TRAÇADO DE CURVAS OFFSET PARA AUXÍLIO NA GERAÇÃO DE MALHAS

Alexandre Almeida Del Savio
Marcio Rodrigues de Santi
Luiz Fernando Martha
{delsavio,marcio,lfm}@tecgraf.puc-rio.br
Departamento de Engenharia Civil e Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica (Tecgraf),
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)
Rua Marquês de São Vicente, 225, 22453-900, Rio de Janeiro - RJ – Brasil

Resumo. *Este trabalho apresenta uma metodologia para o traçado de curvas offset, com tratamento de regiões espúrias, para modelagem geométrica e geração de malhas. Esta metodologia foi implementada visando-se o desenvolvimento de uma biblioteca de geração de curvas offset, a partir de um dado contorno ou curva. Exemplos reais da utilização desta biblioteca na restauração de seções geológicas e na geração de restrições impostas na construção de malhas de elementos finitos são apresentados como forma de validação da metodologia adotada, bem como das implementações computacionais realizadas. Outro objetivo deste trabalho é o desenvolvimento da biblioteca de traçado de curvas offset de forma robusta e de fácil utilização.*

Palavras chaves: *geometria computacional, computação gráfica, modelagem geométrica, mecânica computacional e geologia estrutural.*

1. INTRODUÇÃO

Muitos métodos de geração de curvas offset são baseados em uma formulação local que computa a distância da curva à curva offset. Como conseqüência, os objetos calculados podem conter partes espúrias e componentes perdidos que tem que ser eliminados. Várias aproximações para resolver este problema vêm sendo propostas como, por exemplo, o trabalho de Oliveira e Figueiredo (2000) que propuseram uma aproximação robusta de offset e bissetrizes de curvas planas, que utiliza problemas de otimização global e os resolve usando aritmética de intervalo, sem a necessidade de aparar as curvas offset geradas.

A metodologia proposta neste trabalho para a geração de curvas offset constitui na construção incremental de aresta-por-aresta da curva offset e baseia-se no cálculo da distância da curva base à curva offset. A curva da qual se deseja construir a curva offset é discretizada em segmentos e estes segmentos são utilizados para construir cada aresta da curva offset. Para cada aresta é feita uma completa verificação topológica do modelo adotado para criação da curva offset. Para tanto, utilizou-se a biblioteca de funções HED (*Half-Edge Data Structure*), Cavalcante et al. (1991).

O objetivo deste trabalho é apresentar uma biblioteca para o traçado de curvas offset, segundo a metodologia adotada. Exemplos de aplicação desta biblioteca, em duas áreas bem distintas, como agente gerador de restrições internas impostas à geração de malhas de elementos finitos e como agente gerador de grades auxiliares no processo de restauração de seções geológicas, são apresentados demonstrando a aplicação real desta biblioteca de geração de curvas offset, validando a metodologia adotada e a sua implementação.

2. HED

O algoritmo de construção de curvas offset utiliza a biblioteca de rotinas HED (*Half-Edge Data Structure*, Cavalcante et al., 1991). O HED é uma estrutura de dados topológica que armazena uma subdivisão planar, baseada em arestas, do tipo *half-edge* (Mäntÿla, 1988). Uma estrutura do tipo *half-edge* é uma extensão de uma outra, também baseada em arestas, denominada *winged-edge* e que é sucintamente ilustrada na Figura 1.

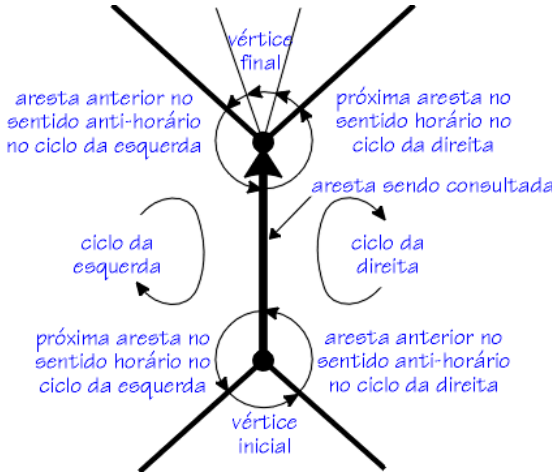


Figura 1 - Estrutura de dados *winged-edge*, Santi (2002).

Como cada aresta aparece em dois ciclos, duas outras arestas aparecem em seguida a esta aresta em cada um dos ciclos, uma no sentido horário e outra no anti-horário. Na estrutura de dados *half-edge*, o registro de uma aresta é dividido em duas metades (daí o nome da

estrutura), surgindo o conceito de uso de uma aresta por dois ciclos que a compartilham (veja Figura 2a).

Observa-se na Figura 2b que a estrutura *half-edge* é hierárquica e formada por listas circulares encadeadas, indo dos níveis mais altos de hierarquia (subdivisão planar) aos mais baixos (vértices). No que diz respeito ao armazenamento explícito das relações de adjacência, a estrutura *half-edge* não é completa, embora forneça alguns relacionamentos de forma já ordenada. Por exemplo, percorrendo-se o ponteiro eu_nxt ou o eu_prv (apontam o próximo uso de aresta e o anterior, respectivamente) varrem-se as arestas adjacentes de um ciclo da fronteira de uma face (Figura 2a).

