

G1-Q1: Simulação computacional do Método das Forças

1ª Questão do Grau G1 (1,0 ponto) – Data da entrega: 16/08/2021

Obtenha o programa Ftool e seu manual em “<http://www.ftool.com.br>”. Estude o exemplo de solução de um pórtico com dois hiperestáticos pelo Método das Forças da “Aula 02: Introdução ao Método das Forças” no site da disciplina no Ambiente de Aprendizagem Online da PUC-Rio: “<https://ead.puc-rio.br/login/index.php>”. Assista o vídeo “Aula 02 - Introdução ao Método das Forças”. Siga os passos descritos nos itens abaixo e escreva um relatório. Este relatório deve conter as figuras que forem necessárias para descrever a simulação e seus valores numéricos.

Item (a) – Estrutura original a ser resolvida

Defina arbitrariamente, usando o programa Ftool, um quadro plano hiperestático com grau de hiperestaticidade no mínimo igual a quatro ($g \geq 4$) e que não contenha ciclos fechados de barras. Defina também as propriedades elásticas e geométricas das barras e as cargas que atuam no quadro. Adote todas as unidades em kN e m. Crie uma figura com a estrutura, suas dimensões e todas as propriedades e cargas utilizadas. Essa figura deve mostrar a configuração deformada da estrutura, com as componentes de reação de apoio indicadas. Anote nessa figura as componentes de reações de apoio que serão escolhidas como incógnitas da solução da estrutura pelo Método das Forças. Estas incógnitas são chamadas de *hiperestáticos* e devem ser identificadas pelo nome X_j , sendo j o número do hiperestático. Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe os hiperestáticos com seus nomes, valores e unidades à mão. Anote os valores das reações de apoio (com sinal) selecionadas como incógnitas do problema para usar no item (f).

Item (b) – Sistema Principal

Obtenha uma estrutura isostática a partir da eliminação dos vínculos externos (liberação de restrições de apoio) associados aos hiperestáticos escolhidos no item (a). Essa estrutura será o Sistema Principal (SP) para a resolução do quadro original hiperestático pelo Método das Forças. Crie uma figura com o SP adotado e os hiperestáticos com seus nomes. Embora seja possível, neste trabalho não libere vínculos internos, isto é, não introduza rótulas.

Item (c) – Caso básico (0)

Para o Sistema Principal do item (b) considere valores nulos para os hiperestáticos e aplique o carregamento externo do item (a). Isto corresponde ao caso (0) do Método das Forças. Mostre a configuração deformada dessa estrutura juntamente com o carregamento aplicado, indicando as componentes de deslocamentos e rotações (com valores e unidades) nas direções dos vínculos rompidos para a criação do SP. Essas componentes de deslocamentos e rotações correspondem aos termos de carga δ_{i0} . Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe os nomes, valores (com sinal) e unidades dos termos de carga à mão.

Item (d) – Casos básicos que isolam os hiperestáticos

Retire as cargas utilizadas no item (c) e carregue o Sistema Principal, alternadamente, com os hiperestáticos com valores unitários. Isto deve gerar um caso de carregamento para cada hiperestático (com valor unitário) atuando independentemente, sendo que cada um corresponde a um dos casos (j) do Método das Forças, onde j é o número de um hiperestático. Mostre a configuração deformada da estrutura para cada um dos hiperestáticos unitários impostos, indicando as componentes de deslocamentos e rotações (com valores, sinais e unidades) nas direções dos vínculos rompidos para a criação do SP. Essas componentes de deslocamentos e rotações correspondem aos *coeficientes de flexibilidade* δ_{ij} . Sugestão: imprima a imagem da tela do programa e desenhe os nomes, valores, sinais e unidades dos coeficientes de flexibilidade à mão.

Item (e) – Sistema de equações de compatibilidade

Com base nos resultados dos itens (c) e (d), monte o sistema de equações de compatibilidade que resulta da solução do quadro original pelo Método das Forças. Os valores numéricos dos coeficientes deste sistema de equações são obtidos dos termos de carga e dos coeficientes de flexibilidade.

Item (f) – Verificação da solução do sistema de equações de compatibilidade

Com base nos resultados da estrutura original do item (a), verifique se os valores dos hiperestáticos correspondem realmente à solução do sistema de compatibilidade obtido no item (e).

Item (g) – Obtenção de esforços internos

Indique os passos seguintes à solução do sistema de equações de compatibilidade que seriam necessários para complementar o cálculo dos esforços internos da estrutura pelo Método das Forças.

G1-Q2: Escolha do SP e interpretação física do termos de carga e coeficientes de flexibilidade

2ª Questão do Grau G1 (1,0 ponto) – Data da entrega: 23/08/2021

Siga os passos descritos nos itens abaixo e escreva um relatório.

