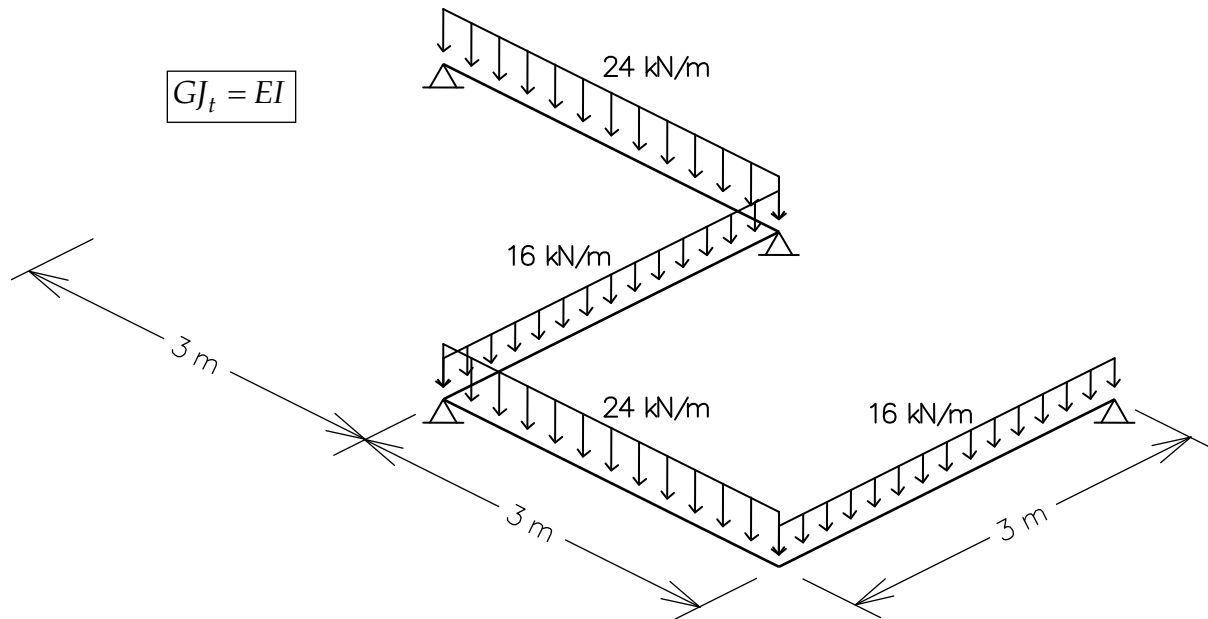


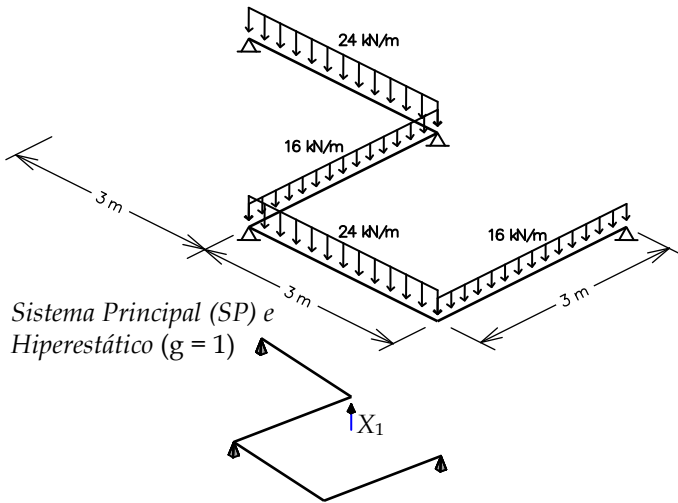
1ª Questão (3,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha abaixo. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI .

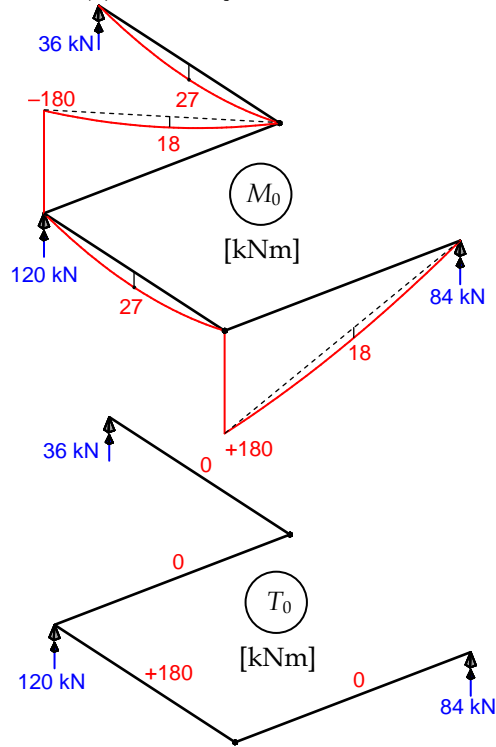


Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

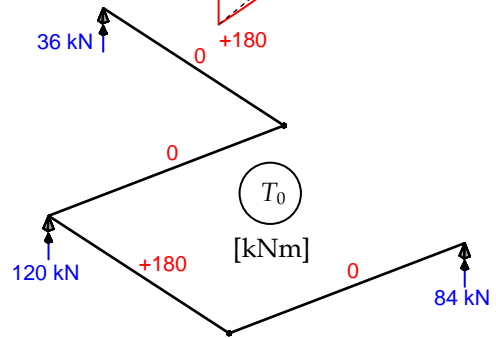
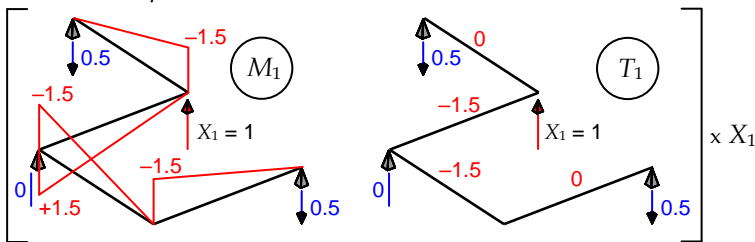
Grau G2 - 1ª Questão



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X1 isolado no SP



Equação de compatibilidade:

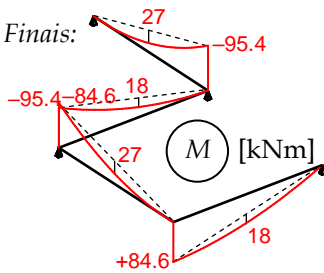
$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1431}{EI} + \frac{22.5}{EI} X_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad X_1 = +63.6 \text{ kN}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 27 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 180 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 18 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 27 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 180 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 18 \cdot 3 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [-1.5 \cdot 180 \cdot 3] = -\frac{621}{EI} - \frac{810}{GJ_t} = -\frac{1431}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[+4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1.5 \cdot 1.5 \cdot 3 \right) \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [+2 \cdot (1.5 \cdot 1.5 \cdot 3)] = +\frac{9}{EI} + \frac{13.5}{GJ_t} = +\frac{22.5}{EI}$$

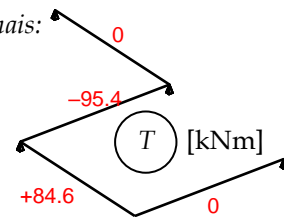
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$



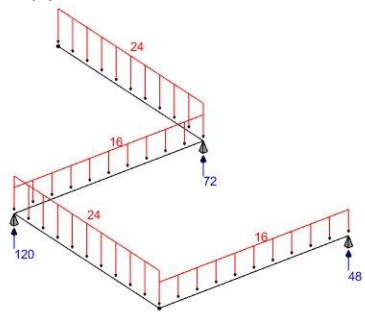
Momentos Torçores Finais:

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1$$

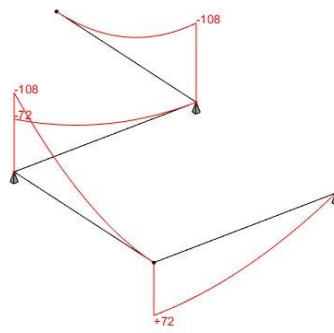


Alternativas para Sistema Principal

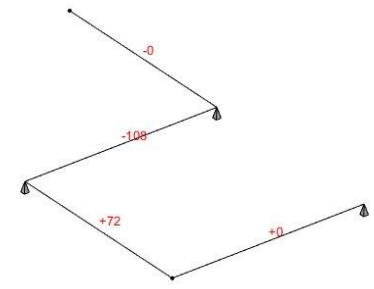
A Caso (0)



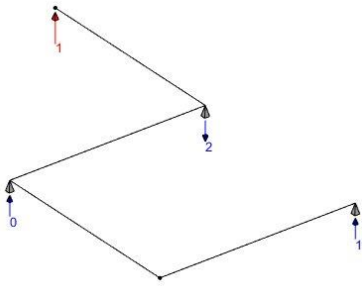
M_0



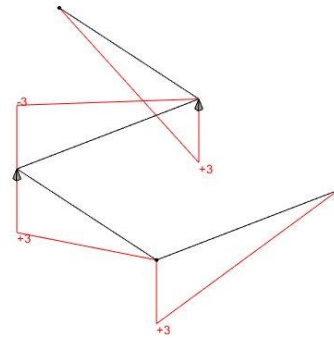
T_0



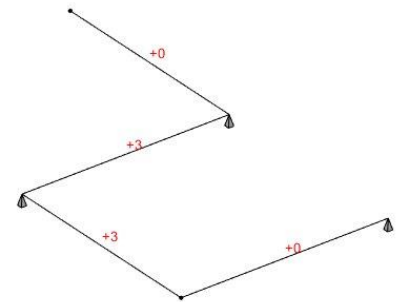
Caso (1)



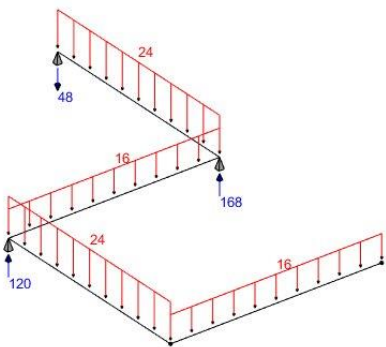
M_1



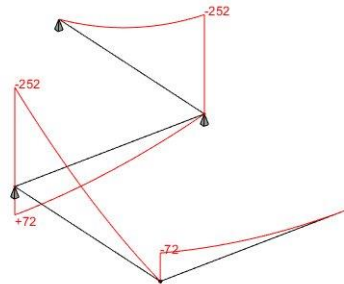
T_1



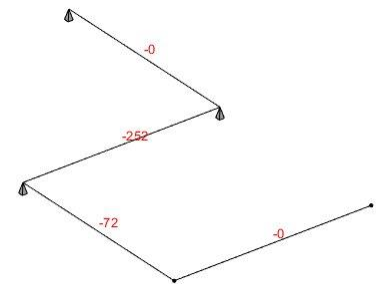
B Caso (0)



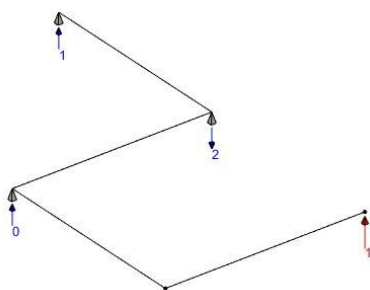
M_0



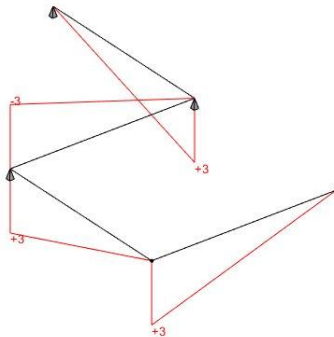
T_0



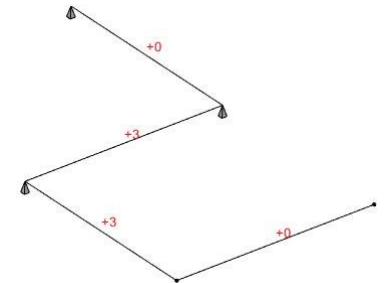
Caso (1)



M_1



T_1



ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2019

T2: Simulação computacional do Método dos Deslocamentos 2ª questão do grau G2 (1.0 ponto) - Data da entrega: 20/05/2019

Estude o exemplo de solução de um pórtico pelo Método dos Deslocamentos ("http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lfm/eng1204roteiroMD.pdf"). Estude o tutorial sobre o Método dos Deslocamentos disponível em "http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lfm/metdes1_0_0.exe" (versão *off-line*). Obtenha o programa Ftool e seu manual em "<http://www.ftool.com.br>". Assista no site da disciplina no Ambiente de Aprendizagem Online da PUC-Rio (<https://ead.puc-rio.br/login/index.php>) o vídeo "Aula 13: Método dos Deslocamentos: Introdução". Siga os passos descritos nos itens abaixo e escreva um relatório. Este relatório deve conter as figuras que forem necessárias para descrever a simulação e seus valores numéricos.

Item (a) - Estrutura original a ser resolvida

Defina arbitrariamente, usando o programa Ftool, um quadro plano com pelo menos quatro deslocabilidades. Defina também as propriedades elásticas e geométricas das barras e as cargas que atuam no quadro. Adote todas as unidades em kN e m. Crie uma figura com a estrutura, suas dimensões e todas as propriedades e cargas utilizadas. Essa figura deve mostrar a configuração deformada da estrutura, com as componentes de deslocamentos e rotações (com valores e unidades) dos nós do modelo estrutural indicadas. Essas componentes de deslocamentos e rotações dos nós são as incógnitas do Método dos Deslocamentos, são chamadas de *deslocabilidades*, e devem ser identificadas pelo nome D_j , sendo j o número da deslocabilidade. Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe as deslocabilidades com seus nomes, valores e unidades à mão. Anote os valores das deslocabilidades (com sinal) para usar no item (f).

Item (b) - Sistema Hipergeométrico

Obtenha uma estrutura completamente indeslocável (todos os nós com deslocamentos e rotações impedidos) a partir da inserção de vínculos externos (apoios fictícios) na estrutura do item (a). Essa estrutura será o Sistema Hipergeométrico (SH) para a resolução da estrutura original pelo Método dos Deslocamentos. Mostre o SH em uma figura com os apoios fictícios numerados de acordo com a numeração das deslocabilidades.

Item (c) - Caso básico (0)

Para o Sistema Hipergeométrico do item (b), mantenha o carregamento do item (a). Isto corresponde ao caso (0) do Método dos Deslocamentos. Mostre a configuração deformada da estrutura juntamente com o carregamento aplicado, indicando as reações de apoio (com valores e unidades) que correspondem aos termos de carga β_{i0} . Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe os nomes, valores (com sinal) e unidades dos termos de carga à mão.

Item (d) - Casos básicos que isolam as deslocabilidades

Retire as cargas utilizadas no item (c) e imponha ao Sistema Hipergeométrico, alternadamente, deslocamentos ou rotações prescritos com valores unitários nos nós onde os vínculos foram inseridos no item (b). Utilize a opção *Prescribed Displacements* do menu *Support Conditions* para impor um deslocamento prescrito. Isso deve gerar um caso de solicitação para cada deslocabilidade imposta independentemente, sendo que cada um corresponde a um dos casos (j) do Método dos Deslocamentos, onde j é o número de uma deslocabilidade. Mostre a configuração deformada da estrutura para cada uma das deslocabilidades unitárias impostas, indicando as reações de apoio (com valores, sinais e unidades) que correspondem aos *coeficientes de rigidez globais* K_{ij} . Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe os nomes, valores, sinais e unidades dos coeficientes de rigidez à mão.

Item (e) - Sistema de equações de equilíbrio

Com base nos resultados dos itens (c) e (d), monte o sistema de equações de equilíbrio que resulta da solução do quadro original pelo Método dos Deslocamentos. Os valores numéricos dos coeficientes deste sistema de equações são obtidos dos termos de carga e dos coeficientes de rigidez.

Item (f) - Verificação da solução do sistema de equações de equilíbrio

Com base nos resultados da estrutura original do item (a), verifique se os valores das deslocabilidades correspondem realmente à solução do sistema de equações obtido no item (e).

Item (g) - Obtenção de esforços internos

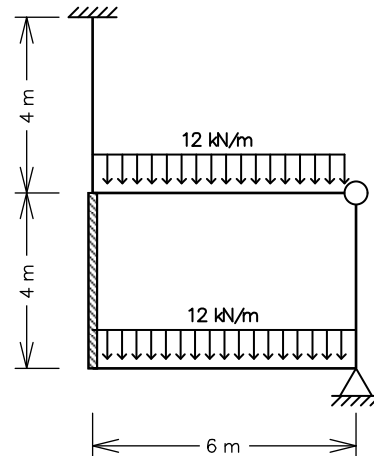
Indique os passos seguintes à solução do sistema de equações de equilíbrio que seriam necessários para complementar o cálculo dos esforços internos da estrutura pelo Método dos Deslocamentos.

ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2019

Grau G2 - 3ª Questão - Data: 10/06/2019 - Duração: 1:45 hs - Sem Consulta

3ª Questão (5,5 pontos)

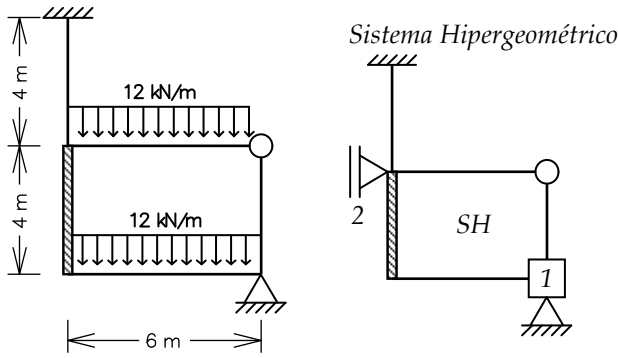
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.2 \times 10^5 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical inferior da esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



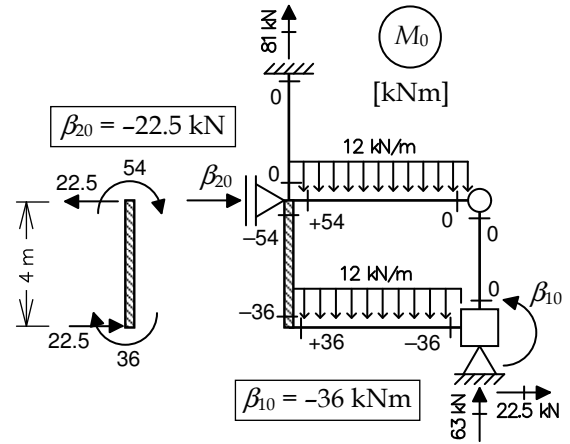
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

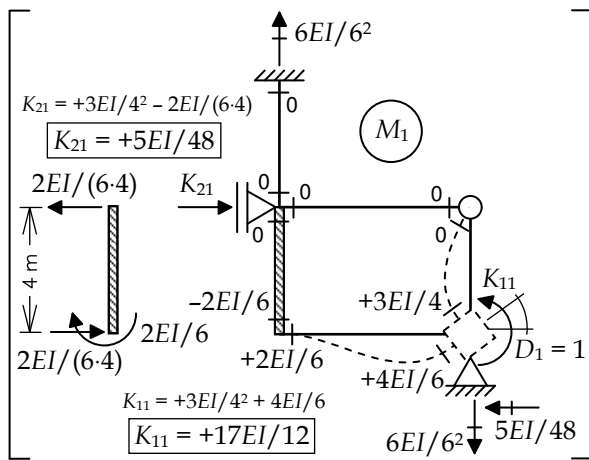
3ª Questão



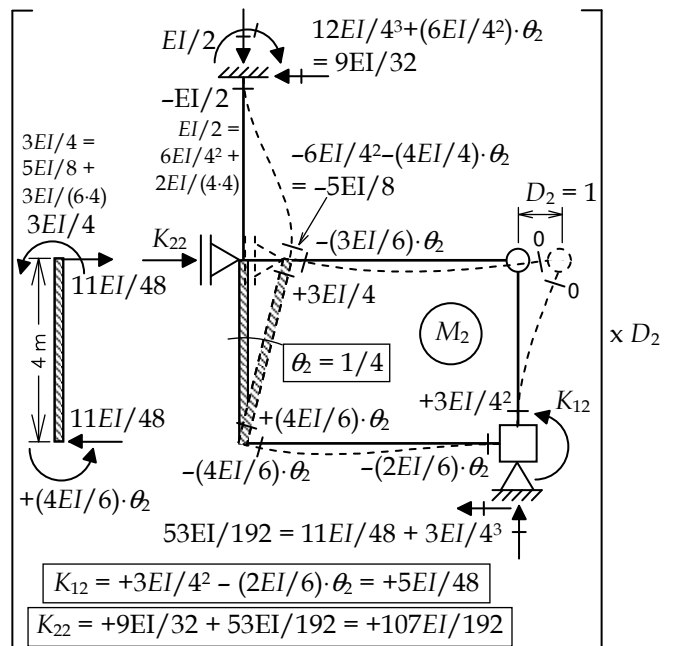
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D2 isolada no SH



Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} -36.0 \\ -22.5 \end{bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +17/12 & +5/48 \\ +5/48 & +107/192 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{22.756}{EI} \\ D_2 = + \frac{36.120}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:
 $M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$

