Proceedings of the XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering
September 3 to 6, 2006 - Belém, Pará - BRAZIL.

UMA METODOLOGIA PARA MODELAGEM GEOLÓGICA TRIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS

William Wagner M. Lira
william@ctec.ufal.br
Laboratório de Computação Científica e Visualização, Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas
Campus A. C. Simões, BR 104, km 97, Tabuleiro do Martins, Cep 57072-970, Maceió – AL, Brasil
Antonio Carlos de Oliveira Miranda
Isabelle de Araújo Telles
Luiz Fernando Martha
amiranda@tecgraf.puc-rio.br
telles@tecgraf.puc-rio.br
lfm@tecgraf.puc-rio.br
Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica (Tecgraf) e Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Cep 22453-900, Rio de Janeiro – RJ, Brasil

Resumo. *Este trabalho apresenta uma metodologia que envolve a integração de várias tecnologias para modelagem geológica por elementos finitos. Essas tecnologias são necessárias, pois em geral, blocos geológicos apresentam restrições (por exemplo, falhas geológicas) que não são triviais de serem tratadas. A metodologia proposta envolve várias etapas de modelagem geométrica e geração de malhas. Inicialmente, as superfícies geológicas representadas por triangulações arbitrárias são importadas. Um espaço paramétrico associado a cada uma das triangulações é obtido. Esses espaços e as respectivas triangulações formam as superfícies paramétricas. Nessa etapa, as superfícies podem ser melhoradas em termos de forma de elementos redefinindo as malhas correspondentes. Havendo cruzamento entres superfícies, interseções entre malhas são realizadas. Um algoritmo para geração de malhas de superfície considerando restrições de falhas é usado tanto na melhoria da malha quanto na geração de novos elementos resultantes da interseção. Estando todo o modelo geométrico fechado e topologicamente compatível com as malhas das camadas geológicas e dos limites laterais, uma estrutura de dados robusta é utilizada para detecção automática das várias regiões do modelo geológico. Finalmente, são geradas malha de elementos tetraédricos nas regiões utilizando um algoritmo que considera as restrições internas impostas pelo bloco geológico. Exemplos numéricos são utilizados para validar a metodologia proposta.*

Palavras-chave: *Modelagem Geométrica, Modelagem Geológica, Geração de malha, Elementos Finitos*

1. INTRODUÇÃO

A exploração de petróleo em águas cada vez mais profundas gera a necessidade do desenvolvimento e estudo de novas tecnologias na área de geologia, incluindo a simulação de fluxo em meios rochosos fraturados e a simulação de reservatórios. Neste sentido, a análise numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Bathe, 1996; Zienkiewicz et al., 2005) e a modelagem geométrica (Mäntylä, 1988; Hoffmann, 1989) são itens importantes no processo de simulação de problemas geológicos, principalmente quando a solução analítica é desconhecida ou de difícil obtenção. Dentro deste contexto, o estudo e desenvolvimento desses itens vêm avançando consideravelmente nos últimos anos.

De uma maneira geral, MEF é baseado em um modelo numérico obtido a partir da subdivisão ou discretização do domínio do problema, juntamente com informações adicionais associadas a essa discretização, necessárias para a completa definição do problema físico. Tais informações consistem de um conjunto de parâmetros, chamados atributos da simulação. A discretização, denominada malha de elementos finitos, consiste em um conjunto de nós ou vértices (pontos com coordenadas) e um conjunto de células, denominadas elementos finitos, com uma topologia pré-definida (triângulos, quadriláteros, ou tetraedros, por exemplo). Os elementos são definidos por uma lista de conectividades de seus vértices (seqüência de vértices que pertencem a cada elemento). Um modelo de elementos finitos é a associação de uma malha de elementos finitos com um conjunto de atributos da simulação.

Um aspecto importante em simulações tridimensionais usando o MEF é a geração de malhas. Esta é uma área de pesquisa que está ativa desde a criação do método. Em geral, o processo de geração de malhas demanda tempo e é bastante cansativo, além de exigir certa experiência do profissional responsável por esta tarefa. Neste contexto, algoritmos automáticos para geração de malhas têm se tornado bastante úteis para aumentar a confiabilidade dos procedimentos de análise numérica pelo MEF.

No MEF, a malha de elementos finitos normalmente é definida sobre a descrição geométrica do domínio do problema que está sendo estudado. Neste sentido, a criação do modelo geométrico torna-se um importante aspecto dentro do contexto de simulações tridimensionais usando o MEF. Existem várias fases envolvidas nessa tarefa, que vão desde as estratégias de interface com o usuário até os esquemas de representação dos dados. Além disso, a geometria e a forma dos objetos reais de engenharia são intrinsecamente complexas, usualmente compostas por vários materiais e regiões. Então, a criação do modelo geométrico requer a utilização de programas especiais, chamados modeladores, que podem reproduzir, em formato digital, as formas geométricas dos objetos da simulação.

No contexto de modelagem aplicada a geologia, um dos modeladores geométricos mais utilizados e conhecidos é o Gocad (Gocad, 2006), que é um consórcio internacional de pesquisas, com a participação das principais empresas da indústria petrolífera, que coloca à disposição de seus membros um aplicativo para modelagem geológica tridimensional. O objetivo do Gocad é desenvolver novos métodos de modelagem interativa da geometria e propriedades de objetos geológicos complexos, para aplicações em geologia, geofísica e engenharia de reservatórios. Como modelador geológico, o Gocad se concentra nas seguintes áreas: Geologia Estrutural (modelagem de falhas, dobramento de horizontes e camadas 3D, etc.), Geologia do Petróleo (poços e modelagem de canais, por exemplo), Geofísica Aplicada (interpretação de sísmica 3D para construção ou edição de superfícies, sísmica 3D, etc), Modelagem de reservatórios (métodos geoestatísticos, manipulação de propriedades e computação volumétrica, etc.) e aplicação de minas (avaliação da geometria e propriedades de corpos complexos de minérios).

Apesar das várias facilidades que o Gocad dispõe para as diversas aplicações, o sistema não permite fazer simulações mecânicas como, por exemplo, análise de tensões devido as

cargas de gravidade das camadas geológicas e pressões exercidas nos reservatórios de petróleo, ou ainda, uma análise de tensões provenientes das escavações dos poços de petróleo. Essas análises podem ser realizadas por um método numérico como o Método dos Elementos Finitos. Entretanto, para gerar uma malha que envolva a consideração de várias peculiaridades de um modelo geológico, são necessárias ferramentas computacionais robustas que venham agilizar a tarefa de modelagem geológica.

Neste sentido, o objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia que envolve a integração de várias tecnologias para modelagem geológica por elementos finitos. A metodologia proposta envolve várias etapas de modelagem geométrica e geração de malhas, conforme mostrado na Fig. 1. A originalidade deste trabalho consiste na integração dessas diversas tecnologias apresentadas em trabalhos anteriores pelos autores, desenvolvendo uma ferramenta adequada para a modelagem geológica de problemas tridimensionais por elementos finitos.