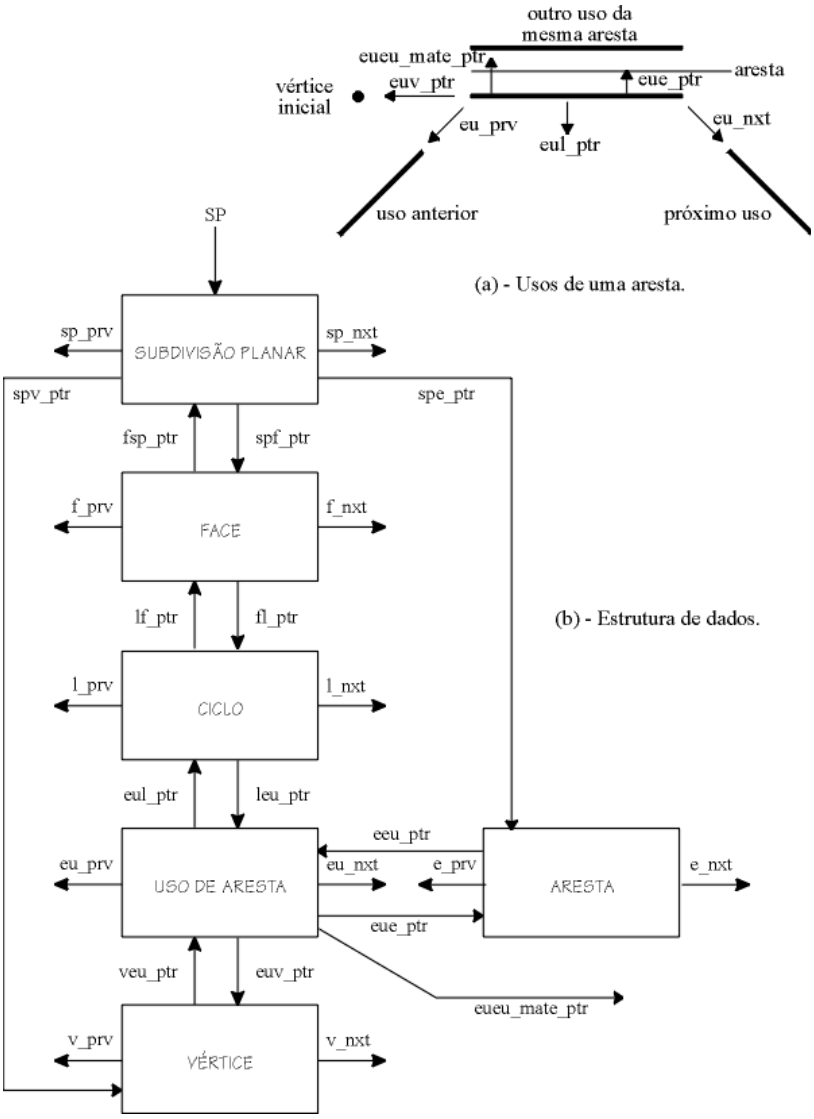


Figura 2 - Estrutura de dados *half-edge*, Santi (2002).

Além do encadeamento de ponteiros que estabelece as relações de adjacência, cada entidade possui também um ponteiro para um registro de atributos opcional. A subdivisão planar, a face, a aresta e o vértice podem ter atributos associados.

O pacote HED oferece os recursos necessários para a criação e manutenção de uma subdivisão planar. Basicamente é constituído de uma camada de operadores geométricos que recebe da aplicação as curvas a serem incorporadas à subdivisão. Esta camada trata uma curva, interceptando-a com a subdivisão planar corrente e transformando-a em uma ou mais

arestas, e passa estas arestas a uma camada de operadores topológicos, chamados de operadores de Euler, que fazem a manipulação da estrutura de dados *half-edge* que representa a subdivisão. Para tal, existe um pré-processamento geométrico, permitindo que este segmento seja decomposto em segmentos simples que são arestas, contidos inteiramente nas faces da subdivisão já existente. Essas arestas poderão então ser adicionadas à subdivisão através de operadores de Euler, responsáveis pela criação e manipulação da subdivisão planar. Este pré-processamento deverá determinar todos os pontos de interseção entre o novo segmento e as arestas já existentes. A consistência topológica da subdivisão é garantida pelos operadores de Euler.

O HED possui também funções de consulta às informações de adjacência entre as entidades topológicas da estrutura de dados.

Uma outra funcionalidade fundamental que o HED provê é a capacidade de reconhecimento automático de regiões (faces) quando uma curva é inserida na subdivisão planar.

3. ALGORITMO PARA GERAÇÃO DE CURVAS OFFSET

A construção de curvas offset respeitando exatamente a metodologia de traçado a partir das normais e bissetrizes de uma curva conduz a um resultado de curva offset, na maioria das vezes, indesejável. Dependendo da geometria da curva e da distância da curva offset, regiões poderão ser formadas durante a construção da curva offset, identificadas aqui como regiões espúrias, indesejáveis.

Como forma de demonstrar a formação destas regiões quatro curvas offset foram geradas, com diferentes distâncias, a partir de uma curva, como mostra a Figura 3.

