

ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2017

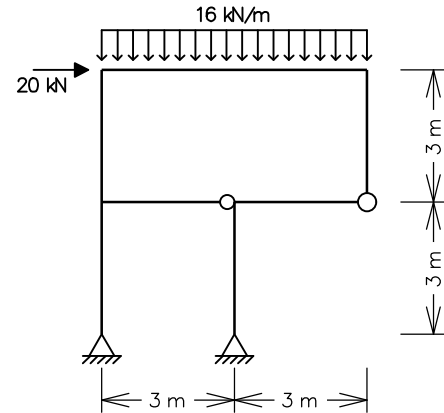
Primeira Prova - Parte 1: 13/09/2017 - Parte 2: 18/09/2017 - Sem Consulta

1ª Questão (5,5 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.2 \times 10^5$ kNm².

Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$



2ª Questão (3,5 pontos)

2.1. (1,0 ponto)

Considere as seguintes afirmativas:

- I. Uma estrutura **isostática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio; e a correspondente configuração deformada não satisfaz automaticamente a compatibilidade.
- II. Uma estrutura **isostática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio; e as correspondentes configurações deformadas satisfazem automaticamente a compatibilidade.
- III. Uma estrutura **isostática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio; e a correspondente configuração deformada satisfaz automaticamente a compatibilidade.
- IV. Uma estrutura **isostática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio; e as correspondentes configurações deformadas não satisfazem automaticamente a compatibilidade.
- V. Uma estrutura **hiperestática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio e infinitas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VI. Uma estrutura **hiperestática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio e só tem uma configuração deformada que satisfaz a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VII. Uma estrutura **hiperestática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio e infinitas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VIII. Uma estrutura **hiperestática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio e só tem uma configuração deformada que satisfaz a compatibilidade.
- IX. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade, aquela que também faz com que o equilíbrio seja satisfeito.
- X. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todos os sistemas de forças que satisfazem a compatibilidade, aquele que também faz com que o equilíbrio seja satisfeito.
- XI. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todas configurações deformadas que satisfazem o equilíbrio, aquela que também faz com que a compatibilidade seja satisfeita.
- XII. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todos os sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio, aquele que também faz com que a compatibilidade seja satisfeita.

Assinale a opção (a), (b), (c) ou (d) que indica **três afirmativas corretas**, ou assinale (e) se nenhuma das opções indicar **três afirmativas corretas**:

- (a) As afirmativas I, V e XI são corretas.
- (b) As afirmativas III, VII e XII são corretas.
- (c) As afirmativas III, VIII e IX são corretas.
- (d) As afirmativas II, VII e X são corretas.
- (e) Nenhuma das opções anteriores indica três afirmativas corretas.

2.2. (1,0 ponto)

Considere as seguintes afirmativas e considere também que a **hipótese de pequenos deslocamentos é satisfeita**:

