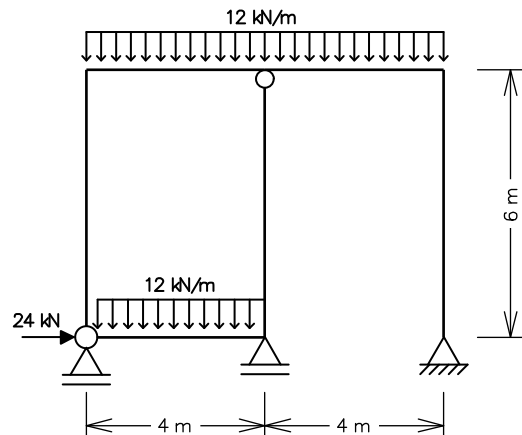


ENG 1204 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2015

Primeira Prova – Data: 08/04/2015 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

1ª Questão (5,5 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 3.6 \times 10^4 \text{ kNm}^2$.

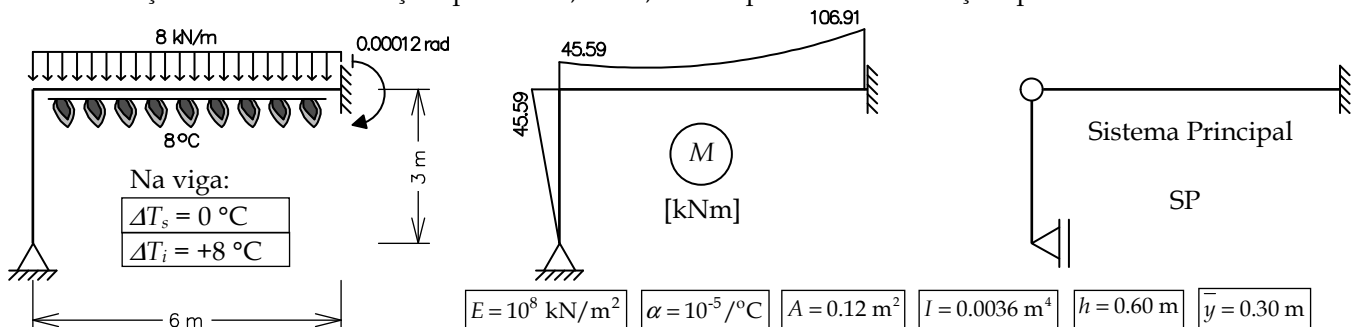


2ª Questão (3,5 pontos)

Considere o pórtico hiperestático mostrado abaixo. O material tem módulo de elasticidade $E = 10^8 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 10^{-5} / ^\circ\text{C}$. As barras do pórtico têm uma seção transversal com área $A = 0.12 \text{ m}^2$, momento de inércia $I = 0.0036 \text{ m}^4$, altura $h = 0.60 \text{ m}$ e centro de gravidade no meio de altura. As seguintes solicitações atuam no pórtico concomitantemente:

- Carregamento com força uniformemente distribuída $q = 8 \text{ kN/m}$ atuando na viga do pórtico.
- Aquecimento de $\Delta T_i = +8 ^\circ\text{C}$ na face inferior da viga.
- Recalque rotacional, no sentido horário, de $1.2 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ($\rho = -0.00012 \text{ rad}$) do apoio da direita.

O diagrama final de momentos fletores para essas três solicitações também é indicado. Esta solução considera apenas deformações axiais e deformações por flexão, isto é, são desprezadas deformações por cisalhamento.



Considerando que na solução do pórtico pelo Método das Forças foi adotado o Sistema Principal (SP) indicado acima, pede-se:

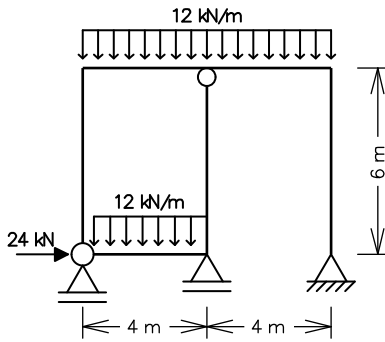
- Mostre uma figura do SP com os hiperestáticos indicados, arbitrando um sentido para eles. Baseado no diagrama final de momentos fletores fornecido, determine os valores dos hiperestáticos, com unidades. Os sinais devem ser consistentes com os sentidos arbitrados para os hiperestáticos (1,0 ponto).
- Forneça a interpretação física dos termos de carga δ_{i0} , indicando causa, localização, se é deslocamento ou rotação, e se é absoluto ou relativo (0,5 ponto).
- Determine o diagrama de momentos fletores do caso (0) da solução provocado pelas três solicitações concomitantes (0,5 ponto).
- Calcule o valor do termo de carga δ_{i0} , indicando a unidade, considerando deformações axiais e deformações por flexão (1,5 pontos).