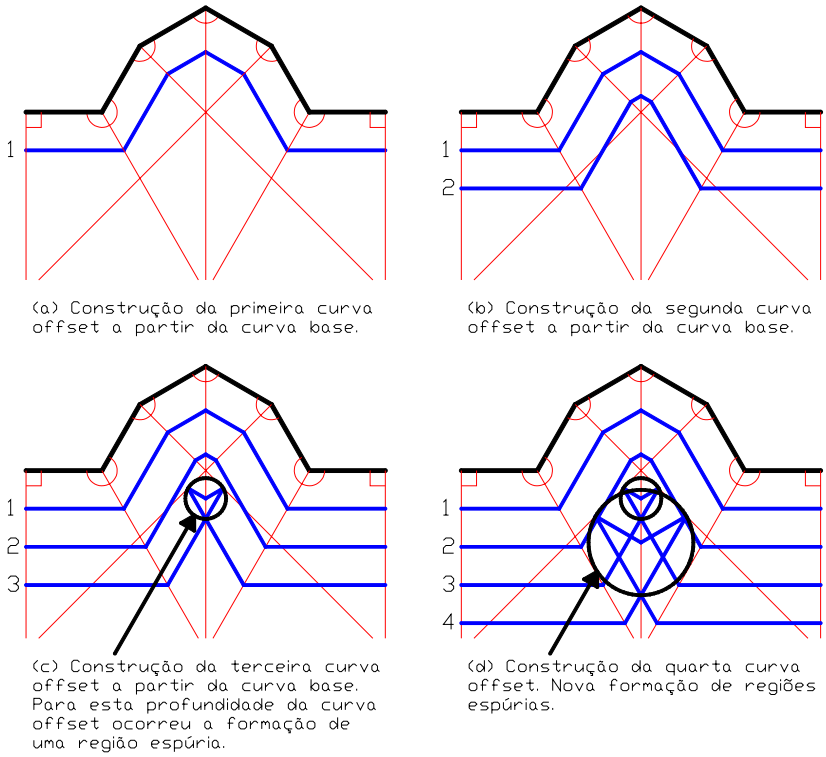


Figura 3 – Seqüência de construção de quatro curvas offset sem tratamento da formação de regiões espúrias.

O algoritmo implementado gera as curvas offset a partir de uma distância (dado de entrada da biblioteca) obtida na direção normal a cada segmento da curva. Esta direção é definida pela seqüência ordenada dos pontos da curva. A Figura 4 apresenta a dependência da direção do traçado da curva offset com respeito à ordenação dos pontos da curva base. Na Figura 4a a ordenação dos pontos é da esquerda (nó i) para a direita (nó j) e a curva offset será gerada abaixo da curva base. Já, na Figura 4b a ordenação dos pontos é da direita (nó i) para a esquerda (nó j) e a curva offset será gerada acima da curva base.

Figura 4 – Direções que guiam a construção das curvas offset.