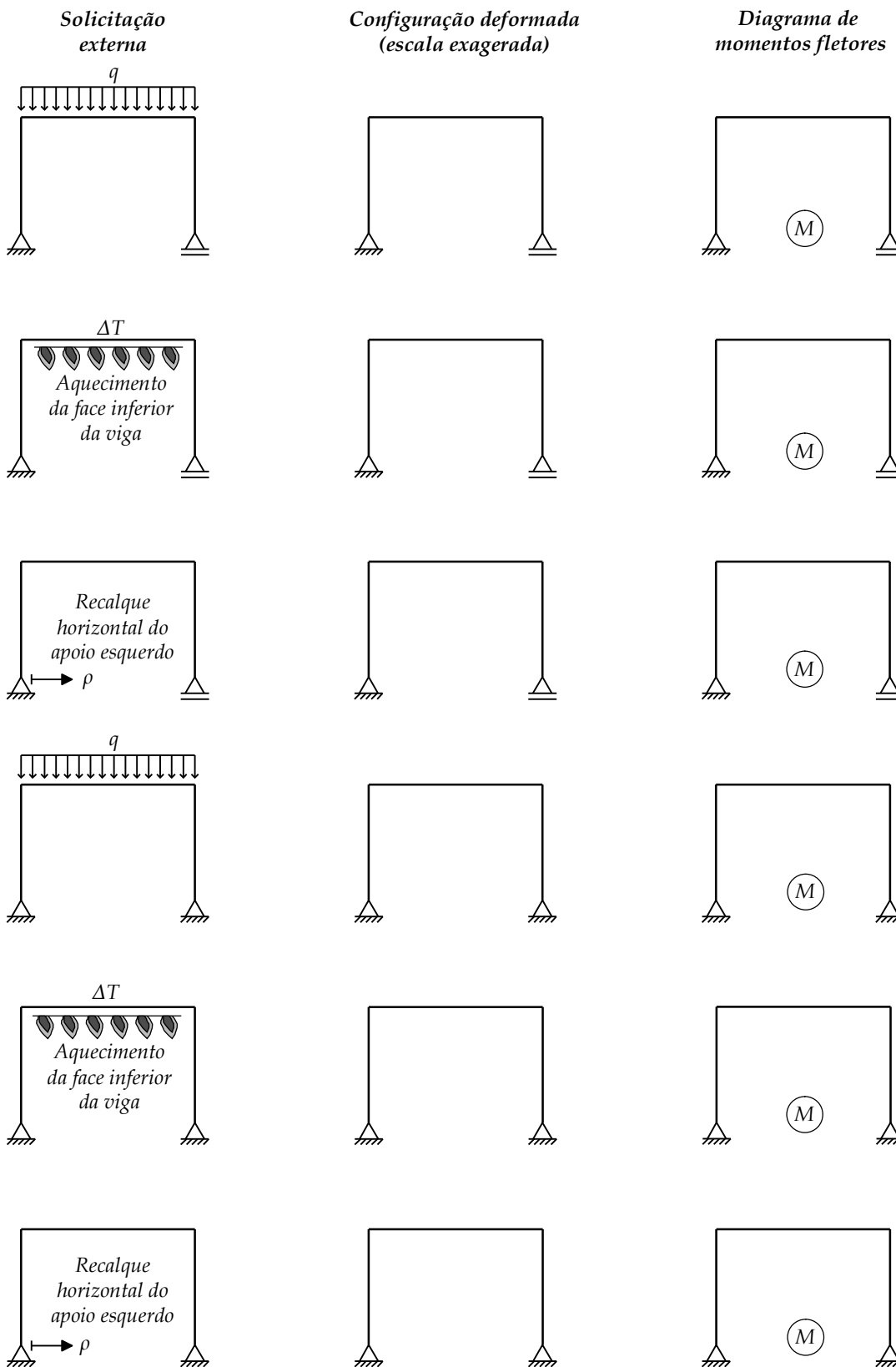
- I. O único tipo de solicitação externa que provoca esforços internos em uma estrutura **hiperestática** é o de cargas (forças e momentos) aplicadas.
- II. O único tipo de solicitação externa que provoca esforços internos em uma estrutura **isostática** é o de cargas (forças e momentos) aplicadas.
- III. Se os vínculos externos de apoio de uma estrutura **isostática** sofrerem recalques de apoio, só gerarão movimentos de corpo rígido das barras, não causando deformações internas.
- IV. Para estruturas **isostáticas**, um movimento de apoio pode induzir deformações nas barras da estrutura, provocando esforços internos.
- V. Para estruturas **hiperestáticas**, um movimento de apoio pode induzir deformações nas barras da estrutura, provocando esforços internos.
- VI. Se os vínculos externos de apoio de uma estrutura **hiperestática** sofrerem recalques de apoio, só gerarão movimentos de corpo rígido das barras, não causando deformações internas.
- VII. Deformações provenientes de variações de temperatura provocam deslocamentos sem que apareçam esforços internos em estruturas **hiperestáticas**.
- VIII. Deformações provenientes de variações de temperatura provocam deslocamentos sem que apareçam esforços internos em estruturas **isostáticas**.
- IX. Variações de temperatura em membros de uma estrutura **hiperestática** podem induzir esforços internos.
- X. Variações de temperatura em membros de uma estrutura **isostática** podem induzir esforços internos.