Item (a) – Estrutura original

- Defina arbitrariamente um pórtico plano hiperestático com grau de hiperestaticidade no mínimo igual a três ($g \geq 3$) e mostre em uma figura.
- Indique dimensões, apoios, rótulas (não obrigatório), propriedades de material, propriedades de seção transversal e carregamento.
- Todos os parâmetros têm de ser indicados com valores e unidades consistentes. Escolha unidades e valores adequados.
- O carregamento deve ter pelo menos uma força concentrada aplicada em um nó livre (sem apoios) e pelo menos uma força uniformemente distribuída aplicada em qualquer trecho.

Item (b) – Sistema Principal e hiperestáticos

- Defina um possível Sistema Principal (SP) para a resolução do pórtico hiperestático definido no item (a) pelo Método das Forças. O SP é uma estrutura isostática obtida da estrutura hiperestática original a partir da eliminação de vínculos.
- Pelo menos um vínculo externo deve ser liberado (liberação de restrição de apoio) e pelo menos um vínculo de continuidade interna deve ser liberado.
- Mostre o SP adotado em uma figura e indique os hiperestáticos associados.
- Cada hiperestático é identificado pela seguinte notação: X_i , em que i é o seu índice.
- Para cada hiperestático, indique se é um esforço externo (reação de apoio) ou um esforço interno.
- Se for um esforço externo, indique se o hiperestático é uma força horizontal, uma força vertical ou um momento.
- Se for um esforço interno, indique se o hiperestático é um esforço axial (normal), um esforço cortante ou um momento fletor.
- Para cada hiperestático, indique sua unidade.

Item (c) – Caso básico (0)

- Mostre a configuração deformada do caso básico (0) da solução do pórtico escolhido e indique em uma figura os termos de carga.
- Cada termo de carga é identificado pela seguinte notação: δ_{i0} , em que i é o seu índice.
- Descreva as interpretações físicas dos termos de carga do caso (0) associados ao SP adotado:
 - Para cada termo de carga, indique se é um deslocamento horizontal, um deslocamento axial, um deslocamento vertical, um deslocamento transversal ou uma rotação.
 - Para cada termo de carga, indique se é uma grandeza absoluta ou relativa.
 - Para cada termo de carga, indique qual foi o efeito que o provocou.
 - Para cada termo de carga, indique sua unidade.

Item (d) – Demais casos básicos que isolam os efeitos dos hiperestáticos

- Para caso básico (j) da solução do pórtico escolhido, em que j é o índice do hiperestático correspondente, mostre a configuração deformada em uma figura e indique na figura os coeficientes de flexibilidade do caso básico.
- Cada coeficiente de flexibilidade é identificado pela seguinte notação: δ_{ij} , em que i e j são seus índices.
- Descreva as interpretações físicas de todos os coeficientes de flexibilidade associados ao SP adotado:
 - Para cada coeficiente de flexibilidade, indique se é um deslocamento horizontal, um deslocamento axial, um deslocamento vertical, um deslocamento transversal ou uma rotação.
 - Para cada coeficiente de flexibilidade, indique se é uma grandeza absoluta ou relativa.
 - Para cada coeficiente de flexibilidade, indique qual foi o efeito que o provocou.
 - Para cada coeficiente de flexibilidade, indique sua unidade.

Item (e) – Sistema de equações de compatibilidade

Mostre literalmente (sem valores numéricos) as equações de compatibilidade resultantes da solução do modelo estrutural escolhido pelo Método das Forças de acordo com o SP adotado. Escreva o que cada equação de compatibilidade impõe.

ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2021

Grau G1 - 3ª Questão - Aplicação: 30/08/2021 - Entrega: 08/09/2021

A solução da 3ª Questão do grau G1 deve ser entregue em um arquivo em formato PDF com o seguinte nome: **ENG1204-212-G1-Q3-matricula.pdf**, em que **matricula** é o número de matrícula da aluna ou do aluno.

Além do relatório, deverá ser entregue um vídeo gravado, com imagem e áudio do próprio aluno, com uma explicação sucinta sobre a solução adotada. O arquivo do vídeo deve ter o seguinte nome **ENG1204-212-G1-Q3-matricula.EXT**, em que **EXT** é a extensão do nome do arquivo de acordo com o formato do vídeo.

Leia com atenção as instruções abaixo e os enunciados dos itens da questão.

As respostas devem ser feitas como um relatório da memória de cálculo. A qualidade da apresentação vai ser considerada na avaliação da resposta.

As soluções podem ser feitas à mão em papel e digitalizadas, criadas digitalmente através de algum editor de texto, ou por uma combinação de trechos e desenhos feitos à mão e digitalizados com trechos editados digitalmente.

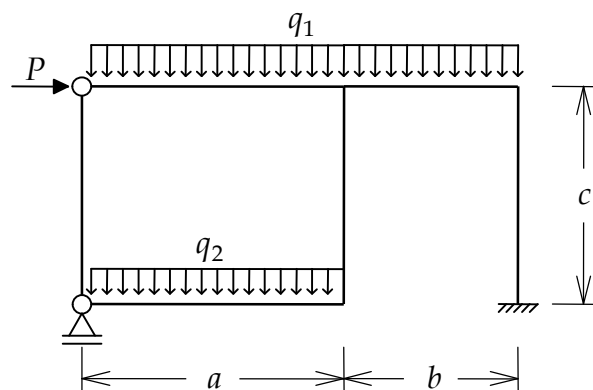
Cada aluna ou aluno tem um conjunto de valores para as dimensões do pórtico e carregamento aplicado. Consulte pelo seu número de matrícula os dados do seu modelo na tabela fornecida.

3ª Questão (4,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores para o pórtico plano da figura ao lado.

Todos os passos da solução têm de ser indicados.

Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma rigidez à flexão $EI = 1.2 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



Matrícula	a [m]	b [m]	c [m]	P [kN]	q_1 [kN/m]	q_2 [kN/m]
1512657	3	3	6	6	10	10
1520955	4	4	5	8	8	8
1611270	5	5	4	10	6	6
1620733	6	6	3	12	4	4
1621571	3	4	5	8	10	8
1621636	4	5	4	10	8	6
1711383	5	6	3	12	6	4
1712109	6	3	6	6	4	10
1720486	3	5	4	10	10	6
1721620	4	6	3	12	8	4
1721622	5	3	6	6	6	10
1811612	6	4	5	8	4	8
1812132	3	6	3	12	10	4
1910673	4	3	6	6	8	10
1911243	5	4	5	8	6	8

Sugere-se que o programa Ftool seja utilizado tanto para auxiliar nos cálculos quanto para geração de figuras das soluções.

Opções de configuração no Ftool:

Unidades gerais adotadas: [kN-m] (configure utilizando a opção *Units & Number Formatting...* do menu *Options*).

Unidade para distâncias: [m]; número de casas decimais para distâncias: 0 (nenhuma casa decimal).

Unidade para forças: [kN]; número de casas decimais para forças: 2.

Unidade para momentos: [kNm]; número de casas decimais para momentos: 2.

Unidade para forças distribuídas: [kN/m]; número de casas decimais para forças distribuídas: 0.

Valor e unidade do módulo de elasticidade (E) do material (*Generic Isotropic*) para todas as barras: 10^8 kN/m² (1.0e+08 kN/m²). Os demais parâmetros de material não são utilizados nesta solução. Deixar os valores *default*.

Parâmetros de seção transversal (*Generic/Integral Properties*) para todas as barras:

Valor e unidade da área da seção transversal (A): 0.012 m².

Valor e unidade do momento de inércia da seção transversal (I): 0.0012 m⁴.

Os demais parâmetros de seção transversal não são utilizados nesta solução. Deixar os valores *default* nulos.

Todas as barras dos modelos estruturais são consideradas sem deformação axial e sem deformação por cisalhamento (efeito cortante). Para configurar isso no Ftool, no menu *Deformation Constraints* selecione *Flexible Member* e deixe as opções *Axial Deformation* and *Shear Deformation* NÃO selecionadas. Aplique isso para todas as barras.

Item (3.a) – Sistema Principal (0,5 ponto)

Obtenha uma estrutura isostática a partir da eliminação dos vínculos externos (liberação de restrições de apoio) e/ou vínculos internos de continuidade de rotação (introdução de rótulas). Essa estrutura será o Sistema Principal (SP) para a resolução do quadro original hiperestático pelo Método das Forças. **Pelo menos um vínculo externo deve ser liberado (liberação de restrição de apoio) e pelo menos um vínculo de continuidade interna deve ser liberado.**

O SP e os hiperestáticos associados aos vínculos eliminados devem ser indicados pelo nome X_j , sendo j o número do hiperestático, através de figuras de duas maneiras:

(3.a.1) Pórtico isostático composto com hiperestáticos indicados.

(3.a.2) Decomposição do pórtico isostático composto em uma sequência de carregamento de pórticos isostáticos simples (biapoiados, triarticulados, e engastados com balanço), com hiperestáticos indicados. Nessa figura, a sequência de carregamento deve ser indicada através de apoios fictícios e de setas que mostram a maneira como um pórtico isostático simples secundário é suportado por outro pórtico isostático simples relativamente principal.

Item (3.b) – Caso (0) – Solicitação externa (carregamento) isolada no Sistema Principal (1,0 ponto)

(3.b.1) Mostre em uma figura a configuração deformada do caso (0) com escala de deslocamentos exagerada, indicando as componentes de deslocamentos e rotações nas direções dos vínculos rompidos para a criação do SP. Essas componentes de deslocamentos e rotações correspondem aos *termos de carga*, com nomes δ_i , sendo i o número do hiperestático correspondente. Os termos de carga devem ser indicados na figura pelos seus nomes. Não precisa indicar valor ou unidade.

(3.b.2) Mostre em uma figura, juntamente com a solicitação externa, as reações de apoio para o caso básico (0), com valores e unidades, nos apoios fictícios e nos apoios originais do pórtico isostático decomposto.

(3.b.3) Mostre em uma figura o diagrama de momentos fletores do caso (0). O diagrama pode ser indicado no pórtico isostático composto do SP ou nos pórticos isostáticos simples resultantes da decomposição deste. A unidade dos momentos fletores deve ser indicada. O diagrama deve ser traçado desenhando as ordenadas do lado da fibra tracionada em cada seção transversal. Os valores dos momentos fletores devem ser indicados nas extremidades de todas as barras e, para as barras carregadas, o diagrama de momento fletor para o carregamento de viga biapoiada da barra deve ser indicado “pendurado” a partir da linha reta que une os valores das extremidades da barra. Não precisa indicar o sinal dos valores dos momentos fletores no diagrama.

Item (3.c) – Casos básicos dos hiperestáticos isolados no Sistema Principal (1,5 pontos)

Carregue o Sistema Principal, alternadamente, com os hiperestáticos com valores unitários. Isto deve gerar um caso de carregamento para cada hiperestático (com valor unitário) atuando independentemente, sendo que cada um corresponde a um dos casos básicos (j) do Método das Forças, onde j é o número de um hiperestático.

(3.c.1) Mostre figuras com a configuração deformada do SP, com escala de deslocamentos exagerada, para cada um dos hiperestáticos unitários impostos, indicando as componentes de deslocamentos e rotações nas direções dos vínculos rompidos para a criação do SP. Essas componentes de deslocamentos e rotações correspondem aos *coeficientes de flexibilidade*, com nomes δ_j . Os coeficientes de flexibilidade devem ser indicados na figuras pelos seus nomes. Não precisa indicar valor ou unidade.

(3.c.2) Mostre em figuras as reações nos apoios fictícios e nos apoios originais do pórtico isostático decomposto provocadas pelos hiperestáticos com valores unitários em cada caso básico (j). O hiperestático com valor unitário deve ser indicado em cada uma dessas figuras.

(3.c.3) Mostre em figuras os diagramas de momentos fletores dos casos básicos (j). Os diagramas podem ser indicados no pórtico isostático composto do SP ou nos pórticos isostáticos simples resultantes da decomposição deste. Os diagramas devem ser traçados desenhando as ordenadas do lado da fibra tracionada em cada seção transversal. Os valores dos momentos fletores devem ser indicados nas extremidades de todas as barras. Não precisa indicar o sinal dos valores dos momentos fletores nos diagramas.

Item (3.d) – Sistema de equações de compatibilidade (1,0 ponto)

Com base nos resultados dos itens (3.b) e (3.c), monte o sistema de equações de compatibilidade que resulta da solução do quadro original pelo Método das Forças. As expressões numéricas dos termos de carga e dos coeficientes de flexibilidade deste sistema de equações devem ser mostradas integralmente utilizando o Princípio das Forças Virtuais (PFV), considerando apenas a parcela de energia de deformação por flexão. Os valores numéricos dos termos de carga e dos coeficientes de flexibilidade devem ser calculados e indicados com unidades. Resolva o sistema de equações de compatibilidade e indique os valores calculados para os hiperestáticos com sinal e unidades. Demonstre que os valores dos hiperestáticos correspondem realmente à solução do sistema de equações de compatibilidade comparando com os resultados da estrutura hiperestática original.

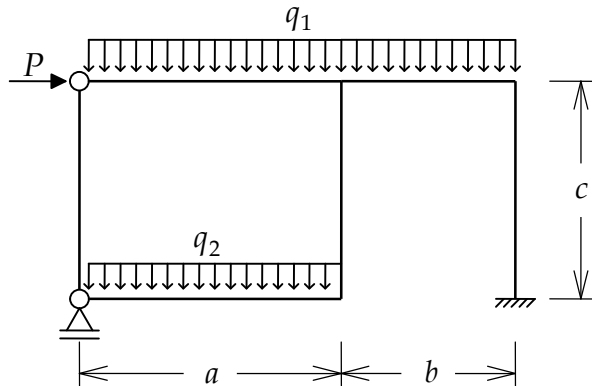
Item (3.e) – Momentos fletores finais (0,5 ponto)

Mostre em uma figura o diagrama de momentos fletores do pórtico hiperestático original. Selecione um valor do diagrama de momentos fletores que recebe influência do caso básico (0) e de todos os demais casos básicos. Demonstre que este valor é obtido pela superposição dos valores correspondentes de cada um dos casos básicos, considerando os valores dos hiperestáticos com sinais.

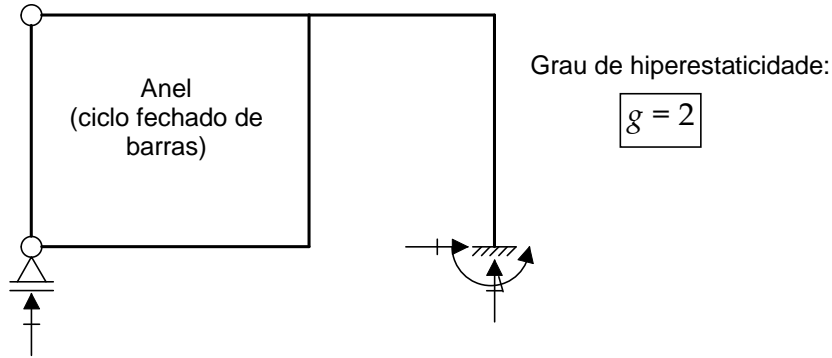
ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2021
Grau G1 - 3ª Questão

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores para o pórtico plano da figura ao lado.

Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma rigidez à flexão $EI = 1.2 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



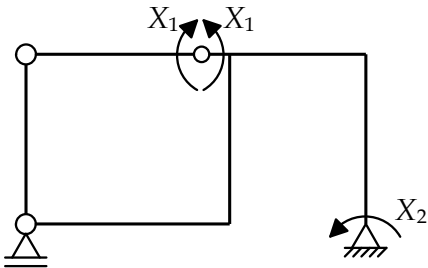
Determinação do grau de hiperestaticidade



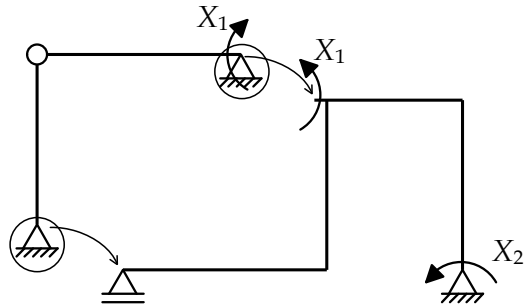
- Número de equações de equilíbrio: 5
 - 3 equações globais de equilíbrio
 - 2 equações de momento fletor nulo em rótula (uma equação para cada rótula)
- Número de incógnitas do problema do equilíbrio estático: 7
 - 4 componentes de reação de apoio
 - 3 incógnitas do anel (ciclo fechado de barras)

Sistema Principal e Hiperestáticos adotados

Decomposição ACÍCLICA na sequência de carregamento

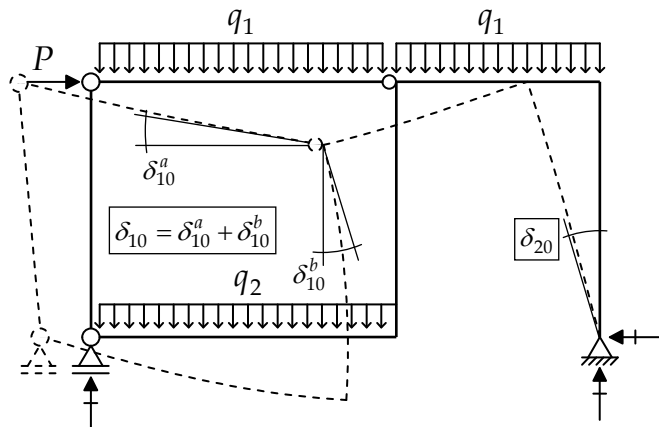


Apoio fictício: na separação de uma rótula indica o ponto onde um trecho está sendo suportado por outro.



Caso (0) – Solicitação externa (carregamento) isolada no SP

Configuração deformada

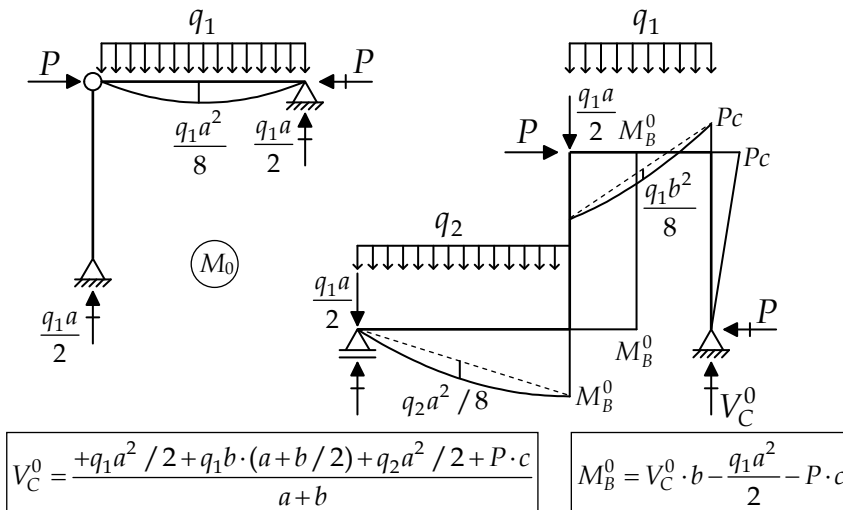


δ_{10} → rotação relativa entre as seções transversais adjacentes à rótula associada a X_1 provocada pelo carregamento externo no caso (0)

δ_{20} → rotação absoluta da seção transversal adjacente ao apoio da direita na direção de X_2 provocada pelo carregamento externo no caso (0)

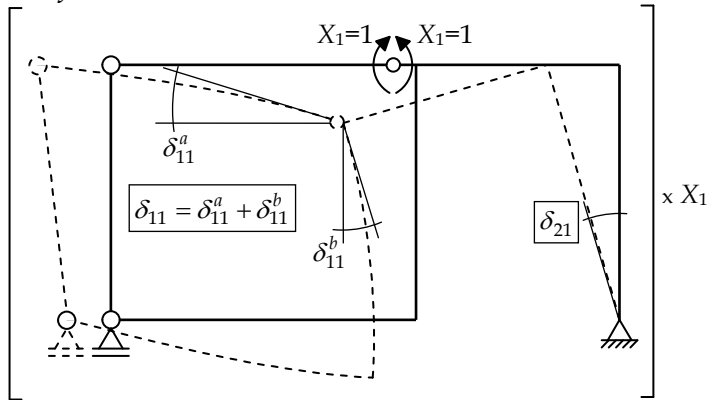
Caso (0) – Solicitação externa (carregamento) isolada no SP

Diagrama de momentos fletores



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP

Configuração deformada

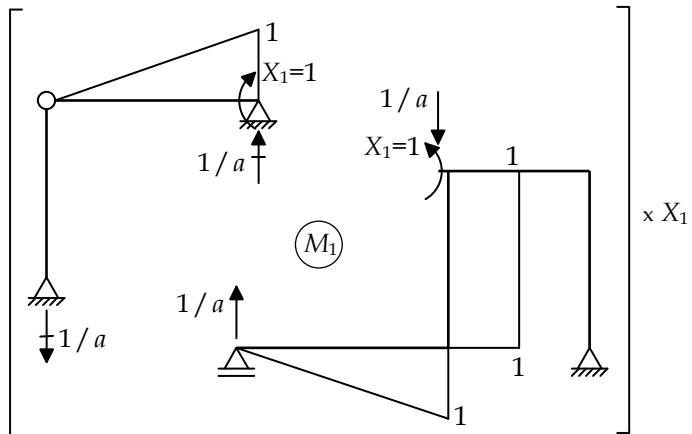


δ_{11} → rotação relativa entre as seções transversais adjacentes à rótula associada a X_1 provocada por $X_1 = 1$ no caso (1)

δ_{21} → rotação absoluta da seção transversal adjacente ao apoio da direita na direção de X_2 provocada por $X_1 = 1$ no caso (1)

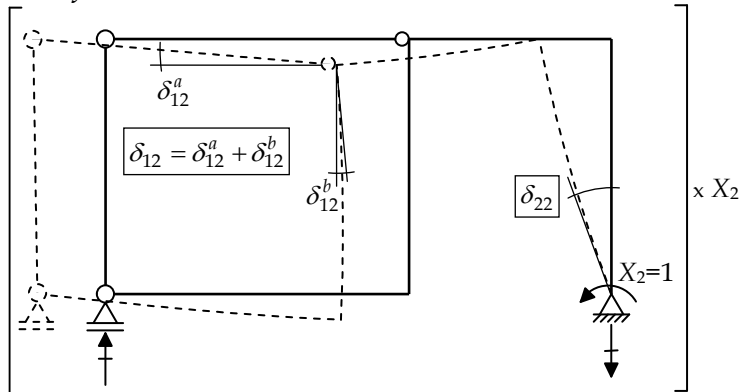
Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP

Diagrama de momentos fletores



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP

Configuração deformada

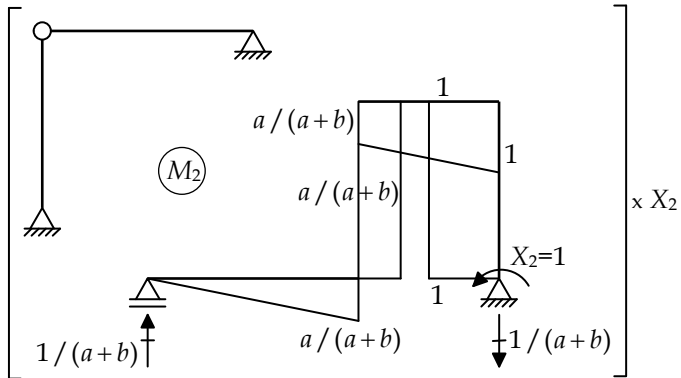


δ_{12} → rotação relativa entre as seções transversais adjacentes à rótula associada a X_1 provocada por $X_2 = 1$ no caso (2)

δ_{22} → rotação absoluta da seção transversal adjacente ao apoio da direita na direção de X_2 provocada por $X_2 = 1$ no caso (2)

Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP

Diagrama de momentos fletores



Solução de pórtico plano pelo Método das Forças

Equações de compatibilidade e termos de carga

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \quad \delta_{i0} = \int_{\text{estrutura}} \frac{M_i M_0}{EI} dx = \sum_{\text{barras}} \left[\frac{1}{EI} \int_{\text{barra}} M_i M_0 dx \right]$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{q_1 a^2}{8} \cdot a + 1 \cdot M_B^0 \cdot c + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot M_B^0 \cdot a + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{q_2 a^2}{8} \cdot a \right]$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{a}{a+b} \cdot M_B^0 \cdot c + \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{a+b} \cdot M_B^0 \cdot a + \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{a+b} \cdot \frac{q_2 a^2}{8} \cdot a \right]$$

em que: $M_B^0 = \frac{+q_1 a^2 / 2 + q_1 b \cdot (a+b/2) + q_2 a^2 / 2 + P \cdot c}{a+b} b - \frac{q_1 a^2}{2} - P \cdot c$

Solução de pórtico plano pelo Método das Forças

Termos de carga

Unidade: [rad]

Matrícula	a [m]	b [m]	c [m]	P [kN]	q_1 [kN/m]	q_2 [kN/m]	δ_{10} [$\times 10^{-3}$]	δ_{20} [$\times 10^{-3}$]
1512657	3	3	6	6	10	10	2.887	0.769
1520955	4	4	5	8	8	8	4.011	1.817
1611270	5	5	4	10	6	6	4.368	2.628
1620733	6	6	3	12	4	4	3.750	2.775
1621571	3	4	5	8	10	8	3.153	0.990
1621636	4	5	4	10	8	6	3.906	2.137
1711383	5	6	3	12	6	4	3.837	2.936
1712109	6	3	6	6	4	10	5.250	3.162
1720486	3	5	4	10	10	6	3.166	1.427
1721620	4	6	3	12	8	4	3.551	2.674
1721622	5	3	6	6	6	10	4.606	2.489
1811612	6	4	5	8	4	8	5.060	2.944
1812132	3	6	3	12	10	4	2.944	2.112
1910673	4	3	6	6	8	10	3.816	1.665
1911243	5	4	5	8	6	8	4.655	2.501

Solução pelo Método das Forças

Coefficientes de flexibilidade

$$\delta_{ij} = \int_{estrutura} \frac{M_i M_j}{EI} dx = \sum_{barras} \left[\frac{1}{EI} \int_{barra} M_i M_j dx \right]$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot a \right) + 1 \cdot 1 \cdot c \right]$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[1 \cdot \frac{a}{a+b} \cdot c + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{a}{a+b} \cdot a \right]$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3EI} \cdot \left[a+b+3d + \frac{a^3 + b^3 + 2a^2c}{(a+b)^2} \right]$$

Solução de pórtico plano pelo Método das Forças

Coefficientes de flexibilidade

Unidade: [rad/kNm]

Matrícula	a [m]	b [m]	c [m]	δ_{11} [$\times 10^{-5}$]	$\delta_{12} = \delta_{21}$ [$\times 10^{-5}$]	δ_{22} [$\times 10^{-5}$]
1512657	3	3	6	6.667	2.917	7.917
1520955	4	4	5	6.389	2.639	7.431
1611270	5	5	4	6.111	2.361	6.944
1620733	6	6	3	5.833	2.083	6.458
1621571	3	4	5	5.833	2.143	6.876
1621636	4	5	4	5.556	1.975	6.492
1711383	5	6	3	5.278	1.768	6.072
1712109	6	3	6	8.333	4.444	9.722
1720486	3	5	4	5.000	1.562	6.024
1721620	4	6	3	4.722	1.444	5.678
1721622	5	3	6	7.778	3.993	9.175
1811612	6	4	5	7.500	3.500	8.444
1812132	3	6	3	4.167	1.111	5.277
1910673	4	3	6	7.222	3.492	8.577
1911243	5	4	5	6.944	3.086	7.953

Solução pelo Método das Forças

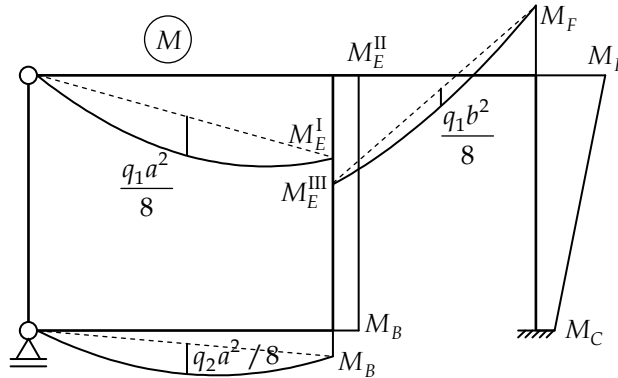
Solução das equações de compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases}$$

Matrícula	δ_{10} [x10 ⁻³]	δ_{20} [x10 ⁻³]	δ_{11} [x10 ⁻⁵]	$\delta_{12} = \delta_{21}$ [x10 ⁻⁵]	δ_{22} [x10 ⁻⁵]	X_1 [kNm]	X_2 [kNm]
1512657	2.887	7.687	6.667	2.917	7.917	-46.57	7.447
1520955	4.011	1.817	6.389	2.639	7.431	-61.74	-2.522
1611270	4.368	2.628	6.111	2.361	6.944	-65.45	-15.59
1620733	3.750	2.775	5.833	2.083	6.458	-55.31	-25.12
1621571	3.153	0.990	5.833	2.142	6.876	-55.06	2.758
1621636	3.906	2.137	5.556	1.975	6.492	-65.71	-12.92
1711383	3.837	2.936	5.278	1.768	6.072	-62.61	-30.13
1712109	5.250	3.162	8.333	4.444	9.722	-60.37	-4.931
1720486	3.166	1.427	5.000	1.562	6.024	-60.84	-7.905
1721620	3.551	2.674	4.722	1.444	5.678	-65.93	-30.31
1721622	4.606	2.489	3.993	3.993	9.175	-58.32	-1.752
1811612	5.060	2.944	7.500	3.500	8.444	-63.47	-8.561
1812132	2.944	2.112	4.167	1.111	5.277	-63.54	-26.65
1910673	3.816	1.665	7.222	3.492	8.577	-54.09	2.609
1911243	4.655	2.501	6.944	3.086	7.953	-64.11	-6.570

Solução pelo Método das Forças

Momentos Fletores Finais: $M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$



$$M_B = \frac{+q_1 a^2 / 2 + q_1 b \cdot (a+b/2) + q_2 a^2 / 2 + P \cdot c \cdot b - \frac{q_1 a^2}{2} - P \cdot c + X_1 + \frac{a}{a+b} X_2}{a+b}$$

$$M_E^I = -X_1$$

$$M_E^{II} = M_B$$

$$M_F = P \cdot c - X_2$$

$$M_E^{III} = M_B - X_1$$

$$M_C = -X_2$$

Solução pelo Método das Forças

Momentos Fletores Finais: $M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$

Matrícula	M_B [kNm]	M_C [kNm]	M_E^I [kNm]	M_E^{II} [kNm]	M_E^{III} [kNm]	M_F [kNm]
1512657	6.653	-7.447	46.57	6.653	53.22	28.55
1520955	12.99	2.522	61.74	12.99	74.74	42.52
1611270	19.25	15.59	65.45	19.25	84.70	55.59
1620733	22.12	25.12	55.31	22.12	77.44	61.12
1621571	9.551	-2.758	55.06	9.551	64.61	37.24
1621636	17.43	12.92	65.72	17.43	83.15	52.92
1711383	24.59	30.13	62.62	24.59	87.21	66.12
1712109	8.342	4.931	60.37	8.342	68.71	40.93
1720486	13.07	7.905	60.84	13.07	73.91	47.91
1721620	22.75	30.32	65.93	22.75	88.67	66.31
1721622	9.961	1.752	58.32	9.961	68.28	37.75
1811612	12.99	8.561	63.47	12.99	76.46	48.56
1812132	17.57	26.65	63.54	17.57	81.12	62.64
1910673	9.108	-2.609	54.09	9.108	63.21	33.39
1911243	14.46	6.570	64.11	14.46	78.57	46.57

Solução pelo Método das Forças

$$\text{Momentos Fletores Finais: } M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

Solução para $a = 6 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}$, $c = 5 \text{ m}$, $P = 12 \text{ kN}$, $q_1 = 10 \text{ kN/m}$ e $q_2 = 8 \text{ kN/m}$
 $X_1 = -97.85 \text{ kNm}$ e $X_2 = -22.04 \text{ kNm}$

