59ª EDIÇÃO CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO
BENTO GONÇALVES - RS
31 de outubro a 3 de novembro de 2017

Anais do 59º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2017
Outubro-Novembro / 2017

@ 2017 - IBRACON - ISSN 2175-8182

IBRACON

Confiabilidade em Estruturas de Concreto Armado: Abordagem Bayesiana da Reavaliação da Resistência do Concreto – Um Estudo de Caso

Reliability in Reinforced Concrete Structures: Bayesian Approach to Reevaluation of Concrete Strength – A Study of Case

Claudia Interlandi(1); Anderson Pereira(2); Luiz Fernando Martha(3); Sergio Hampshire Santos (4)

(1) Doutoranda, Engenharia Civil/Estruturas, PUC-Rio
clauinterlandi@yahoo.com.br
(2) Professor Adjunto, Engenharia Mecânica, PUC-Rio
(3) Professor Titular, Engenharia Civil/Estruturas, PUC-Rio
(4) Professor Titular, Escola Politécnica, UFRJ

Resumo

Concretos de alta resistência estão sendo correntemente utilizados atualmente no Brasil. Isto coloca novos desafios tecnológicos para a indústria da construção. Assim, frequentemente a resistência do concreto exigida pelo projeto não é atingida na construção. Muitas vezes é necessário reavaliar a resistência à compressão do concreto em estruturas existentes e em construção. Esta reavaliação deve ser baseada em ensaios em alguns poucos corpos de prova, às vezes nos resultados de um único. É mostrado no artigo que os critérios propostos na Norma ABNT NBR 12655 estão contra a segurança. Critérios alternativos são propostos no artigo, totalmente baseados em uma abordagem Bayesiana.

Palavras-Chave: confiabilidade, concreto armado, NBR 12655.

Abstract

Concretes of high compressive resistance are nowadays currently used in structural design in Brazil. This poses new technological problems for the construction industry. Therefore, frequently the concrete resistance required by design is not attained in the construction. Frequently, it is necessary to reevaluate the concrete compression resistance in existent and under construction structures. This reevaluation has to be based on tests in some few specimens, even in the result of a single test. It is shown in the paper that the criteria defined in the Standard ABNT NBR 12655 are unsafe. Alternative criteria are proposed in the paper, fully based in a Bayesian approach.

Keywords: Reliabilty, reinforced concrete, NBR 12655.

1 Introdução

De forma geral, as estruturas devem ser projetadas e construídas de tal modo a atender às especificações das normas vigentes, de forma econômica e atendendo a um grau mínimo de confiabilidade, apresentando bom desempenho em relação às funções para as quais foram projetadas durante a vida útil estimada.

A garantia da confiabilidade é assegurada com medidas específicas implementadas nas três fases da vida da estrutura, quais sejam, projeto, construção e serviço.

Uma estrutura apresenta bom desempenho durante o período de vida útil para que foi construída desde que atenda a certos requisitos fundamentais:

- Requisito de serviço ou utilização: as estruturas devem apresentar comportamento adequado à sua utilização quando sujeitas às ações esperadas (ações com probabilidade relativamente elevada de ocorrência) durante a sua vida útil.
- Requisito de segurança: as estruturas devem ser capazes de resistir a ações extremas e a combinações de ações desfavoráveis de baixa probabilidade de ocorrência. Quando submetidas a tais ações excepcionais, podem sofrer danos graves, mas que devem ser controlados e com o menor risco possível para a vida das pessoas.
- Requisito de durabilidade: As estruturas devem manter-se em boa condição estrutural, ou seja, sem deterioração significativa, durante todo o período de vida útil estimado, sem que sejam necessários custos não previstos de manutenção.
- Requisito da robustez: As estruturas, quando sujeitas a ações de natureza acidental, erros humanos graves ou deterioração acentuada e não visível, devem manter a sua estrutura original sem sofrer danos desproporcionais ou irreversíveis.

A verificação do desempenho das estruturas aos requisitos de serviço e segurança é feito recorrendo ao chamado método dos estados limites, descrito a seguir.

Parte dos conceitos apresentados nos primeiros itens deste artigo foram originalmente expostos por BECK (2015).

2 Segurança e confiabilidade estrutural

Confiabilidade é o grau de confiança de que uma estrutura ou sistema não falhe dentro de um período de tempo especificado, respeitadas as condições de operação de projeto do mesmo. Probabilidade de falha é a probabilidade de que o sistema falhe, ou seja, não atenda às especificações de projeto para o qual foi projetado.

Risco é a chance ou probabilidade de um determinado nível de dano ocorrer durante um período especifico ou associado a uma atividade especifica. O risco também pode ser definido como o produto da probabilidade de ocorrência do evento pela consequência da ocorrência do mesmo (Equação 1).

$$Risco[E] = P[E] \times C[E] \qquad \text{(Equação 1)}$$

Onde:
P[E] é a probabilidade de ocorrência do evento E
C[E] é a consequência dos respectivos custos da ocorrência, relacionados a todos os eventos E.