Assinale a opção (a), (b), (c) ou (d) que indica **três afirmativas corretas**, ou assinale (e) se nenhuma das opções indicar **três afirmativas corretas**:

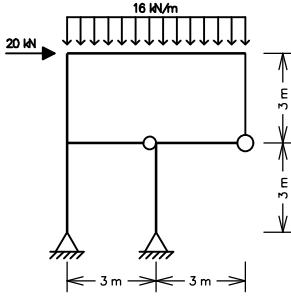
- (a) As afirmativas I, V e IX são corretas.
- (b) As afirmativas IV, VIII e X são corretas.
- (c) As afirmativas II, VI e X são corretas.
- (d) As afirmativas II, V e IX são corretas.
- (e) Nenhuma das opções anteriores indica três afirmativas corretas.

2.3. Os pórticos abaixo têm três tipos de solicitação externa: carga uniformemente distribuída na viga, aquecimento da face inferior da viga e recalque horizontal do apoio da esquerda, conforme indicado (1,5 pontos).

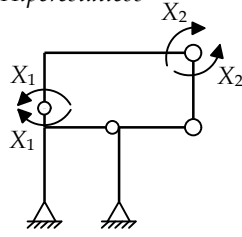
Pede-se para cada um dos pórticos o desenho (esboço) da configuração deformada (com escala para deslocamentos exagerada) e o aspecto do diagrama de momentos fletores.



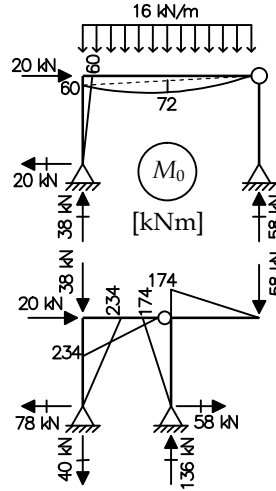
1ª Questão



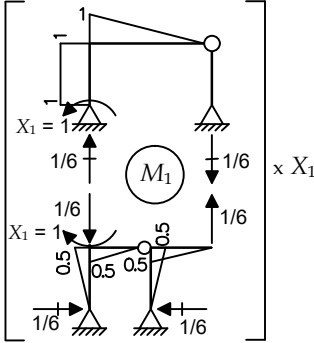
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



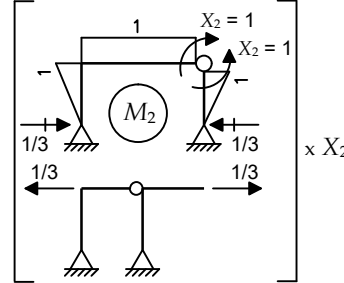
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -528 \\ -528 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} +6 & +9/2 \\ +9/2 & +8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +66.6 \text{ kNm} \\ X_2 = +28.5 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 234 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 234 \cdot 3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 174 \cdot 3 \right) \right] = -\frac{528}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 \right] = -\frac{528}{EI}$$

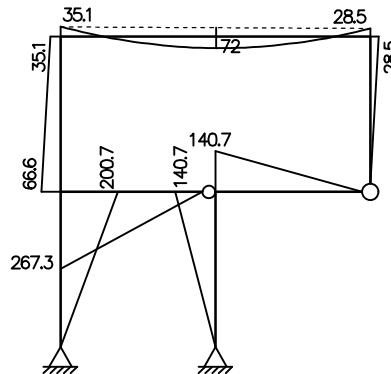
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 3 \right) \right] = +\frac{6}{EI} \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \left[+\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = +\frac{9}{2EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[+1 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) \right] = +\frac{8}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:

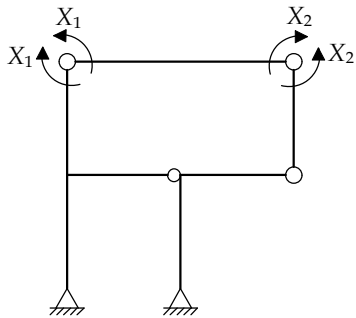
$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

(M)
[kNm]

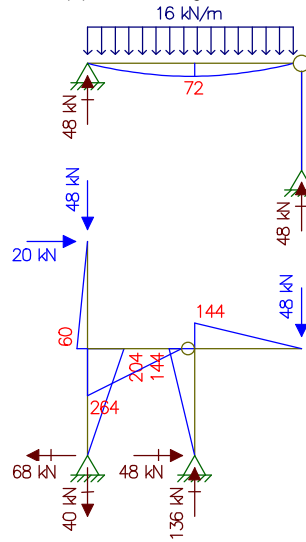


Soluções alternativas para a 1ª Questão

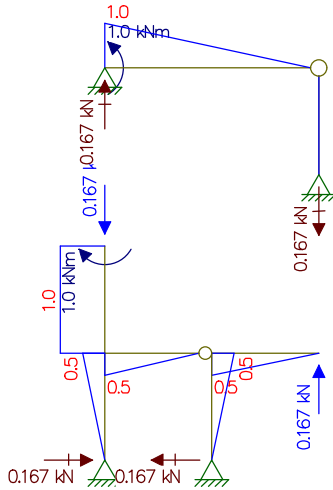
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



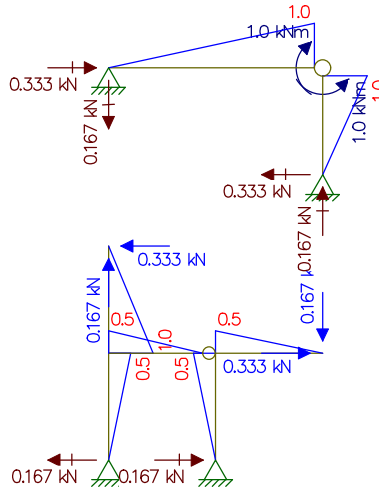
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP com valor unitário



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP com valor unitário



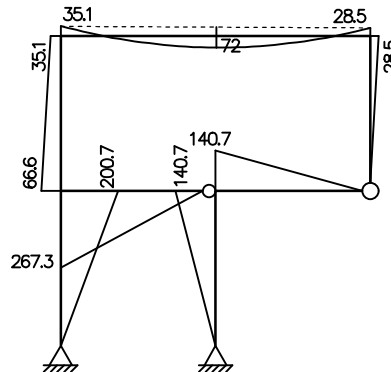
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

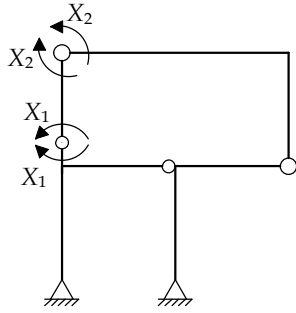
$$X_1 = +35.1 \text{ kNm}$$

$$X_2 = +28.5 \text{ kNm}$$

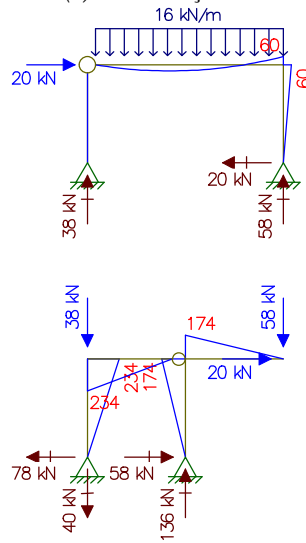
M
[kNm]



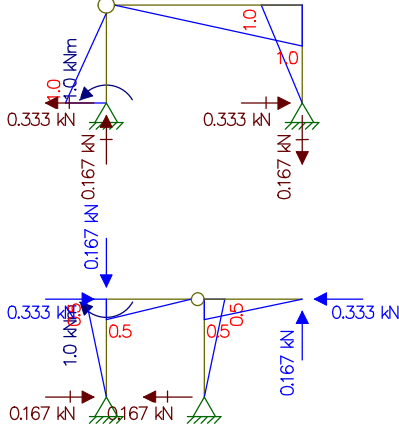
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



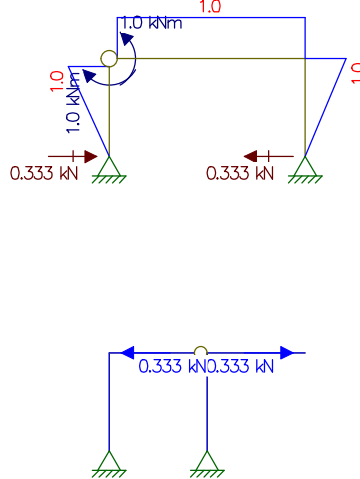
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X1 isolado no SP com valor unitário