3ª Questão (1,0 ponto) – Grau vindo do primeiro trabalho (nota do trabalho x 0,1).

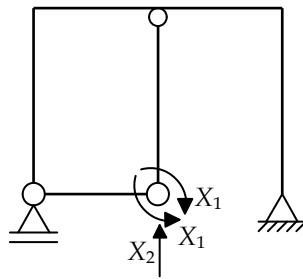
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

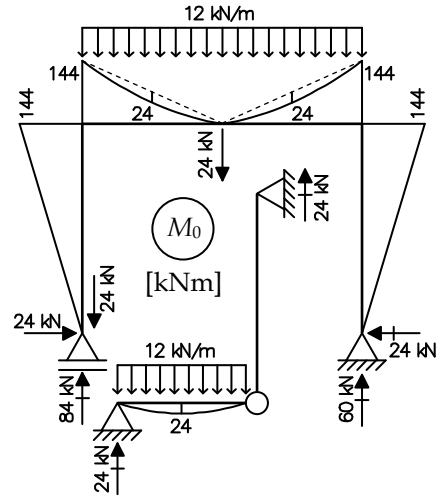
1ª Questão



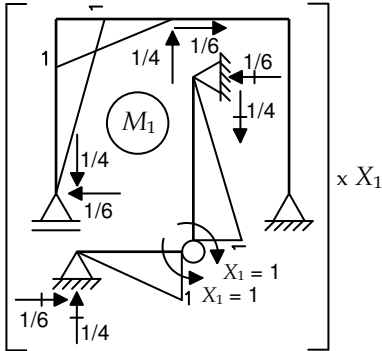
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos ($g = 2$)



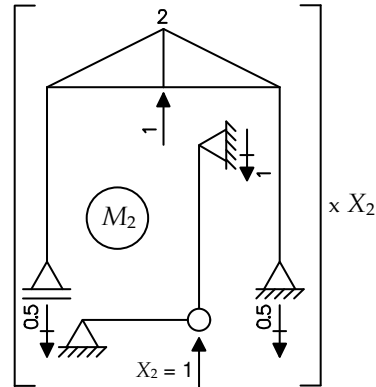
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -416 \\ +256 \end{Bmatrix} + \frac{1}{3EI} \begin{bmatrix} +20 & -4 \\ -4 & +32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +59.1 \text{ kNm} \\ X_2 = -16.6 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 24 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 24 \cdot 4 \right] = -\frac{416}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(+\frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 144 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 24 \cdot 4 \right) \right] = +\frac{256}{EI}$$

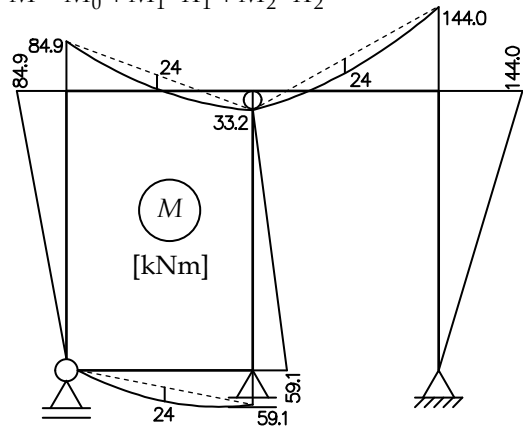
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) \right] = +\frac{20}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \right] = -\frac{4}{3EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \right) \right] = +\frac{32}{3EI}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



A questão da prova só pediu um termo de carga. Entretanto, como os hiperestáticos podem ter sido numerados na ordem inversa, o cálculo do outro termo de carga também é mostrado.

$$\begin{cases} (-20 + 1.950 \cdot 45.59 - 5.000 \cdot 13.78) \cdot 10^{-5} = 0 \\ (-48 - 5.000 \cdot 45.59 + 20.025 \cdot 13.78) \cdot 10^{-5} = 0 \end{cases} \quad \text{OK}$$