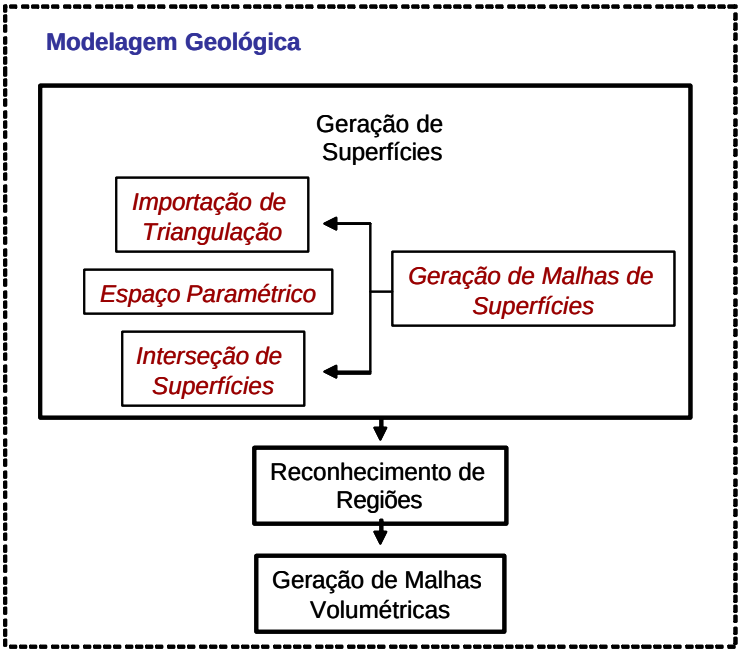


Figura 1 – Modelagem geológica: metodologia proposta.

Inicialmente, as superfícies geológicas, representadas por triangulações arbitrárias, são importadas e um espaço paramétrico associado a cada uma das triangulações é obtido (Miranda et al., 2004). Esses espaços e as respectivas triangulações formam as superfícies paramétricas. Nessa etapa, as superfícies podem ser melhoradas em termos de forma de elementos redefinindo as malhas correspondentes. Havendo cruzamento entres superfícies, interseções entre malhas são realizadas. Um algoritmo para geração de malhas de superfície considerando restrições de falhas (Miranda et al., 2002) é usado tanto na melhoria da malha quanto na geração de novos elementos resultantes da interseção. Estando todo o modelo geométrico fechado e topologicamente compatível com as malhas das camadas geológicas e dos limites laterais, uma estrutura de dados robusta é utilizada para detecção automática das várias regiões do modelo geológico (Lira et al., 2002). Finalmente, são geradas malha de elementos tetraédricos nas regiões utilizando um algoritmo que considera as restrições internas impostas pelo bloco geológico (Cavalcante-Neto et al., 2001). A metodologia

proposta é implementada em um modelador geométrico, denominado MG (Coelho, 2006), permitindo a elaboração de exemplos para sua validação.

Este trabalho está organizado em 6 seções. A Seção 2 apresenta as ferramentas utilizadas na geração de superfícies do modelo geológico. Essas ferramentas incluem o algoritmo utilizado na geração de malhas triangulares em domínios de superfícies arbitrários, usados tanto no procedimento para geração de malhas em superfícies, quanto na interseção entre essas superfícies. Também são apresentadas nessa seção as técnicas usadas na importação de superfícies geológicas representadas por malhas triangulares arbitrárias e a definição do espaço paramétrico associado a elas. Essa seção apresenta ainda a descrição do algoritmo utilizado na interseção das superfícies que se cruzam. A Seção 3 descreve a técnica usada na detecção automática das multi-regiões do modelo, enquanto que a Seção 4 apresenta o algoritmo utilizado na geração de elementos tetraédricos nessas multi-regiões e que considera restrições (falhas) internas. Finalmente, a Seção 5 apresenta exemplos para validação da metodologia proposta, enquanto que a Seção 6 descreve as considerações finais deste trabalho.

2. GERAÇÃO DE SUPERFÍCIES

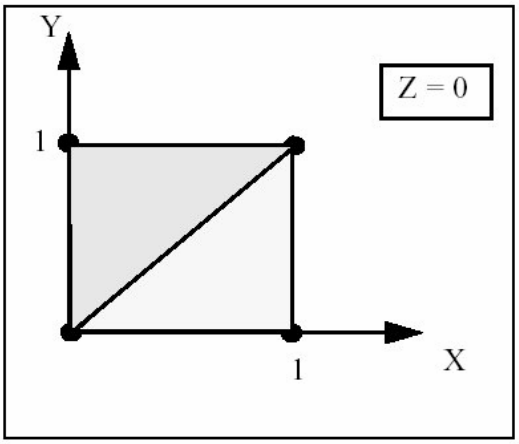
A metodologia proposta neste trabalho para a modelagem geométrica de problemas geológicos considera que as superfícies são caracterizadas por uma malha de elementos finitos e pela representação paramétrica associada a elas. O uso dessa representação paramétrica é importante devido a sua utilização nas principais técnicas associadas a modelagem de superfícies, incluindo os algoritmos para geração de malhas e os algoritmos para interseção entre superfícies.

Ainda considerando o contexto deste trabalho, as superfícies podem ser obtidas de duas formas diferentes: a partir da importação de malhas triangulares arbitrárias; e a partir das malhas resultantes da interseção entre superfícies que se cruzam.

A seguir, são apresentados os principais detalhes relacionados a metodologia adotada para geração consistente das superfícies geológicas do modelo geométrico.

2.1 Importação de malhas triangulares arbitrárias

No contexto desse trabalho, uma malha triangular arbitrária é uma malha definida somente por uma lista de vértices e uma lista triângulos que referenciam a lista de vértices. Por exemplo, o Gocad adota um arquivo chamado *"Tsurf"* para as superfícies definidas por triângulos, como mostra a Fig. 2. Nesse exemplo, a chave *"VRTX"* define quatro vértices e a chave *"TRGL"* define dois triângulos que representam à superfície.




```
GOCAD TSurf 1
HEADER{
name:SQUARE
}
GEOLOGICAL_TYPE top
TFACE
VRTX 1  0.  0.  0.
VRTX 2  1.  0.  0.
VRTX 3  1.  1.  0.
VRTX 4  0.  1.  0.
TRGL 1 2 3
TRGL 1 3 4

END
```

Figura 2 – Exemplo de uma superfície *"Tsurf"* adotada pelo Gocad.

Apesar da forma bastante genérica de representar uma malha de elementos finitos, esta não contém informações sobre a topologia da malha. Por exemplo, uma lista de vértices e triângulos pode representar vários conjuntos de triângulos que formam várias malhas. Ou então, alguns vértices podem estar desconexos no espaço, isto é, não referenciado por triângulo. Portanto, antes de fazer a representação paramétrica das superfícies, é necessário filtrar a malha triangular arbitrária.

A filtragem dos dados pode ser realizada pelo uso de estrutura de dados topológica. Basicamente, essa estrutura tem de satisfazer as seguintes operações: identificar as faces adjacentes de uma dada aresta; identificar as arestas adjacentes a uma face de modo orientado; identificar a aresta próxima/anterior de uma aresta baseada em uma face; contar o número de arestas adjacentes a um vértice; identificar o contorno de uma malha, etc. Essas operações podem ser realizadas em uma estrutura topológica baseada em arestas como, por exemplo, estrutura de aresta aladas (Baumgart, 1975), semi-aresta (Mäntylä, 1988), aresta radial (Weiler, 1986) e DCEL (Berg et al., 1997). Usando as operações mencionadas anteriormente, é possível então separar as diversas malhas para sua representação paramétrica.

2.2 Representação paramétrica de superficies

Dois métodos mais comuns para representar superfícies em modelagem geométrica são as formas implícitas e as equações paramétricas (Hoffmann, 1989). A forma implícita de uma superfície é dada pela equação $f(x,y,z) = 0$, onde x, y e z formam o sistema de eixos no espaço Euclidiano. Uma representação paramétrica de uma superfície é dada por $S(u_i) = (x(u_i), y(u_i), z(u_i))$ onde u_i formam o sistema de eixos no espaço paramétrico da superfície.