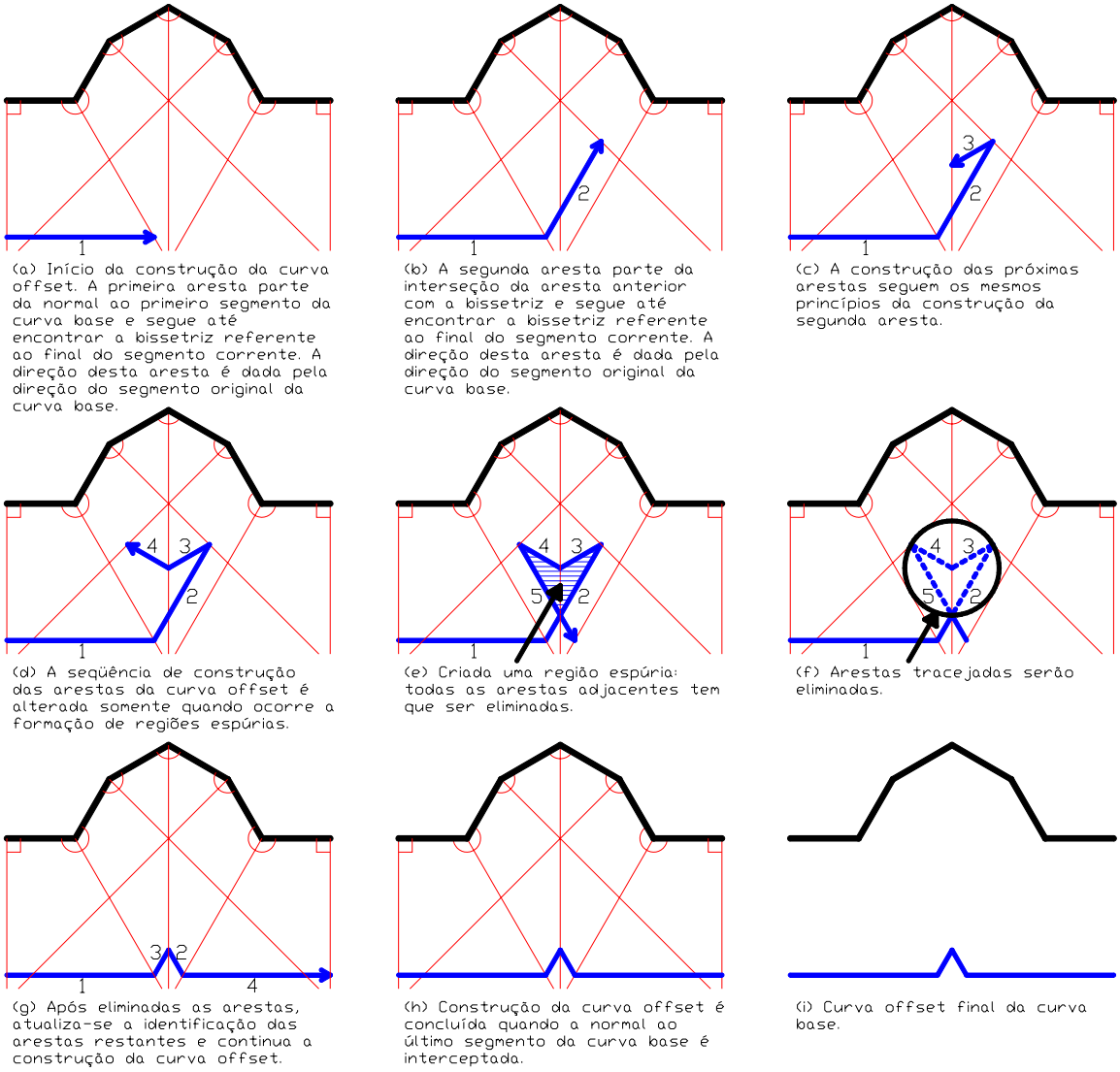


Figura 5 – Processo de construção de uma curva offset com tratamento de regiões espúrias.

Definida a direção para a geração da curva offset, o algoritmo começa a construir cada aresta da curva offset iterativamente. Cada segmento da curva base, da qual pretende-se gerar a curva offset, é tratado individualmente e na seqüência pré-estabelecida. O processo iterativo da construção de uma curva offset é apresentado na Figura 5.

Resumidamente, o processo de criação de uma curva offset consiste na criação de um modelo (HED), inicialmente vazio, no qual é inserida iterativamente (Figura 5a, 5b, 5c e 5d) cada aresta da curva offset correspondente ao segmento da curva base da qual pretende-se gerar a curva offset. Se no processo de geração a curva se auto intercepta, surge uma subdivisão planar reconhecida automaticamente pelo HED. O tratamento de regiões espúrias portanto é feito verificando-se, para cada aresta inserida à curva, a formação de uma subdivisão e, neste caso, eliminando as arestas que formam essa região. As Figuras 5e, 5f e 5g ilustram a formação das regiões espúrias.

O resultado final da geração das quatro curvas offset apresentado na Figura 3, agora com tratamento das regiões espúrias, é apresentado na Figura 6.

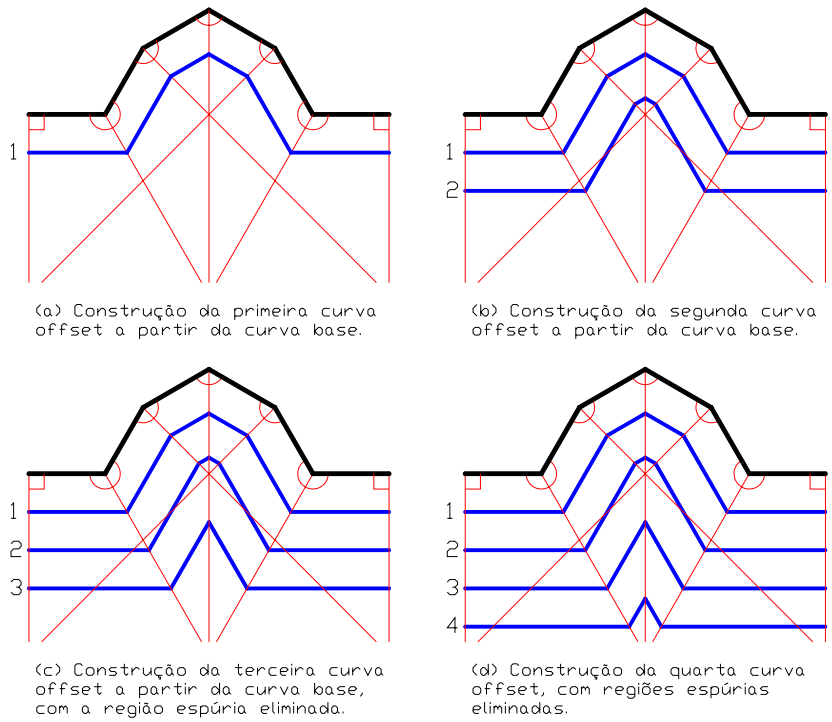


Figura 6 – Seqüência de construção de quatro curvas offset com tratamento da formação de regiões espúrias.

