



Gisele Cristina da Cunha Holtz

**Traçado automático de envoltórias de esforços em
estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientadores: Luiz Fernando C. R. Martha
Luiz Eloy Vaz



Gisele Cristina da Cunha Holtz

Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Presidente / Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Luiz Eloy Vaz

Co-orientador

UFRJ

Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Ivan Fábio Mota de Menezes

Departamento de Informática - PUC-Rio

Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco

UERJ

José Eugênio Leal

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 14 de abril de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Gisele Cristina da Cunha Holtz

Graduou-se em Engenharia Civil, pelo UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda em 2002. Desenvolveu seu trabalho de pesquisa com ênfase em computação gráfica aplicada.

Ficha Catalográfica

Holtz, Gisele Cristina da Cunha

Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando algoritmo evolucionário / Gisela Cristina da Cunha Holtz ; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha, Luiz Eloy Vaz. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2005.

v., 123 f. : IL. ; 29,7cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Estratégia evolutiva. 3. Computação evolucionária. 4. Envoltória de esforços internos. 5. Trem-tipo. I. Martha, Luiz Fernando Campos Ramos. II . Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

A Deus, pela certeza de Seu amor incondicional.

Aos meus pais, Osmar e Fátima, que não mediram esforços para tornar possível a concretização desta etapa, dando todo o apoio, carinho e incentivo necessários.

Ao meu marido Júlio, pelo companherismo, amor e paciência inestimáveis, que tornaram mais ameno e agradável o tempo dedicado à conclusão deste trabalho.

Ao meu irmão Gustavo, pela amizade e incentivo, e a minha irmã Patrícia, pelos cuidados e carinhos de uma verdadeira mãe.

Ao professor Luiz Fernando Martha, orientador deste trabalho, pela confiança que me dedicou, pela qualidade de seus ensinamentos e pela eficiência ao orientar este trabalho.

Ao professor Luiz Eloy Vaz, co-orientador deste trabalho, pelo direcionamento do caminho a seguir no desenvolvimento deste trabalho e por suas valiosas orientações.

Aos professores Francisco Abreu, Nacib Abdala e Ildony Bellei, que foram os primeiros a me incentivar a seguir este caminho.

A todos os amigos e familiares pelas orações e pelo incentivo, em especial ao meu avô João Batista e a amiga Laci Tuller, que acompanharam de perto as dificuldades enfrentadas, e aos novos amigos aqui conquistados, Juliana Vianna, Patrício Pires e Leandro Ferreira.

Aos amigos do TecGraf que muito contribuíram, direta ou indiretamente, para o desenvolvimento deste trabalho.

À Ana Roxo e a todos os funcionários e professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC.

Ao TecGraf pelo apoio financeiro e tecnológico durante o curso de mestrado.

À CAPES pelo apoio financeiro durante o curso de mestrado.

Resumo

Holtz, Gisele Cristina da Cunha; Martha, Luiz Fernando C. R. (Orientador); Vaz, Luiz Eloy (Co-orientador). **Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário.** Rio de Janeiro, 2005. 123p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O objetivo deste trabalho é desenvolver dentro do programa FTOOL uma ferramenta para obtenção de envoltórias de esforços internos devido a cargas móveis. Envoltórias geralmente são obtidas através de interpolação de valores limites de seções pré-selecionadas ao longo da estrutura. Estes valores são obtidos com base no posicionamento da carga móvel em relação às linhas de influência dos esforços internos. A determinação de valores limites de um esforço em uma seção constitui um problema de otimização cujo objetivo é minimizar ou maximizar os valores dos esforços em relação à posição do trem-tipo que percorre a estrutura. Porém, não existe uma expressão analítica que defina os valores limites de um esforço em uma seção para um dado trem-tipo, o que impossibilita o uso da maioria dos métodos clássicos de otimização para resolver o problema, porque esses métodos requerem, na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Portanto, este trabalho adotou algoritmos da Estratégia Evolutiva (*EE*) para determinar os valores limites devidos a cargas móveis. Foram feitas duas implementações distintas de Estratégia Evolutiva, conhecidas como $(1 + \lambda) - EE$ e $(\mu + \lambda) - EE$. Além de utilizar algoritmos de *EE* para resolver o problema de envoltórias, foi desenvolvido um outro processo de solução denominado Força Bruta, que consiste em percorrer com o trem-tipo toda a estrutura por passos pré-estabelecidos e calcular os valores dos esforços mínimos e máximos. Para a grande maioria dos casos, os resultados obtidos com a Estratégia Evolutiva foram corretos, porém, em alguns casos mais críticos, o valor exato da envoltória não é encontrado em algumas seções da estrutura, embora encontre um valor muito próximo a ele. Observou-se que os resultados da *EE* podem ser melhorados quando se enriquece a solução com uma estratégia econômica de posicionamento de cargas concentradas em cima de picos da linha de influência.

Palavras-chave

Estratégia Evolutiva, Computação Evolucionária, Envoltória de Esforços Internos, Trem-tipo.

Abstract

Holtz, Gisele Cristina da Cunha; Martha, Luiz Fernando C. R. (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-advisor). **Automatic tracing of envelopes in planar structures using a evolutionary algorithm**. Rio de Janeiro, 2005. 123p. MSc. Dissertation – Civil Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The objective of this work is to develop a tool for obtaining envelopes of internal forces due to load-trains in the FTOOL software. Usually, envelopes are obtained through interpolation of limiting values on pre-selected sections along the structure. These values are obtained based on the positioning of the load-train in relation to influence lines of internal forces. The determination of limiting values of an effect at a section represents an optimization problem whose objective is to minimize or maximize the values of that effect in relation to the position of a load-train that passes along the structure. However, there is no analytical expression that defines a limiting value of an effect on a section for a specific load-train. Therefore, classical optimization methods cannot be used to solve this problem. Rather, the solution requires a method that does not require derivatives of the objective function. For this reason, this work adopts algorithms of the Evolution Strategy (*ES*) to achieve the limiting values due to load-trains. Two distinct algorithms of the *ES*, known as $(1 + \lambda) - ES$ and $(\mu + \lambda) - ES$, were implemented. In addition to the *ES* algorithms to trace the envelopes, another process of solution called *Brute Force* was developed. It consists of moving the load-train in pre-determined steps along the structure and calculating minimum e maximum values. In general, the *ES* method converges to the correct solution. However, there are cases, depending on the complexity of the load-train, that the algorithms do not find the exact limiting value (although usually very close to it). It was observed that the *ES* results could be complemented and improved with results from an inexpensive solution in which concentrated loads are positioned on peak values of the influence lines.

Key-words

Evolution Strategy, Evolutionary Computation, Envelopes of Internal Forces, Load-Train.

Sumário

| | | |
|------------|---|----|
| 1 | Introdução | 20 |
| 1.1. | Objetivo | 20 |
| 1.2. | Organização do Trabalho | 21 |
| 2 | Cargas Móveis, Linhas de Influência e Envoltórias de Esforços | 22 |
| 2.1. | Introdução | 22 |
| 2.2. | Classificação das ações atuantes nas estruturas | 22 |
| 2.3. | Cargas Móveis | 23 |
| 2.4. | Linhas de Influência | 24 |
| 2.4.1. | Traçado de LI | 25 |
| 2.5. | Determinação de esforço extremo com base em LI | 26 |
| 2.6. | Envoltória Limite de Esforços | 28 |
| 3 | Métodos de Otimização | 35 |
| 3.1. | Introdução | 35 |
| 3.2. | Definições | 35 |
| 3.3. | Métodos Determinísticos | 36 |
| 3.4. | Métodos Probabilísticos | 38 |
| 3.4.1. | Computação Evolucionária | 38 |
| 3.4.1.1. | Definições | 41 |
| 3.4.1.2. | Algoritmo Evolucionário | 41 |
| 3.4.1.3. | Principais Ramos da Computação Evolucionária | 46 |
| 3.4.1.4. | Algoritmos Genéticos (AG 's) | 47 |
| 3.4.1.5. | Programação Genética (PG) | 48 |
| 3.4.1.6. | Programação Evolutiva (PE) | 50 |
| 3.4.1.7. | Estratégia Evolutiva (EE) | 51 |
| 3.4.1.7.1. | Distribuição Normal | 52 |
| 3.4.1.7.2. | Algoritmo Padrão de EE | 55 |
| 3.4.1.8. | Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético | 57 |
| 4 | Implementação Computacional | 59 |
| 4.1. | Introdução | 59 |

| | |
|--|----|
| 4.2. Trem-tipo | 59 |
| 4.2.1. NBR – 7188 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre | 59 |
| 4.2.2. NBR – 7189 – Cargas móveis para projetos estrutural de obras ferroviárias | 62 |
| 4.2.3. Interface gráfica | 63 |
| 4.2.4. Carga Concentrada | 65 |
| 4.2.5. Carga Distribuída | 65 |
| 4.2.6. Carga de Multidão | 67 |
| 4.2.7. Estrutura de Dados | 69 |
| 4.3. Função Aptidão | 70 |
| 4.3.1. Eventos | 71 |
| 4.3.1.1. Estrutura de Dados dos Eventos | 72 |
| 4.3.2. Cálculo da Função Aptidão | 75 |
| 4.3.3. Envoltória de Esforços no FTOOL | 75 |
| | |
| 5 Algoritmos Implementados | 78 |
| 5.1. Introdução | 78 |
| 5.2. Considerações gerais | 78 |
| 5.3. Estratégia $1 + \lambda - EE$ | 80 |
| 5.3.1. Sub-divisão do Espaço de busca | 80 |
| 5.3.1.1. Estrutura de dados | 81 |
| 5.3.1.2. Inicialização da população | 82 |
| 5.3.1.3. Mutação | 82 |
| 5.3.1.4. Seleção | 83 |
| 5.3.1.5. Critério de parada | 85 |
| 5.4. Estratégia $\mu + \lambda - EE$ | 85 |
| 5.4.1. Estrutura de dados | 85 |
| 5.4.1.1. Inicialização da população | 86 |
| 5.4.1.2. Mutação | 86 |
| 5.4.1.3. Seleção | 86 |
| 5.4.1.4. Critério de parada | 88 |
| 5.5. Força Bruta | 89 |
| 5.6. Cargas-em-picos | 90 |
| | |
| 6 Exemplos de Validação e Análise de Resultados | 91 |

| | |
|--|-----|
| 6.1. Introdução | 91 |
| 6.2. Exemplo 1 | 91 |
| 6.2.1. Envoltória de Esforço Cortante | 92 |
| 6.2.1.1. Variação dos Parâmetros | 96 |
| 6.2.2. Envoltória de Momento Fletor | 98 |
| 6.3. Exemplo 2 | 100 |
| 6.3.1. Envoltória de Esforço Cortante | 100 |
| 6.3.2. Envoltória de Momento Fletor | 102 |
| 6.4. Exemplo 3 | 104 |
| 6.4.1. Envoltória de Esforço Normal | 105 |
| 6.4.2. Envoltória de Esforço Cortante | 106 |
| 6.4.3. Envoltória de Momento Fletor | 108 |
| 6.5. Exemplo 4 | 109 |
| 6.5.1. Envoltória de Esforço Cortante | 110 |
| 6.5.2. Envoltória de Momento Fletor | 111 |
| 6.6. Testes Realizados | 113 |
| 6.6.1. Caso 1 | 113 |
| 6.6.2. Caso 2 | 115 |
| 6.7. Análise do número de avaliações da função aptidão | 116 |
| 6.8. Análise do tempo de processamento | 117 |
| | |
| 7 Conclusão | 119 |
| 7.1. Sugestão para trabalhos futuros | 120 |
| | |
| Referência Bibliográfica | 121 |

Lista de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Linha de influência de momento fletor em uma seção de uma viga contínua. | 24 |
| Figura 2.2 – Deslocamentos generalizados utilizados no método cinemático. | 26 |
| Figura 2.3– Carga permanente uniformemente distribuída atuando em uma viga contínua. | 26 |
| Figura 2.4 – Posicionamento da carga móvel para provocar máximo momento fletor em uma seção. | 27 |
| Figura 2.5 – Posicionamento da carga móvel para provocar mínimo momento fletor em uma seção. | 27 |
| Figura 2.6 – Viga bi-apoiada com balanços, carga permanente e carga móvel. | 29 |
| Figura 2.7 – Esforços internos da carga permanente. | 29 |
| Figura 2.8 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{esq} . | 30 |
| Figura 2.9 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{dir} . | 30 |
| Figura 2.10 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção C . | 30 |
| Figura 2.11 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção D . | 31 |
| Figura 2.12 – Envoltórias de Esforço Cortante. | 32 |
| Figura 2.13 – Momento fletor máximo e mínimo na seção B . | 32 |
| Figura 2.14 – Momento fletor máximo e mínimo na seção C . | 32 |
| Figura 2.15 – Momento fletor máximo e mínimo na seção D . | 33 |
| Figura 2.16 – Envoltórias de momento fletor. | 33 |
| Figura 3.1– Formulação de um problema de otimização. | 37 |
| Figura 3.2 – Evolução típica de um AE , ilustrada de acordo com a distribuição da população. Adaptado de EIBEN & SMITH (2003). | 40 |
| Figura 3.3 – Esquema geral de um Algoritmo Evolucionário. Adaptado de BÄCK et al (1997). | 45 |
| Figura 3.4 – Ramificação da Inteligência Artificial. Adaptada de OLIVIERI (2004). | 46 |
| Figura 3.5– Seleção utilizando o método da roleta (Barbosa, 1977). | 48 |
| Figura 3.6 – <i>Crossover</i> na PG : seleção aleatória dos ramos que sofrerão o corte (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 49 |
| Figura 3.7 – <i>Crossover</i> na PG : funções resultantes (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 50 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.8 – Aplicação do operador de mutação na PG (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 50 |
| Figura 3.9 – Função de densidade de probabilidade de uma v.a. normal com média α e desvio padrão σ . | 53 |
| Figura 3.10 – Números gerados pela função <i>rand</i> da biblioteca da linguagem C. | 54 |
| Figura 3.11 – Números gerados pela transformação da v.a. uniforme em v.a. normal. | 54 |
| Figura 4.1 – Trem-tipo composto de um veículo e de cargas uniformemente distribuídas (NBR – 7188, 1982). | 60 |
| Figura 4.2 – Veículos-tipo (NBR – 7188, 1982). | 61 |
| Figura 4.3 – Características geométricas do trem-tipo (NBR – 7189, 1985). | 62 |
| Figura 4.4 - Interface gráfica para a edição de um novo trem-tipo. | 63 |
| Figura 4.5 – Lista expansível para seleção do trem-tipo. | 63 |
| Figura 4.6 – Módulo para edição do nome do trem-tipo. | 64 |
| Figura 4.7 – Área destinada à edição do comprimento do trem-tipo. | 64 |
| Figura 4.8 – Matriz de cargas concentradas. | 65 |
| Figura 4.9 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo rodoviário. | 66 |
| Figura 4.10 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo ferroviário. | 66 |
| Figura 4.11 – Cargas de multidão. | 67 |
| Figura 4.12 – Trecho de uma ponte. | 68 |
| Figura 4.13 – LI da reação no apoio A , na Seção $II - II$. | 68 |
| Figura 4.14 – LI da reação no apoio A , na Seção $I - I$. | 69 |
| Figura 4.15 – Trem-tipo unidimensional resultante da transformação do trem-tipo classe 45 da NBR-7188 (1982). | 69 |
| Figura 4.16 – Estrutura de dados do trem-tipo. | 70 |
| Figura 4.17 – Linha de influência com a identificação dos eventos. | 72 |
| Figura 4.18 – Estrutura de dados de um evento | 72 |
| Figura 4.19 – Botões para seleção dos esforços. | 76 |
| Figura 4.20 – Pórtico com envoltória de esforço cortante devido à ação de uma carga móvel | 76 |
| Figura 4.21 – LI com trem-tipo nas posições críticas. | 77 |
| Figura 5.1 – Pórtico com viga inclinada, trem-tipo e espaço de busca. | 79 |
| Figura 5.2 – Determinação do trecho inicial e final. | 81 |
| Figura 5.3 – Estrutura de dados dos trechos. | 82 |
| Figura 5.4 – Processo de busca por trechos. | 84 |
| Figura 5.5 – Estrutura de dados de um indivíduo. | 85 |

| | |
|--|-----|
| Figura 6.1 – Exemplo 1. | 91 |
| Figura 6.2 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 92 |
| Figura 6.3 – <i>LI</i> de Esforço Cortante da Seção D^{dir} do Exemplo 1 com o trem-tipo na posição crítica. | 95 |
| Figura 6.4 – Diferença entre a envoltória obtida e a envoltória real. | 96 |
| Figura 6.5 – Surgimento de falhas na envoltória de esforços cortantes no balanço. | 97 |
| Figura 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no Exemplo 1 x Δ . | 97 |
| Figura 6.7 – Variação do esforço cortante máximo na seção B^{dir} do Exemplo 1 em função de Δ . | 98 |
| Figura 6.8 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 98 |
| Figura 6.9 – Falha na envoltória de momento fletor ao utilizar a Estratégia $\mu + \lambda$. | 100 |
| Figura 6.10 – Exemplo 2. | 100 |
| Figura 6.11– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e <i>Força Bruta</i> . | 101 |
| Figura 6.12 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para <i>Cargas-em-picos</i> . | 101 |
| Figura 6.13 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e <i>Força Bruta</i> . | 103 |
| Figura 6.14 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para <i>Cargas-em-picos</i> . | 103 |
| Figura 6.15 – Exemplo 3. | 105 |
| Figura 6.16 – Envoltória de esforço normal do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 105 |
| Figura 6.17 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 106 |
| Figura 6.18 – Envoltória momento fletor do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 108 |
| Figura 6.19 – Exemplo 4. | 110 |
| Figura 6.20– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 110 |
| Figura 6.21– Envoltória de momento fletor do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, | |

| | |
|--|-----|
| $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos. | 111 |
| Figura 6.22– Trem-tipo do Caso 1. | 113 |
| Figura 6.23– Envoltória de esforço cortante no balanço da estrutura do Exemplo 4 utilizando o trem-tipo do Caso 1 . | 114 |
| Figura 6.24– LI de esforço cortante da seção B^{dir} do Exemplo 3 com trem-tipo nas posições críticas. | 114 |
| Figura 6.25– Trem-tipo caso 2. | 115 |
| Figura 6.26– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando $1 + \lambda - EE$. | 115 |
| Figura 6.27– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando <i>Cargas-em-picos</i> . | 116 |
| Figura 6.28– Número de avaliações da função aptidão na envoltória de esforço cortante máximo. | 116 |
| Figura 6.29– Tempo de processamento do programa para cálculo da envoltória de esforço cortante máximo. | 117 |

Lista de quadros

| | |
|--|----|
| Quadro 4.1 – Botões de manipulação do trem-tipo. | 64 |
| Quadro 4.2 – Possíveis tipos de ocorrência de eventos. | 74 |
| Quadro 4.3– Botões para calcular a envoltória de esforços. | 75 |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 2.1 – Envoltórias de Esforço Cortante [kN]. | 31 |
| Tabela 2.2 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor. | 33 |
| Tabela 3.1 – Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético | 58 |
| Tabela 4.1 – Cargas dos veículos (NBR – 7188, 1982). | 60 |
| Tabela 4.2 – Características dos veículos (NBR – 7188, 1982). | 61 |
| Tabela 4.3 – Cargas dos trens-tipo (NBR – 7189, 1985). | 62 |
| Tabela 5.1 – Parâmetros adotados na $(\mu + \lambda) - ES$. | 87 |
| Tabela 6.1 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 92 |
| Tabela 6.2 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 93 |
| Tabela 6.3 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 94 |
| Tabela 6.4 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.5 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.7 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 101 |
| Tabela 6.8 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 102 |
| Tabela 6.9 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 102 |
| Tabela 6.10 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 103 |
| Tabela 6.11 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 104 |
| Tabela 6.12 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 104 |
| Tabela 6.13 – Resultados obtidos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3. | 105 |
| Tabela 6.14 – Erros relativos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3. | 106 |
| Tabela 6.15 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço normal do Exemplo 3. | 106 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.16 – Resultados obtidos na envoltória de esforços cortantes do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.17 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.18 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.19 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3. | 108 |
| Tabela 6.20 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3. | 109 |
| Tabela 6.21 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do exemplo 3. | 109 |
| Tabela 6.22 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 110 |
| Tabela 6.23 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 111 |
| Tabela 6.24 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 111 |
| Tabela 6.25 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |
| Tabela 6.26 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |
| Tabela 6.27 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |

Lista de Símbolos

Romanos

| | |
|-----------|--|
| dx | Distância que a estrutura é discretizada |
| E | Esforço ou reação |
| fd | Função densidade |
| g | Carga uniformemente distribuída |
| i | Indica uma das variáveis da função objetivo |
| IND | Índice fornecido pela decodificação da variável |
| k | Número máximo de gerações que um indivíduo pode permanecer na população |
| LIM_s | Ordenada genérica da linha de influência de momento fletor |
| M_s | Momento fletor em S |
| n | número de variáveis da função objetivo |
| na | número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal da estrutura |
| nb | Número de bits |
| n_{ger} | Número de gerações |
| n_{sec} | Número de seções transversais que a estrutura foi discretizada |
| n_{tot} | Número total de avaliações da função aptidão em toda estrutura |
| P | Carga concentrada |
| p | Carga de multidão externa |
| p' | Carga de multidão interna |
| p_c | Probabilidade de recombinação (<i>crossover</i>) |
| p_i | Probabilidade de seleção |
| p_m | Probabilidade de ocorrência de mutação de um gene |
| q | Carregamento acidental de ocupação |
| q | Carga distribuída correspondente ao vagão cheio no trem-tipo ferroviário |
| q' | Carga distribuída correspondente ao vagão vazio no trem-tipo ferroviário |
| R | Reação de apoio |
| S | Seção transversal da estrutura |
| t | Tamanho dos sub-grupos de torneios na PE |

| | |
|-----------|---|
| u | Variável aleatória uniforme |
| v | Indivíduo genitor |
| v' | Indivíduo descendente |
| x | Ponto de busca no espaço |
| x | Posição da carga unitária no cálculo da linha de influência |
| x | Posição da carga concentrada do trem-tipo |
| xa | Posição inicial da carga distribuída do trem-tipo |
| xb | Posição final da carga distribuída do trem-tipo |
| x^L | Limite inferior do espaço de busca |
| x^U | Limite superior do espaço de busca |
| z | Variável aleatória normal padrão |
| l | comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer |
| l_t | comprimento do trem-tipo |
| l_{tot} | Comprimento total da estrutura |

Gregos

| | |
|------------|---|
| α | Média |
| Δ | Deslocamento generalizado |
| λ | Número de descendentes |
| μ | Número de genitores |
| θ | Rotação |
| ρ | Número de indivíduos que participam da recombinação |
| σ | Desvio padrão |
| σ^2 | Variância |
| τ | Parâmetro da Estratégia Evolutiva |
| τ' | Parâmetro da Estratégia Evolutiva |

Lista de Abreviaturas

| | |
|------------|---|
| <i>AE</i> | Algoritmo Evolucionário |
| <i>AG</i> | Algoritmo Genético |
| <i>EE</i> | Estratégia Evolutiva |
| FTOOL | Two-dimensional Frame Analysis Tool |
| <i>LI</i> | Linha de influência |
| <i>LIM</i> | Linha de influência de momento fletor |
| <i>LIQ</i> | Linha de influência de esforço cortante |
| <i>PDV</i> | Princípio dos deslocamentos virtuais |
| <i>PE</i> | Programação Evolutiva |
| <i>PG</i> | Programação Genética |
| v.a. | Variável aleatória |

1 Introdução

1.1. Objetivo

Para o dimensionamento de estruturas submetidas a cargas móveis, tais como pontes rodoviárias, ferroviárias e pórticos industriais, é essencialmente necessário o conhecimento dos esforços limites, mínimos e máximos, atuantes nas seções das estruturas. Esses esforços são geralmente dispostos em um diagrama denominado de envoltória de esforços.

O traçado de envoltórias de esforços é um processo muito trabalhoso. Ele se baseia na determinação de linhas de influência (consideração de efeitos de cargas unitárias) do esforço em questão para cada seção da estrutura e no posicionamento da carga móvel em relação à linha de influência. Esse posicionamento é feito em várias tentativas, pois, em geral, não é óbvia a posição da carga móvel que provoca um valor extremo do esforço em uma seção.

O objetivo deste trabalho é desenvolver, dentro do programa FTOOL (*Two-dimensional Frame Analysis Tool*), uma ferramenta para determinar envoltórias de esforços a partir das posições de atuação do trem-tipo (carga móvel) que causam os esforços limites.

O FTOOL é um programa educacional de análise estrutural de pórticos planos. Ao contrário de muitos programas educativos que se preocupam em ensinar técnicas de análise numérica, o objetivo básico do FTOOL (MARTHA, 1999) é motivar os alunos a aprender o comportamento estrutural. Para tanto, possui uma interface amigável que permite fácil criação e manipulação dos modelos.

São poucos os programas que possuem ferramentas para traçado de envoltórias de esforços e, dos que possuem, muitos o fazem de maneira incorreta ou incompleta. A idéia natural que surge para explicar o traçado de envoltórias é movimentar a carga móvel ao longo da estrutura calculando o valor do esforço em seções pré-estabelecidas da estrutura para cada posição da carga móvel e, após percorrer toda estrutura, determinar os valores extremos do

esforço em cada seção. Isso é feito, por exemplo, pelo programa Dr. Beam (Dr. SOFTWARE, 2005). Entretanto, esse processo não considera todas as particularidades dos trens-tipo, como a existência da carga de multidão. Outros programas, como o STRAP (ATIR, 2005), embora considerem esse tipo de carga, percorrem toda estrutura com a carga móvel por passos de tamanho pré-estabelecidos para determinar os esforços limites e, sendo assim, não verificam todas as posições possíveis.

As dificuldades no processo do traçado de envoltórias de esforços muitas vezes limitam a percepção dos alunos ao comportamento das estruturas submetidas a cargas móveis. Este trabalho busca não só traçar envoltórias de esforços provocados por cargas móveis de forma correta como também oferecer uma ferramenta educativa eficiente para o ensino do traçado. A implementação da envoltória de esforços enriquece ainda mais a característica educacional do FTOOL, pois além da obtenção da envoltória propriamente dita, o aluno pode analisar para uma seção da estrutura as posições críticas do trem-tipo. Além disso, pode-se testar diferentes alternativas de trens-tipo, adquirindo sensibilidade ao comportamento estrutural.

1.2. Organização do Trabalho

O capítulo dois mostra como se pode obter o esforço em uma seção da estrutura devido à ação de uma carga móvel a partir da sua linha de influência.

Alguns métodos de otimização são apresentados no capítulo três, onde é dado uma maior ênfase a Computação Evolucionária, que é uma família de métodos probabilísticos de otimização a qual pertence a Estratégia Evolutiva, que foi utilizada neste trabalho.

No capítulo quatro descreve-se a implementação computacional, incluindo as modificações na estrutura de dados e na interface gráfica do FTOOL para a criação dos trens-tipo e o traçado das envoltórias de esforços.

Os detalhes da implementação dos algoritmos utilizados para a determinação dos esforços limites estão no capítulo cinco.

Para a validação da ferramenta desenvolvida, o capítulo seis mostra exemplos e comparações dos resultados obtidos.

As conclusões finais e comentários foram feitos no capítulo sete, onde também se ressaltam as características dos resultados obtidos através de cada método.

2

Cargas Móveis, Linhas de Influência e Envolvórias de Esforços

2.1.

Introdução

Para o dimensionamento de qualquer estrutura é necessário conhecer os esforços máximos e mínimos que ela apresentará ao ser submetida ao carregamento que será destinada. Para estruturas submetidas a cargas móveis existe um diagrama, denominado de envoltória de esforços, que determina os valores limites, máximo ou mínimo, para as seções transversais da estrutura.

A seguir, serão apresentados conceitos, relacionados a cargas móveis e traçado de linhas de influência, necessários ao cálculo das envoltórias de esforços, bem como será exemplificada a determinação de uma envoltória de esforços e discutida as maneiras de obtê-la.

2.2.

Classificação das ações atuantes nas estruturas

De acordo com a NBR – 8681 (1984), as ações atuantes nas estruturas, que são as causas que provocam esforços ou deformações, podem ser classificadas segundo sua variabilidade no tempo em três categorias:

- **Ações permanentes**

São as cargas que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção. As ações permanentes são divididas em diretas, tais como os pesos próprios dos elementos da construção, incluindo-se o peso próprio da estrutura e de todos os elementos construtivos permanentes, e indiretas, como protensão, recalques de apoio e a retração dos materiais.

- **Ações variáveis**

São as cargas que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção. São

as cargas móveis ou acidentais das construções, isto é, cargas que atuam nas construções em função de seu uso (pessoas, mobiliário, veículos, materiais diversos, etc.).

Elas podem ser normais, quando possuem probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto das estruturas de um dado tipo de construção, ou especiais, como ações sísmicas ou cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais.

- **Ações excepcionais**

São as cargas que têm duração extremamente curta e muito baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, mas que devem ser consideradas nos projetos de determinadas estruturas. Por exemplo, ações excepcionais podem ser decorrentes de explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais.

2.3. Cargas Móveis

Diversas estruturas são solicitadas por cargas móveis. Exemplos são pontes rodoviárias e ferroviárias ou pórticos industriais que suportam pontes rolantes para transporte de cargas. Os esforços internos nestes tipos de estrutura não variam apenas com a magnitude das cargas aplicadas, mas também com a posição de atuação das mesmas. Portanto, o projeto de um elemento estrutural, como uma viga de ponte, envolve a determinação das posições das cargas móveis que produzem valores extremos dos esforços nas seções do elemento.

No projeto de estruturas submetidas a cargas fixas, a posição de atuação de cargas acidentais de ocupação também influencia na determinação dos esforços dimensionantes. Por exemplo, o momento fletor máximo em uma determinada seção de uma viga contínua com vários vãos não é determinado pelo posicionamento da carga acidental de ocupação em todos os vãos. Posições selecionadas de atuação da carga acidental vão determinar os valores limites de momento fletor na seção. Assim, o projetista terá que determinar, para cada seção a ser dimensionada e para cada esforço dimensionante, as posições de atuação das cargas acidentais que provocam os valores extremos (máximos e mínimos de um determinado esforço).

Uma alternativa para este problema seria analisar a estrutura para várias posições das cargas móveis ou acidentais e selecionar os valores extremos. Este procedimento não é prático nem eficiente de uma maneira geral, exceto para estruturas e carregamentos simples. O procedimento geral e objetivo para determinar as posições de cargas móveis e acidentais que provocam valores extremos de um determinado esforço em uma seção de uma estrutura é feito com auxílio de Linhas de Influência.

2.4. Linhas de Influência

Linhas de Influência (*LI*) descrevem a variação de um determinado efeito (por exemplo, uma reação de apoio, um esforço cortante ou um momento fletor em uma seção) em função da posição de uma carga vertical unitária que passeia sobre a estrutura. Assim, a *LI* de momento fletor em uma seção é a representação gráfica ou analítica do momento fletor, na seção de estudo, produzida por uma carga concentrada vertical unitária, geralmente de cima para baixo, que percorre a estrutura. Isso é exemplificado na Figura 2.1, que mostra a *LI* de momento fletor em uma seção *S* indicada. Nesta figura, a posição da carga unitária $P = 1$ é dada pelo parâmetro x , e uma ordenada genérica da *LI* representa o valor do momento fletor em *S* em função de x , isto é, $LIM_S = M_S(x)$. Em geral, os valores positivos dos esforços nas linhas de influência são desenhados para baixo e os valores negativos para cima.

