessidade de mudança nos parâmetros da NBR 6118 [2003] para aplicação aos modelos de biela e tirantes. Enquanto a utilização dos parâmetros do ACI-318 [2002] conduziu a valores bastante coerentes, os da NBR 6118 [2003] levaram a

um modelo com probabilidade alta de ruptura frágil não aconselhável a esse tipo de estrutura.

O estudo comparativo considerou os critérios definidos em cada um dos procedimentos descritos. As comparações apresentadas fornecem um indicativo de um comportamento dúctil mais ou menos adequado das peças dimensionadas de acordo com cada um dos critérios.

Mostrou-se finalmente que a otimização topológica e análise de confiabilidade podem ser técnicas bastante eficientes para concepção e validação de modelos de bielas e tirantes a serem aplicadas em estruturas de concreto armado e protendido com regiões de descontinuidades.

9 Referências

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI-318 (2002) – **Building Code Requirements for Structural Concrete.**

BENDSØE, M. P. e SIGMUND, O., 2003. **Topology Optimization: Theory, Methods and Applications**. Springer Verlag, Berlin Heildelberg.

EUROCODE 2. **European Standard – First Draft,** 1992.

JCSS – (2001) **Probabilistic model code**. The Joint Commite on Structural Safety. The Probabilistic Model Code.

PANTOJA, J. C.; VAZ, L. E.; MARTHA, L. F. (2009) **Modelo de Bielas e Tirantes Gerados por Otimização Topológica e Elementos Indutores.** Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais – XXX CILAMCE. Búzios. Rio de Janeiro/RJ.

PANTOJA, J. C.; VAZ, L. E.; MARTHA, L. F. (2010) **Reliability analysis of concrete structures applied to strut-and-tie model**. SEMC – The Fourth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, Cape Town – South Africa 2010

SANTOS, S. H. C. (2010) – **Detalhamento de Estruturas de Concreto Armado**. Apostila do curso de Concreto III. Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas - UFRJ.

SCHÄFER, K. e SCHLAICH, J. (1988) **Consistent Design of Structural Concrete using Strut and Tie Models.** In: Colóquio sobre Comportamento e Projeto de Estruturas, PUC Rio., Rio de Janeiro/RJ. 1988

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. (1987) **Towards a Consistent Design of Structural Concrete**. PCI Journal, v.32, n.3, p.74-150. May-June.

SILVA, R. C. e GIONGO, J. S. (2000) **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado.** Livro. Editora EESC-USP. São Carlos/SP.

SOUZA, R. A. (2004) **Concreto Estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades.** Tese de doutorado. USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia e Fundações. São Paulo/SP.

SOUZA, R. A. e BITTENCOURT, T. N. (2008) **Recomendações Práticas para a Aplicação do Método de Bielas e Tirantes.** Publicação do IBRACON.