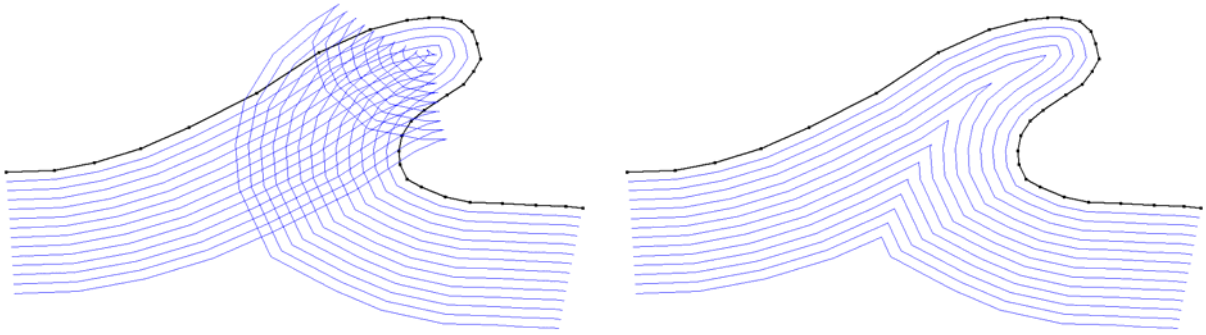
Salienta-se a importância da utilização de uma estrutura de dados topológica como o HED. O reconhecimento automático e a pronta atualização das informações de adjacência entre as entidades topológicas são fundamentais dentro do algoritmo proposto.

Quanto aos parâmetros necessários para a geração das curvas offset, têm-se:

1) Número de curvas offset que se deseja gerar.
2) Distância inicial da curva offset à curva ou contorno base.
3) Fator aplicado sobre a distância acumulada que será utilizada para construir a curva offset. Esta distância é entre a curva offset corrente e a curva ou contorno base.

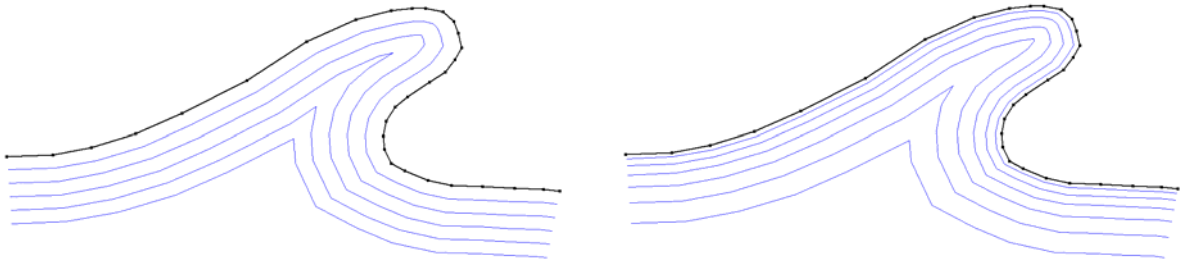
Estes parâmetros serão compreendidos a partir dos exemplos apresentados a seguir. As Figuras 7a e 7b apresentam a geração de 13 curvas offset, com distância inicial de 0.2 e fator sobre a distância acumulada igual a 1.0, com as regiões espúrias não tratadas e tratadas,

respectivamente. E as Figuras 8 e 9 apresentam as variações nas curvas offset em função da modificação dos parâmetros de configuração.



(a) Sem tratamento das regiões espúrias. (b) Com tratamento das regiões espúrias.

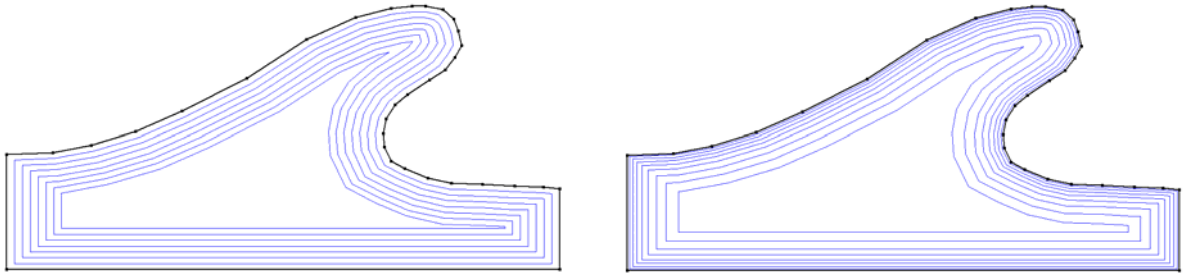
Figura 7 – Geração de curvas offset.



(a)
Número de curvas offset = 5
Distância inicial = 0.30
Fator sobre a distância acumulada = 1.00

(b)
Número de curvas offset = 6
Distância inicial = 0.10
Fator sobre a distância acumulada = 1.30

Figura 8 – Geração de curvas offset a partir de uma curva aberta com variação nos parâmetros de configuração.



(a)
Número de curvas offset = 7
Distância inicial = 0.18
Fator sobre a distância acumulada = 1.00

(b)
Número de curvas offset = 8
Distância inicial = 0.05
Fator sobre a distância acumulada = 1.25

Figura 9 – Geração de curvas offset a partir de um contorno fechado com variação nos parâmetros de configuração.

Com a variação destes três parâmetros e o tratamento de regiões espúrias é possível obter uma seqüência de curvas offset bem variável e de boa qualidade. Deixando-se desta forma, bem flexível, o usuário gerar curvas offset da maneira que achar mais adequada de modo a atender suas necessidades.

4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Como exemplos da utilização da biblioteca de traçado de curvas offset em aplicações práticas, serão apresentados na seção 4.1 a utilização das curvas offset na restauração de seções geológicas, e na seção 4.2 a utilização das curvas offset na geração de restrições internas auxiliares no processo de geração de malhas de elementos finitos com boa qualidade.

4.1 RECON 2D: Restauração de Seções Geológicas

O RECON 2D (Santi, 2002; Ferraz, 1993) é um programa de restauração de seções geológicas, construídas a partir de dados sísmicos, que verifica a aproximação e a consistência da seção geológica interpretada. O objetivo principal é validar a interpretação estrutural da seção transversal e a geometria, definindo se a seção é balanceada ou não. A validação de seções geológicas é importante na indústria do petróleo de modo a reduzir os riscos de exploração.

A biblioteca de traçado de curvas offset é usada pelo RECON 2D pelo método de restauração de seções geológicas transversais através de sistemas tectônicos dominados por regime compressional. Este método consiste na retrodeformação de camadas dobradas, onde as camadas representam os horizontes que definem as dobras, que podem ser restaurados para uma geometria pré-deformacional (estado indeformado), considerando a espessura de camada constante ou espessura de camada variável.

As curvas offset definem a grade origem sobre a seção não restaurada e a grade destino onde à seção será restaurada. A grade origem é construída a partir da geometria do topo da seção não restaurada e a grade destino é construída a partir de uma geometria dada pelo usuário. Definida as grades, todos os pontos da geometria origem são mapeados para a geometria destino, seção restaurada, segundo o método de restauração escolhido.

As Figuras 10 e 11 apresentam as grades geradas pela biblioteca de traçado de curvas offset, juntamente com a seção não restaurada e a seção restaurada, segundo o método de restauração que considera a espessura de camada constante e variável, respectivamente.

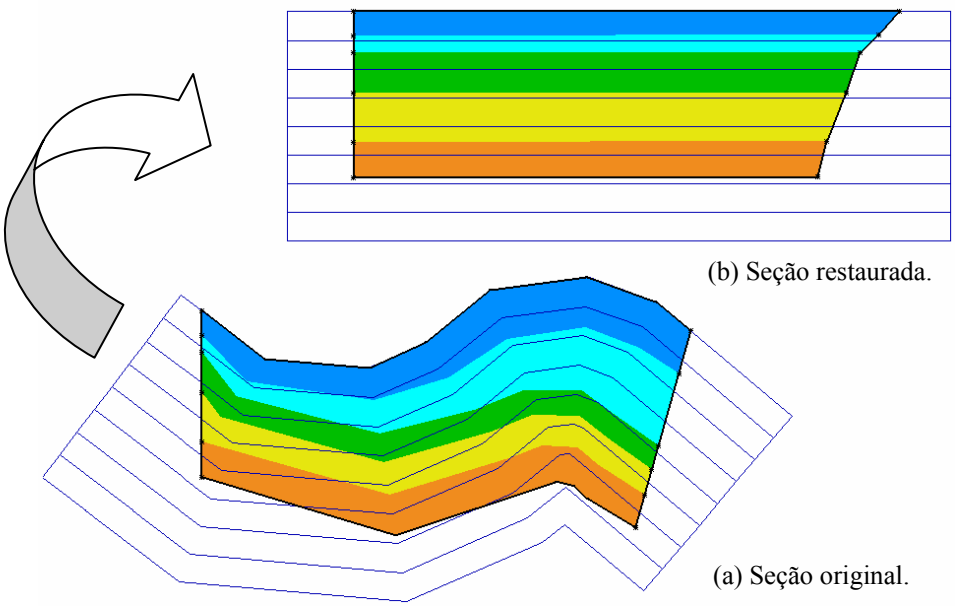


Figura 10 – Restauração da seção geológica, com espessura de camada constante, com as grades geradas pela biblioteca de traçado de curvas offset.

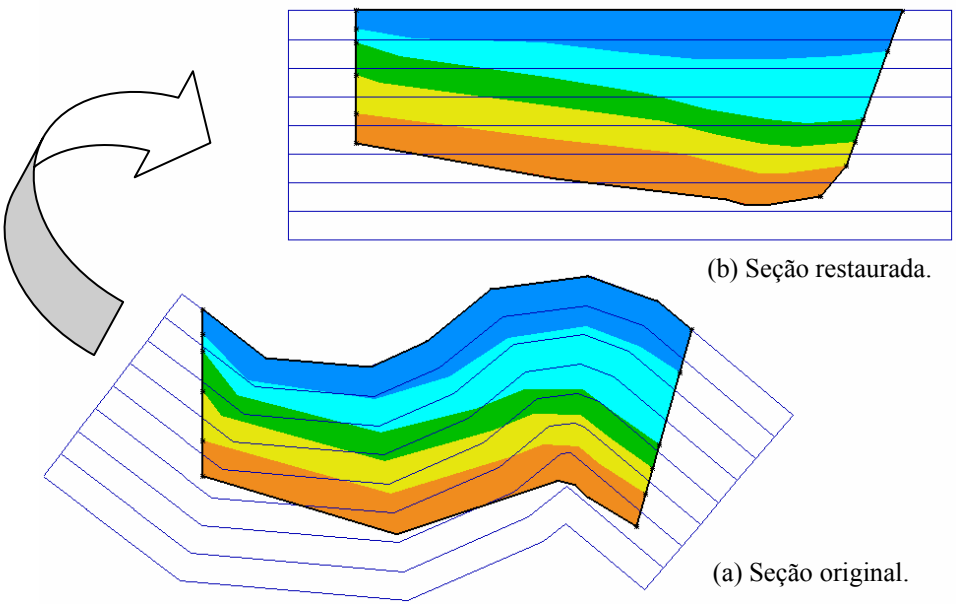


Figura 11 – Restauração da seção geológica, com espessura de camada variável, com as grades geradas pela biblioteca de traçado de curvas offset.

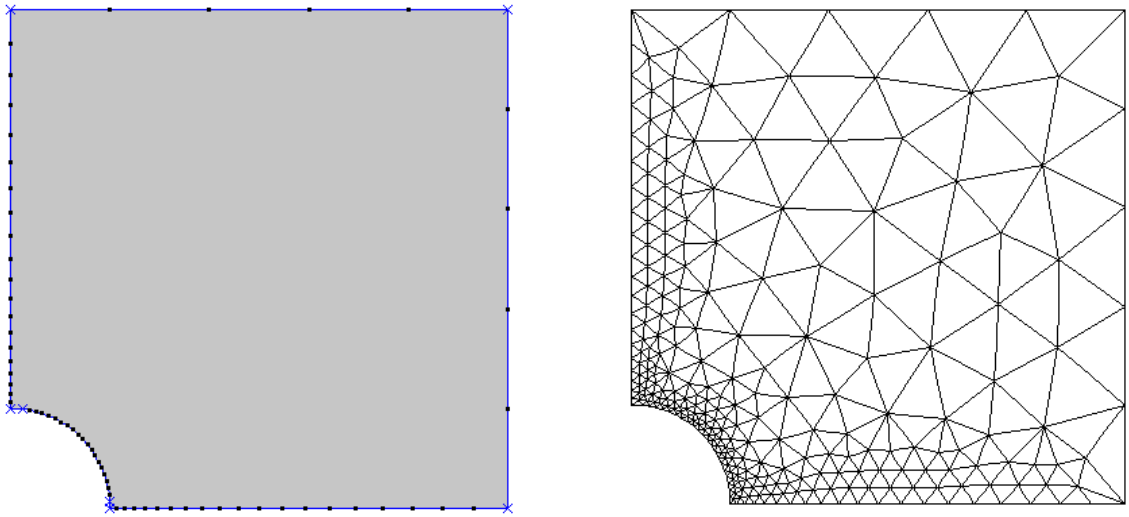
4.2 QUEBRA 2D: Geração de Malhas de Elementos Finitos

O QUEBRA 2D (Araújo, 1999; Carvalho, 1998) é um programa gráfico interativo para simulação de processos bidimensionais de fraturamento estrutural, baseado em uma estratégia de geração adaptativa de malhas de elementos finitos (Paulino, 1999). O processo adaptativo primeiramente requer os resultados da análise de uma malha inicial de elementos finitos, geralmente grosseira, com as descrições geométricas, as condições de contorno e seus atributos. Posteriormente é feita uma discretização do contorno das regiões do domínio com base nas propriedades geométricas e nos tamanhos característicos dos elementos de bordo (vizinhos às curvas do contorno), determinadas a partir da estimativa de erro calculada pelo método de análise.

Com o contorno discretizado é feita à geração da nova malha. Essa geração é baseada na técnica de quadtree e por uma técnica de triangulação de Delaunay, onde a quadtree é utilizada apenas para dar uma gradação de transição na geração de elementos (Miranda, 1999). Esse processo é repetido até que o erro de discretização estimado atinja um valor pré-definido.

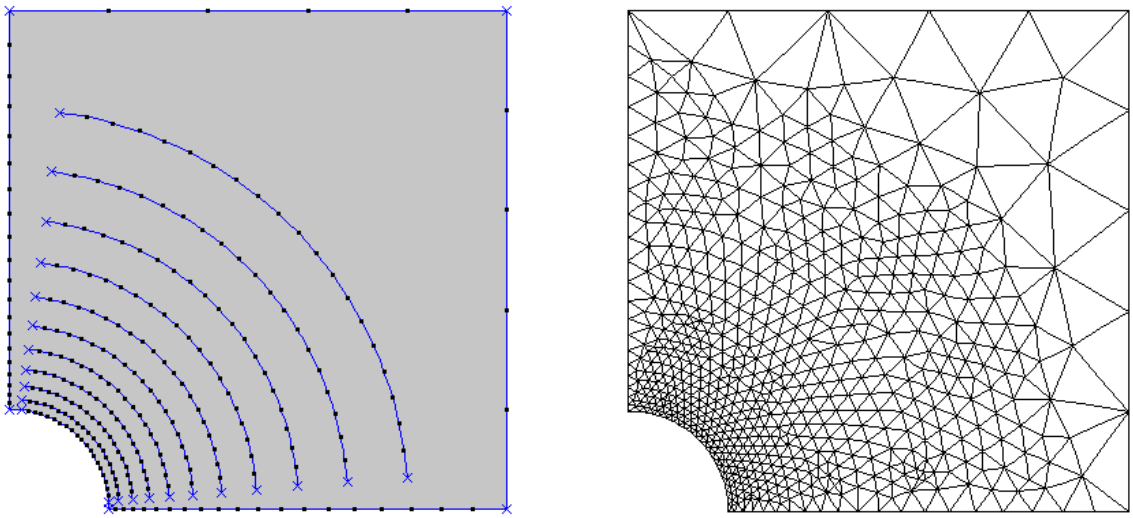
A biblioteca de traçado de curvas offset é utilizada pelo QUEBRA 2D de modo a gerar restrições internas, que são curvas offset de curvas, em regiões que necessitem de um melhor refinamento da malha e gradação mais suave dos elementos. Nessas condições, o algoritmo de geração de malha (Miranda, 2003) obedece às restrições impostas pelas curvas offset. Esta técnica é particularmente usada para determinação de tamanho de zonas plásticas mais refinadas no interior do modelo (Miranda, 2004), por exemplo.

Pode-se observar na Figura 12 que mesmo com uma boa discretização da região do contorno, que representa um quarto de uma placa com furo, a malha gerada não tem uma boa gradação, a não ser nas regiões muito próximas à discretização do contorno. Já, com a geração de restrições (biblioteca de traçado de curvas offset), Figura 13, a gradação dos elementos se dá de forma suave e a malha fica com um maior refinamento, respeitando a região do contorno discretizada.



(a) Contorno. (b) Malha.

Figura 12 – Malha sem restrições.



(a) Contorno. (b) Malha.

Figura 13 – Malha com restrições internas, geradas pela biblioteca de traçado de curvas offset.

5. CONCLUSÕES

Dois exemplos práticos da utilização da biblioteca de traçado de curvas offset, em áreas bem distintas, foram apresentados, na seção anterior. Na restauração de seções geológicas, o uso da curva offset como agente formador de grades facilitou, e muito, o processo de mapeamento de seções originais para seções restauradas, graças à propriedade geométrica que a curva offset mantém em relação à curva ou contorno da qual ela se originou. Esta propriedade também foi de grande valia na geração de malhas de elemento finitos onde graças às restrições impostas pelas curvas offset pode-se atingir o objetivo de se obter uma gradação suave dos elementos em relação a um dado contorno.

Existem inúmeras aplicações para as curvas offset, nas mais diferentes áreas, o que torna o trabalho aqui apresentado uma grande contribuição em qualquer área que faça uso de curvas offset.

A metodologia de traçado de curvas offset com tratamento de regiões espúrias implementada e formalizada como uma biblioteca apresentou-se bastante robusta em todas as situações que foi submetida. Cabe também destacar que, a metodologia adotada, bem como a sua implementação, procedeu-se de uma maneira bem tranqüila graças à utilização da biblioteca de estrutura de dados topológicos (HED), que forneceu ferramentas imprescindíveis na identificação da formação de sub-regiões espúrias e eliminação de arestas adjacentes às estas.

Os parâmetros de configuração adotados (número de curvas, distância inicial e fator sobre a distância acumulada) na geração de curvas offset se mostraram convenientes, permitindo controlar a qualidade (do ponto de vista visual) da malha de elementos finitos gerada.

Para futuros trabalhos, sugere-se a extensão da metodologia proposta para geração de superfícies offset com vista à geração de malhas em três dimensões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Araújo, T.D.P., 1999. ***"Análise Elasto-Plástica Adaptativa de Estruturas com Trincas"***, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil.

Carvalho, C.V.A., 1998. ***"Simulação Bidimensional Adaptativa por Elementos Finitos de Processos de Fraturamento por Fadiga"***, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil.

Cavalcanti, P.R., Carvalho, P.C.P., Martha, L.F., 1991. ***"Criação e Manutenção de Subdivisões Planares"***. SIBGRAPI`4 – IV Brazilian Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision, São Paulo, SP, pp. 13–24.

Ferraz, M.F.R., 1993. ***"Reconstituição de Seções Geológicas Utilizando Subdivisões Planares, Transformações Geométricas e Computação Gráfica Interativa"***. Dissertação de Mestrado, Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil.

Mäntÿla, M., 1988. ***"An Introduction to Solid Modeling"***, In: Computer Science Press.

Miranda, A.C.O., Meggiolaro, M.A., Castro, J.T.P., Martha, L.F., 2004. ***"Finite Element Analysis of Notch-Root Stress and Strain Concentration Factors under Large Deformations"***, CONEM 2004 - Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, ABCM, Belém, PA.

Miranda, A.C.O., Meggiolaro, M.A., Castro, J.T.P., Martha, L.F., Bittencourt, T.N., 2003. ***"Fatigue Life and Crack Path Prediction in Generic 2D Structural Components"***, Engineering Fracture Mechanics. USA, v.70, n.10, p.1259 - 1279.

Miranda, A.C.O., Cavalcante Neto, J.B., Martha, L.F., 1999. ***"An Algorithm for Two-dimensional Mesh Generation for Arbitrary Regions with Cracks"***, SIBGRAPI`12 – XII Brazilian Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision, UNICAMPSBC, Campinas, SP, IEEE Computer Society Order Number PRO0481, ISBN 0-7695-0481, Eds.: J. Stolfi & C. Tozzi, pp. 29-38.

Oliveira, J.B.S. de, Figueiredo, L.H. de, 2000. ***"Robust Approximation of Offsets and Bisectors of Plane Curves"***, SIBGRAPI`13 – XIII Brazilian Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision, Gramado, RS, pp. 139–145.

Paulino, G.H., Menezes, I.F.M., Cavalcante Neto, J.B., Martha, L.F., 1999. ***"A Methodology for Adaptive Finite Element Analysis: Towards an Integrated Computational Environment"***, Computational Mechanics, v. 23, pp. 361-388.

Santi, M.R. de, 2002. ***"Procedimentos Computacionais para o Balanceamento de Seções Geológicas"***, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil.