Anais do
60º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2018
Setembro / 2018

@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

# Ferramenta Gráfico-Interativa para o Dimensionamento em Regime de Serviço de Pórticos Planos de Concreto Armado Considerando a Redução da Rigidez por Fissuração

*Graphics Interactive Tool for the Serviceability Design of Plane Frames of Reinforced Concrete Considering the Stiffness Reduction by Cracking*

Bárbara Gomes(1); Luiz Fernando Martha(2); Sergio Hampshire(3); Felipe Miranda(4)

*(1) Mestranda, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro*
*(2) Professor PhD, Pontifícia Universidade Católica o Rio de Janeiro*
*(3) Professor Doutor, Universidade Federal do Rio de Janeiro*
*(4) Mestrando, Instituto Tecnológico da Aeronáutica*
*barbara.cardoso@poli.ufrj.br(1); lfm@tecgraf.puc-rio.br(2); sergiohampshire@poli.ufrj.br(3); f.miranda_ppgm@poli.ufrj.br(4)*

## Resumo

O presente trabalho visa dar complemento à ferramenta gráfica interativa previamente criada com a finalidade de modelar e dimensionar vigas e pilares em concreto armado. A ferramenta existente tem como base o programa FTOOL, que de maneira didática modela e calcula estruturas em duas dimensões, resultando em deslocamentos, reações e esforços internos. Com base nos esforços e dados iniciais da estrutura tais como materiais, seções e cobrimento, a nova ferramenta verifica em condições de serviço vigas e pilares detalhados com base na NBR 6118:2014.
Observa-se que é necessário inserir uma análise da rigidez das seções, que após a fissuração da peça, na transição do Estádio I para o Estádio II, tem sua rigidez reduzida, o que é implementado no novo programa. Desta forma, é necessário reavaliar a rigidez das diversas seções de maneira iterativa, fazendo-se a redistribuição de esforços de acordo com a variação das rijezas nas seções dos elementos estruturais.
Propõem-se a comparação entre a rigidez fissurada calculada com base na NBR 6118:2014 após o momento de fissuração ser atingido e a rigidez secante obtida pelas relações momento-curvatura, tanto para os pilares como para as vigas.

*Palavra-Chave: Concreto Armado; Ferramenta Gráfica-interativa; Redução da Rigidez por Fissuração*

## Abstract

The present work aims to complement the graphics-interactive tool previously created for modeling and designing reinforced concrete beams and columns. The existent tool is based on the FTOOL program, which didactically models and calculates two dimension structures, resulting in deflection, reactions and internal forces. Based on the forces and initial data of the structure, such as materials, cross sections and cover, the new tool verifies on serviceability conditions beams and columns detailed under the requirements of NBR 6118:2014.
It is necessary to introduce the analysis of the section stiffness, which after start to cracking, in transition between Stages I and II, its stiffness is reduced, which is implemented on the new program. Thus, it is necessary to reassess the stiffness of the various sections iteratively, making the redistribution of the forces by the variation of stiffness on the structural elements section.
It is proposed the comparison between the cracked stiffness calculated based on the NBR 6118:2014 when the cracking moment is reached and the secant stiffness obtained by the moment-curvature relation, for both beams and columns.

*Keywords: Reinforced Concrete; Graphics-interactive Tool; Stiffness Reduction by Cracking*

@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

# 1 Introdução

Seja o FTOOL, programa tratado neste trabalho, tendo sido iniciado como um programa de ferramenta educacional para análise estrutural, resolvendo pórticos planos pelo método dos deslocamentos, é necessário que o usuário insira as propriedades da seção e do material para que o programa calcule as rijezas e a partir dos deslocamentos encontrados, definir os esforços internos.

Porém, com as adições de funções para dimensionamento de concreto armado, é necessário inserir algumas análises, como já feito nos trabalhos de NISKIER (2004) e SILVA (2017). NISKIER adiciona os métodos para dimensionamento de vigas em concreto armado segundo a NBR 6118:2003, enquanto SILVA atualiza os métodos para a norma de 2014 e insere a análise não-linear geométrica. Fica a cargo deste trabalho inserir a análise não-linear física do concreto, que será considerada pela redução da rigidez da seção de acordo com o diagrama de momento-curvatura.