2.1 Classificação de riscos

Os riscos podem ser categorizados conforme apresentado abaixo:

- Risco voluntário é aquele ao qual o indivíduo se expõe voluntariamente, em geral para desfrutar de algum beneficio. Esta exposição ao risco nem sempre é feita de forma planejada em relação ao nível do risco envolvido. Alguns exemplos são jogos de azar, investir em mercado de ações, praticar esportes radicais.
- Risco involuntário é aquele imposto sobre um indivíduo ou grupo de indivíduos por atividades de terceiros, ou seja, sem opção do individuo afetado. Alguns exemplos são: atividades industriais perigosas com risco de vazamento, explosões, incêndios.
- Risco individual é aquele que afeta um individuo em particular. É dado na forma de chance por morte por ano por milhão de habitantes.
- Risco social é associado com incidentes onde um grande número de fatalidades pode ocorrer, ou seja, atividades perigosas em zonas de grande densidade populacional. Esse tipo de risco expressa a relação entre frequência (probabilidade) de ocorrência de um evento e o número de pessoas potencialmente atingidas pelo evento.
- Risco de origem ambiental é aquele que se origina por fenômenos naturais ou ambientais, como terremotos, tempestades, furacões, tsunamis, etc. Há evidências de que fenômenos ambientais tem ocorrido com maior intensidade e maior frequência, em função de alterações climáticas globais.
- Risco de origem tecnológica é aquele que tem sua origem em atividades humanas perigosas, como manipulação, beneficiamento, transporte e estoque de produtos tóxicos e/ou perigosos, como venenos, combustíveis, material radioativo, etc. Também pode ser caracterizado pelo uso ou exposição a equipamentos produzidos pelo homem, como aviões, foguetes, carros, navios, etc.

Quando um tsunami ou furacão atinge uma cidade, provocando destruição de prédios, inundações e vítimas fatais e não fatais, diz-se se tratar de risco de origem ambiental (por exemplo, a destruição de Nova Orleans pelo furacão Katrina em 2005). Quando um tsunami causa dispersão de radiação por destruição de uma planta nuclear, como ocorrido em Fukushima em 2011, tem-se como origem um fenômeno ambiental, mas as consequências determinadas por questões tecnológicas. Neste caso, pode-se classificar o risco como de origem tecnológica.

2.2 Análise quantitativa - matriz de risco

Uma matriz de risco é construída classificando-se a gravidade e a probabilidade da ocorrência do evento em faixas (alto, médio, baixo risco). Esta classificação simples é feita conforme a matriz de risco ilustrada na Figura 1.

Figura 1: Matriz de risco (DRAKE e THURSTON, (1993))

Gravidade do evento:

- Evento menor: Impacto inicialmente limitado a pequena área no local do evento com potencial para consequências maiores na falta de ação corretiva.
- Evento sério: Evento que pode causar lesões sérias ou morte em uma planta ou fora dela e elevados danos materiais na planta ou fora dela.
- Evento grave: Evento cinco ou dez vezes maior do que um evento sério.

Probabilidade de ocorrência do evento (f = falhas/ano)

- Baixa ($f < 10^{-4}$/ano): Uma falha ou série de falhas com muito pequena probabilidade de ocorrência dentro da vida projetada da planta. Exemplo:

a) Três ou mais falhas simultâneas de equipamento, instrumento ou humana;

b) Falha espontânea de tanque ou vaso de pressão.

- Moderada ($10^{-4} < f < 10^{-2}$/ano): Uma falha ou série de falhas com pequena probabilidade de ocorrência dentro da vida projetada da planta. Exemplo:

a) Falha simultânea de 2 equipamentos ou 2 instrumentos;

b) Combinação de falha de equipamento com falha humana;

c) Falha em pequena linha de processo.

- Alta (f > 10^{-2}/ano): Pode-se esperar que esta falha aconteça durante a vida projetada da planta. Exemplo:

a) Vazamentos;

b) Falha individual de um instrumento ou de um componente;

c) Erro humano que resulte em vazamento de material.

Classificação do risco:

- Região de alto risco: o risco nesta faixa provavelmente é inaceitável e deve ser eliminado ou atenuado.
- Risco moderado: os riscos devem ser controlados e, se possível, eliminados. Estratégias de redução de riscos devem ser estudadas, incluindo a sua relação custo-benefício. Riscos devem ser reduzidos sempre que estiverem acima da linha de riscos toleráveis.
- Região de baixo risco: estes riscos provavelmente são aceitáveis e continuarão assim, mesmo que o nível de riscos toleráveis seja reduzido. A localização desta zona depende do que o público, governo e empregados a entendam como aceitável ou tolerável.

3 Características das variáveis probabilísticas consideradas

3.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal, conhecida também como distribuição gaussiana é a mais importante distribuição contínua. Sua importância se deve a vários fatores. Entre eles pode-se citar sua associação com o Teorema do Limite Central, que é de importância fundamental em aplicações práticas e teóricas. Este teorema garante que mesmo que os dados não sejam distribuídos segundo uma curva normal, a média dos dados converge para uma distribuição normal conforme aumenta o número de dados. Além disso, diversos estudos práticos tem como resultado uma distribuição Normal. Podemos citar, como exemplo, que a altura de uma determinada população em geral segue uma distribuição Normal. Essa e outras características físicas e sociais tem um comportamento gaussiano, ou seja, seguem uma distribuição Normal.

Uma variável aleatória contínua X tem distribuição Normal se sua função densidade de probabilidade for dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right], x \in (-\infty, \infty). \qquad \text{(Equação 2)}$$

A variação natural de muitos processos industriais é realmente aleatória. Embora as distribuições de muitos processos possam assumir outra distribuição, muitas variáveis observadas possuem uma distribuição de frequências que é, aproximadamente, uma distribuição de probabilidades Normal.

Como dito, probabilidade é a chance real de ocorrer um determinado evento, isto é, a chance de ocorrer uma medida em um determinado intervalo. Por exemplo, a frequência relativa neste intervalo, observada a partir de uma amostra de medidas, é uma aproximação da probabilidade.

A distribuição normal tem uma forma de "sino" (Figura 2).

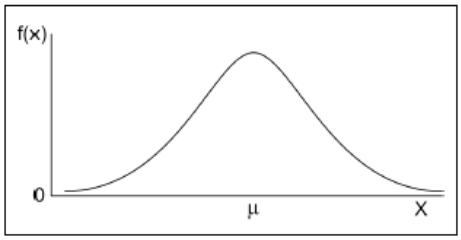

Figura 2: Gráfico de distribuição normal

Para se achar uma área sob a curva normal devemos conhecer dois valores numéricos, a média *m* e o desvio padrão *s*. A Figura 3 a seguir mostra alguns parâmetros importantes da curva.

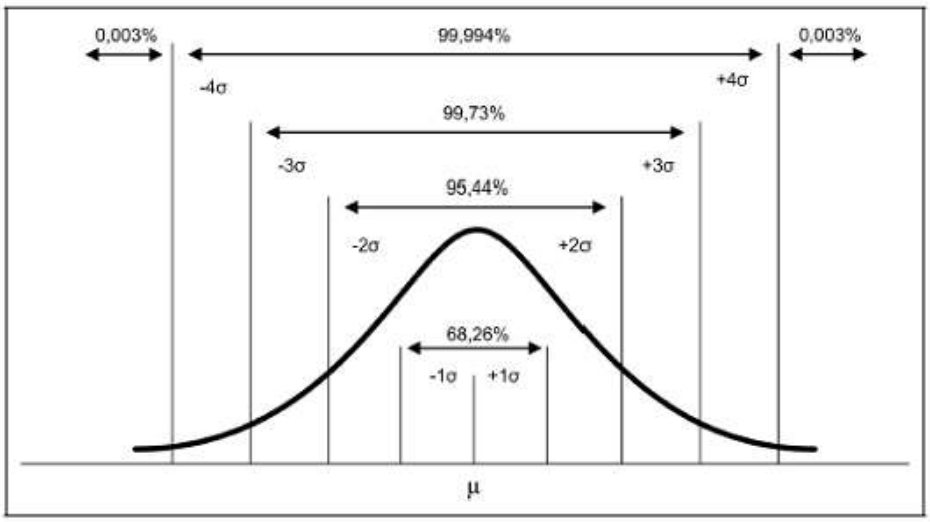

Figura 3: Gráfico de distribuição normal - média e desvio padrão

Quando *m* e *s* são desconhecidos, estes valores serão estimados por $\overline{X}$ e *s*, respectivamente, a partir da amostra, em que:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; ; \; s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2} \qquad \text{(Equações 3 e 4)}$$

Para cada valor de *m* e/ou s temos uma curva de distribuição de probabilidade. Porém, para se calcular áreas específicas, faz-se uso de uma distribuição particular: a "distribuição normal padronizada", também chamada de reduzida. Esta é uma distribuição normal com *m*=0 e *s*=1 (Figura 4). Para obter tal distribuição, isto é, quando se tem uma variável *X* com distribuição normal com média *m* diferente de 0 e/ou desvio padrão *s* diferente de 1, devemos reduzi-la a uma variável *Z*, efetuando a seguinte transformação:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \qquad \text{(Equação 5)}$$

Assim, a distribuição passa a ter média *m*=0 e desvio padrão *s*=1. Pelo fato da distribuição ser simétrica em relação à média *m*=0, a área à direita é igual à área à esquerda de *m*. Por ser uma distribuição muito usada, existem tabelas nas quais encontramos a resolução de suas integrais.

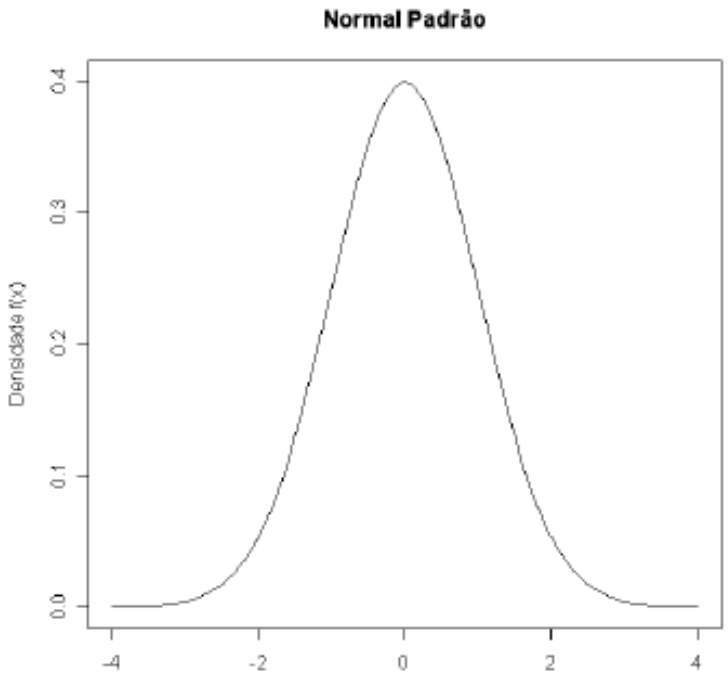

Figura 4: Gráfico de distribuição normal padrão

3.2 Distribuição *t-Student*

A distribuição *t-Student* é uma das distribuições mais utilizadas na estatística, com aplicações que vão desde a modelagem estatística até testes de hipóteses.
Uma variável aleatória contínua *x* tem distribuição *t-Student* (em sua forma reduzida) com ν graus de liberdade (número de amostras) se sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \qquad x \in (-\infty, \infty) \qquad \text{(Equação 6)}$$

A função de densidade da distribuição *t-Student* tem a mesma forma da distribuição Normal, mas reflete a maior variabilidade (com curvas mais alargadas) o que é de se esperar em amostras pequenas.
Quanto maior o número de graus de liberdade (amostras), mais a distribuição *t-Student* se aproxima da distribuição Normal.
Na Figura 5 apresenta-se um gráfico da função densidade *t-Student* com ν = 10 graus de liberdade (observar a similaridade com a Figura 4).

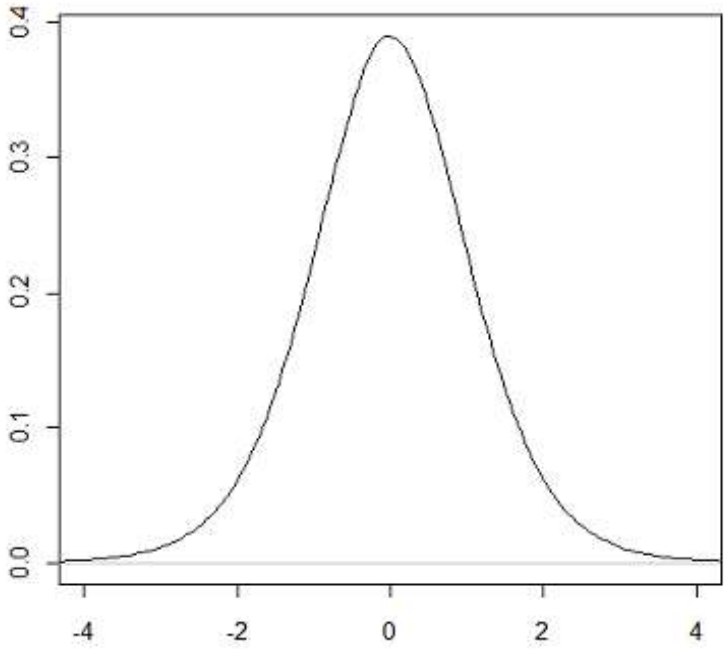

Figura 5: Gráfico de uma distribuição *t-Student* padrão

4 Estados limites

Segundo a definição de JACINTO (2011), estado limite é uma condição a partir da qual a estrutura deixa de cumprir um ou mais requisitos, ficando de alguma forma prejudicada no desempenho das funções para que foi construída. Dependendo da gravidade dos prejuízos, os estados limites classificam-se em dois grupos:

a) Estados limites de utilização: estados associados a danos pouco severos e que não obrigam ao encerramento do uso da estrutura. Trata-se de danos prejudiciais ao conforto dos indivíduos, aspecto da estrutura, seu funcionamento e/ou durabilidade.

b) Estados limites últimos: estados associados a danos graves e que implicam no encerramento do uso da estrutura. Os estados limites últimos dizem respeito não só à segurança da estrutura em si (sua integridade física), mas também (e sobretudo) à segurança dos indivíduos. Isto significa que qualquer estado adverso numa estrutura que comprometa a segurança de pessoas é suficientemente grave para que seja classificado como estado limite último.

A verificação do desempenho das estruturas face ao requisito de serviço é feita através dos estados limites de serviço e a verificação do desempenho face ao requisito da segurança é feita através dos estados limites últimos.

A diferenciação de gravidade dos estados limites deve refletir-se nos níveis de confiabilidade pretendidos para esses estados limites. Estados limites mais graves devem ter probabilidades de ocorrência menores, e, portanto valores de confiabilidade maiores.

Alguns exemplos de estados limites últimos:

– perda de equilíbrio da estrutura considerada como corpo rígido;
– estado limite de resistência ou deformação plástica excessiva;
– perda de resistência por fenômenos de fadiga;
– instabilidade da estrutura ou de uma das suas partes.

Alguns exemplos de estados limites de serviço:

– danos locais suscetíveis a acelerar a deterioração ou prejudicar a aparência (fissuração, por exemplo);
– deformação incompatível com o bom funcionamento de elementos não estruturais, ou que prejudique a aparência da estrutura.
– vibrações excessivas, suscetíveis a causar desconforto nas pessoas.

4.1 O método dos estados limites:

A verificação da segurança pelo método dos estados limites consiste em geral em comparar uma grandeza atuante E com uma grandeza resistente R, e procurando-se garantir que: $E \leq R$. Se esta condição for cumprida, diz-se que está satisfeita a segurança. A grandeza atuante E está relacionada com as ações que atuam na estrutura e pode corresponder a uma carga, um esforço ou um deslocamento imposto. A grandeza R diz

respeito à capacidade da estrutura face à grandeza atuante, e a sua quantificação envolve em geral alguma espécie de hipótese convencional.

A condição E ≤ R, por vezes referida como condição de segurança, pode ser abordada de forma semi-probabilística ou de forma probabilística. Aqui trataremos da abordagem probabilística.

Na abordagem probabilística, as grandezas E e R são modeladas como variáveis aleatórias, isto é, são representadas não por um único valor, mas por uma distribuição de probabilidades. Uma vez atribuídas distribuições de probabilidade a E e R, pode-se avaliar a probabilidade do evento E > R, probabilidade esta denotada aqui por p_f (probabilidade de falha). Portanto, $\underline{p_f}$ = P(E > R) denota a probabilidade de se violar a condição de segurança E ≤ R.

A probabilidade p_f ("probability of failure"), refere-se à probabilidade de se exceder um determinado estado limite, aqui denominada probabilidade de falha, ficando entendido que falha estrutural denota simplesmente a ocorrência de um dano estrutural e engloba naturalmente não só estados limites últimos mas também estados limites de utilização.

Na abordagem probabilística da segurança estrutural, procura-se que a probabilidade p_f seja inferior a um valor previamente aceito como máximo admissível, ou valor-alvo (*target*), aqui denotado por p_{fT}. Assim, de um ponto de vista probabilístico, a verificação da segurança consiste em comprovar a satisfação da condição $p_f \leq p_{fT}$.

5 Abordagem Bayesiana da atualização de variáveis

Segundo JACINTO [1], a interpretação Bayesiana indica que a probabilidade de ocorrência de um acontecimento deve ser encarada simplesmente como uma medida na escala entre 0 e 1 da confiança que se tem na eventual ocorrência desse acontecimento, independentemente de este poder se repetir ou não. Esta confiança, ou grau de certeza, depende fundamentalmente do nível de informação que se tem a respeito desse acontecimento, que pode ser maior ou menor, e não tanto do acontecimento em si. Esta interpretação, como medida de confiança condicionada à informação disponível, é frequentemente referida como interpretação subjetiva ou personalista. A probabilidade é sempre condicional à informação que se dispõe do acontecimento em apreço e, evidentemente, é suscetível de ser alterada sempre que surjam novas evidências e novas informações que modifiquem as expectativas que se tinha inicialmente.

Seja S um espaço amostral, isto é, o conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência. Seja A um evento qualquer nesse espaço amostral.

Chama-se probabilidade de A, denotada por P(A), ao número real que satisfaz os seguintes axiomas:

a) $0 \leq P(A) \leq 1$

b) $P(S) = 1$

c) Se A e B forem dois acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos, isto é, acontecimentos que não podem ocorrer simultaneamente, então:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

O primeiro axioma afirma que a probabilidade é um número real compreendido entre 0 e 1. O segundo afirma que o espaço amostral é um acontecimento certo, isto é, se a experiência for realizada, pelo menos um acontecimento do espaço amostral ocorre. O terceiro axioma afirma que as probabilidades de acontecimentos que não podem ocorrer simultaneamente são aditivas. Note-se que estes axiomas, que se aceitam sem discutir, constituem propriedades do conceito de frequência relativa, sendo por isso intuitivos.
Visto que os acontecimentos podem ser interpretados como subconjuntos de um conjunto maior, o espaço amostral, a probabilidade pode ser vista como uma função de conjunto, ou seja, uma função que atribui a cada acontecimento um número real compreendido entre 0 e 1, que mede a confiança (ou grau de certeza) que se tem a respeito da possibilidade de ocorrência desse acontecimento.
As probabilidades $p = 0$ e $p = 1$ correspondem a duas situações extremas em que não há incerteza: probabilidade nula indica não ocorrência certa e probabilidade unitária indica ocorrência certa. A probabilidade $p = 0.5$ corresponde à incerteza máxima e indica que não se tem nenhuma inclinação quer no sentido da não ocorrência quer no sentido da ocorrência do acontecimento.
A interpretação Bayesiana de probabilidade (como medida de confiança ou de certeza) é compatível com experiências que não sejam aleatórias por inerência. Por exemplo, suponha-se que se deseja medir a altura do pilar de uma ponte existente. A altura do pilar não é em si mesma uma variável aleatória, visto que o valor da altura, embora desconhecido, é uma quantidade fixa. Acontece, porém, que sucessivas medições da altura desse pilar conduzem sistematicamente a valores diferentes, originando incerteza a respeito do verdadeiro valor da altura do pilar. Se se interpretar a probabilidade de um ponto de vista Bayesiano, faz sentido modelar a incerteza na altura do pilar por meio de uma distribuição de probabilidade.
Ou seja, toda a incerteza, mesmo a que não for de origem intrinsecamente aleatória, poderá ser modelada como variável aleatória, caracterizada por uma determinada distribuição de probabilidade. Por exemplo, a altura do pilar mencionado acima, à luz do paradigma Bayesiano, é modelada como variável aleatória. A distribuição de probabilidade atribuída a essa variável simplesmente caracteriza a incerteza que se tem a respeito do seu verdadeiro valor.

O verdadeiro valor de uma grandeza fixa, mas desconhecida é muitas vezes mencionado como estado da natureza, que, por ser desconhecido, faz sentido atribuir-lhe uma probabilidade — como medida condicional de incerteza.

5.1 Atualização de modelos probabilísticos

A distribuição de probabilidade de uma variável aleatória pode ser atualizada sempre que surja alguma informação relevante. Vão distinguir-se três situações. Uma surge quando a nova informação é do tipo amostral, isto é, quando se observou uma amostra $\varepsilon = \{x_1,.....,x_n\}$ da variável X e se deseja atualizar a sua distribuição de probabilidades. Outra situação surge quando a nova informação é da forma $X \geq a$, ou $X \leq b$. Finalmente a terceira situação surge quando se deseja atualizar a distribuição de uma variável a partir da observação de uma outra variável que com ela esteja correlacionada.
Em todas estas situações, o teorema de Bayes constitui a base para a atualização, considerando o número total de amostras.

6 Estudo de caso

6.1 Critérios da NBR 12655

A nova revisão da NBR 12655 (2015) admite critérios menos rigorosos que as anteriores para a reavaliação da resistência à compressão do concreto, com base em testes em poucas amostras, mesmo no resultado de uma única amostra.
Dois tipos de controle de resistência são previstos na Norma: por amostragem “parcial” ou por amostragem “total”.
O controle por amostragem “parcial”, já existente nas versões anteriores da Norma, tem base probabilística e exige um número de pelo menos seis amostras em um “lote” de concreto. O “lote” corresponde aproximadamente ao volume de concreto do piso de uma edificação.
A ideia básica do controle por amostragem “total”, é que o valor característico f_{ck} da resistência á compressão do concreto do volume de uma betonada pode ser avaliado pelo ensaio em uma única amostra da betonada. Evidentemente, esta definição conflita com o conceito estatístico de que a resistência f_{ck} seja definida com a probabilidade de 95% de ser efetivamente atingida na estrutura.

6.2 Atualização Bayesiana da resistência do concreto

É apresentada uma formulação Bayesiana para a reavaliação da resistência do concreto. Esta formulação é definida como Bayesiana, pois considera um conhecimento do problema anterior aos testes de novas amostras e a este conhecimento é dado um "peso", definido a partir de um "julgamento de Engenharia".

No estudo de caso específico se considera que os construtores possuem um grande conhecimento anterior na produção do concreto para as resistências especificadas. A abordagem é Bayesiana no sentido em que é associada ao peso que é arbitrariamente conferido a este conhecimento anterior. Isto é matematicamente materializado na variável n_0 que representa este peso relativamente ao número de testes realizados nas amostras atuais. O valor da variável n_0 será definido pelo analista, baseado em seu "julgamento de Engenharia". Uma análise paramétrica é desejável, relativamente a esta variável, de forma a se avaliar como sua definição afeta os resultados finais.

As expressões matemáticas que serão utilizadas são as encontradas em JACINTO (2011), abaixo reproduzidas.

a) Conhecimento prévio:

- número de amostras: n_0 (arbitrário no sentido Bayesiano);
- média: μ_0 ; desvio padrão: s_0
- parâmetros auxiliares: $\alpha_0 = \frac{(n_0-1)}{2}$; $\beta_0 = (\frac{n_0}{2})s_0^2$

b) Dos testes atuais:

- número de amostras: n
- média: $\bar{x}$; desvio padrão: s

c) Distribuição "a posteriori":

- número de amostras: $n_n = n_0 + n$
- média: $\mu_n = \frac{n_0\ \mu_0 + n\mu}{n_0 + n}$; $\alpha_n = \alpha_0 + \frac{n}{2}$; $\beta_n = \beta_0 + \frac{n-1}{2}s^2 + \frac{n_0 n(\mu_0 - \bar{x})}{2(n_0+n)}$
- distribuição *T-student* (St): $f_x(x) = St(x \mid \mu_n, \sqrt{(1+\frac{1}{n_n})\frac{\beta_n}{\alpha_n}}, 2.\alpha_n)$

6.3 Aplicação no estudo de caso

Tem-se resultados de ensaios de laboratório realizados para 12 betonadas de lançamento de concreto em uma ponte real recentemente executada no Estado do Rio. Nos casos apresentados, para cada série/betonada houve 2 ou 3 corpos de provas ensaiados em laboratório, conforme a Tabela 1.

Devido ao pequeno número de amostras, para a avaliação das resistências características f_{ck}, é aplicável o item 6.2.3.1 da NBR 12655, no que tange a controle do

concreto por amostragem total, onde todas as betonadas são amostradas e representam um exemplar que define a resistência à compressão daquele concreto naquela betonada. Para cada série/betonada teremos o $f_{ck,Norma}$, que é o maior f_{ck} obtido entre os corpos de prova e o $f_{ck,Bayes}$ que é o valor ajustado através da abordagem de Bayes.

6.3.1 Aplicação da formulação Bayesiana

São aplicados os conceitos de abordagem Bayesiana, considerando a distribuição *t-Student* para a avaliação do critério da NBR 12655.
Como conhecimento anterior, admite-se que cada betonada tenha sido adequadamente dosada para fornecer o f_{ck} requerido, considerando-se conservadoramente um coeficiente de variação de 10%.
JACINTO (2011) afirma que para n_0 (índice de confiança associado ao conhecimento anterior) uma faixa entre 3 e 50 seria razoável; aqui adotaremos $n_0 = 10$.
Os seguintes dados numéricos foram considerados, com relação ao "conhecimento prévio":

- número de amostras arbitrado: $n_0 = 10$
- resistência média: $\mu_0 = 43.3$ MPa;
- desvio padrão: $s_0 = 4.33$ MPa
  (estes valores foram escolhidos para corresponder à resistência característica $f_{ck} = 35$ MPa da Distribuição *T-Student*)

Na Figura 6 são apresentados resultados para uma das séries analisadas, obtidos com o aplicativo Mathcad, onde:

- f2 (x1), em preto, é referente ao concreto dos ensaios atuais, numa distribuição probabilística Normal;
- f3 (x1), em azul, é referente ao conhecimento prévio, numa distribuição probabilística *t-Student*;
- f4 (x1), em verde, é referente à distribuição probabilística ajustada, ou seja, para as amostras do ensaio + 10 amostras de conhecimento prévio, numa distribuição probabilística *t-Student*.

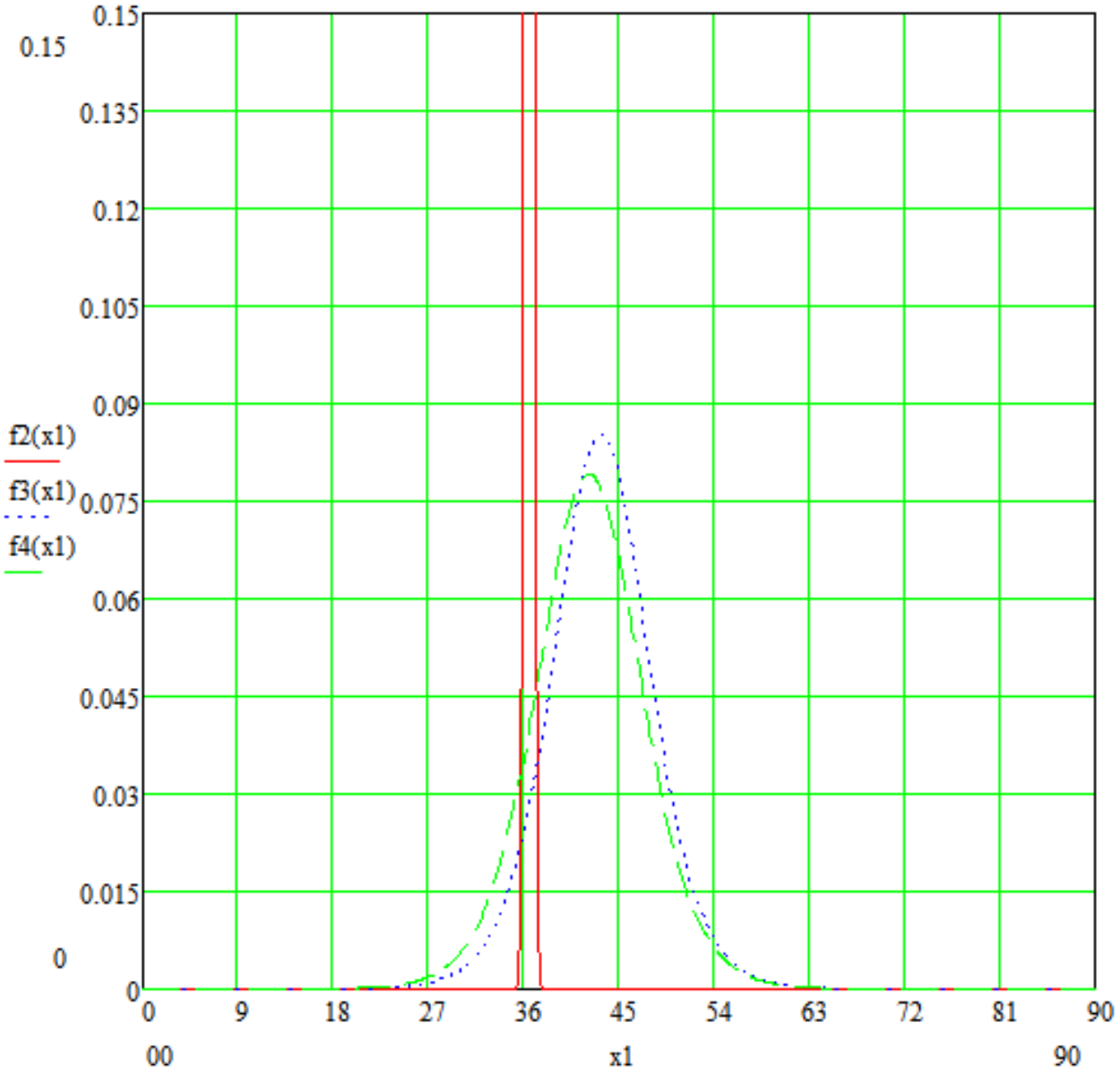

Figura 6: Gráfico de distribuição para cada f_{ck}

Para cada série/betonada foram encontrados os valores ajustados de $f_{ck,Bayes}$ apresentados na Tabela 1, juntamente com os $f_{ck,NBR}$, obtidos com o critério da NBR 12655. Estes últimos são claramente não conservadores.

@ 2017 - IBRACON - ISSN 2175-8182

Tabela 1 – Mapa de concretagem – Ensaios de laboratório e atualização das resistências

						CP1		CP2		CP3			
RMCP	SÉRIE	Data Concret.	Vol (m³)	fck	Idade (dias)	Kgf	fck	Kgf	fck	Kgf	FCk	fck NBR	fck BAYES
002	009	11/05/16	8,0	35,0	28	0,00	35,80	0,00	36,10	0,00	0,00	36,1	33,1
002	010	11/05/16	8,0	35,0	28	0,00	36,30	0,00	36,70	0,00	0,00	36,7	33,4
002	011	11/05/16	8,0	35,0	28	0,00	36,60	0,00	36,90	0,00	0,00	36,9	33,5
002	012	11/05/16	8,0	35,0	28	0,00	37,10	0,00	37,20	0,00	0,00	37,2	33,7
004	014	18/05/16	8,0	35,0	28	0,00	36,60	0,00	37,40	0,00	0,00	37,4	33,6
004	015	18/05/16	8,0	35,0	28	0,00	35,70	0,00	36,40	0,00	0,00	36,4	33,1
004	016	18/05/16	8,0	35,0	28	0,00	35,60	0,00	36,70	0,00	0,00	36,7	33,1
005	022	24/05/16	8,0	35,0	28	0,00	40,30	0,00	40,40	0,00	40,70	40,4	35,2
005	024	24/05/16	8,0	35,0	28	0,00	41,30	0,00	41,80	0,00	42,10	41,8	35,6
009	043	14/06/16	5,5	35,0	28	0,00	43,70	0,00	44,20	0,00	45,30	45,3	35,6
037	128	09/08/16	6,0	40,0	28	37,59	47,02	35,95	44,97	35,86	44,86	44,97	40,03
037	129	09/08/16	6,0	40,0	28	35,39	44,27	34,98	43,76	36,34	45,46	45,46	39,42

7 Conclusão

De forma a solucionar os frequentes problemas de resistências do concreto que têm sido obtidas abaixo do requerido nos projetos, a nova revisão da NBR 12655 (2015) criou a possibilidade da Amostragem Total. Foi mostrado neste artigo que este critério pode estar contra a segurança das estruturas. Foi apresentada como alternativa, uma abordagem Bayesiana. Esta abordagem, originalmente proposta por JACINTO (2011), leva a resultados coerentes com a formulação probabilística de segurança.

8 Referências

ABNT NBR 12655, **Concreto de cimento Portland — Preparo, controle, recebimento e aceitação — Procedimento**, 2015.

BECK, A.. **Curso de confiabilidade estrutural**. Universidade de São Paulo/ Escola de Engenharia de São Carlos, 2015.

JACINTO, L.. **Avaliação da segurança de pontes existentes - Abordagem probabilistica Bayesiana**, Tese de Doutorado, Universidade Nova de Lisboa, 2011.