Apesar dos métodos de parametrização serem genéricos, existem situações que a superfície é uma triangulação arbitrária. Para esses casos, pode-se usar uma parametrização particular para essas superfícies. A idéia básica dessa parametrização é gerar um espaço paramétrico (u,v) triangulado que é topologicamente igual à superfície original triangulada, mas de geometria distinta. Desse modo, cada triângulo da superfície tem um correspondente no espaço paramétrico, permitindo calcular a matriz jacobina para cada triângulo. Então, para manter continuidade entre triângulos, pode-se adotar um processo de suavização.

A técnica utilizada aqui para representação paramétrica de uma triangulação arbitrária foi desenvolvida por Floater (1997), baseada no trabalho apresentado por Tutte (1998) sobre teoria dos grafos, e implementada recentemente por Miranda e Martha (2004). A solução

adotada mapeia cada triângulo da triangulação da superfície em um triângulo no espaço paramétrico. Desse modo, cada ponto (x, y, z) da triangulação é associado a um ponto (u, v) do espaço paramétrico.

Considerando que a triangulação arbitrária foi devidamente filtrada, uma malha de triângulos topologicamente consistente servirá como dado de entrada para um algoritmo que realiza a parametrização da superfície. Esse algoritmo envolve basicamente os seguintes passos:

- Encontra um plano de mínimos quadrados para a malha de triângulos;
- Identifica os nós chamados de *Border Stones* (BS), que são nós que se localizam em cantos agudos do malha;
- Cria um sistema de coordenadas locais no plano de modo que o eixo u seja orientado do primeiro para o segundo BS. Então, os valores paramétricos dos BS são projetados no plano e mapeados para um sistema normalizado (no plano);
- Calcula os valores paramétricos de todos os nós do contorno a partir dos valores previamente calculados dos BS, considerando que cada curva de borda entre dois BS é uma linha reta no espaço paramétrico;
- Projeta e normalizada os pontos do interior da malha na superfície paramétrica. Inicialmente, esses valores são apenas aproximados;
- Por fim, os valores paramétricos dos nós interiores são calculados por um método iterativo, usando alguma forma de parametrização, similar a Gauss-Seidel (Jeffreys et al., 1988). Nesse método, os valores paramétricos vão se ajustando iterativamente em cada processo de ajuste das coordenadas paramétricas e em cada número de iterações.

Floater (1997) descreve três formas de parametrização: (1) uniforme; (2) média ponderada do inverso da distância; e (3) preservação de forma. Basicamente, a diferença entre as formas de parametrização está no modo de calcular fatores de ponderação relativos a um nó e seu nó adjacente. Na parametrização uniforme o fator de ponderação é calculado igualmente por 1/grau, onde o *grau* é o número de nós adjacentes do referente nó. No caso da média ponderada do inverso da distância, o fator de ponderação é proporcional ao inverso da distância entre o nó adjacente e o nó referente. Por fim, no caso de preservação de forma, o fator de ponderação assume uma forma mais complicada, mas que está descrito no trabalho de Floater.

Adicionalmente, a algoritmo calcula o *Bounding Box* dos elementos e a matriz jacobiana de cada nó da malha, para facilitar a geração de malha e interseção de superfícies. Essa matriz jacobiana do nó é uma média das matrizes jacobinas dos triângulos adjacentes daquele nó. Desse modo, é possível obter uma continuidade da matriz jacobiana entre os triângulos. A Fig. 3 mostra o resultado final de uma parametrização de uma malha de triângulos como dado de entrada.

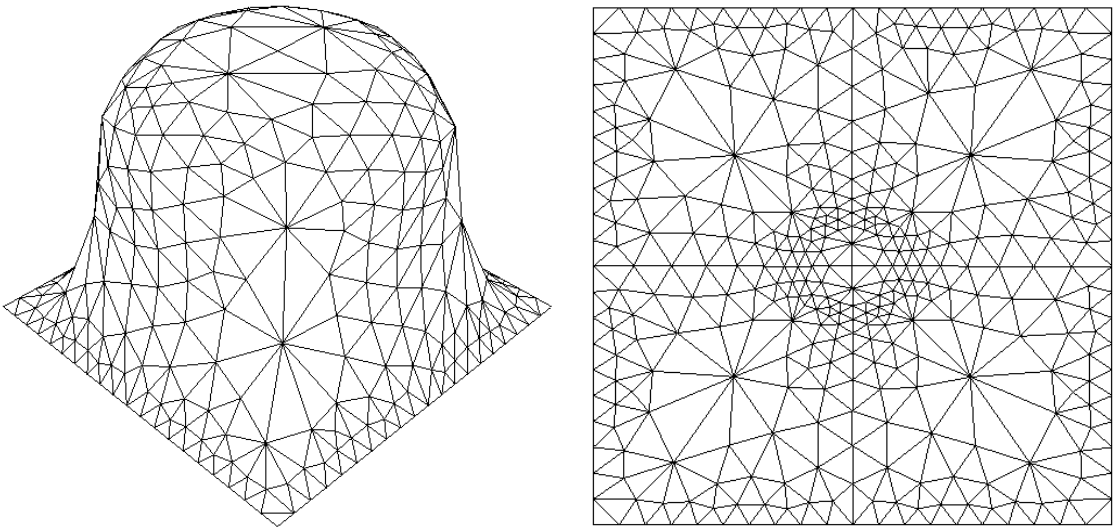


Figura 3 – Malha de triângulos e espaço paramétrico gerado a partir da PFS.

2.3 Geração de malhas triangulares em domínios arbitrários

O algoritmo usado neste trabalho para a geração de malhas em superfícies foi desenvolvido por Miranda (Miranda et al., 2002) e é aplicado na geração de malhas triangulares em superfícies com geometria arbitrária utilizando a sua representação paramétrica. Essa representação é utilizada por ser mais comum, pois utiliza os algoritmos de triangulação bidimensional, com correções de distorção da geometria da superfície. Essa correção de distorção permite que os elementos transformados para o espaço real do modelo sejam de boa forma (próximos a triângulos eqüiláteros). Além disso, o algoritmo permite um maior refinamento em regiões com curvatura mais acentuada.

A estratégia em usar triangulação bidimensional com correção de distorção em geral é mais rápida em termos de tempo computacional que a geração diretamente no espaço real tridimensional, pois essa última requer maiores critérios para a validação dos elementos triangulares. A estratégia adotada utilizando o espaço paramétrico da superfície tridimensional, o que usualmente já se encontra disponível no modelador geométrico, para a geração de malhas triangulares bidimensionais com correções de distorção. A geração de elementos triangulares no espaço bidimensionais hoje em dia é bastante rápida. Em seguida, a malha resultante desta triangulação é reconduzida para o espaço tridimensional, o que é uma operação linear de transformação. Portanto, pode-se dizer que o conjunto de operações realizadas é bastante eficiente. Essas operações podem ser visualizadas na Fig. 4.