Caso (2) - Hiperestático X2 isolado no SP com valor unitário



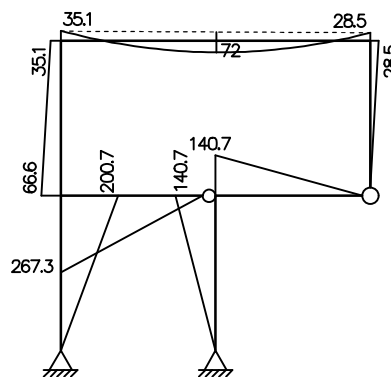
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

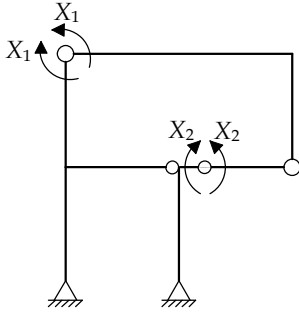
$$X_1 = +66.6 \text{ kNm}$$

$$X_2 = +35.1 \text{ kNm}$$

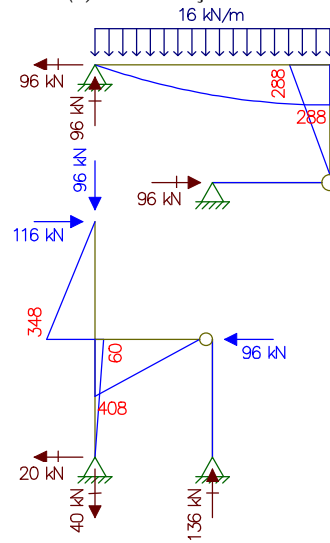
M
[kNm]



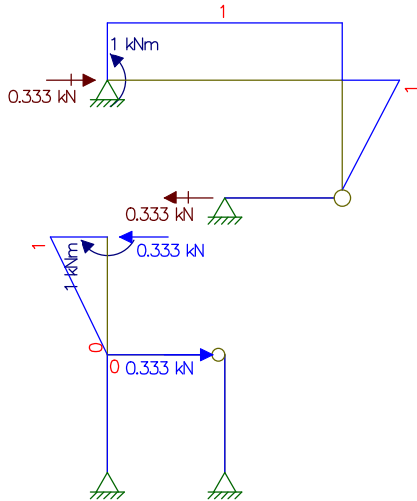
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



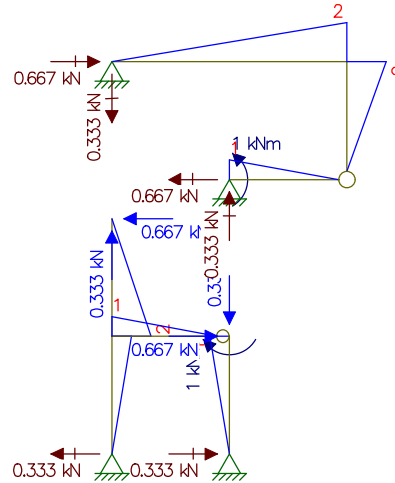
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X1 isolado no SP com valor unitário



Caso (2) - Hiperestático X2 isolado no SP com valor unitário



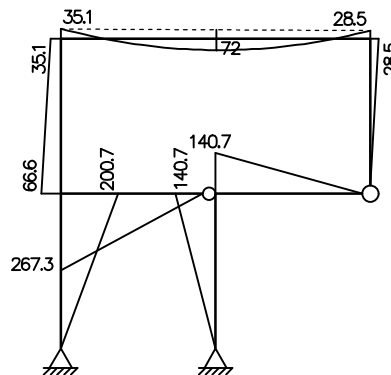
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

$$X_1 = +35.1 \text{ kNm}$$

$$X_2 = +140.7 \text{ kNm}$$

(M)
[kNm]



2ª Questão

2.1. Considere as seguintes afirmativas:

- I. Uma estrutura **isostática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio; e a correspondente configuração deformada não satisfaz automaticamente a compatibilidade.
- II. Uma estrutura **isostática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio; e as correspondentes configurações deformadas satisfazem automaticamente a compatibilidade.
- III. Uma estrutura **isostática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio; e a correspondente configuração deformada satisfaz automaticamente a compatibilidade.
- IV. Uma estrutura **isostática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio; e as correspondentes configurações deformadas não satisfazem automaticamente a compatibilidade.
- V. Uma estrutura **hiperestática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio e infinitas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VI. Uma estrutura **hiperestática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio e só tem uma configuração deformada que satisfaz a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VII. Uma estrutura **hiperestática** tem infinitos sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio e infinitas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade. No entanto, só existe uma solução para o problema: aquela que satisfaz simultaneamente equilíbrio e compatibilidade.
- VIII. Uma estrutura **hiperestática** só tem um sistema de forças que satisfaz o equilíbrio e só tem uma configuração deformada que satisfaz a compatibilidade.
- IX. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todas configurações deformadas que satisfazem a compatibilidade, aquela que também faz com que o equilíbrio seja satisfeito.
- X. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todos os sistemas de forças que satisfazem a compatibilidade, aquele que também faz com que o equilíbrio seja satisfeito.
- XI. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todas configurações deformadas que satisfazem o equilíbrio, aquela que também faz com que a compatibilidade seja satisfeita.
- XII. O **método das forças** tem como estratégia procurar, dentre todos os sistemas de forças que satisfazem o equilíbrio, aquele que também faz com que a compatibilidade seja satisfeita.

As afirmativas corretas são: III, VII e XII. Portanto a opção (b) é a resposta correta.

Assinale a opção (a), (b), (c) ou (d) que indica **três afirmativas corretas**, ou assinale (e) se nenhuma das opções indicar três afirmativas corretas:

- (a) As afirmativas I, V e XI são corretas.
- (b) As afirmativas III, VII e XII são corretas.
- (c) As afirmativas III, VIII e IX são corretas.
- (d) As afirmativas II, VII e X são corretas.
- (e) Nenhuma das opções anteriores indica três afirmativas corretas.

2.2. Considere as seguintes afirmativas e considere também que a **hipótese de pequenos deslocamentos é satisfeita**:

- I. O único tipo de solitação externa que provoca esforços internos em uma estrutura **hiperestática** é o de cargas (forças e momentos) aplicadas.
- II. O único tipo de solitação externa que provoca esforços internos em uma estrutura **isostática** é o de cargas (forças e momentos) aplicadas.
- III. Se os vínculos externos de apoio de uma estrutura **isostática** sofrerem recalques de apoio, só geram movimentos de corpo rígido das barras, não causando deformações internas.
- IV. Para estruturas **isostáticas**, um movimento de apoio pode induzir deformações nas barras da estrutura, provocando esforços internos.
- V. Para estruturas **hiperestáticas**, um movimento de apoio pode induzir deformações nas barras da estrutura, provocando esforços internos.
- VI. Se os vínculos externos de apoio de uma estrutura **hiperestática** sofrerem recalques de apoio, só geram movimentos de corpo rígido das barras, não causando deformações internas.
- VII. Deformações provenientes de variações de temperatura provocam deslocamentos sem que apareçam esforços internos em estruturas **hiperestáticas**.
- VIII. Deformações provenientes de variações de temperatura provocam deslocamentos sem que apareçam esforços internos em estruturas **isostáticas**.
- IX. Variações de temperatura em membros de uma estrutura **hiperestática** podem induzir esforços internos.
- X. Variações de temperatura em membros de uma estrutura **isostática** podem induzir esforços internos.

As afirmativas corretas são: II, III, V, VIII e IX. Portanto a opção (d) é a resposta correta.

Assinale a opção (a), (b), (c) ou (d) que indica **três afirmativas corretas**, ou assinale (e) se nenhuma das opções indicar três afirmativas corretas:

- (a) As afirmativas I, **V** e **IX** são corretas.
- (b) As afirmativas IV, **VIII** e X são corretas.
- (c) As afirmativas **II**, VI e X são corretas.
- (d) As afirmativas II, V e IX são corretas.**
- (e) Nenhuma das opções anteriores indica três afirmativas corretas.

2.3. Os pórticos abaixo têm três tipos de solicitação externa: carga uniformemente distribuída na viga, aquecimento da face inferior da viga e recalque horizontal do apoio da esquerda, conforme indicado.

Pede-se para cada um dos pórticos o desenho (esboço) da configuração deformada (com escala para deslocamentos exagerada) e o aspecto do diagrama de momentos fletores.