O diagrama é obtido de forma iterativa, com a variação da linha neutra pela seção com carregamento normal e momento fletor conhecidos. Desta forma encontra-se o momento fletor e curvatura autoequilibrados para cada posição da linha neutra. A rigidez secante da seção será a inclinação do diagrama encontrado, rigidez esta adotada na análise. Para a inserção desta rigidez no programa, opta-se pela analogia de vigas conjugadas, dado que os elementos têm inércia variável ao longo do vão, obtendo os parâmetros de rigidez a rotação de maneira numérica.

# 2 Objetivo

Implementar no programa FTOOL a análise não-linear física a partir da rigidez secante da seção, calculada conforme o diagrama de momento curvatura.

Comparar os resultados obtidos com a inércia de fissuração conforme a NBR 6118:2014.

Adotar a rigidez secante obtida para verificações em serviço, dado que o FTOOL apresenta resultados de flecha em vigas.

# 3 Diagrama Momento-Curvatura da Seção

O digrama momento-curvatura para uma seção de concreto armado, com carregamento normal conhecido, é obtido a partir da resolução das equações de equilíbrio na seção, conforme o item 15.3.1 da NBR 6118:2014.

As equações de equilíbrio aqui calculadas são referentes às forças atuantes na direção do eixo x local e aos momentos fletores em torno do eixo z local, que possuem como incógnitas a posição da linha neutra e a curvatura da seção. Define-se a origem dos eixos de orientação à meia altura da seção de concreto, no eixo de simetria:

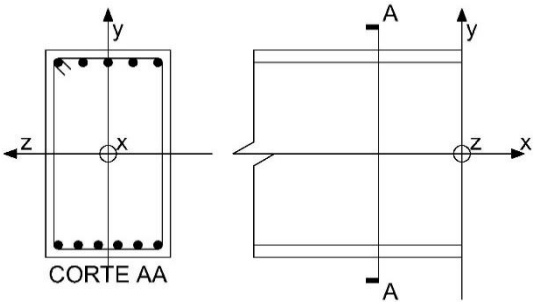


Figura 1 – Orientação de eixos na seção

A força atuante no concreto é calculada pela integração dupla da tensão no concreto, pelos eixos y e z, entre as fibras comprimidas do concreto, conforme abaixo:

$$F_c = \iint \sigma_c \; dydz = b \int_{h/2-X}^{h/2} \sigma_c(y) dy \qquad \text{(Equação 1)}$$

Onde,
$b$ é a largura da seção;
$h$ é a altura da seção;
$X$ é a posição da linha neutra a partir da fibra mais comprimida do concreto;
$F_c$ é a força de compressão atuante no concreto;
$\sigma_c$ é a tensão de compressão atuante no concreto;
A tensão atuante no concreto, é calculada considerando o item 8.2.10.1 da NBR 6118:2014, que adota o diagrama parábola retângulo para tensão e deformação no concreto. Opta-se por este modelo para melhor aproximação do modelo com a realidade, descartando o modelo simplificado sugerido pelo item 17.2.2 onde o diagrama é substituído por um retângulo de profundidade $\lambda x$, com $\lambda$ variando de acordo com a resistência característica do concreto.

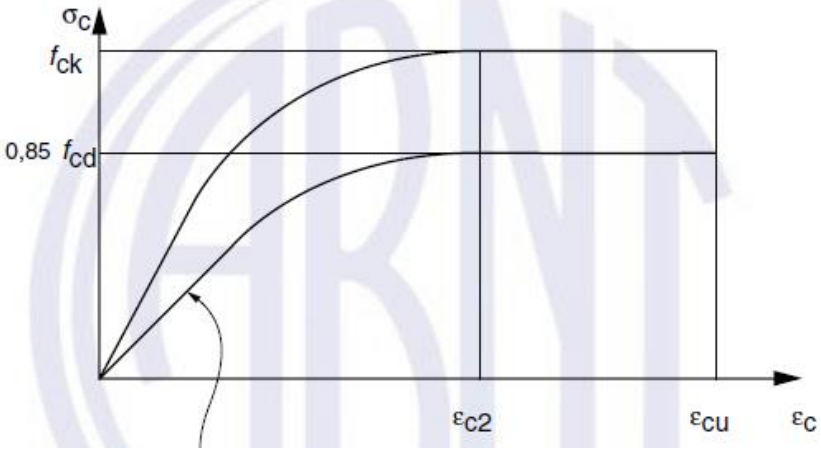


Figura 2 – Diagrama de tensão-deformação no concreto (ABNT, 2014)

Define-se a tensão atuante no concreto por:

$$\sigma_c = 0{,}85\, f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] \qquad \text{(Equação 2)}$$

Onde,
$f_{cd}$ é a resistência à compressão de cálculo do concreto;
$\varepsilon_c$ é a deformação específica do concreto;
$\varepsilon_{c2}$ é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;
$\varepsilon_{cu}$ é a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;
$n$ é um parâmetro da equação de tensão;
De acordo com a classe do concreto, os valores de $n$, $\varepsilon_{c2}$ e $\varepsilon_{cu}$ podem ser alterados, conforme abaixo:
Seja a classe do concreto até C50:

$$n = 2$$
$$\varepsilon_{c2} = 2{,}0\ ‰ \qquad \text{(Equação 3)}$$
$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5\ ‰$$

Seja a classe do concreto C55 até C60:

$$n = 1{,}4 + 23{,}4[(90 - f_{ck})/100]^4$$
$$\varepsilon_{c2} = 2{,}0\ ‰ + 0{,}085‰ \cdot (f_{ck} - 50)^{0{,}53} \qquad \text{(Equação 4)}$$
$$\varepsilon_{cu} = 2{,}6\ ‰ + 35‰ \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4$$

Para consideração da deformação por fluência, segundo o item 11.3.3.1 e o anexo A.2.2 da NBR 6118:2014, as deformações específicas do concreto são alteradas da seguinte forma:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c(1 + \varphi) \qquad \text{(Equação 5)}$$

Observa-se que fica a cargo do usuário definir o valor da fluência na análise, dado que varia de acordo com a classe do concreto, tempo de carregamento, ambiente e a seção transversal.

Para definição da força atuante na i-ésima armadura, faz-se o produto da tensão pela área de aço:

$$F_{si} = \sigma_y(\varepsilon(y_i)) \cdot A_{si} \qquad \text{(Equação 6)}$$

Observa-se que a tensão está em função da deformação da i-ésima armadura, pois deve-se considerar o diagrama tensão-deformação do aço, que conforme o item 8.3.6 da NBR 6118:2014, adota-se o diagrama com patamar de escoamento, assim após atingir a o limite de escoamento, o aço se deforma indefinidamente sem acréscimo da tensão. Portanto, para aços com deformação inferior ao limite de escoamento, a tensão será calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{si} = E_s \cdot \varepsilon(y_i) \qquad \text{(Equação 7)}$$

Para as armaduras com deformação superior ao limite de escoamento, define-se como a tensão sendo igual à tensão de escoamento:

$$\sigma_{si} = f_{yd} \qquad \text{(Equação 8)}$$

Aplica-se a teoria das vigas de Navier-Bernoulli, onde as deformações têm uma distribuição linear na seção transversal, conforme a figura abaixo:

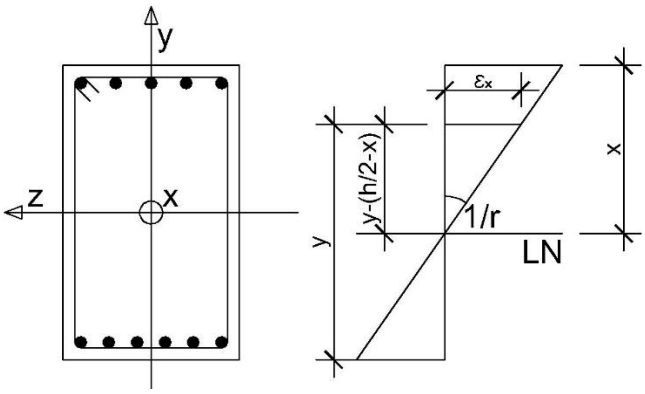


Figura 3 – Distribuição de deformações segundo teoria das vigas de Navier-Bernoulli

Desta forma, fica possível fazer uma relação entre a curvatura($1/r$), a distância da fibra até o centro da seção ($y$), a deformação na fibra($\varepsilon_x$) e a posição da linha neutra($X$) :

$$\varepsilon_x = -1/r \cdot \left(y - \left(h/2 - X\right)\right) \qquad \text{(Equação 9)}$$

Substituindo $1/r$ por $k$, e derivando:

$$dy = -d\varepsilon_x/k \qquad \text{(Equação 10)}$$

Desta forma, todas as equações desenvolvidas estarão em função da posição da linha neutra($x$) e da curvatura da seção($1/r$). Calculando o momento causado pela força no concreto:

$$M_c = b \cdot \int_{h/2-X}^{h/2} y \cdot \sigma_c(y)dy = b \cdot \int_0^{kx} \left(-\frac{\varepsilon_x}{k} + \frac{h}{2} - X\right) \cdot \sigma_c\left(\varepsilon_x(k)\right) d\varepsilon_x/k \qquad \text{(Equação 11)}$$

As equações de equilíbrio de força e momento fletor na seção podem então ser escritas da seguinte forma, respectivamente:

$$P = F_c(k, X) + F_{si}(k, X) \qquad \text{(Equação 12)}$$

$$M = M_c(k, X) + y_i \cdot F_{si}(k, X) \qquad \text{(Equação 13)}$$

Observa-se que o diagrama é obtido de forma numérica pelo método de Newton-Raphson, onde busca-se a curvatura da seção que combinada com a posição da linha neutra, sejam autoequilibradas. A rotina é programada em linguagem C, sendo adicionada ao código já existente do FTOOL, portanto, não há inputs no programa, apenas os resultados das análises anteriores:

- Importam-se as propriedades do concreto e aço adotados, como resistência característica à compressão do concreto, coeficiente de fluência do concreto e a tensão de escoamento do aço;

- Os dados da seção do elemento estrutural em concreto armado, como largura, altura, cobrimento, posição e área das armaduras;
- O esforço normal atuante na seção analisada;
- Dá-se um chute inicial para o valor da curvatura;
- Limita-se o número de iterações, que para cada uma delas a posição da linha neutra varia do topo da seção$(X = 0)$ até a base $(X = h)$;
- Dado o valor da curvatura e da posição da linha neutra, calcula-se a deformação específica em x;
- Com as deformações, calcula-se as forças do concreto e do aço;
- Aplicando o método de Newton-Raphson, busca-se a raiz da equação de equilíbrio das forças, considerando a força externa, do concreto e do aço. Observa-se que as forças de aço e concreto estão em função da curvatura e linha neutra, portanto, busca-se a curvatura que combinada com a linha neutra da iteração tenha a seção em equilíbrio;
- Com o valor da curvatura encontrado, pode-se calcular o momento atuante na seção;
- Com os valores de curvatura e momento encontrados, monta-se o diagrama momento-curvatura.

## 4 Rigidez Secante a Partir do Diagrama Momento-Curvatura

Conforme explicitado anteriormente, a consideração da não linearidade física da seção será feita com a adoção da rigidez secante resultante do diagrama momento-curvatura, conforme o item 15.3.1 da NBR 6118:2014 orienta a fazer, abaixo o diagrama:

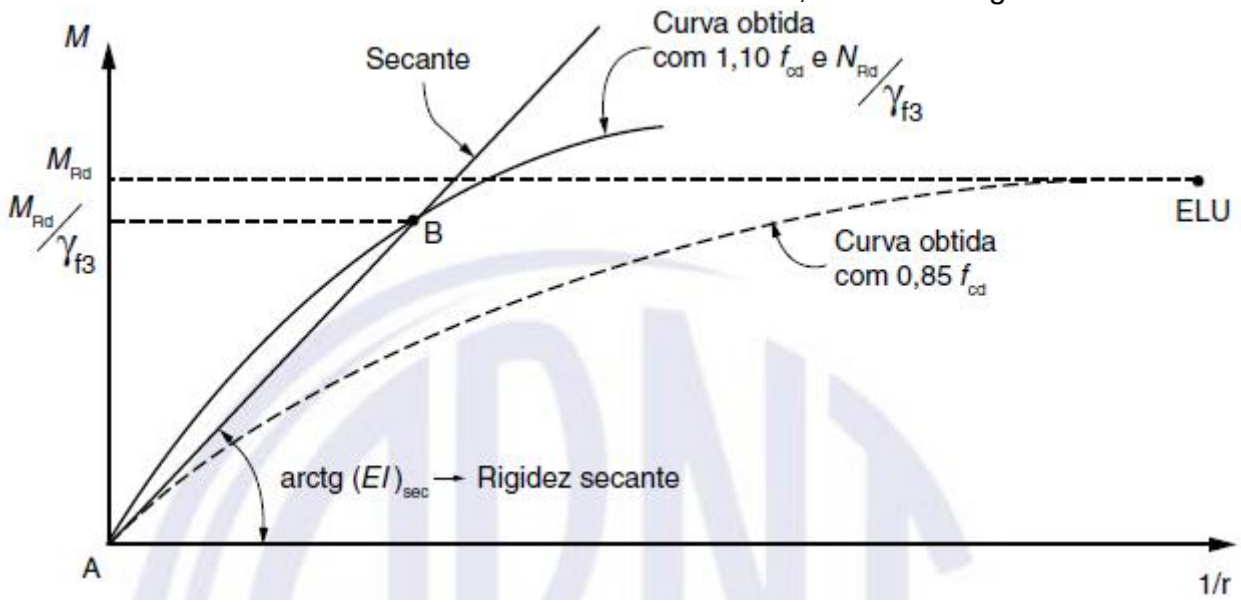


Figura 4 – Relação momento-curvatura (ABNT, 2014)

Observa-se que a inclinação do diagrama é a rigidez secante da seção de concreto armado, que conforme a NBR 6118:2014 permite-se a adoção da rigidez secante para análise estrutural, desta forma, combina-se o módulo de elasticidade secante com a inércia bruta da seção. A rigidez se dá pela inclinação do diagrama, conforme a equação abaixo:

$$(EI)_{sec}[kN.m^2] = \frac{M_d[kN.m]}{1/r\,[1/m]} \qquad \text{(Equação 14)}$$

Para cada seção da estrutura, será calculada a rigidez de acordo com o carregamento atuante, dado que se trata de uma verificação da seção existente com seção de concreto e distribuição das armaduras conhecidos.

## 5 Alteração da Rigidez dos Elementos – Analogia Viga Conjugada

Conforme exposto anteriormente, o FTOOL utiliza o método dos deslocamentos para análise de estruturas. Seja a modelagem da estrutura por elementos de barra, a solução se dará pelas configurações das deformadas das barras isoladas. É conhecido na literatura os parâmetros fundamentais para uma barra isolada, que são os momentos de engastamento perfeito e coeficientes de rigidez locais para o caso de barra com seção transversal constante. Porém, como é o proposto por este trabalho analisar a variação da rigidez ao longo do vão dos elementos, ou seja, com propriedades de seção transversal variáveis, será utilizado o método proposto por VILELA(2008), que a partir da analogia de vigas conjugadas (Processo de Mohr) resulta em integrais que são numericamente resolvidas por integração de Gauss.
Pela metodologia das vigas conjugadas, compara-se as equações diferenciais de equilíbrio e de compatibilidade do comportamento de barras à flexão, conforme a tabela abaixo:

Tabela 1- Comparação entre equações diferenciais de equilíbrio e de compatibilidade.

| Equações de Equilíbrio | Equações de Compatibilidade |
|---|---|
| $\frac{dM}{dx} = Q(x)$ | $\frac{dv}{dx} = \theta(x)$ |
| $\frac{d^2M}{dx^2} = q(x)$ | $\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)}$ |

Observa-se $M(x)$ análogo a $v(x)$, $Q(x)$ análogo a $\theta(x)$ e $q(x)$ a $M(x)/EI(x)$. Para analogia da viga, utilizam-se as equações de compatibilidade da viga real como equações de equilíbrio de uma viga fictícia, com carregamento $q^c(x) = M(x)/EI(x)$, cortante $Q^c(x) = \theta(x)$ e momento fletor $M^c(x) = v(x)$, abaixo a analogia da viga conjugada:

Tabela 2 – Analogia da viga conjugada.

| | Viga Real | Viga Conjugada |
|---|---|---|
| Carregamento | $q(x)$ | $q^c(x) = M(x)/EI(x)$ |
| Cortante | $Q(x)$ | $Q^c(x) = \theta(x)$ |
| Momento Fletor | $M(x)$ | $M^c(x) = v(x)$ |

| | | |
|---|---|---|
| Rotação | $\theta(x)$ | |
| Deslocamento Transversal | $v(x)$ | |

Converte-se as restrições de apoio da viga real para a viga conjugada, que no lugar de deslocamento e rotação, serão expressas em momento fletor e cortante. A tabela abaixo mostra as conversões propostas para as condições de apoio:

Tabela 3 – Conversão de reações de apoio para viga conjugada.

| *VIGA REAL* | *VIGA CONJUGADA* |
|---|---|
| apoio simples $v=0 \quad \theta \neq 0$ | apoio simples $M^C=0 \quad Q^C \neq 0$ |
| engaste $v=0 \quad \theta=0$ | extremidade livre $M^C=0 \quad Q^C=0$ |
| extremidade livre $v \neq 0 \quad \theta \neq 0$ | engaste $M^C \neq 0 \quad Q^C \neq 0$ |
| engaste deslizante $v \neq 0 \quad \theta=0$ | engaste deslizante $M^C \neq 0 \quad Q^C=0$ |
| $v=\rho$ apoio simples com recalque vertical $v=\rho$ | $M^C=\rho$ apoio simples com momento aplicado $M^C=\rho$ |
| $v=\rho$ engaste com recalque vertical $v=\rho$ | $M^C=\rho$ extremidade livre com momento aplicado $M^C=\rho$ |
| $\theta=\rho$ engaste com recalque rotação $\theta=\rho$ | $Q^C=\rho$ extremidade livre com força aplicada $Q^C=\rho$ |
| apoio simples interno $\theta_{esq}=\theta_{dir}$ $v=0$ | $Q^C_{esq}=Q^C_{dir}$ $M^C=0$ rótula interna |
| rótula interna $\theta_{esq} \neq \theta_{dir}$ $v \neq 0$ | $Q^C_{esq} \neq Q^C_{dir}$ $M^C \neq 0$ apoio simples interno |
| $\theta_{esq}=\theta_{dir}$ apoio simples interno com recalque vertical $v=\rho$ | $Q^C_{esq}=Q^C_{dir}$ $M^C=\rho$ $M^C=\rho$ rótula interna com momento aplicado |
| descontinuidade de deslocamento transversal $\Delta v=\rho$ | $\Delta M^C=\rho$ $\rho$ momento aplicado |
| descontinuidade de rotação $\Delta\theta=\rho$ | $\Delta Q^C=\rho$ $\rho$ força aplicada |

Para análise da viga pela analogia de viga conjugada, deve-se:

- Converter as restrições de apoio conforme a tabela acima;

- Determinar o diagrama de momento fletores da viga real parametrizado pelos valores dos momentos fletores nas extremidades das barras;
- Determinar o carregamento da viga conjugada ( $q^c(x) = M(x)/EI(x)$). Neste ponto, insere-se a variação da seção ao longo do vão da viga.
- Impor s condições de equilíbrio da viga conjugada, o que equivale as condições de compatibilidade da viga real.

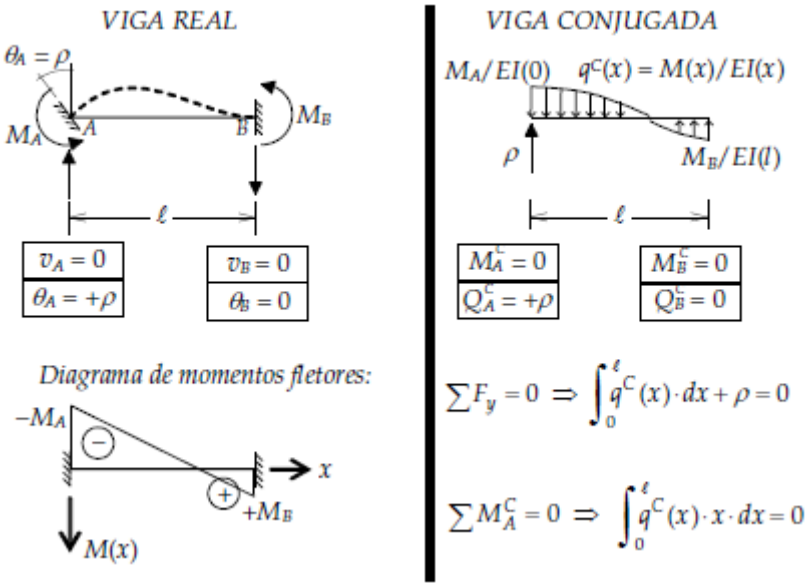


Figura 5 – Parâmetros de rigidez à rotação da extremidade inicial da viga biengastada.

Seja o ponto importante a definição dos parâmetros de rigidez à rotação $K_A$, $t_{AB}$, $K_B$ e $t_{BA}$, obtém-se os valores a partir da solução do sistema formado pelas duas condições de equilíbrio da viga conjugada, tendo um carregamento autoequilibrado, sendo o somatório das forças em y e o momento em torno de A. Conforme abaixo:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \int_0^l q^c(x) \cdot dx + \rho = 0 \qquad \text{(Equação 15)}$$

$$\sum M_A^c = 0 \rightarrow \int_0^l q^c(x) \cdot x \cdot dx = 0 \qquad \text{(Equação 16)}$$

Com as equações acima, é possível determinar as incógnitas de momento $M_A$ e $M_B$, que para explicitar os valores de $M_A$ e $M_B$, deve-se decompor o diagrama de momentos fletores em duas parcelas lineares, uma dependendo de $M_A$ e outra de $M_B$, conforme abaixo:

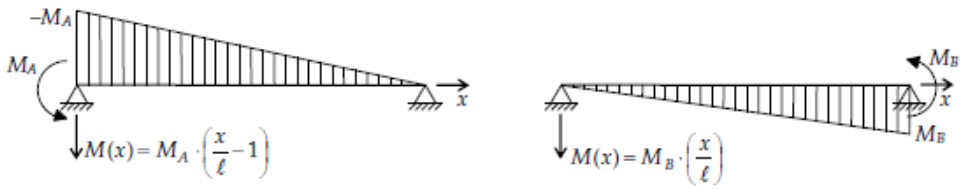


Figura 6 – Digramas que isolam os efeitos dos momentos aplicados nas extremidades.

Definindo:

$$M(x) = M_A \cdot \left(\frac{x}{l} - 1\right) \qquad \text{(Equação 17)}$$

$$M(x) = M_B \cdot \left(\frac{x}{l}\right) \qquad \text{(Equação 18)}$$

Substituindo as equações 17 e 18 nas equações 15 e 16:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \left[\int_0^l \frac{x/_l - 1}{EI(x)} \cdot dx\right] \cdot M_A + \left[\int_0^l \frac{x/_l}{EI(x)} \cdot dx\right] \cdot M_B + \rho = 0 \qquad \text{(Equação 19)}$$

$$\sum M_A^c = 0 = 0 \rightarrow \left[\int_0^l \frac{x^2/_l - x}{EI(x)} \cdot dx\right] \cdot M_A + \left[\int_0^l \frac{x^2/_l}{EI(x)} \cdot dx\right] \cdot M_B = 0 \qquad \text{(Equação 20)}$$

Com a solução do sistema de equações 19 e 20, obtém-se os valores de $M_A$ e $M_B$, sendo possível obter os valores de $K_A$ e $t_{AB}$:

$$K_A = \frac{M_A}{\rho} \qquad \text{(Equação 21)}$$

$$t_{AB} = \frac{M_B}{M_A} \qquad \text{(Equação 22)}$$

De forma análoga, obtém-se os valores de $K_B$ e $t_{BA}$:

$$K_B = \frac{M_B}{\rho} \qquad \text{(Equação 23)}$$

$$t_{BA} = \frac{M_A}{M_B} \qquad \text{(Equação 24)}$$

Observa-se que as integrais as equações 19 e 20 não tem solução analítica, sendo necessário resolver por método numérico, que neste trabalho são resolvidos por integração

de Gauss. Com os valores dos parâmetros de rigidez à rotação, é possível analisar no FTOOL os elementos com variação da rigidez ao longo do vão.

## 6 Reavaliação da Distribuição de Esforços Internos

Com a redução da rigidez aplicada aos elementos estruturais, é necessário reavaliar os esforços internos atuantes na estrutura, tais como esforços de normal, momento fletor e cortante, usados no dimensionamento de estruturas em concreto armado. Em casos de alterações nos esforços internos, a armadura presente na seção é reavaliada, podendo ou não ser redimensionada.

Observa-se uma tolerância para que se limite a reavaliação dos esforços internos e consequentemente a alteração na armadura existente. Para fins de comparação, são propostas análises nas taxas de armadura do início da verificação, com dimensionamento em ELU conforme as recomendações da NBR 6118:2014, e após a verificação com a redução da rigidez pela inserção da rigidez secante obtida com o diagrama momento curvatura.

## 7 Conclusões

O presente trabalho está em desenvolvimento, portanto, todas as informações aqui apresentadas são de fundamento teórico e estão sendo inseridas no código do programa já existente FTOOL, desenvolvido em linguagem C.

Observa-se que para fins de conclusão deste trabalho, será analisado o impacto das alterações no dimensionamento aqui propostas, como deflexão, taxa de armadura e variação dos esforços internos. Também há a necessidade de implementar as condições para inserção das análises de não-linearidade, pois a princípio todos os elementos tem as não-linearidades geométrica e física inseridas na verificação aqui proposta, o que não é necessário segundo a NBR 6118:2014.

## 8 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

GOMES, B. C.. **Estudo dos fatores de redução de rigidez da NBR 6118:2014 para análise aproximada da não linearidade física.** Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

NISKIER, C. M.. **Ferramenta gráfico-interativa para o projeto de vigas de edifícios em concreto armado**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

SANTOS, S. H. de C.. **Apostila de Fundamentos de Concreto Armado II.** Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

SILVA, F. M. da. **Análise variacional de segunda ordem não-linear em pilares de concreto armado com uso de relação momento-curvatura analiticamente ajustada**. Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

SILVA, M. F. D. S.. **Ferramenta gráfico-interativa para o dimensionamento de pórticos planos de concreto armado considerando não linearidade geométrica**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

VILELA, P. de C. S.. **Soluções fundamentais para barras em mísula pela analogia da viga conjugada**. XXIX CILAMCE, Maceió, 2008.