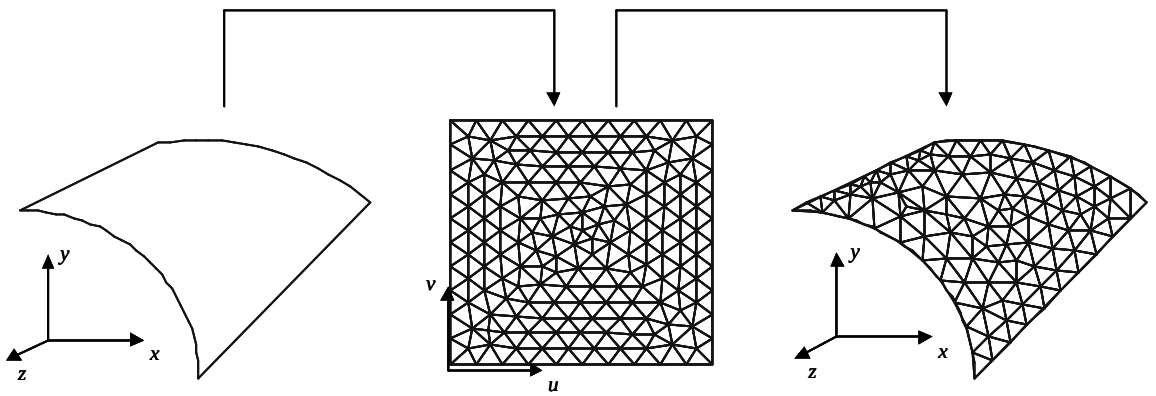


Figura 4 - Geração de malhas em superfícies.

Os dados de entrada para geração de malhas de superfícies utilizando este algoritmo são descritos por uma lista de nós, definidos por suas coordenadas paramétricas, e uma lista com o número de arestas de cada circuito (porção conexa da fronteira) do modelo. O algoritmo é baseado em três passos: construção de uma árvore quaternária (*quadtree*), procedimento de avanço de fronteira e melhoria local da malha.

As finalidades principais da *quadtree* são desenvolver diretrizes locais usadas para definir o tamanho dos elementos triangulares e guardar valores das métricas da parametrização da superfície. A árvore serve como uma malha de pano-de-fundo que auxilia o avanço de fronteira em todas as etapas de construção, provendo valores necessários para fazer correção de distorção de ângulos e distâncias que devido são devidas à parametrização do malha. A adoção da estratégia do uso da quadtree permite que o algoritmo seja bastante eficiente em termos de busca.

O procedimento de avanço da fronteira começa pelo contorno que limita o domínio a ser preenchido com uma malha triangular. Elementos triangulares são extraídos do domínio um por vez. Sempre que um elemento é extraído, o contorno limitante é atualizado e o processo é repetido. O procedimento termina quando o domínio inteiro contém apenas elementos triangulares. Nessa etapa, os elementos gerados no espaço paramétrico são distorcidos, mas de boa forma quando transportados para espaço tridimensional.

A melhoria local da malha é uma técnica de suavização usada para melhorar a qualidade da malha através de reposicionamento de nós dentro de um retalho (grupo de elementos adjacentes). Essa etapa é responsável pela eliminação dos elementos ruins da malha. Uma formulação desta técnica é definida a partir da forma genérica de uma função Laplaciana ponderada.

A Fig. 5 mostra uma outra malha de triângulos gerada na mesma posição da malha mostrada na Fig. 3. Pode-se observar que a qualidade da malha gerada é melhor que a anterior, o que justifica a adoção de aplicar o algoritmo de geração de superfícies.

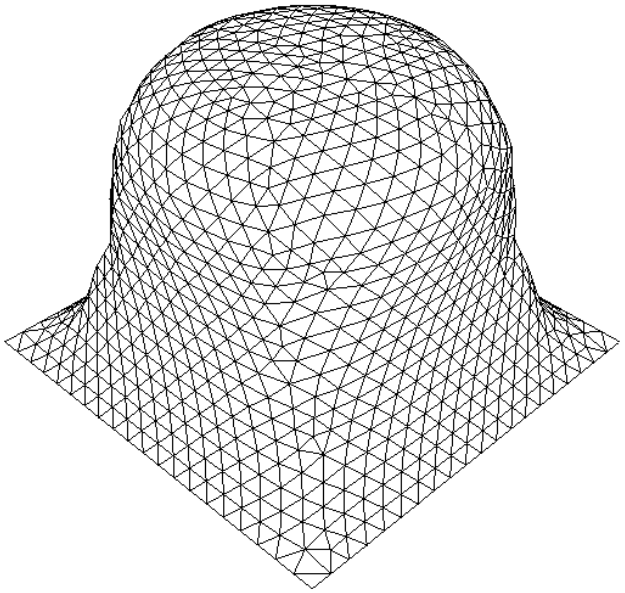


Figura 5 – Malha gerada na superfície parametrizada da Fig. 3, usado o algoritmo de malhas triangulares para superfícies arbitrárias.

2.4 Interseção entre superfícies

A metodologia utilizada requer que o modelo geológico descrito seja topologicamente consistente. Isto significa, por exemplo, que as superfícies só devem se tocar exatamente nas curvas que as delimitam. No entanto, na modelagem de problemas complexos, como os considerados neste trabalho, é comum que as superfícies sejam geradas separadamente com suas respectivas malhas sendo, posteriormente, feita a compatibilização dessas superfícies e malhas.

Dentro desta filosofia, o processo de interseção entre superfícies que se cruzam é importante e deve ser considerado. Neste trabalho, é utilizada uma metodologia para o cálculo de interseção de superfícies paramétricas onde cada uma dessas superfícies possui uma malha de elementos triangulares juntamente com a sua representação matemática. A triangulação das superfícies é gerada utilizando o algoritmo descrito anteriormente. Esse algoritmo usa o espaço paramétrico da superfície para a geração da triangulação e usa uma métrica entre os espaços cartesiano e paramétrico para refinar apropriadamente as superfícies em regiões com altas curvaturas.

O algoritmo para interseção de superfícies é dividido em três passos. No primeiro, as malhas triangulares das superfícies são convertidas em uma estrutura de dados topológicas baseada em uma subdivisão espacial (Cavalcanti et al., 1997). Essa estrutura de dados é usada porque devido a sua eficiente representação em topologias arbitrarias resultantes da interseção entre malhas de superfícies. Por exemplo, buscas locais são usadas para percorrer os pontos de interseção das duas malhas. Esses pontos formam a aproximação inicial para as curvas que resultam da interseção entre superfícies. Na segunda etapa, um esquema iterativo de Newton é usado para projetar cada ponto de interseção no espaço paramétrico de ambas as superfícies. A representação matemática de cada curva de interseção é gerada nos espaços paramétrico e Cartesiano das superfícies. A representação topológica associada a cada superfície original também é útil na identificação das superfícies resultantes da interseção. Finalmente, na terceira etapa, uma nova malha sobre cada superfície resultante é gerada usando o algoritmo para geração de malhas triangulares em domínios arbitrários descrito anteriormente.

Essa estratégia permite a sua utilização em múltiplas interseções entre superfícies, adotando a idéia onde o procedimento é aplicado a duas superfícies por vez. A Fig. 5 ilustra um exemplo de interseção de superfícies usando a estratégia descrita.

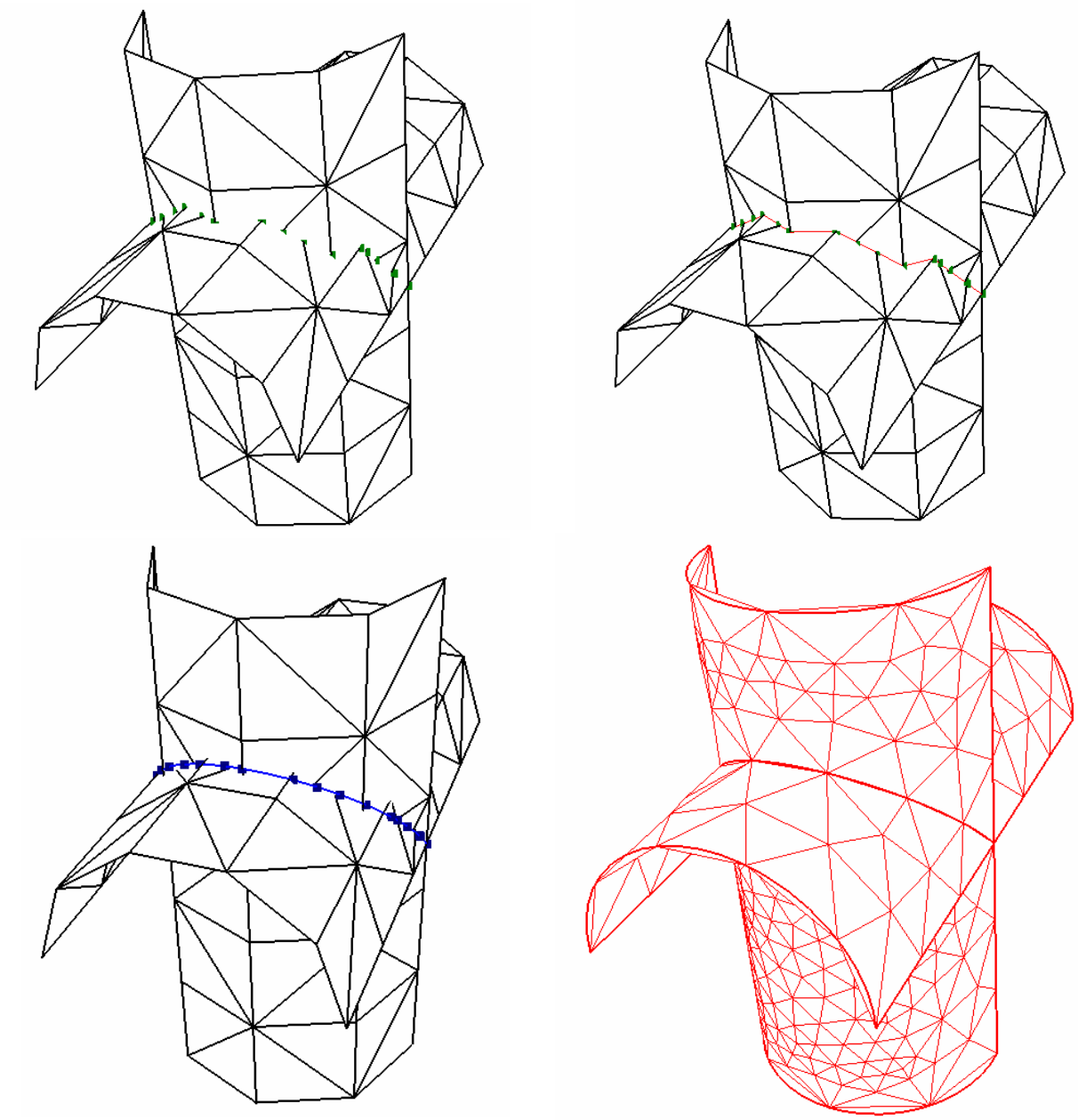


Figura 5 – Interseção entre superfícies usando a estratégia descrita.

3. RECONHECIMENTO DE REGIÕES

A geometria e forma de objetos reais usados em modelagem geológica normalmente são intrinsecamente complexos e compostos de vários materiais e regiões. No entanto, a identificação dessas regiões não é uma tarefa trivial. Uma estratégia para reconhecimento automático dessas regiões torna-se importante dentro do contexto da metodologia proposta, permitindo mais facilmente a identificação de todas as regiões envolvidas no processo de modelagem geométrica de problemas geológicos.

Neste sentido, o presente trabalho utiliza uma estratégia híbrida para reconhecimento automático de regiões, apresentado em trabalhos anteriores pelos autores (Lira et al., 2002), que consiste na integração da própria estrutura de dados do modelador com uma estrutura auxiliar especial que é responsável exatamente pelo reconhecimento das multi-regiões. Essa estratégia é baseada em dois aspectos importantes de simulações tridimensionais usando elementos finitos: modelagem geométrica com detecção automática de multi-regiões; e suporte para a geração automática de malhas de elementos finitos.

A idéia básica é ter duas representações separadas do mesmo modelo. Uma representação é armazenada na estrutura de dados do modelador. Esta é a representação que é mantida na memória do computador durante o processo de modelagem. A estrutura de dados do modelador é também armazenada em disco quando o modelo é salvo.

A outra representação é uma conversão temporária da estrutura de dados do modelador em uma representação CGC (*Complete Geometric Complex*) (Requicha, 1980), que permite a modelagem de objetos com multi-regiões adotando um enfoque *non-manifold*. Nessa conversão, o modelo é modificado para refletir possíveis interseções entre superfícies e é topologicamente tratado para refletir as detecções de regiões.

Essa representação CGC foi apresentada por Cavalcanti (Cavalcanti et al., 1997), referindo-se a uma metodologia geral para criação e manutenção de uma subdivisão espacial em células de forma e geometria arbitrárias. Essa subdivisão espacial pode ser criada a partir da inserção de superfícies uma a uma, permitindo a criação de novas superfícies em tempo real. O objeto resultante da decomposição é classificado como uma *Complete Geometric Complex* (CGC).

A principal vantagem deste enfoque é combinar a relativa funcionalidade e simplicidade do modelador com a poderosa representação topológica e robustez da CGC. Existe uma comunicação nas duas direções entre as representações. A CGC pode ser vista como uma ferramenta para costura topológica que gera informações de topologia que é consistente como a geometria do modelo. As entidades topológicas identificadas pela representação CGC são passadas de volta para a representação MG, incluindo as regiões que foram reconhecidas automaticamente.

As informações básicas passada da estrutura de dados do modelador para a estrutura de dados CGC consiste em um conjunto de superfícies importadas pelo modelador ou resultantes das interseções entre superfícies que se cruzam. Cada superfície é inserida na representação CGC. Aqui, uma superfície é representada pelas suas curvas de contorno e pela sua descrição geométrica. Esses parâmetros são suficientes para determinar uma face na representação CGC. Deve-se notar, no entanto, que as malhas associadas a esses retalhos também são armazenadas, mas não são necessárias no procedimento em questão.

O módulo CGC processa as superfícies passadas pelo modelador e gera um modelo topológico consistente que é convertido de volta para a estrutura de dados do modelador. Essa conversão é feita basicamente percorrendo-se todas as regiões e faces geradas pela representação CGC e transformando-as em entidades na representação do modelador. Cada face na representação CGC corresponde a uma superfície na representação do modelador. Similarmente, cada aresta na representação CGC corresponde a uma curva na estrutura de dados do modelador. Finalmente, cada região na representação CGC gera uma região na representação do modelador.

No contexto deste trabalho, a representação CGC é gerada apenas quando requisitada pelo usuário do modelador. Isto significa que a consistência geométrica e topológica é forçada apenas quando desejado. A razão para isto é que a manutenção dessa consistência em cada passo do processo de modelagem pode ter um alto custo computacional, o que nem sempre é possível e desejável.

Modelagem geométrica tridimensional é uma tarefa complexa que pode envolver uma série de tentativas e erros. A estratégia híbrida adotada neste trabalho foi concebida focando especificamente neste problema. A representação do modelador normalmente é relativamente simples e conseqüentemente provê uma manipulação eficiente de superfícies geológicas.

4. GERAÇÃO DE MALHAS VOLUMÉTRICAS

O algoritmo usado neste trabalho para geração de malhas tetraédricas em regiões com domínios arbitrários foi proposto por Cavalcante Neto (Cavalcante-Neto et al., 2001) e é baseado em uma técnica de avanço da fronteira combinado com uma técnica de decomposição espacial recursiva. A estrutura de dados usada na decomposição espacial é uma árvore octária (*octree*), utilizada para desenvolver diretrizes locais na definição do tamanho dos elementos a serem gerados. A técnica de avanço de fronteira é baseada em um procedimento padrão encontrado na literatura (Lohner et al, 1988; Peraire et al., 1988; Jin et al, 1993; Moller et al., 1995; Chan et al., 1997; Rassineux, 1998) com duas fases adicionais, utilizadas para garantir a geração de uma malha volumétrica válida para praticamente qualquer domínio.

Os dados de entrada para geração de malhas volumétricas utilizando este algoritmo são descritos por uma lista de nós definindo suas coordenadas e uma lista de faces definidas por sua conectividade nodal. Dentre as vantagens desta estrutura de dados, está o fato de poder representar geometrias quaisquer, incluindo furos, cavidades e trincas, de uma maneira simples, podendo ser facilmente incorporada em qualquer sistema de elementos finitos.

O algoritmo está organizado em três passos. O primeiro refere-se à geração da *octree*. Como dito anteriormente, a *octree* tem como funcionalidade desenvolver diretrizes locais usadas na definição do tamanho dos elementos tetraédricos a serem gerados durante o procedimento de avanço da fronteira. A distribuição do tamanho dos elementos tetraédricos através do domínio é deduzida pelo tamanho dos elementos triangulares na malha de contorno fornecida como dado de entrada.

A geração da *octree* envolve três etapas. Na primeira etapa ela é construída com base nos dados de entrada. Inicialmente, um cubo envolvente é criado baseado no máximo intervalo de qualquer uma das três coordenadas cartesianas dos nós dos dados de entrada. Esse cubo é a célula raiz da *octree*. No primeiro passo de refinamento, cada face da malha de contorno fornecida é usada para determinar a profundidade local da subdivisão. A célula da *octree* contendo o centróide de cada face triangular da malha de contorno é determinada. Se a área da face da célula é maior que a área da face do contorno, então esta célula é subdividida em oito células menores. Este processo é repetido recursivamente e acaba quando a área da face da célula é menor que um fator da área da face do contorno. Este fator é necessário e recomendado na literatura para evitar o refinamento excessivo na construção da *octree*. Esse passo pode deixar grandes células no interior do domínio. Para evitar esse problema, a segunda etapa do processo refina a *octree*, garantindo que nenhuma célula no interior do domínio seja maior que a maior célula no contorno. A última etapa do processo de geração da *octree* força a existência de um único nível de diferença entre as células vizinhas. Isto permite uma transição natural entre as regiões com diferentes graus de refinamento.

O passo seguinte do algoritmo para geração de malhas volumétricas refere-se ao procedimento de avanço da fronteira. Este processo começa com a superfície que limita o domínio a ser preenchido com a malha volumétrica. Elementos volumétricos são extraídos do domínio um por vez. Quando cada elemento é extraído, a superfície limitante é atualizada e o processo se repete. O procedimento termina quando a malha é gerada sobre todo domínio ou quando uma ou mais cavidades internas não “malhadas” permanecem, de onde elementos válidos não podem ser extraídos. Neste algoritmo, para garantir a geração de elementos

válidos, o processo de avanço de fronteira é dividido em três fases. Na primeira fase, a geração de elementos é realizada baseando-se na geometria. Nesta fase, tenta-se gerar elementos com formas ótimas. Quando não é mais possível gerar estes elementos inicia-se, então, a segunda fase deste procedimento: a geração de elementos baseado na topologia. Tenta-se, então, criar elementos válidos, mas não necessariamente de boa forma. Na última fase, um procedimento de "volta-passo" (*backtracking*) é utilizado para eliminar algumas faces dos elementos que estão impedindo o algoritmo de completar a malha.

O procedimento de avanço da fronteira pode gerar elementos tetraédricos com formas não-ótimas. Para tentar evitar esse problema, o algoritmo apresentado por Cavalcante Neto possui um último passo que busca uma melhoria local da malha. Esse passo possui duas fases. A primeira é a utilização de uma técnica de suavização convencional que consiste na relocação de nós baseado na média das coordenadas nodais, com testes de validação. O segundo passo é um procedimento de "volta-passo", similar àquele da última fase do procedimento de avanço de fronteira. Como foi visto, esse procedimento remove faces de elementos de forma ruim para criar uma região onde elementos com melhor forma possam ser gerados.

O algoritmo também considera dois outros aspectos importantes: reconhecimento de fissuras e de restrições internas. Em termos geométricos, uma fissura é uma descontinuidade no modelo e pode ser representado por duas faces na lista de faces em uma mesma posição no espaço, mas com as normais em direções opostas. Por outro lado, restrições internas são faces soltas dentro do domínio com objetivo de representar descontinuidades que não possam ser representadas como fissuras. Em ambos os casos, o presente algoritmo reconhece internamente essas descontinuidades e as trata adequadamente.

Finalmente, o algoritmo retorna um malha de elementos tetraédricos que considera as fissuras e as restrições impostas pelo modelo geológico. Os vários elementos tetraédricos gerados para as várias regiões, juntamente com os atributos decorrentes da análise, formam a malha de elementos finitos desejada. Essa malha pode então ser analisada por um *solver*.

5. EXEMPLOS

Para validar as idéias apresentadas e verificar a robustez e eficiência da metodologia usada na modelagem geológica por elementos finitos descrita neste trabalho, a estratégia foi implementada em um modelador geométrico, denominado MG (Coelho, 2006), aumentando a sua capacidade para modelagem de problemas complexos de geologia. Para ilustrar essas novas capacidades, esta seção apresenta dois exemplos de modelagem, focando no procedimento proposto.

O primeiro exemplo corresponde a um modelo representativo de meios rochosos fraturados, onde falhas geológicas estão imersas na região estudada. A Fig. 6 mostra superfícies geradas no Gocad e que foram importadas usando a técnica descrita neste trabalho. Para fazer a compatibilidade das malhas entre superfícies, o algoritmo de interseção é utilizado. A Fig. 7 mostra um detalhe da malha após a interseção entre três superfícies do modelo original. Note que o procedimento permite que múltiplas interseções sejam realizadas, sempre considerando interseções entre pares de superfícies. As Fig. 8a-b mostram o modelo final e as malhas associadas às superfícies após a realização de todas as interseções necessárias. Aqui, regiões excedentes e não necessárias para a composição do modelo são removidas. O procedimento para detecção automática de multi-regiões é aplicado, gerando várias regiões delimitadas pelas superfícies do modelo. A malha volumétrica final aplicada a cada região do modelo é mostrada na Fig. 9. Essa malha foi obtida a partir da utilização do algoritmo descrito anteriormente.

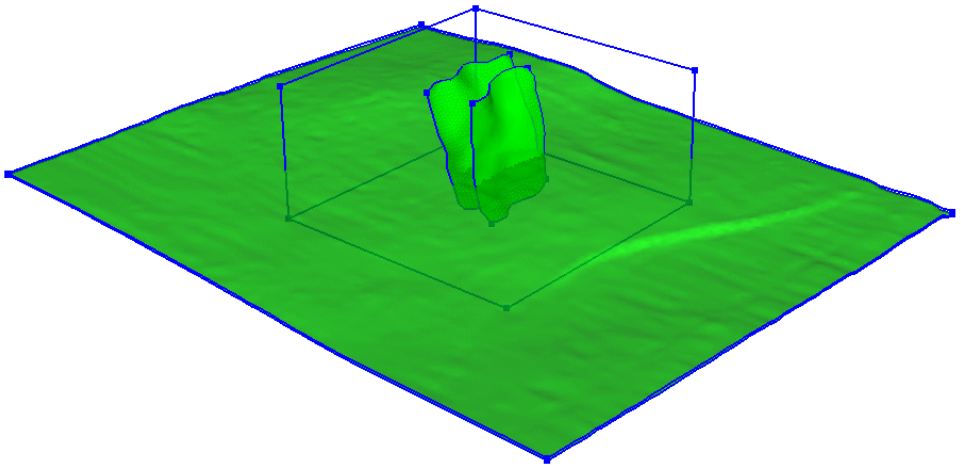


Figura 6 – Superfícies geradas no Gocad e importadas a partir da utilização da PFS.

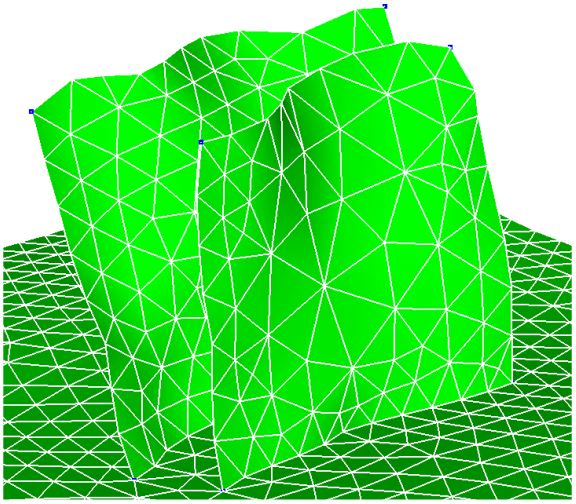
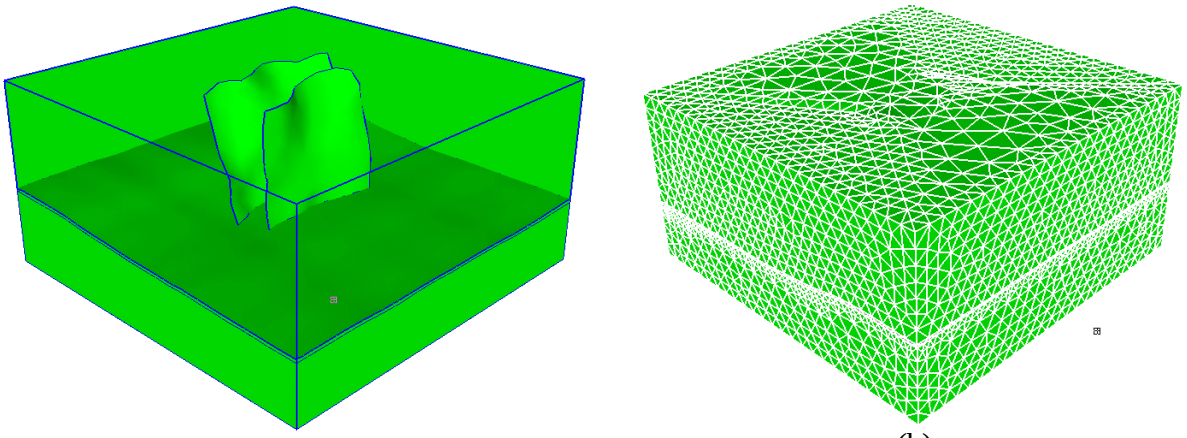


Figura 7 – Malhas geradas após a interseção entre três superfícies.



(a) (b)

Figura 8 – Modelo final após as interseções e o reconhecimento de multi-regiões: a) regiões; b) malhas nas superfícies.

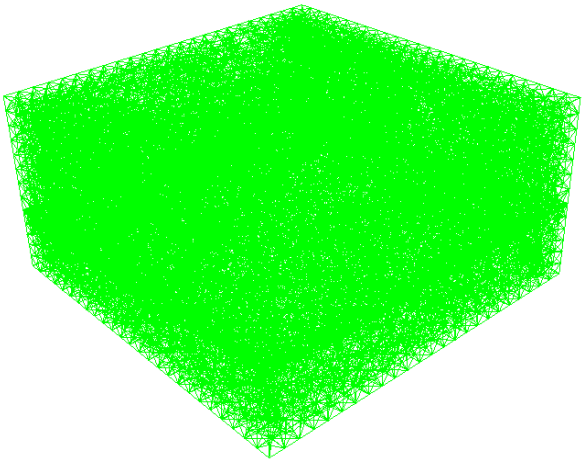
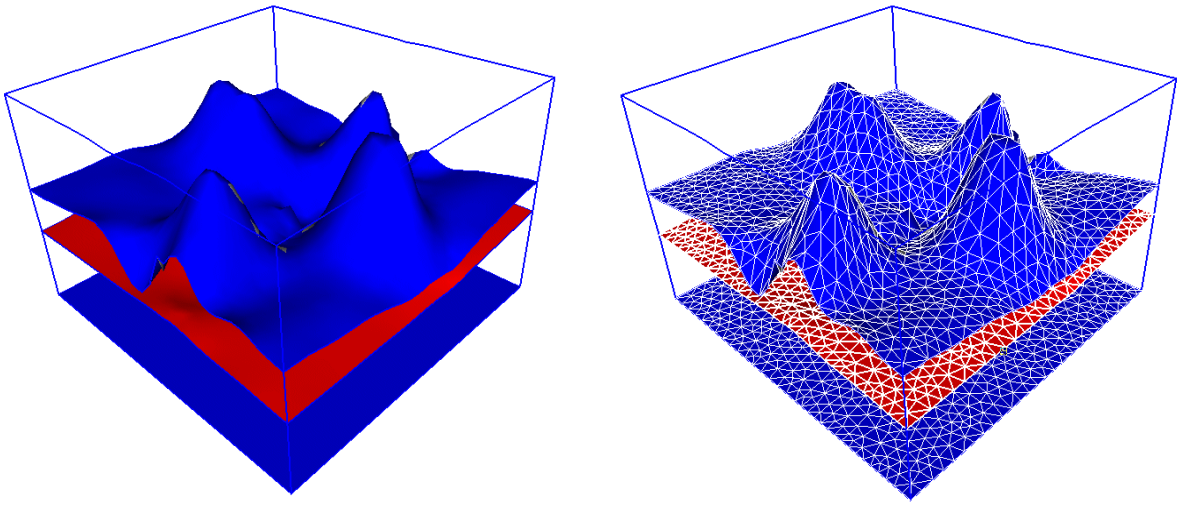


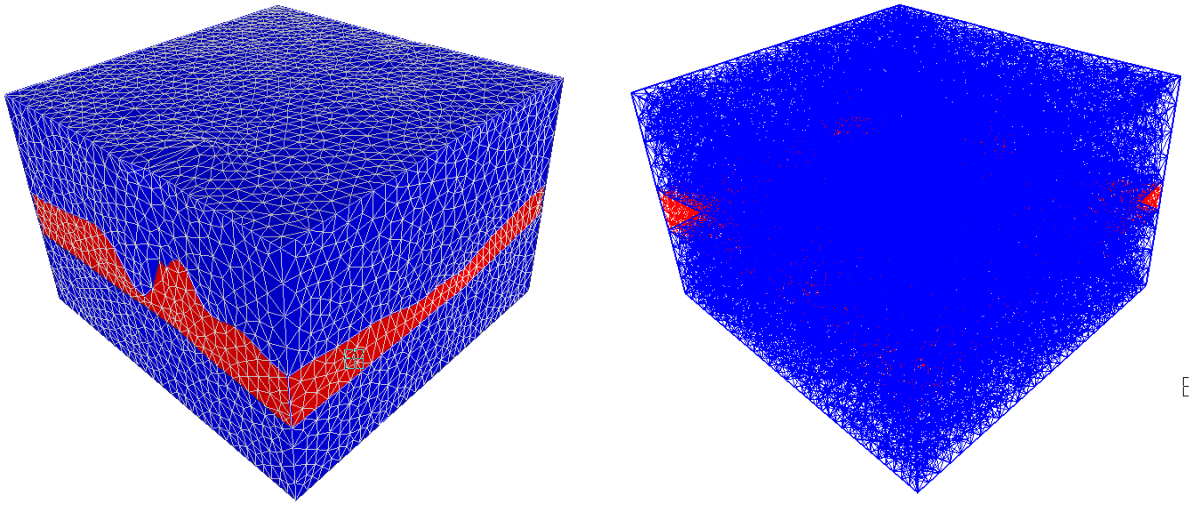
Figura 9 – Malha volumétrica final.

O segundo exemplo corresponde a um modelo associado a um domo salino, característico de regiões com alta concentração de petróleo. As Fig. 10a-b mostram as superfícies geradas no Gocad e importadas a partir da aplicação da metodologia proposta, além das malhas de elementos finitos associadas a cada superfície do modelo original. As Fig. 11a-b mostram as multi-regiões identificadas automaticamente pela metodologia e a malha volumétrica final de elementos finitos.



(a) (b)

Figura 10 – Modelo inicial: a) superfícies importadas do Gocad; b) malha de elementos finitos associada a cada superfície.



(a) (b)

Figura 11 – Modelo final: a) multi-regiões identificadas; b) malha volumétrica final.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma metodologia baseada na integração de várias tecnologias avançadas para modelagem de problemas geológicos usando elementos finitos. A metodologia envolve todas as etapas do processo de modelagem geométrica e geração de malhas. O processo inicia a partir das superfícies geológicas, representadas por triangulações arbitrárias, que são obtidas a partir da sua importação ou são resultantes de interseções entre superfícies que se cruzam. Nessas superfícies, espaços paramétricos são gerados descrevendo representações paramétricas associadas a cada uma das superfícies. Usando esse espaço paramétrico, as malhas triangulares sobre as superfícies podem ser melhoradas a partir da utilização de um algoritmo para geração de malhas triangulares em superfícies com domínios arbitrários tratando, inclusive, regiões com curvaturas acentuadas. O mesmo algoritmo também é utilizado na redefinição das malhas localizadas sobre as superfícies resultantes da interseção. Em seguida, é realizado um reconhecimento automático de multi-regiões, procedimento importante na modelagem de problemas geológicos complexos. Um procedimento robusto é utilizado nesta etapa da modelagem, forçando a consistência topológica e geométrica do modelo e permitindo a sua utilização de forma mais adequada. Por fim, malhas volumétricas podem ser geradas internamente às regiões delimitadas pelas superfícies importadas. Um algoritmo para geração de tetraedros em domínios arbitrários é utilizado, tratando consistentemente as restrições internas (falhas geológicas, por exemplo) pertencentes ao domínio do modelo geológico. A metodologia proposta é implementada em um modelador geométrico possibilitando a sua utilização no desenvolvimento e estudo de problemas geológicos complexos, incluindo a simulação de reservatórios e fluxo em meios rochosos fraturados. Exemplos numéricos são apresentações para validação da metodologia proposta.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio cientifico e tecnológico dispensados pelos engenheiros do Setor de Métodos Científicos do Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello (PETROBRAS/CENPES/PDEP/MC).

REFERÊNCIAS

Bathe, K.J., 1996. *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Inc.

Baumgart, B. G., 1975. *A* Polyhedron Representation for Computer Vision, *AFISPS*, vol. 44, pp. 589-596.

Berg, M.D., Kreveld, M.V., Overmars, M., & Schwarzkopf, O., 1997. *Computational Geometry - Algorithms and Applications*, Springer.

Cavalcante Neto, J.B., Wawrzynek, P.A., Carvalho, M.T.M., Martha, L.F., & Ingraffea, A.R., 2001. An algorithm for three-dimensional mesh generation for arbitrary regions with cracks, *Engineering with Computers*, vol. 17, n. 1, pp. 75-91.

Cavalcanti, P.R., Carvalho, P.C.P., & Martha, L.F., 1997. Non-manifold Modeling: an approach based on spatial subdivision, *Computer-Aided Design*, vol. 29, n. 3, pp. 209–220.

Chan, C.T. & Anastasiou, K., 1997. Automatic tetrahedral mesh generation scheme by the advancing front method, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 13, n. 1, pp. 33-46.

Coelho, L.C., 2006. *MG - Mesh Generator*, www.tecgraf.puc-rio.br/mg, Tecgraf, Rio de Janeiro.

Floater, M., 1997. Parametrization and Smooth Approximation of Surface Triangulations, *Computer Aided Geometric Design*, vol. 14, n. 3, pp. 231-250.

Gocad, 2006. *Gocad*, www.gocad.org.

Hoffmann, C.M., 1989. *Geometric and Solid Modeling: An Introduction*, Morgan Kaufmann.

Jeffreys, H. & Jeffreys, B.S., 1988. *Methods of Mathematical Physics*, 3rd ed., Cambridge University Press.

Jin, H. & Tanner, R.I., 1993. Generation of unstructured tetrahedral meshes by advancing front technique, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 36, n. 11, pp.1805-1823.

Lira, W.M., Cavalcanti, P.R., Coelho, L.C.G., & Martha, L.F., 2002. Modeling Methodology for Finite Element Mesh Generation of Multi-Region Models with Parametric Surfaces, *Computers & Graphics*, vol. 26, n. 6, pp. 907-918.

Lohner, R. & Parikh, P., 1988. Generation of three-dimensional unstructured grids by the advancing-front method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 8, pp. 1135–1149.

Mäntylä, M., 1988. *An Introduction to Solid Modeling*, Computer Science Press.

Miranda, A.C.O. & Martha, L. F., 2002. Mesh Generation on High-Curvature Surfaces based on a Background Quadtree Structure, *Proceedings of 11th International Meshing Roundtable*, pp. 333-341.

Miranda, A.C.O. & Martha, L.F., 2004. Geração de Malhas Estruturas ou em Camadas a partir de um Espaço Paramétrico de Triangulações Não Estruturadas, *25th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, cd-rom.

Moller, P. & Hansbo, P., 1995. On advancing front mesh generation in three dimensions, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 38, n. 21, pp. 3551-3569.

Peraire, J., Peiro, J., Formaggia, L., Morgan, K., & Zienkiewicz, O.C., 1988. Finite Euler computation in three-dimensions, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **,** vol. 26, pp. 2135–2159.

Rassineux, A., 1998. Generation and optimization of tetrahedral meshes by advancing front technique, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 41, n. 4, pp. 651-674.

Requicha, A.G., 1980. Representations of solid objects: theory, methods and systems, *ACM Computing Surveys*, vol. 12, n. 4, pp. 437–464.

Tutte, W.T., 1998. *Graph Theory As I Have Known It*, Oxford University Press.

Weiler, K.J., 1986. *Topological Structures for Geometric Modeling*. PhD. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute.

Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., & Zhu, J.Z., 2005. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier.