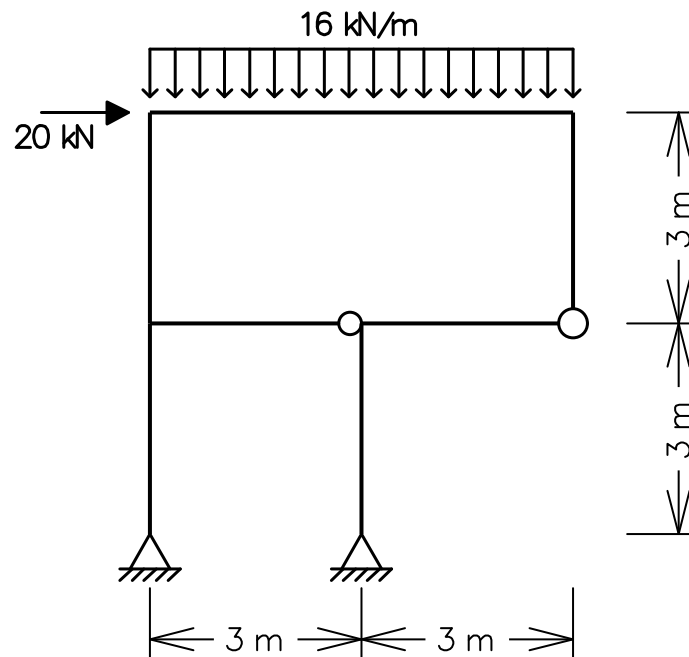


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2017

Primeira Prova - Parte 1 - 13/09/2017 - Duração: 1:45 hs - Sem Consulta

1ª Questão (5,5 pontos)

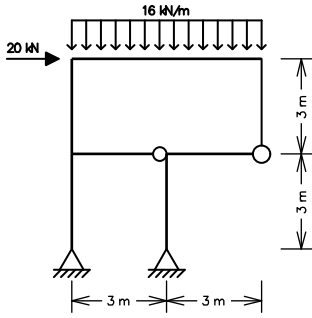
Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático abaixo. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.2 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



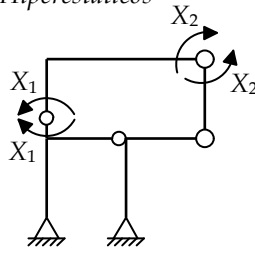
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

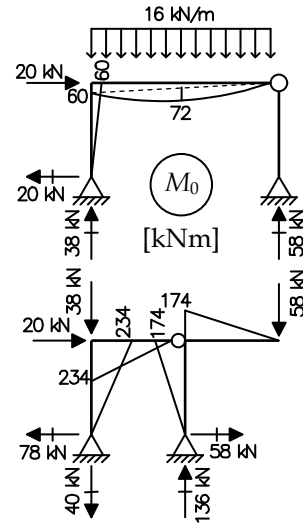
1ª Questão



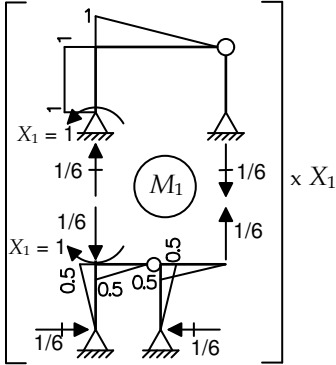
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



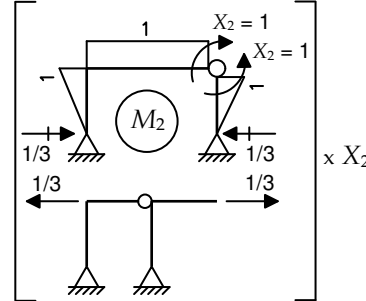
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X1 isolado no SP



Caso (2) - Hiperestático X2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -528 \\ -528 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} +6 & +9/2 \\ +9/2 & +8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +66.6 \text{ kNm} \\ X_2 = +28.5 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 234 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 234 \cdot 3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 174 \cdot 3 \right) \right] = -\frac{528}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 \right] = -\frac{528}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 3 \right) \right] = +\frac{6}{EI} \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \left[+\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = +\frac{9}{2EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[+1 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) \right] = +\frac{8}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

(M)
[kNm]