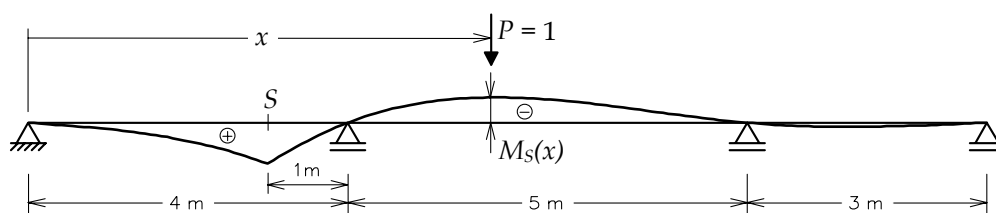


Figura 2.1 – Linha de influência de momento fletor em uma seção de uma viga contínua.

Com base no traçados de LI_s , é possível obter as chamadas envoltórias limites de esforços que são necessárias para o dimensionamento de estruturas submetidas a cargas móveis ou acidentais.

2.4.1. Traçado de LI

O FTOOL calcula a linha de influência de um esforço E utilizando o Princípio de Müller-Breslau (SÜSSEKIND, 1997), também conhecido como método cinemático para o traçado de LI , que foi formulado por Müller-Breslau no final do século 19.

Este método pode ser demonstrado através do Princípio dos Deslocamentos Virtuais - PDV (Martha, 2005) e pode ser aplicado para qualquer tipo de estrutura, isostática ou hiperestática. Embora este método possa ser utilizado para obtenção de LI de esforços e reações, o FTOOL não calcula LI de reações.

De uma maneira resumida, para se traçar a linha de influência de um efeito E (esforço ou reação), procede-se da seguinte forma (SÜSSEKIND, 1997):

- rompe-se o vínculo capaz de transmitir o efeito E cuja linha de influência se deseja determinar;
- na seção onde atua o efeito E , atribui-se à estrutura, no sentido oposto ao de E positivo, um deslocamento generalizado unitário, que será tratado com sendo muito pequeno;
- a configuração deformada (elástica) obtida é a linha de influência.

O deslocamento generalizado que se faz referência depende do efeito em consideração, tal como indicado na Figura 2.2. No caso de uma reação de apoio, o deslocamento generalizado é um deslocamento absoluto da seção do apoio. Para um esforço normal, o deslocamento generalizado é um deslocamento axial relativo na seção de esforço normal. Para um esforço cortante, o deslocamento generalizado é um deslocamento transversal relativo na seção do esforço cortante. E para um momento fletor, o deslocamento generalizado é uma rotação relativa entre as tangentes à elástica adjacentes à seção do momento fletor.

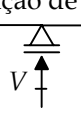
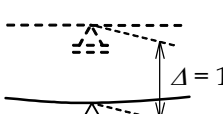
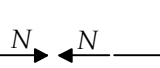
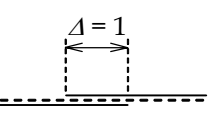
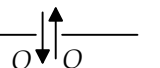
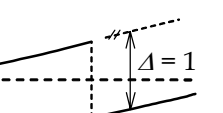
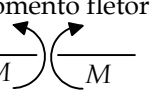
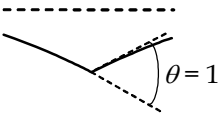
| Efeito | Deslocamento generalizado |
|---|--|
| Reação de apoio  |  |
| Esforço normal  |  |
| Esforço cortante  |  |
| Momento fletor  |  |

Figura 2.2 – Deslocamentos generalizados utilizados no método cinemático.

2.5.

Determinação de esforço extremo com base em LI

A determinação de valores máximo e mínimo de um esforço interno em uma seção de estudo é exemplificada para o caso do momento fletor na seção S da Figura 2.1. O carregamento permanente, constituído do peso próprio da estrutura, é representado por uma carga uniformemente distribuída g , tal como indica a Figura 2.3.

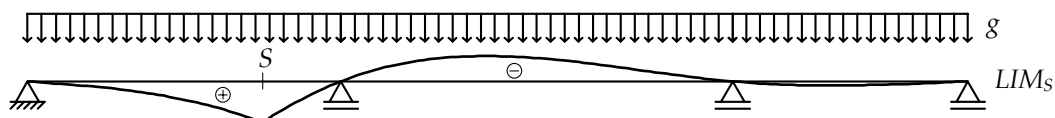


Figura 2.3– Carga permanente uniformemente distribuída atuando em uma viga contínua.

Considerando que a ordenada de $LIM_S (= M_S(x))$ é função de uma carga concentrada unitária, o valor do momento fletor em S devido ao carregamento permanente pode ser obtido por integração do produto da carga infinitesimal gdx por $M_S(x)$ ao longo da estrutura (Equação 2.1):

$$M_s^g = \int_0^{12} M_s(x) \cdot g dx = \int_0^{12} LIM_s \cdot g dx \quad (2.1)$$

Considere que existe uma carga móvel atuando sobre a estrutura, que é composta por uma carga concentrada P e por um carregamento acidental de ocupação que é representado por uma carga uniformemente distribuída q . Por ser acidental, a carga q pode atuar parcialmente ao longo da estrutura. O que se busca são as posições de atuação das cargas P e q que maximizam ou minimizam o momento fletor em S . O valor máximo de M_s é obtido quando a carga q está posicionada sobre ordenadas positivas da LIM_s e a carga P está sobre a maior ordenada positiva, e o valor mínimo é obtido quando a carga q está posicionada sobre ordenadas negativas da LIM_s e a carga P está sobre a maior ordenada negativa. Isso é mostrado nas Figuras 2.4 e 2.5.

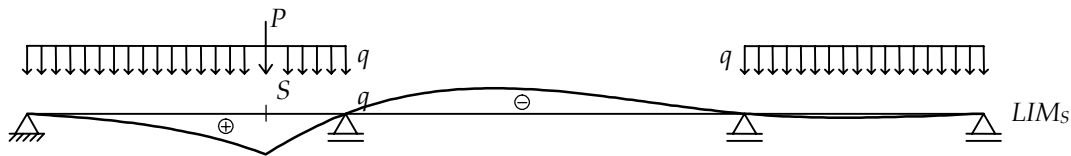


Figura 2.4 – Posicionamento da carga móvel para provocar máximo momento fletor em uma seção.

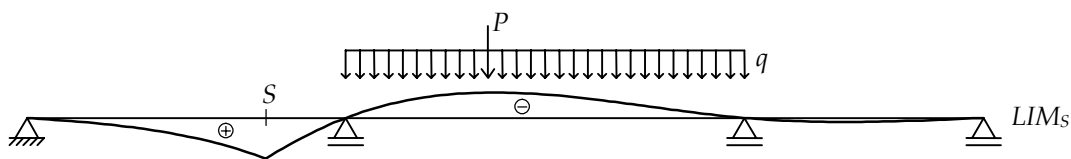


Figura 2.5 – Posicionamento da carga móvel para provocar mínimo momento fletor em uma seção.

Os valores máximo e mínimo de M_s devidos somente ao carregamento acidental podem ser obtidos por integração do produto $LIM_s \cdot q dx$ nos trechos positivos e negativos, respectivamente, da linha de influência, conforme equações 2.2 e 2.3:

$$\left(M_S^q\right)_{\max} = \int_0^4 LIM_S \cdot q dx + \int_9^{12} LIM_S \cdot q dx \quad (2.2)$$

$$\left(M_S^q\right)_{\min} = \int_4^9 LIM_S \cdot q dx \quad (2.3)$$

Os valores máximo e mínimo de M_S devidos à carga concentrada podem ser obtidos pelo produto $LIM_S \cdot P$, onde LIM_S é a maior ordenada positiva ou negativa da linha de influência, respectivamente :

$$\left(M_S^P\right)_{\max} = LIM_S^{\max} \cdot P \quad (2.4)$$

$$\left(M_S^P\right)_{\min} = LIM_S^{\min} \cdot P \quad (2.5)$$

Assim, os valores máximos e mínimos finais de M_S provocados pelo carregamento permanente e pela carga móvel são :

$$\left(M_S\right)_{\max} = M_S^g + \left(M_S^q\right)_{\max} + \left(M_S^P\right)_{\max} \quad (2.6)$$

$$\left(M_S\right)_{\min} = M_S^g + \left(M_S^q\right)_{\min} + \left(M_S^P\right)_{\min} \quad (2.7)$$

Observe que, no caso geral, o valor máximo final de um determinado esforço em uma seção não é necessariamente positivo, nem o valor mínimo final é necessariamente negativo. Isto vai depender da magnitude dos valores provocados pelos carregamentos permanente e acidental. Quando máximo e mínimo tiverem o mesmo sinal, o esforço dimensionante será o que tiver a maior magnitude. Quando máximo e mínimo tiverem sentidos opostos, principalmente no caso de momento fletor, ambos podem ser dimensionantes.

2.6. Envolvória Limite de Esforços

As envoltórias limites de um determinado esforço em uma estrutura descrevem para um conjunto de cargas móveis ou acidentais, os valores máximos e mínimos deste esforço em cada uma das seções da estrutura, de forma análoga a que descreve o diagrama de esforços para um carregamento fixo. Assim, o objetivo da Análise Estrutural para o caso de cargas móveis ou acidentais é a determinação de envoltórias de máximos e mínimos de momentos fletores, esforços cortantes, etc., o que possibilitará o dimensionamento da

estrutura submetida a este tipo de solicitação. As envoltórias são, em geral, obtidas por interpolação de valores máximos e mínimos, respectivamente, de esforços calculados em determinado número de seções transversais ao longo da estrutura.

A seguir é mostrado um exemplo de determinação de envoltória de esforços internos de uma viga bi-apoiada com balanços, carga permanente e carga móvel (Figura 2.6). Na figura também estão indicadas as seções adotadas para o cálculo dos valores limites e para o traçado das envoltórias. Devido a simetria da estrutura em relação à seção D , a obtenção dos valores limites será demonstrada apenas para as seções A , B , C e D , visto que a envoltória de esforço cortante será anti-simétrica e a de momento fletor será simétrica.

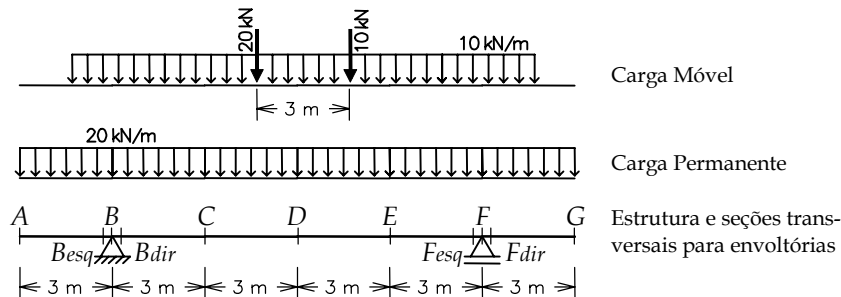


Figura 2.6 – Viga bi-apoiada com balanços, carga permanente e carga móvel.

Os esforços devidos à carga permanente foram primeiramente calculados, ou seja, determinaram-se os diagramas de esforço cortante e de momento fletor (Figura 2.7).

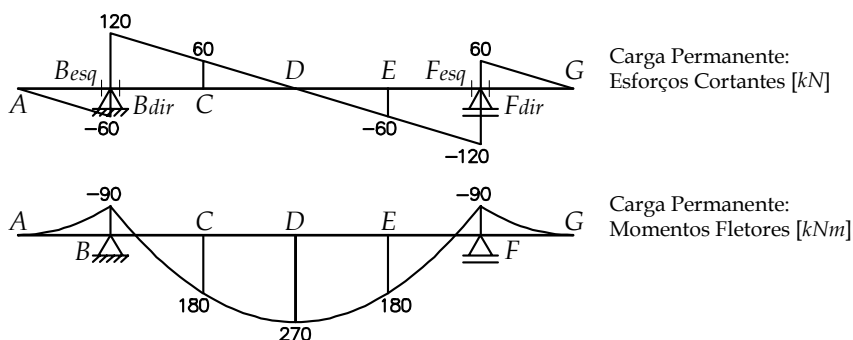
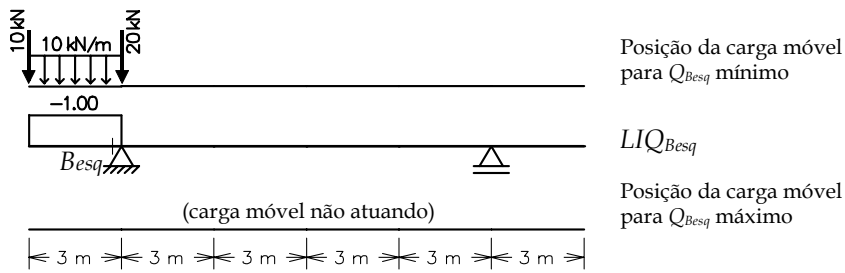


Figura 2.7 – Esforços internos da carga permanente.

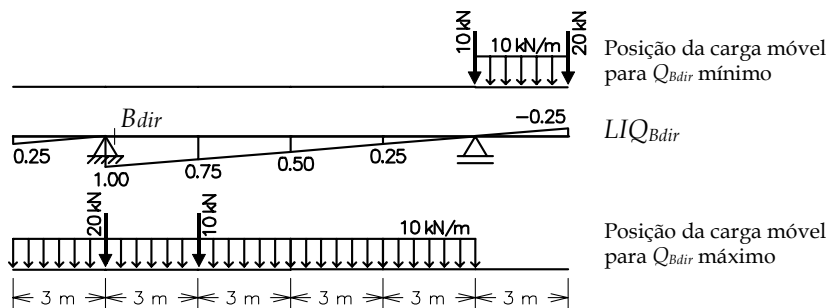
Em seguida, determinaram-se os esforços cortantes máximos e mínimos devidos à carga móvel para cada seção transversal adotada da estrutura (Figuras 2.8 a 2.11). O posicionamento do trem-tipo para determinar os valores limites em cada seção segue o procedimento mostrado na seção 2.5.



$$(Q_{Besq})_{mín.}^{c.m.} = [20 \cdot (-1.00) + 10 \cdot (-1.00) + 10 \cdot 3 \cdot (-1.00)] = -60.00 kN$$

$$(Q_{Besq})_{máx.}^{c.m.} = 0$$

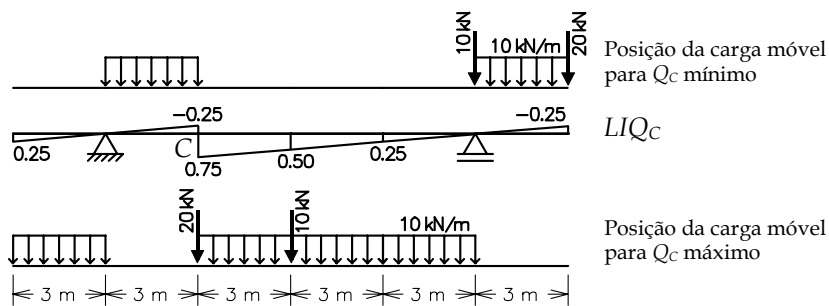
Figura 2.8 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{esq} .



$$(Q_{Bdir})_{mín.}^{c.m.} = [20 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25)] = -8.75 kN$$

$$(Q_{Bdir})_{máx.}^{c.m.} = [20 \cdot (1.00) + 10 \cdot (0.75) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 12 \cdot (1.00)] = +91.25 kN$$

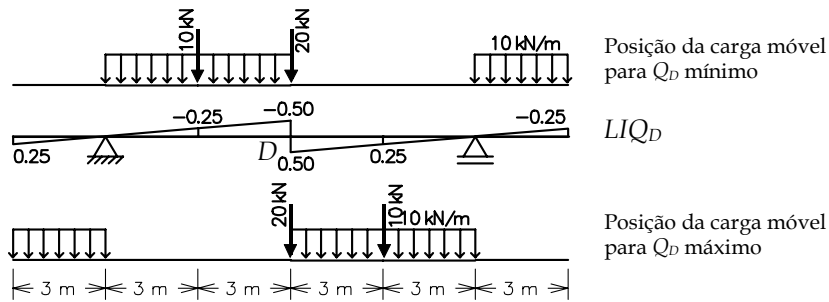
Figura 2.9 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{dir} .



$$(Q_C)_{mín.}^{c.m.} = [20 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25)] = -12.50 kN$$

$$(Q_C)_{máx.}^{c.m.} = [20 \cdot (0.75) + 10 \cdot (0.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 9 \cdot (0.75)] = +57.50 kN$$

Figura 2.10 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção C .



$$(Q_D)_{\min.}^{c.m.} = [20 \cdot (-0.50) + 10 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 6 \cdot (-0.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25)] = -31.25 \text{ kN}$$

$$(Q_D)_{\max.}^{c.m.} = [20 \cdot (0.50) + 10 \cdot (0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 6 \cdot (0.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (0.25)] = +31.25 \text{ kN}$$

Figura 2.11 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção D .

A Tabela 2.1 mostra os resultados do esforço cortante máximo e mínimo nas seções da estrutura devido a cada carregamento atuante e o valor final das envoltórias de esforço cortante, que estão representadas na Figura 2.12. O esforço cortante devido à carga móvel na extremidade livre do balanço corresponde à carga de 20 kN posicionada sobre esta seção.

Tabela 2.1 – Envoltórias de Esforço Cortante [kN].

| Seção | Carga | Carga Móvel | | Envoltórias | |
|-----------|-------|-------------|--------|-------------|---------|
| | | mínimo | máximo | mínimo | máximo |
| A | 0 | -20.00 | 0 | -20.00 | 0 |
| B_{esq} | -60 | -60.00 | 0 | -120.00 | -60.00 |
| B_{dir} | +120 | -8.75 | +91.25 | +111.25 | +211.25 |
| C | +60 | -12.50 | +57.50 | +47.50 | +117.50 |
| D | 0 | -31.25 | +31.25 | -31.25 | +31.25 |
| E | -60 | -57.50 | +12.50 | -117.50 | -47.50 |
| F_{esq} | -120 | -91.25 | +8.75 | -211.25 | -111.25 |
| F_{dir} | +60 | 0 | +60.00 | +60.00 | +120.00 |
| G | 0 | 0 | +20.00 | 0 | +20.00 |

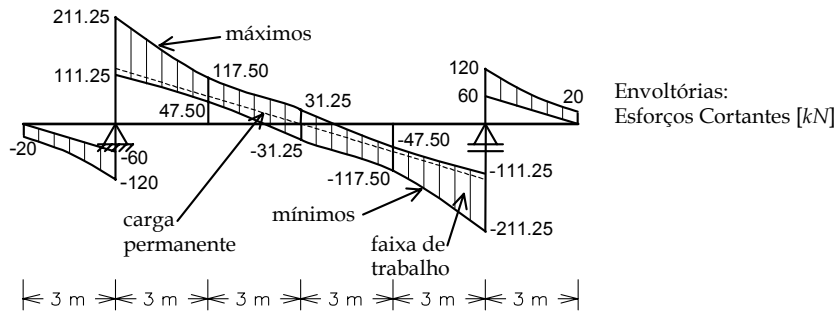
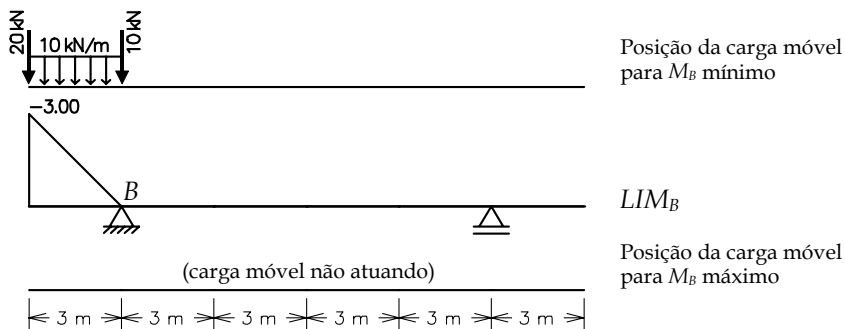


Figura 2.12 – Envolvórias de Esforço Cortante.

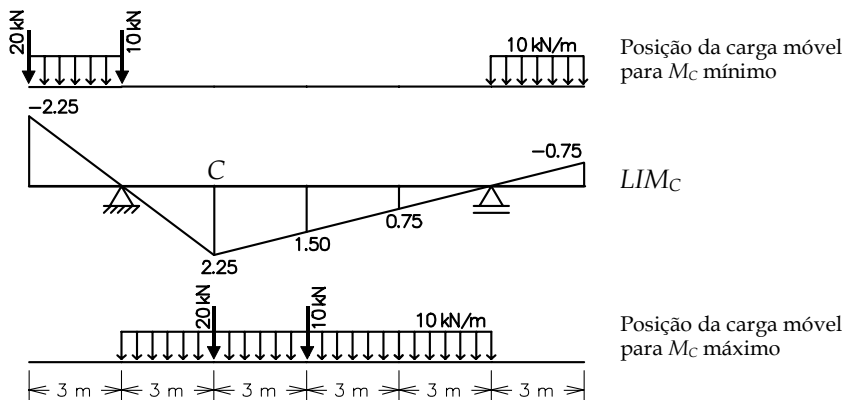
As Figuras de 2.13 a 2.15 mostram como foi feita a determinação dos momentos fletores máximos e mínimos devidos à carga móvel para cada seção transversal da estrutura.



$$(M_B)_{\text{mín.}}^{c.m.} = [20 \cdot (-3.00) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-3.00)] = -105.00 \text{ kNm}$$

$$(M_B)_{\text{máx.}}^{c.m.} = 0$$

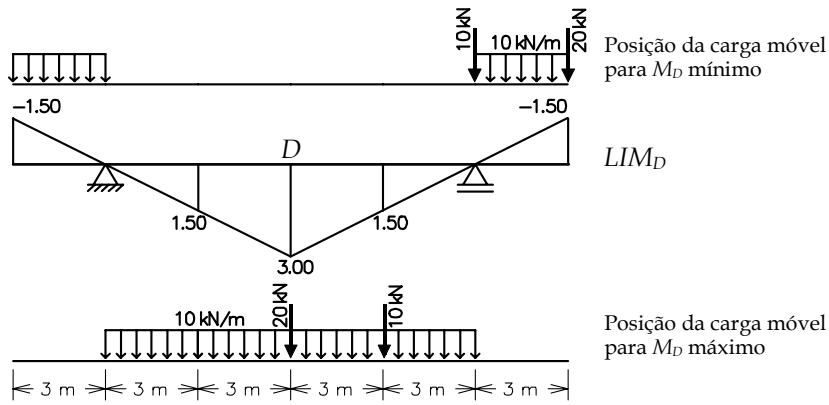
Figura 2.13 – Momento fletor máximo e mínimo na seção B.



$$(M_C)_{\text{mín.}}^{c.m.} = [20 \cdot (-2.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-2.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.75)] = -90.00 \text{ kNm}$$

$$(M_C)_{\text{máx.}}^{c.m.} = [20 \cdot (2.25) + 10 \cdot (1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 12 \cdot (2.25)] = +195.00 \text{ kNm}$$

Figura 2.14 – Momento fletor máximo e mínimo na seção C.



$$(M_D)_{mín.}^{c.m.} = [20 \cdot (-1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-1.50)] = -75.00 \text{ kNm}$$

$$(M_D)_{máx.}^{c.m.} = [20 \cdot (3.00) + 10 \cdot (1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 12 \cdot (3.00)] = +255.00 \text{ kNm}$$

Figura 2.15 – Momento fletor máximo e mínimo na seção D.

A Tabela 2.2 mostra os resultados do momento fletor máximo e mínimo nas seções da estrutura devido a cada carregamento atuante e o valor final das envoltórias de momento fletor, que estão representadas na Figura 2.16.

Tabela 2.2 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor.

| Seção | Carga | | Carga Móvel | | Envolvórias | |
|-------|------------|--------|-------------|--------|-------------|--|
| | Permanente | mínimo | máximo | mínimo | máximo | |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| B | -90 | -105 | 0 | -195 | -90 | |
| C | +180 | -90 | +195 | +90 | +375 | |
| D | +270 | -75 | +255 | +195 | +525 | |
| E | +180 | -90 | +195 | +90 | +375 | |
| F | -90 | -105 | 0 | -195 | -90 | |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

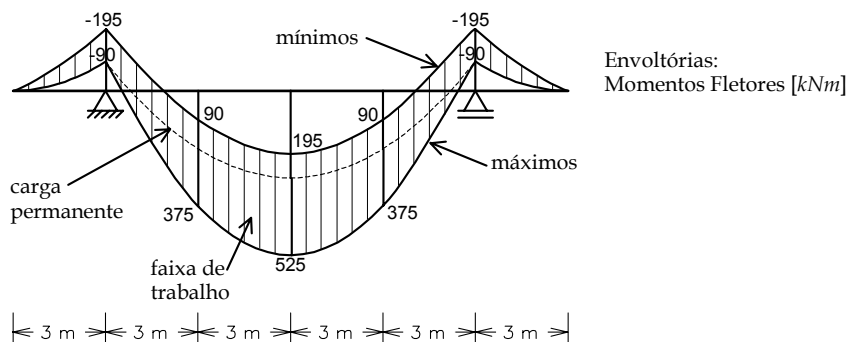


Figura 2.16 – Envolvórias de momento fletor.

Conforme visto, para determinar os valores limites de esforços em uma seção transversal precisa-se conhecer as posições de atuação do trem-tipo que causam esses esforços limites. Para casos mais simples de trem-tipo e linhas de influência, como no exemplo acima, é intuitiva a determinação dessas posições limites. Porém, para casos mais complexos, torna-se impossível essa determinação por simples observação.

Esse problema de determinar posições limites constitui um problema de otimização, em que o objetivo é minimizar e maximizar os valores dos esforços nas seções transversais dos elementos estruturais em função da posição de atuação do trem-tipo. Porém, não existe uma função matemática que descreva a envoltória de esforços de uma estrutura, o que torna impossível o uso da maioria dos métodos clássicos de otimização para resolver este problema, já que muitos deles utilizam derivadas da função objetivo, como será visto no capítulo seguinte.

3 Métodos de Otimização

3.1. Introdução

Os problemas de otimização são problemas de maximização ou minimização de função de uma ou mais variáveis num determinado domínio, sendo que, geralmente, existe um conjunto de restrições nas variáveis.

Os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser, basicamente, determinísticos ou probabilísticos.

Neste capítulo são apresentadas as principais características desses métodos, apresentando suas vantagens e desvantagens. Serão abordados de uma maneira mais detalhada os algoritmos de computação evolucionária, que pertencem a uma família de métodos probabilísticos de otimização, visto que este trabalho se baseou em um destes métodos, conhecido como Estratégia Evolutiva (*EE*).

Alguns trabalhos utilizando algoritmos de computação evolucionária vêm sendo desenvolvidos no Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, dos quais pode-se citar DEL SAVIO (2005), RAMIRES (2004) e BORGES(2003).

3.2. Definições

Para melhor entendimento dos algoritmos de otimização, faz-se necessário o conhecimento de alguns conceitos e definições utilizados na literatura (BASTOS, 2004). A seguir são listados alguns termos usualmente relacionados a um problema de otimização qualquer:

- Variáveis de projeto: São aquelas que se alteram durante o processo de otimização, podendo ser contínuas (reais), inteiras ou discretas.
- Restrições: São funções de igualdade ou desigualdade sobre as variáveis de projeto que descrevem situações de projeto consideradas não desejáveis.

- Espaço de busca: É o conjunto, espaço ou região que compreende as soluções possíveis ou viáveis sobre as variáveis do projeto do problema a ser otimizado, sendo delimitado pelas funções de restrição.
- Função Objetivo: É a função de uma ou mais variáveis de projeto que se quer otimizar, minimizando-a ou maximizando-a.
- Ponto Ótimo: É o ponto formado pelas variáveis de projeto que extremizam a função objetivo e satisfazem as restrições.
- Valor Ótimo: É o valor da função objetivo no ponto ótimo.

3.3. Métodos Determinísticos

Os métodos de otimização baseados nos algoritmos determinísticos – maioria dos métodos clássicos – geram uma seqüência determinística de possíveis soluções requerendo, na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto.

Nestes métodos, a função objetivo e as restrições são dadas como funções matemáticas e relações funcionais. Além disso, a função objetivo deve ser contínua e diferenciável no espaço de busca (BASTOS, 2004). Esse tipo de problema pode ser representado matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{array}{l}
 \text{Maximizar / Minimizar: } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 \text{Satisfazendo:} \\
 g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq = \geq \} b_1 \\
 \vdots \\
 g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq = \geq \} b_m \\
 \text{em que:} \\
 x_1, x_2, \dots, x_n - \text{variáveis de projeto} \\
 f(x_1, x_2, \dots, x_n) - \text{função objetivo} \\
 g_1, g_2, \dots, g_m - \text{restrições}
 \end{array}$$

Figura 3.1– Formulação de um problema de otimização.

Quando se trata de um problema de variáveis discretas, considera-se um espaço de busca com variáveis contínuas que, após a otimização, fornecerão uma aproximação das variáveis de projeto para as disponíveis no espaço discreto. Entretanto, isso gera um trabalho adicional na escolha das variáveis discretas mais próximas das contínuas encontradas. Sempre existirão duas opções de variáveis discretas para cada variável contínua, ou seja, uma imediatamente superior e outra imediatamente inferior.

Os métodos determinísticos apresentam teoremas que lhes garantem a convergência para uma solução ótima que não é necessariamente a solução ótima global. Como nesses métodos a solução encontrada é extremamente dependente do ponto de partida fornecido, pode-se convergir para um ótimo local, por isso não possuem bom desempenho em otimizar funções multimodais, isto é, funções que possuem vários ótimos locais.

De acordo com OLIVIERI (2004), BASTOS (2004) e HAFTKA(1993), os problemas de otimização abordados pelos métodos clássicos podem ser classificados em duas classes, conforme as características da função objetivo e das restrições:

- Programação Linear: quando a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto. O Método Simplex (HADLEY, 1982) é o método mais tradicional para solucionar este tipo de problema de otimização;

- Programação Não-Linear: quando a função objetivo, ou pelo menos uma das restrições, é uma função não-linear das variáveis de projeto. Nesta classe, os métodos que mais se destacam são: Método de Programação Linear Seqüencial, Método de Programação Quadrática Seqüencial, Método das Direções Viáveis e Método do Gradiente Reduzido, entre outros.

3.4. Métodos Probabilísticos

Os métodos de otimização baseados nos algoritmos probabilísticos usam somente a avaliação da função objetivo e introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos. Por não utilizarem a derivada da função objetivo, são considerados métodos de ordem zero.

São listadas a seguir algumas vantagens dos algoritmos probabilísticos em relação aos algoritmos determinísticos (BASTOS, 2004):

- a função objetivo e as restrições não precisam necessariamente ter uma representação matemática;
- não requerem que a função objetivo seja contínua ou diferenciável;
- trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda com uma combinação deles;
- não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema;
- não há restrição alguma quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução;
- realizam buscas simultâneas no espaço de possíveis soluções através de uma população de indivíduos;
- Otimizam um grande número de variáveis, desde que a avaliação da função objetivo não tenha um custo computacional demasiadamente alto.

A maior desvantagem em relação aos métodos clássicos é o tempo de processamento.

3.4.1. Computação Evolucionária

Segundo BÄCK et al.(1997), a Computação Evolucionária teve origem no final da década de 50 e permaneceu relativamente desconhecida da comunidade

científica por aproximadamente três décadas, devido principalmente à falta de computadores eficientes na época, mas também devido à metodologia pouco desenvolvida durante as primeiras pesquisas. Durante a década de setenta, os trabalhos de Holland, Rechenberg, Shwefel e Fogel foram fundamentais para modificar a imagem da Computação Evolucionária que, a partir de então, começou a ser largamente desenvolvida.

Os Algoritmos Evolucionários (*AE's*) formam uma classe de métodos de otimização probabilísticos que são inspirados por alguns princípios baseados em mecanismos evolutivos encontrados na natureza, como auto-organização e o comportamento adaptativo (BEYER et al, 2002).

De acordo com BARBOSA (1997), um algoritmo evolucionário se distingue dos métodos determinísticos mais comuns basicamente por:

- empregar uma população de indivíduos, ou soluções;
- trabalhar sobre uma codificação das possíveis soluções (genótipos) e não sobre as soluções (fenótipos) propriamente ditas;
- empregar regras de transição probabilísticas;
- não requerer informações adicionais (derivadas, por exemplo) sobre a função a otimizar e as restrições.

Assim, a busca de soluções pode se dar em conjuntos não-convexos com funções objetivo também não-convexas e não-diferenciáveis podendo-se trabalhar simultaneamente com variáveis reais, lógicas e inteiras. Vale ressaltar também que os *AE's* não são facilmente presos a mínimos locais como é o caso dos algoritmos usuais dos métodos determinísticos. Ao utilizar um *AE*, essas características podem levar à descoberta de soluções não convencionais que não poderiam ser vislumbradas por serem contra-intuitivas. É um paradigma que não exige conhecimento prévio de uma maneira de encontrar a solução.

Para a utilização de *AE* em problemas de otimização com restrições, uma das possibilidades é utilizar um método de penalização. Isso pode ser feito através da pena de morte, onde um indivíduo é simplesmente eliminado da população quando violar as restrições ou quando não for possível avaliar sua *aptidão**. Porém, possui a desvantagem de poder estar descartando um indivíduo potencialmente útil ao processo evolutivo. Outra maneira seria introduzir uma

* Utilizou-se a palavra "*aptidão*" como tradução da palavra "*fitness*" usualmente adotada na literatura inglesa para se referir ao desempenho de um indivíduo da população.

função de penalização para incorporar as restrições à função objetivo, de maneira análoga ao que se faz nos métodos clássicos de otimização, reduzindo a *aptidão* dos indivíduos que violam as restrições (BARBOSA, 1997).

Para ilustrar o comportamento de um *AE*, considera-se uma função objetivo unidimensional a ser maximizada. A Figura 3.2 mostra três etapas da busca evolucionária, mostrando como os indivíduos são distribuídos no começo (a), meio (b) e fim (c) do processo de evolução. Na primeira fase, imediatamente após a inicialização da população, os indivíduos são aleatoriamente espalhados em todo o espaço de busca. Depois de algumas gerações a distribuição modifica-se: devido aos operadores de variação e seleção, a população abandona as regiões de baixa *aptidão* e começa a ocupar áreas de maior *aptidão*. No final da busca, tendo sido escolhida uma condição de parada apropriada, toda a população está concentrada em torno de poucos pontos, onde alguns desses pontos podem ser sub-ótimos. Pode ocorrer de todos os membros da população se posicionarem em torno de um ótimo local ao invés de um ótimo global. Essa convergência prematura é um efeito conhecido de perda rápida de diversidade, que leva a população a ficar presa a ótimos locais (EIBEN & SMITH, 2003).

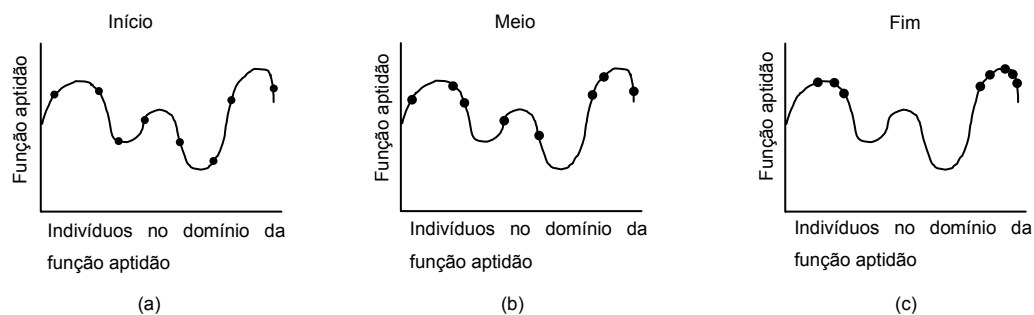


Figura 3.2 – Evolução típica de um *AE*, ilustrada de acordo com a distribuição da população. Adaptado de EIBEN & SMITH (2003).

Conforme CORTES & SAAVEDRA (2000), a Computação Evolucionária tem sido utilizada com sucesso para resolução de complexos problemas de otimização. Seu principal obstáculo é a precisão da solução a ser encontrada, pois o quanto mais próximo da solução ótima se deseja chegar, mais poder computacional e tempo de processamento são exigidos, principalmente quando são utilizadas funções multimodais.

3.4.1.1. Definições

Para a utilização de um *AE* são necessárias algumas definições adicionais que são particulares a esse tipo de algoritmo (BASTOS, 2004; EIBEN & SMITH, 2003). Como a Computação Evolucionária é baseada em mecanismos evolutivos encontrados na natureza, muitos termos adotados pelos *AE's* baseiam-se na Genética, tais como:

- Cromossomo ou genótipo – representa um indivíduo no espaço do *AE*, ou seja, representa um indivíduo codificado;
- Fenótipo – representa um indivíduo no espaço de busca original;
- Indivíduo – é um membro da população;
- Gene – unidade básica do cromossomo, ou seja, é um elemento do vetor que representa o cromossomo;
- População – conjunto de indivíduos ou cromossomos;
- Geração – ordem evolutiva das diferentes populações;
- Operações genéticas – conjunto de operações que o *AE* realiza sobre cada um dos cromossomos;
- Função aptidão – quando o *AE* é utilizado em um problema de otimização, a função aptidão equivale à função objetivo.

3.4.1.2. Algoritmo Evolucionário

A principal idéia em que se baseia qualquer variação de um Algoritmo Evolucionário é: dada uma população de indivíduos, a pressão do meio ambiente causa uma seleção natural que evolui a população. Sendo assim, qualquer algoritmo evolucionário deve ter as seguintes componentes básicas para resolver um problema (MICHALEWICZ, 1996; EIBEN & SMITH, 2003; BARBOSA, 1997; BÄCK et al, 1997):

- Uma representação genética das soluções do problema;

A representação ou codificação de um indivíduo quando se utiliza um AE consiste em relacionar o espaço real do problema com o espaço adotado pelo AE , ou seja, representar/codificar os elementos do espaço real no espaço do AE . Cada elemento do espaço de busca é denominado fenótipo e sua representação no espaço do AE é denominado genótipo.

Para ilustrar esse processo, considere que em um problema de otimização bidimensional de números inteiros que adote um AE com representação binária, onde o alfabeto é composto dos símbolos 0 e 1, $x = \{x_1, x_2\}$ seja uma possível solução do problema. Sendo o cromossomo codificado com cinco *bits* para cada uma das variáveis do problema, elas podem ser representadas da seguinte maneira:

$$x_1 = 00100$$

$$x_2 = 10100$$

Essas codificações seriam os genes que concatenados formam o cromossomo, que representa uma possível solução do problema:

$$0010010100$$

Para recuperar os valores das variáveis no espaço real, ou seja, obter o fenótipo, é necessário um processo de decodificação:

$$IND_1 = 0x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0 = 4$$

$$IND_2 = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0 = 20$$

Para um problema com variáveis inteiras, o valor da variável é igual ao próprio índice fornecido pela codificação (IND). No caso de variáveis discretas, a decodificação fornece um índice que localiza o valor da variável numa lista de referência, que representa o espaço de busca para esta variável (BASTOS, 2004).

Para as variáveis contínuas, tem-se a seguinte decodificação:

$$x_i = x_i^L + IND_i \frac{x_i^U - x_i^L}{2^{nb} - 1} \quad (3.1)$$

Onde:

x - ponto de busca no espaço.

x^L - limite inferior do espaço de busca;

x^U - limite superior do espaço de busca;

nb - número de bits;

IND - Índice fornecido pela decodificação da variável;

i - número de variáveis;

Segundo BASTOS (2004), a utilização de codificação binária é dada pelas seguintes razões:

- Extrema facilidade para criar e manipular vetores binários;
- Utiliza rigorosamente a precisão determinada para cada variável;
- Altamente indicada para se operar com variáveis discretas.

Porém, quando o problema em análise necessita que as variáveis envolvidas sejam de alta precisão numérica, a codificação binária possui enorme desvantagem pois, neste caso, faz-se necessário que os cromossomos possuam um comprimento extremamente grande, reduzindo a performance do AE . Outra desvantagem é a necessidade constante de conversão entre os valores reais e os binários nas diversas iterações do processo.

- População

O papel da população é manter as possíveis soluções. Enquanto os indivíduos são estáticos, isto é, não se modificam, a população é uma unidade de evolução. Dada uma representação, definir uma população equivale a decidir o número de indivíduos que irão formá-la. Em alguns AE 's mais sofisticados a população pode ter uma estrutura adicional, com medidas de distância ou relações de vizinhança. Em quase todas as aplicações de AE o tamanho da população é constante, não sendo modificado durante a evolução.

- Uma maneira de inicializar a população;

A inicialização da população geralmente é simples na maioria das aplicações de AE , e é feita gerando indivíduos aleatoriamente. Porém, algumas heurísticas podem ser usadas para gerar uma população inicial

com maior *aptidão*, como, por exemplo, iniciar a população com soluções aproximadas conhecidas ou contendo algum tipo de informação prévia. Se isso vale o esforço computacional extra envolvido, depende muito da aplicação.

- Uma função aptidão

A função aptidão é a responsável pelo processo de seleção dos indivíduos e deve indicar a qualidade de cada indivíduo na população, sendo assim, influi diretamente na evolução da população. Tecnicamente, é uma função que designa uma medida de qualidade ao genótipo, ou seja, a *aptidão*.

- Operadores genéticos

Os operadores genéticos alteram a composição genética dos filhos durante a reprodução. O papel dos operadores é criar novos indivíduos a partir dos antigos. Os operadores trabalham sobre a codificação das possíveis soluções (genótipo) e não sobre as soluções (fenótipos) propriamente ditas. Os principais operadores são recombinação e mutação.

A recombinação é um operador que une informações de dois ou mais genótipos pais para gerar um ou dois descendentes. O operador de recombinação é estocástico, isto é, é aleatória a escolha de que partes de cada pai será recombinada e o modo que estas partes serão recombinadas.

A mutação é um operador que após ser aplicado a um genótipo gera um filho. Similar a recombinação, a mutação é um operador sempre estocástico: seu resultado – o filho – depende dos resultados de uma série de escolhas aleatórias.

- Um mecanismo de seleção

O papel da seleção é diferenciar os indivíduos baseados nas suas qualidades, em particular, permitir que os melhores indivíduos tornem-se pais da próxima geração.

- Um critério de parada

Caso o problema tenha um valor ótimo da função aptidão conhecido, o critério de parada pode ser quando este valor for atingido, considerando uma certa precisão. Porém, como $AE's$ são estocásticos e não há garantias de que o valor ótimo será atingido, essa condição pode nunca

ser satisfeita e o algoritmo nunca parar. As opções comumente usadas como critério de parada são:

1. tempo máximo transcorrido;
2. o número total de avaliações da função aptidão atingir um número limite;
3. quando a *aptidão* melhorar muito pouco durante um certo período de tempo (ou um certo número de gerações ou um certo número de avaliações da função aptidão);
4. quando a diversidade da população diminuir até um certo limite, sendo diversidade uma medida do número de diferentes soluções presente na população, que pode ser medido pelas diferentes *aptidões* presentes na população ou pelo número de diferentes fenótipos ou genótipos presentes.

A partir do que foi visto acima, percebe-se que a combinação da aplicação de variação, através dos operadores genéticos, e seleção levam a melhorar o valor da *aptidão* e, em consequência, melhorar a população. Pode-se perceber essa evolução como se fosse um processo de otimização, através da busca de valores ótimos, que, no decorrer do processo, ficam cada vez mais próximos. Alternativamente, essa evolução é vista como um processo de adaptação. Deste ponto de vista, a *aptidão* não é vista como uma função objetivo a ser otimizada, mas como uma necessidade do meio ambiente. O processo evolutivo faz a população adaptar-se ao meio ambiente cada vez melhor. A seguir é mostrado um pseudo-código que representa um algoritmo evolucionário.

```
Geração = 0
Inicializa população (P) ;
Avalia os indivíduos;
Enquanto o critério de parada não for satisfeito repita:
    1. Recombinação
    2. Mutação
    3. Avaliação dos descendentes
    4. Seleção
    5. Geração = Geração +1
```

Figura 3.3 – Esquema geral de um Algoritmo Evolucionário. Adaptado de BÄCK et al (1997).

Porém, para que a implementação de um algoritmo evolucionário tenha sucesso quando aplicado a um problema real, as componentes listadas acima requerem algumas heurísticas adicionais, que estão relacionadas à representação genética das soluções, aos operadores que alteram suas composições, aos valores de vários parâmetros, aos métodos de inicialização da população e até mesmo à própria função aptidão.

3.4.1.3. Principais Ramos da Computação Evolucionária

A Computação Evolucionária é uma das áreas da Inteligência Artificial, juntamente com as Redes Neurais e os Sistemas de Lógica Nebulosa (Figura 3.4). A maioria das implementações de algoritmos evolucionários vem de três ramos fortemente relacionados, porém independentemente desenvolvidos (BEYER, 2002 e BÄCK et al, 1997):

- Algoritmos Genéticos (*AG's*);
- Programação Evolutiva (*PE's*);
- Estratégias Evolutivas (*EE's*).

Além dos ramos citados acima, alguns autores, com MICHALEWICZ (1996), citam ainda a Programação Genética (*PG's*) como um importante ramo da Computação Evolucionária.

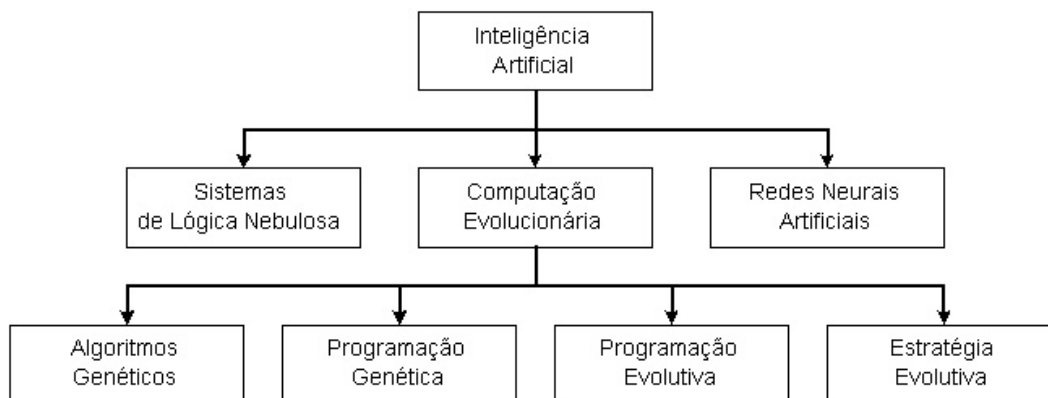


Figura 3.4 – Ramificação da Inteligência Artificial. Adaptada de OLIVIERI (2004).

As principais diferenças entre esses ramos estão na representação dos indivíduos, nos operadores utilizados (mutação e/ou recombinação) e no mecanismo de seleção, embora ultimamente a fronteira entre eles vem se tornando menos nítida.

3.4.1.4. Algoritmos Genéticos (AG's)

Segundo BARBOSA (1977) e BÄCK (1997), o *AG* foi desenvolvido principalmente por John Holland no final da década de 60 buscando inspiração no que se conhece sobre o processo de evolução natural, conhecimento este iniciado solidamente com a teoria da evolução de Darwin no seu famoso livro *A Origem das Espécies*.

Na maioria das aplicações que utilizam *AG's*, a forma mais comum de construção de uma codificação é utilizar uma cadeia binária, de comprimento fixo. Isso ocorre porque a teoria dos *AG's* foi desenvolvida com base nesta representação, mas DAVIS (1991) acha que essa representação não é natural e é desnecessária na maioria dos casos.

O principal operador é a recombinação, também conhecido como *crossover* na literatura inglesa, e a mutação é vista como um operador de pequena importância. De forma simplificada, no alfabeto binário, os operadores funcionam da seguinte maneira:

- A mutação é definida pela modificação do símbolo ocorrente em uma posição do cromossomo: se 1 ele passa a 0 e vice-versa. A probabilidade p_m de ocorrência de mutação de um gene é geralmente muito pequena, da ordem de $1/\ell$, onde ℓ é número de bits do cromossomo.
- O *crossover*, no algoritmo padrão, é chamado *crossover de um ponto*. Através de um esquema de seleção implementado, dois indivíduos são escolhidos e, com probabilidade p_c , são submetidos à operação de recombinação. Uma posição de *crossover* é sorteada e o material genético dos pais é recombinado conforme o esquema abaixo:

| | |
|-----------------|-----------------|
| p_1 : 1111111 | f_1 : 1111000 |
| p_2 : 0000000 | f_2 : 0000111 |

Existem outras variações deste operador que podem ser empregadas, como *crossover de dois pontos*, *crossover uniforme*, etc.

- A seleção é tipicamente implementada utilizando um esquema probabilístico. A probabilidade p_i de seleção do i -ésimo indivíduo da população vir a ser selecionado é proporcional à sua aptidão relativa, conforme equação 3.2 (BÄCK et al, 1997; BARBOSA, 1977).

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^m f_i} \quad (3.2)$$

Onde $f_i = f(x_i)$ é assumida positiva e m é o número de indivíduos da população.

Um método que aplica essa técnica é o Método da Roleta (*roulette wheel selection*, na literatura inglesa), onde indivíduos de uma geração são escolhidos para fazer parte da próxima geração, através de um sorteio de roleta. Os indivíduos são representados na roleta proporcionalmente ao seu índice de aptidão. Finalmente, a roleta é girada um determinado número de vezes, dependendo do tamanho da população, e são escolhidos como indivíduos que participarão da próxima geração, aqueles sorteados na roleta (Figura 3.5).

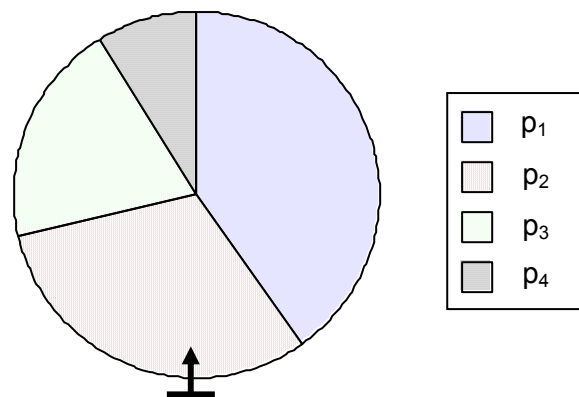


Figura 3.5– Seleção utilizando o método da roleta (Barbosa, 1977).

3.4.1.5. Programação Genética (PG)

O paradigma da *PG* foi desenvolvido por John Koza (KOZA,1992). Segundo MICHALEWICZ (1996), esta técnica constitui uma maneira de fazer uma busca no espaço de possíveis programas computacionais para escolher o melhor deles, ou seja, é uma técnica de geração automática de programas de computador, onde a partir de especificações de comportamento, o computador deve ser capaz de induzir um programa que as satisfaça (KOZA, 1992).

Conforme descrito por RODRIGUES (1992), a técnica baseia-se na combinação de idéias da teoria da evolução (seleção natural), genética (reprodução, cruzamento e mutação), inteligência artificial (busca heurística) e teoria de compiladores (representação de programas como árvores sintáticas).

Os programas são formados pela livre combinação de funções e terminais adequados ao domínio do problema. Parte-se de dois conjuntos: F como sendo o conjunto de funções e T como o conjunto de terminais. O conjunto F pode conter operadores aritméticos (+, -, * etc), funções matemáticas (seno, logaritmo etc), operadores genéticos (E, OU etc) dentre outros. Cada $f \in F$ tem associada uma aridade (número de argumentos) superior a zero. O conjunto T é composto pelas variáveis, constantes e funções de aridade zero (sem argumentos).

O processo evolutivo ocorre a partir da aplicação dos operados genéticos a população e pelo processo de seleção, que é baseado na *aptidão* dos programas, até atingir um determinado critério de parada.

Usualmente, para avaliar a *aptidão* é fornecido um conjunto de casos de treinamento, contendo valores de entrada e saída a serem aprendidos. A cada programa são fornecidos os valores de entrada e confronta-se a sua resposta ao valor esperado de saída. A *aptidão* será proporcional à proximidade da resposta do programa ao valor de saída esperado. O operador de reprodução apenas seleciona um programa e o copia para a próxima geração sem sofrer nenhuma mudança em sua estrutura. As Figuras 3.6 e 3.7 mostram a aplicação do operador de recombinação (*crossover*) em duas funções selecionadas, que partilham informação genética e dão origem a duas novas funções diferentes.

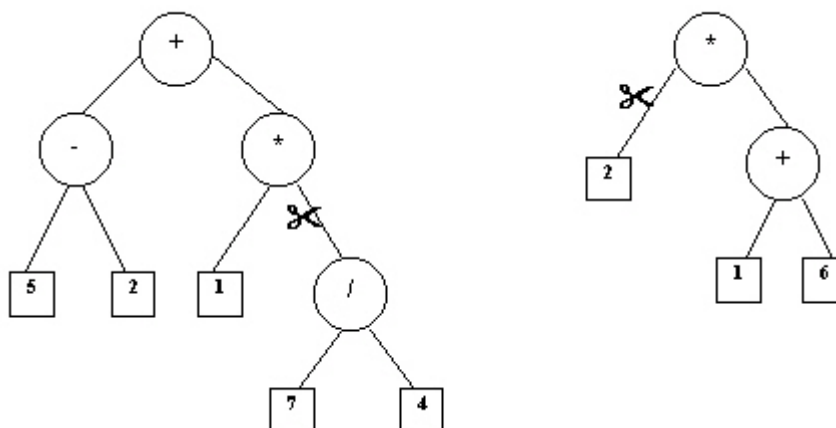


Figura 3.6 – *Crossover* na *PG* : seleção aleatória dos ramos que sofrerão o corte (SOUSA & ANDRADE, 1998).

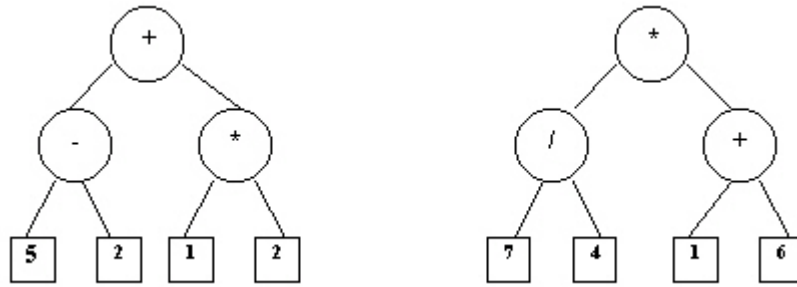


Figura 3.7 – *Crossover* na *PG* : funções resultantes (SOUSA & ANDRADE, 1998).

A mutação nem sempre é efetuada, pois depende de um valor que indica a probabilidade de existir mutação numa determinada geração. Quando é efetuada, uma função é escolhida aleatoriamente para sofrer mutação (Figura 3.8).

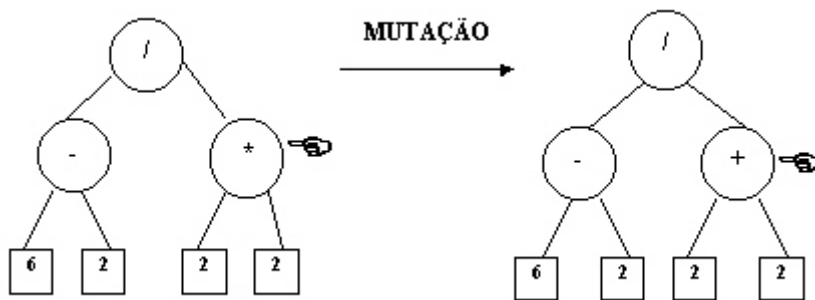


Figura 3.8 – Aplicação do operador de mutação na *PG* (SOUSA & ANDRADE, 1998).

3.4.1.6. Programação Evolutiva (*PE*)

De acordo com BÄCK et al. (1997) e MICHALEWICZ (1996), a *PE* surgiu originalmente como uma tentativa de criar inteligência artificial. O objetivo era desenvolver máquinas de estado finitas (MEF) para prever eventos com base em observações anteriores. Uma MEF é uma máquina abstrata que transforma uma seqüência de dados de entrada em uma seqüência de dados de saída. A transformação depende de certas regras de transição.

Os indivíduos são usualmente representados por vetores de números reais. Geralmente cada genitor gera um filho. A mutação ocorre tipicamente com probabilidade uniforme e é originalmente implementada como uma mudança

randômica (ou através de múltiplas mudanças) da descrição das MEF de acordo com cinco diferentes modificações:

- mudança de um dado de saída;
- mudança de uma regra de transição;
- inclusão de uma regra de transição;
- exclusão de uma regra de transição;
- mudança da regra de transição inicial.

Não é utilizada a recombinação.

O processo de seleção ocorre como uma série de torneios entre sub-grupos dentro da população. Cada indivíduo da população é avaliado contra t (obrigatoriamente $t > 1$ e usualmente $t \leq 10$) outros indivíduos escolhidos aleatoriamente da população. Para cada comparação é marcado um vencedor. Permanecem na população os μ indivíduos que tiveram o maior número de vitórias.

3.4.1.7. Estratégia Evolutiva (EE)

A primeira versão de *EE's* foi $(1+1)-EE$, que empregava um esquema simples de seleção-mutação trabalhando em um único indivíduo que gera um único descendente através da mutação Gaussiana e ambos são submetidos ao processo de seleção, que elimina a solução mais pobre. Mais tarde, esta teoria evoluiu para $(\mu+1)-EE$, no qual uma população de μ indivíduos se recombina de maneira aleatória para formar um descendente, que sofre mutação e em seguida, passa pelo processo de seleção.

Nas versões descritas acima, a convergência era lenta e a busca ponto a ponto era susceptível a estagnar em mínimos locais.

Mais tarde, visando sanar essas deficiências, desenvolveram-se outras versões, utilizando a estratégia denominada multi-membros, onde o tamanho da população é maior que um. Atualmente, os dois principais tipos são (COSTA & OLIVEIRA, 2002; BEYER et al., 2002; BÄCK et al., 1997):

- $(\mu + \lambda) - EE$

Conhecida como estratégia soma, onde μ pais produzem λ filhos, sendo $\lambda > \mu$, gerando uma população de $\mu + \lambda$ indivíduos. Nesta estratégia, os

$\mu + \lambda$ indivíduos participam do processo de seleção, que determina os μ indivíduos que serão os pais da próxima geração.

- $(\mu, \lambda) - EE$

Conhecida como estratégia vírgula, se difere da estratégia soma porque apenas os λ filhos participam do processo de seleção. Assim, o período de vida de cada indivíduo é limitado a apenas uma geração. Segundo CORTES & SAAVEDRA (2000), este tipo de estratégia tem bom desempenho em problemas onde o ponto ótimo é em função do tempo, ou onde a função é afetada por ruído.

Note também que ambas estratégias apresentadas são extremos da estratégia mais geral $(\mu, k, \lambda) - EE$, onde $1 \leq k \leq \infty$ representa o número máximo de gerações que um indivíduo pode permanecer na população.

Nas versões atuais, a descendência é obtida submetendo-se os indivíduos da geração a dois operadores: cruzamento e mutação. O cruzamento é feito de forma aleatória e a mutação é feita tipicamente através de uma perturbação Gaussiana de média nula e desvio padrão unitário, porém outros tipos de mutação são possíveis. Aplica-se também a idéia de auto-adaptação do parâmetro desvio padrão (σ) durante o processo evolutivo, o que é uma das características chaves do sucesso das estratégias evolutivas.

3.4.1.7.1. Distribuição Normal

Para utilizar um algoritmo de $EE's$ é necessário conhecer uma maneira de gerar variáveis aleatórias segundo uma distribuição normal ou gaussiana.

O modelo probabilístico citado acima é chamado Modelo Normal e suas origens remontam a Gauss em seus trabalhos sobre erros de observações astronômicas, por volta de 1810, daí o nome de distribuição Gaussiana para tal modelo (BUSSAD & MORETTIN, 2004).

De uma maneira geral, diz-se que uma variável aleatória (v.a.) β tem distribuição normal com média α e variância σ^2 , onde $-\infty < \alpha < +\infty$ e $0 < \sigma^2 < \infty$, se sua função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(\beta, \alpha, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\beta-\alpha)^2 / 2\sigma^2}, -\infty < \beta < \infty \quad (3.3)$$

Podemos dizer que $\beta \sim N(\alpha, \sigma^2)$.

A Figura 3.9 ilustra uma curva normal, determinada por valores particulares de α e σ .

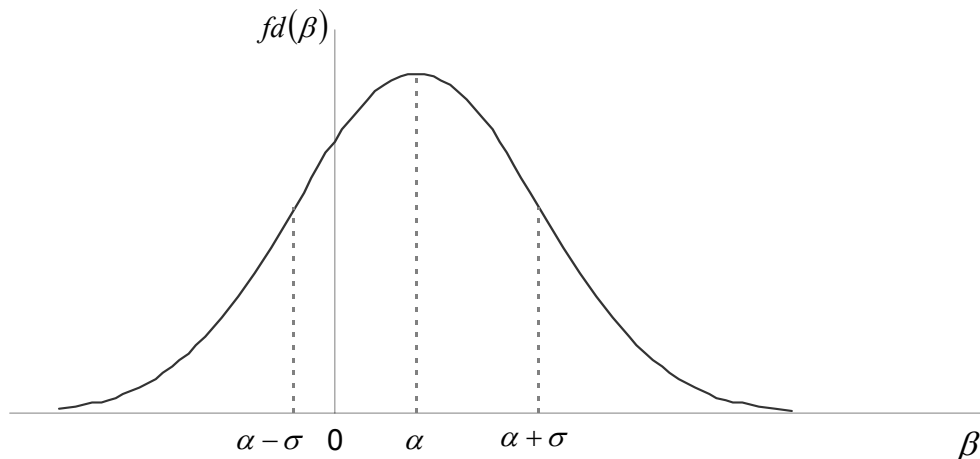


Figura 3.9 – Função de densidade de probabilidade de uma v.a. normal com média α e desvio padrão σ .

Quando $\alpha = 0$ e $\sigma = 1$, temos uma distribuição padrão ou reduzida.

Há vários métodos para gerar v.a. normais, mas uma observação importante é que basta gerar uma v.a. normal padrão, pois qualquer outra pode ser obtida desta. De fato, gerado um valor z_1 da v.a. $Z \sim N(0,1)$, para gerar um valor β_1 de uma v.a. $\beta \sim N(\alpha, \sigma^2)$ basta usar a transformação;

$$\beta_1 = \alpha + \sigma.z_1 \quad (3.4)$$

Um método eficiente para gerar v.a. com distribuição normal é o Método de Box-Müller (BUSSAD & MORETTIN, 2004). Nesse método são geradas duas v.a. normal padrão z_1 e z_2 , independentes, e $N(0,1)$, a partir de duas v.a. com distribuição uniforme em $[0,1]$, u_1 e u_2 , como mostra as equações 3.5 e 3.6 (BUSSAD & MORETTIN, 2004) :

$$z_1 = \sqrt{-2 \log u_1} \cos(2\pi u_2) \quad (3.5)$$

$$z_2 = \sqrt{-2 \log u_1} \sin(2\pi u_2) \quad (3.6)$$

A Figura 3.10 mostra o resultado da geração de números aleatórios usando a função *rand* da biblioteca padrão da linguagem C.

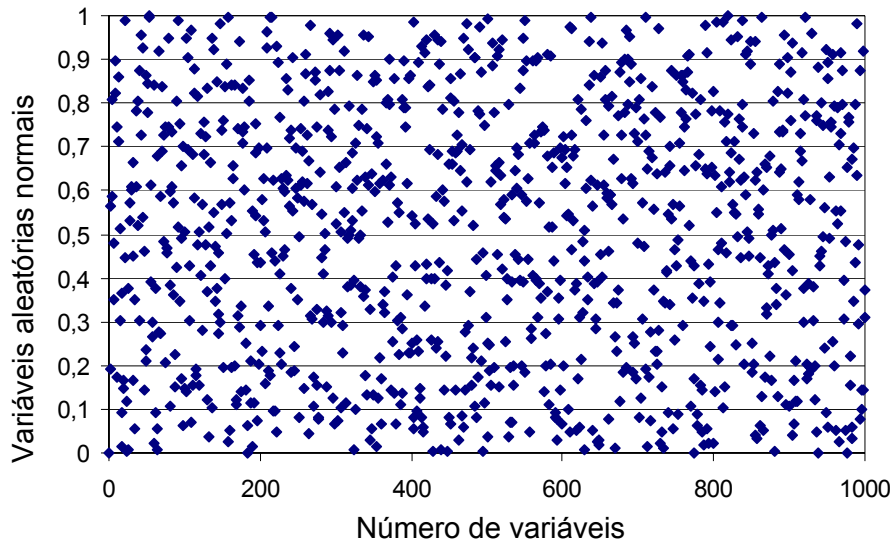


Figura 3.10 – Números gerados pela função *rand* da biblioteca da linguagem C.

Na Figura 3.11 é apresentado o resultado da geração de números aleatórios com distribuição normal a partir da variável aleatória uniforme gerada pela função *rand* da biblioteca da linguagem C.

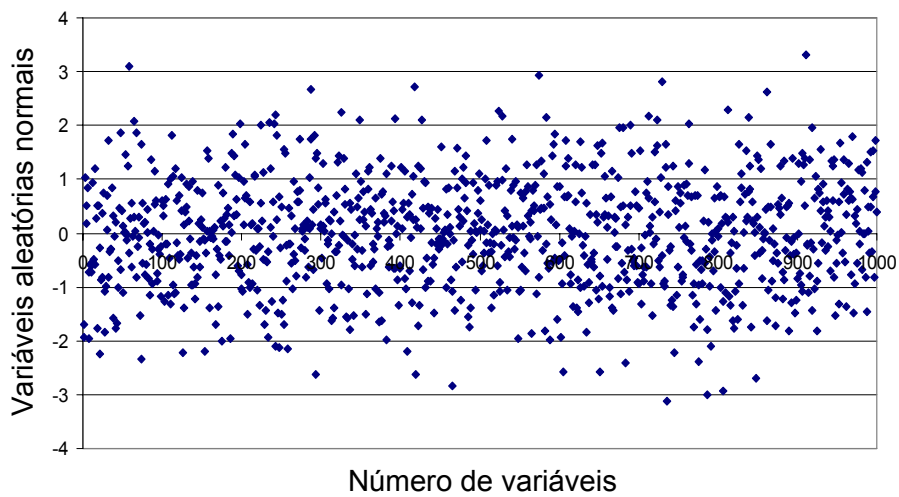


Figura 3.11– Números gerados pela transformação da v.a. uniforme em v.a. normal.

3.4.1.7.2. Algoritmo Padrão de *EE*

As componentes básicas de um Algoritmo Evolucionário quando aplicadas a um algoritmo de *EE's* possuem características particulares, que estão detalhadas a seguir (CORTES & SAAVEDRA, 2000; EIBEN & SMITH, 2003):

- Representação dos Indivíduos

Nas *EE's*, cada indivíduo é representado por um par de vetores reais da forma $v = (x, \sigma)$, onde x representa um ponto de busca no espaço, ou seja, é o vetor das variáveis da função objetivo, e σ o vetor de desvio padrão associado.

- Inicialização da população

A inicialização da população geralmente é feita de maneira muito simples, gerando aleatoriamente os indivíduos. Porém, pode-se utilizar alguma heurística para iniciar a população, tal como gerar indivíduos que sejam possíveis soluções do problema.

- Recombinação dos μ pais até gerar λ descendentes.

Há inúmeras variações desse operador. Quanto ao número de genitores que participam da recombinação, ela pode ser chamada de recombinação de multi-pais, onde mais de dois indivíduos participam da geração de apenas um descendente, sendo ρ ($1 \leq \rho \leq \mu$), onde ρ é o número de indivíduos que irão participar da recombinação para gerar um descendente. Normalmente, escolhe-se $\rho=2$ ou $\rho=\mu$ (recombinação global). Quanto as diferentes maneiras de recombinar os genitores, pode-se citar como exemplos típicos a recombinação discreta e a recombinação intermediária:

- Recombinação discreta

Um descendente é gerado a partir de dois ou mais genitores escolhidos randomicamente na população ancestral. As variáveis que irão formar o novo descendente são escolhidas randomicamente entre as variáveis dos genitores.

Para ilustrar esse processo é mostrado um exemplo onde dois indivíduos da população ancestral, $a = (x_a, \sigma_a)$ e $b = (x_b, \sigma_b)$, são escolhidos randomicamente e recombinaados para formar um descendente, $v' = (x', \sigma')$. A recombinação é feita gerando-se uma variável aleatória u com distribuição uniforme no intervalo de $[0,1]$, amostrada individualmente para cada componente do vetor v' .

$$\begin{aligned} u \leq 0.5 & \rightarrow x'_i = x_{a,i} \\ u > 0.5 & \rightarrow x'_i = x_{b,i} \\ u \leq 0.5 & \rightarrow \sigma'_i = \sigma_{a,i} \\ u > 0.5 & \rightarrow \sigma'_i = \sigma_{b,i} \end{aligned}$$

Com $i=1, \dots, n$; onde n é o número de variáveis da função objetivo.

➤ Recombinação Intermediária

A diferença da recombinação discreta é que as variáveis que irão formar o novo indivíduo são obtidas através da média aritmética das variáveis dos pais ao invés de realizar uma escolha randomica das variáveis. Sendo assim, usando o mesmo exemplo mostrado acima, as variáveis do novo descendente poderiam ser obtidas da seguinte

$$\begin{aligned} x'_i &= (x_{a,i} + x_{b,i}) / 2 \\ \sigma'_i &= (\sigma_{a,i} + \sigma_{b,i}) / 2 \end{aligned}$$

As vantagens e desvantagens da recombinação para uma função objetivo em particular devem ser notadas durante o desenvolvimento, pois não há uma recomendação generalizada para o uso deste operador.

• Mutação do desvio padrão e dos descendentes

Faz-se a mutação dos desvios padrões e, em seguida, a mutação dos descendentes seguindo as equações 3.7 e 3.8 (BÄCK & HAMMEL, 1994; BÄCK et al, 1997):

$$\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1)) \quad (3.7)$$

$$x'_i = x_i + N(0, \sigma'_i) \quad (3.8)$$

onde:

$i = 1, \dots, n$; sendo n o número de variáveis da função objetivo;

$N(0,1)$ representa um número Gaussiano com média zero e desvio padrão unitário. Nota-se que esse número é o mesmo para todos os indivíduos quando multiplicado pelo fator τ' e, quando multiplicado por τ , deve ser obtido independentemente para cada valor de i . Os valores sugeridos para os parâmetros τ' e τ são mostrados nas equações 3.9 e 3.10, respectivamente.:

$$\tau' = (\sqrt{2n})^{-1} \quad (3.9)$$

$$\tau = (\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1} \quad (3.10)$$

Este esquema pode sofrer modificações. Uma opção é usar uma versão simplificada, onde é usado o mesmo desvio padrão para todas as variáveis da função objetivo.

É importante observar que os valores de τ e τ' dependem das características da função objetivo e os valores ótimos para estes parâmetros podem ser diferentes dos valores propostos.

Nota-se que na mutação dos descendentes o desvio padrão será diferente a cada geração, o que consiste no conceito de auto-adaptação.

- Seleção

Avalia-se a *aptidão* dos genitores e descendentes, onde serão escolhidos os μ indivíduos com os melhores valores da *aptidão*, os quais serão os pais na próxima geração.

3.4.1.8.

Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético

A partir do que foi visto nos itens anteriores, a Tabela 3.1 apresenta uma comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético na sua forma padrão.

Tabela 3.1 – Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético

| | <i>EE</i> | <i>AG</i> |
|---------------|--|--|
| Representação | Números reais | Binária |
| Seleção | Esquema de seleção determinístico: $(\mu + \lambda)$ ou (μ, λ) . | Esquema de seleção probabilístico: A probabilidade de cada indivíduo permanecer na população é proporcional ao valor de sua <i>aptidão</i> . |
| Mutação | Principal operador | Operador de pequena importância e é aplicada através de inversão de bits. |

4 Implementação Computacional

4.1. Introdução

Para a implementação do cálculo de envoltória de esforços devido à ação de cargas móveis, foram necessárias algumas modificações na interface gráfica e na estrutura de dados do FTOOL. Essas modificações, que serão descritas a seguir, incluem a edição e manipulação dos trens-tipo, a avaliação da função aptidão, incluindo a estrutura de dados desenvolvida, e o traçado da envoltória de esforços.

4.2. Trem-tipo

Trens-tipo representam as cargas móveis verticais que devem ser consideradas nos projetos estruturais de obras novas, bem como na verificação e no reforço de obras existentes. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) possui duas normas relacionadas a cargas móveis em pontes rodoviárias, ferroviárias e passarela de pedestres, as quais estão resumidas nos próximos dois itens. Em seguida serão descritos os elementos da interface gráfica e a estrutura de dados criados para a manipulação dos trens-tipo .

4.2.1. **NBR – 7188 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre**

De acordo com o carregamento a que a via estiver sujeita, a NBR – 7188 (1982) prevê as seguintes classes de trem-tipo para as rodovias brasileiras:

- classe 45: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 450 kN de peso total;
- classe 30: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 300 kN de peso total;
- classe 12: na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 120 kN de peso total.

Para passarelas de pedestres há uma única classe, na qual a carga móvel é uma carga uniformemente distribuída de intensidade $p = 5\text{kN/m}$, não majorada pelo coeficiente de impacto.

A composição dos trens-tipo citados acima está na Tabela 4.1 e na Figura 4.1. O veículo-tipo e suas características podem ser observados na Tabela 4.2 e na Figura 4.2.

Tabela 4.1 – Cargas dos veículos (NBR – 7188, 1982).

| Class e da ponte | Veículo | | | Carga | | | | Disposição da carga |
|------------------------|---------|------------|----|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|-------------------------------|
| | Tipo | Peso total | | p | | p' | | |
| | | kN | tf | kN/m ² | Kgf/m ² | kN/m ² | Kgf/m ² | |
| 45 | 45 | 450 | 45 | 5 | 500 | 3 | 300 | Carga p em toda a pista |
| 30 | 30 | 300 | 30 | 5 | 500 | 3 | 300 | Carga p' nos passeios |
| 12 | 12 | 120 | 12 | 4 | 400 | 3 | 300 | |

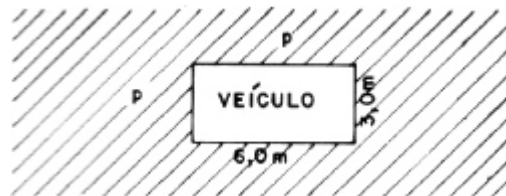


Figura 4.1 – Trem-tipo composto de um veículo e de cargas uniformemente distribuídas (NBR – 7188, 1982).

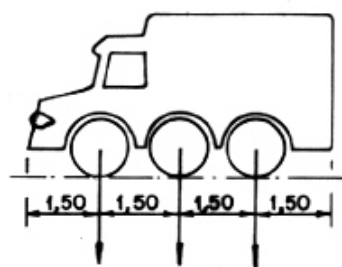
A carga distribuída de intensidade p é aplicada em toda a pista de rolamento, nesta incluídas as faixas de tráfego, os acostamentos e os afastamentos, desconsiderando apenas a área ocupada pelo veículo.

Os passeios, independentemente de largura e altura, são carregados com a carga distribuída de intensidade p' .

Tabela 4.2 – Características dos veículos (NBR – 7188, 1982).

| | Unidade | Tipo 45 | Tipo 30 | Tipo 12 |
|---|----------------|---------|---------|---------|
| Quantidade de eixos | Eixo | 3 | 3 | 2 |
| Peso total de veículo | kN-tf | 450-45 | 300-3 | 120-2 |
| Peso de cada roda dianteira | kN-tf | 75-7,5 | 50-5 | 20-2 |
| Peso de cada roda traseira | kN-tf | 75-7,5 | 50-5 | 40-4 |
| Peso de cada roda intermediária | kN-tf | 75-7,5 | 50-5 | - |
| Largura de contato b_1 de cada roda dianteira | m | 0,50 | 0,40 | 0,20 |
| Largura de contato b_3 de cada roda dianteira | m | 0,50 | 0,40 | 0,30 |
| Largura de contato b_2 de cada roda dianteira | m | 0,50 | 0,40 | - |
| Comprimento de contato de cada roda | m | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| Área de contato de cada roda | m ² | 0,20xb | 0,20xb | 0,20xb |
| Distância entre os eixos | m | 1,50 | 1,50 | 3,00 |
| Distância entre os centros de roda de cada eixo | m | 2,00 | 2,00 | 2,00 |

TIPOS 45 E 30



TIPO 12

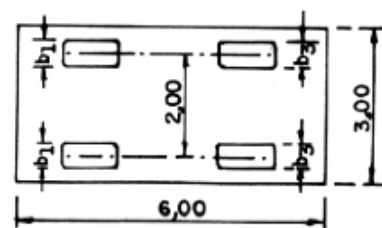
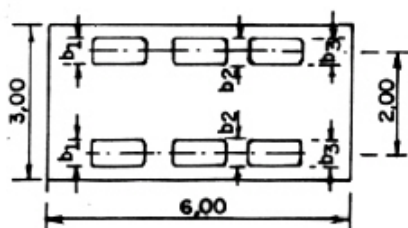
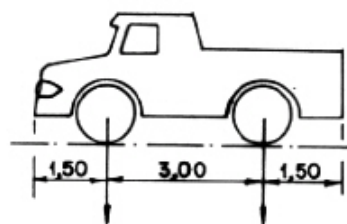


Figura 4.2 – Veículos-tipo (NBR – 7188, 1982).

4.2.2. NBR – 7189 – Cargas móveis para projetos estrutural de obras ferroviárias

A NBR – 7189 (1985) prevê as seguintes classes de trens-tipo ferroviários brasileiros:

- TB-360: para ferrovias sujeitas a transporte de minério de ferro ou outros carregamentos equivalentes;
- TB-270: para ferrovias sujeitas a transporte de carga geral;
- TB-240: para ser adotado somente na verificação de estabilidade e projeto de reforço de obras existentes;
- TB-170: para vias sujeitas exclusivamente ao transporte de passageiros em regiões metropolitanas ou suburbanas.

As características dos trens-tipo citados acima podem ser observadas na Figura 4.3 e na Tabela 4.3.

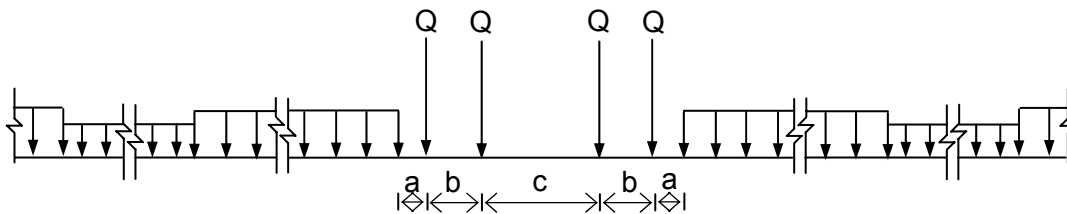


Figura 4.3 – Características geométricas do trem-tipo (NBR – 7189, 1985).

Tabela 4.3 – Cargas dos trens-tipo (NBR – 7189, 1985).

| TB | Q (kN) | q (kN/m) | q'(kN/m) | a (m) | b (m) | c (m) |
|-----|--------|----------|----------|-------|-------|-------|
| 360 | 360 | 120 | 20 | 1,00 | 2,00 | 2,00 |
| 270 | 270 | 90 | 15 | 1,00 | 2,00 | 2,00 |
| 240 | 240 | 80 | 15 | 1,00 | 2,00 | 2,00 |
| 170 | 170 | 25 | 15 | 11,00 | 2,50 | 5,00 |

Tratando-se de trem-tipo ferroviário, o cálculo da envoltória de esforços é feito utilizando dois valores para carga distribuída, q e q' , que são valores da carga considerando vagão cheio e vazio, respectivamente. O cálculo é feito de forma a majorar o esforço, tornando o efeito da carga o mais desfavorável possível. Por exemplo, nos trechos em que a aplicação da carga distribuída

cause um efeito favorável, considera-se que atua q' , que é o menor valor para a carga distribuída, e quando o efeito for desfavorável, considera-se que atua q , que é o maior valor.

4.2.3. Interface gráfica

A interface gráfica criada no FTOOL para a edição do trem-tipo pode ser vista na Figura 4.4, onde aparecem em destaque o módulo de edição de trem-tipo e o botão criado para acessar este módulo.



Figura 4.4 - Interface gráfica para a edição de um novo trem-tipo.








A seleção de um determinado trem-tipo pode ser feita através da lista expansível, indicada na Figura 4.5.



Figura 4.5 – Lista expansível para seleção do trem-tipo.

Para a manipulação e visualização do trem-tipo, além dos botões padrões do FTOOL, foram adicionados à interface novos botões, como pode ser visto no Quadro 4.1:

Quadro 4.1 – Botões de manipulação do trem-tipo.

| | |
|---|--|
|  | Cria um novo trem- tipo |
|  | Importa a lista de trens-tipo de outro arquivo |
|  | Renomeia o trem-tipo |
|  | Faz uma cópia do trem-tipo corrente |
|  | Remove o trem-tipo corrente |
|  | Exibe apenas o trem-tipo |
|  | Ao traçar uma linha de influência, exibe o trem-tipo nas posições críticas |

Ao selecionar a opção de criar um novo trem-tipo ou copiar o trem-tipo corrente, é exibido um módulo para edição do nome do novo trem-tipo, conforme Figura 4.6.



Figura 4.6 – Módulo para edição do nome do trem-tipo.

Cada trem-tipo tem associado a ele um comprimento, que pode ser editado através da área mostrada na Figura 4.7.



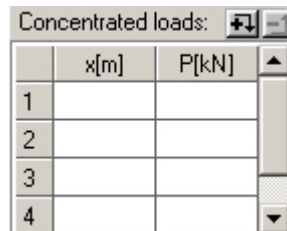
Figura 4.7 – Área destinada à edição do comprimento do trem-tipo.

O trem-tipo é composto por cargas concentradas, cargas uniformemente distribuídas e cargas de multidão. Ao inserir qualquer carga no trem-tipo, considera-se que ela seja orientada no sentido de cima para baixo e, por isso, conforme a convenção de sinais do FTOOL, as cargas sempre aparecem com um sinal negativo, mesmo quando este não é colocado durante a edição.

4.2.4. Carga Concentrada

A matriz de carga concentrada, Figura 4.8, é composta por duas colunas:

- x – posição da carga em relação à origem do trem-tipo;
- P – valor da carga.



| | x[m] | P[kN] |
|---|------|-------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

Figura 4.8 – Matriz de cargas concentradas.

Não se permite criar um trem-tipo com cargas concentradas ocupando a mesma posição, nem com posição menor que a origem ou maior que o comprimento do trem-tipo. Para adicionar uma nova carga concentrada ao trem-tipo deve-se primeiro entrar com a posição e depois com o valor da carga. À medida que são inseridas novas cargas, estas são automaticamente ordenadas pela posição, da menor para a maior. Acima da matriz existem dois botões que permitem aumentar e diminuir o número de linhas da matriz, porém, não se permite que o número de linhas seja menor que cinco. O número de linhas visíveis é sempre igual a quatro.

4.2.5. Carga Distribuída

A matriz de cargas distribuídas varia conforme o tipo de trem-tipo, que é definido por um marcador localizado acima da matriz. A opção padrão é trem-tipo rodoviário (*Highway load-train*).

No caso de trem-tipo rodoviário, Figura 4.9, aparecem três colunas:

- x_a - posição inicial da carga;
- x_b - posição final da carga;
- q - valor da carga.

| | xa | xb | q |
|---|----|----|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

Figura 4.9 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo rodoviário.

No caso de trem-tipo ferroviário (*Railway load-train*), Figura 4.10, aparecem quatro colunas:

- xa - posição inicial da carga;
- xb - posição final da carga;
- q - valor da carga considerando o vagão cheio;
- q' - valor da carga considerando o vagão vazio.

| | xb | q | q' |
|---|----|---|----|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

Figura 4.10 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo ferroviário.

Não se permite criar um trem-tipo com cargas distribuídas que se sobreponham. As posições inicial e final da carga devem ser maiores que a origem e menores que o comprimento do trem-tipo. Para adicionar uma nova carga distribuída ao trem-tipo deve-se primeiro entrar com as posições inicial e final e depois com o valor da carga. No caso do trem-tipo ferroviário, a primeira carga a ser editada deve ser q e depois q' . À medida que são inseridas novas cargas, estas são automaticamente ordenadas pela posição inicial, da menor para a maior. Quando o valor de xa é maior que xb ou q é menor do que q' , automaticamente invertem-se estes valores. É possível modificar o tipo do trem-tipo mesmo depois de já ter sido criado. Ao transformar um trem-tipo rodoviário em ferroviário, q e q' assumem o valor de q e, caso a transformação seja inversa, q mantém seu valor e ignora-se q' . Similarmente à matriz de cargas concentradas, a matriz de cargas distribuídas possui botões que permitem manipular o número de linhas.

4.2.6. Carga de Multidão

Podem existir dois tipos de carga de multidão:

- Externa (p): atua nos intervalos que não estão sob o trem-tipo.
- Interna (p'): atua na mesmo intervalo ocupado pelo trem-tipo.

A Figura 4.11 mostra a área na interface destinada à edição dessas cargas. Quando não houver uma dessas cargas de multidão, seu valor deve ser igual a zero. As cargas de multidão podem atuar parcialmente ao longo da estrutura. O que se busca são as posições de atuação das cargas interna e externa que maximizam ou minimizam o esforço. O valor máximo de um determinado esforço será obtido quando as cargas de multidão estão posicionadas sobre ordenadas positivas da LI , e o valor mínimo é obtido quando estiverem posicionadas sobre ordenadas negativas da LI .

| Accidental Load [kN/m]: | |
|-------------------------|----------------------|
| Exterior | <input type="text"/> |
| Interior | <input type="text"/> |

Figura 4.11 – Cargas de multidão.

A carga de multidão interna é um caso particular que ocorre ao transformar um trem-tipo bidimensional em unidimensional. Por exemplo, os trens-tipo da NBR-7188 (1982) são bidimensionais e, ao serem utilizados para projetar uma estrutura plana, eles deve ser transformados em unidimensionais.

Como exemplo desse procedimento, a Figura 4.12 ilustra o trecho de uma ponte com duas vigas longitudinais da qual deseja-se dimensionar uma das vigas utilizando o trem-tipo classe 45 da NBR-7188 (1982). Este procedimento deve ser feito à parte da presente implementação computacional.

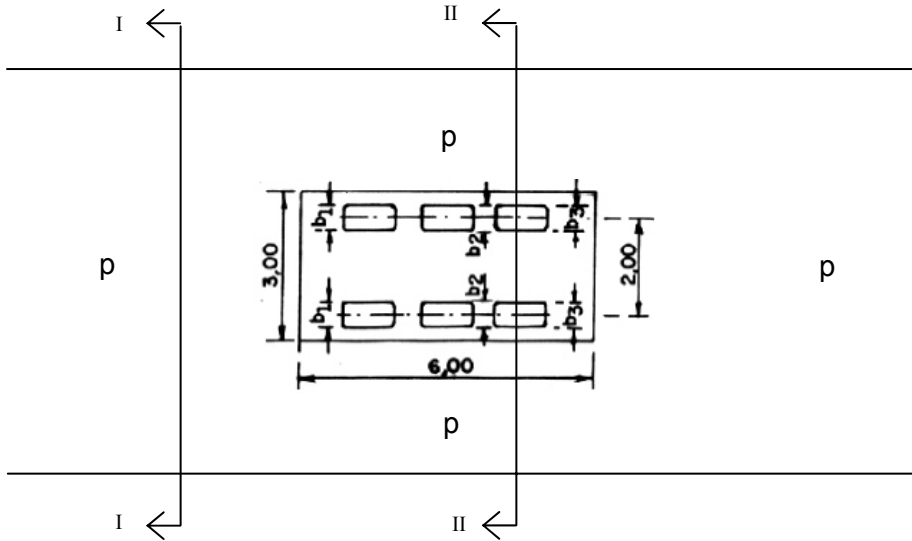
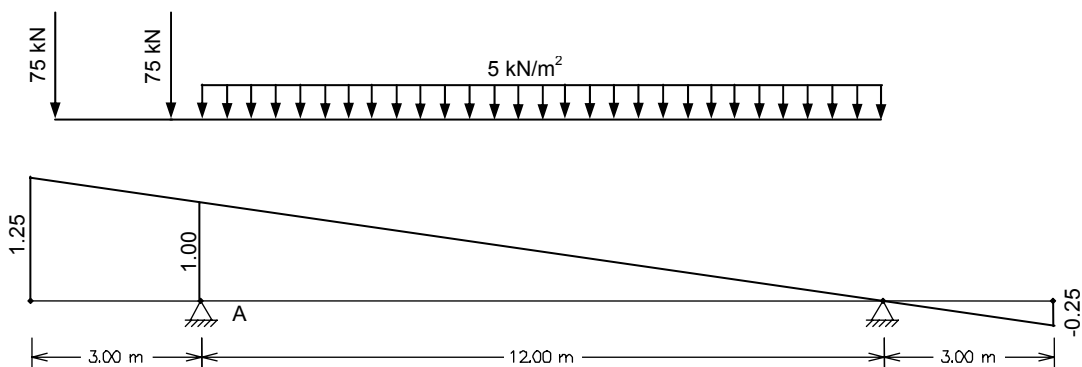


Figura 4.12 – Trecho de uma ponte.

A Figura 4.13 representa a seção transversal $II - II$ e mostra a LI da reação em A , que representa o efeito da carga móvel sobre uma das vigas longitudinais do exemplo. Como esta seção está sob a área de atuação do veículo-tipo, posiciona-se o trem-tipo na posição que provoca a maior reação no apoio A e calcula-se a reação R_A provocada apenas pelas cargas concentradas. A carga de multidão, que inicialmente era distribuída por unidade de área, é transformada em uma carga por unidade de comprimento. Para isso, considera-se a carga de multidão apenas na área da LI que aumentaria a reação em A .

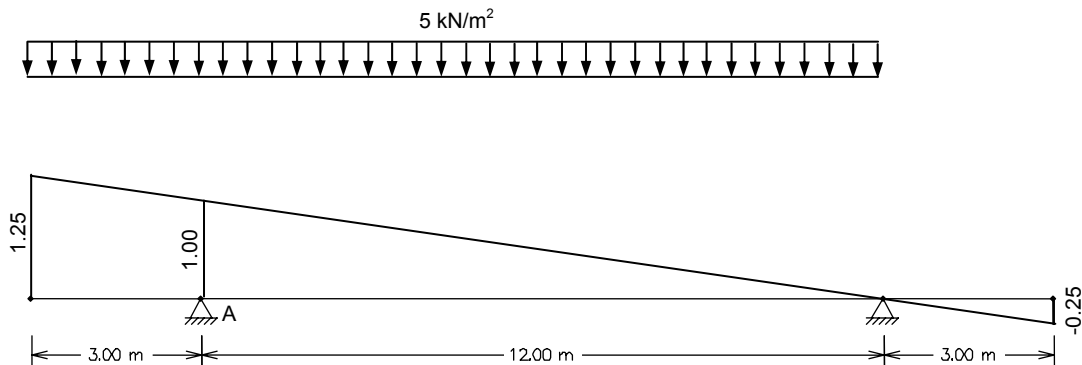


$$R_A^{conc} = 75 \times 1.21 + 75 \times 1.04 = 168.75 \text{ KN}$$

$$p' = 12 \times 5 = 60.00 \text{ kN/m}$$

Figura 4.13 – LI da reação no apoio A , na Seção $II - II$.

Já a seção transversal $I - I$, mostrada na Figura 4.14, não está sob o veículo-tipo. Então, deve-se apenas transformar a carga de multidão p em carga por unidade de comprimento, de maneira similar ao que foi feito com p' .



$$p = 15 \times 5 = 75.00 \text{ kN/m}$$

Figura 4.14 – LI da reação no apoio A , na Seção $I - I$.

O trem-tipo unidimensional resultante que irá atuar na direção longitudinal da viga do exemplo é mostrado na Figura 4.15.

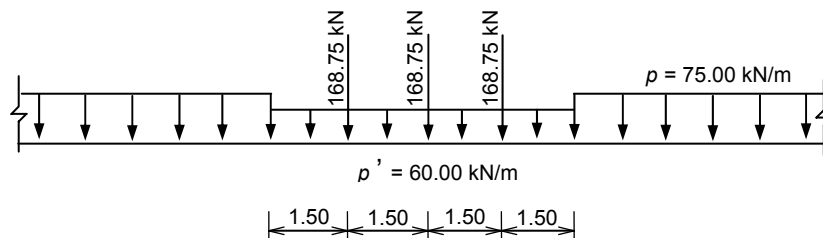


Figura 4.15 – Trem-tipo unidimensional resultante da transformação do trem-tipo classe 45 da NBR-7188 (1982).

4.2.7. Estrutura de Dados

A estrutura de dados do trem-tipo (Figura 4.16) é formada por um ponteiro para a lista duplamente encadeada de cargas concentradas (*conclist*), um ponteiro para a lista duplamente encadeada de cargas uniformemente distribuídas (*uniflist*) e pelos seguintes parâmetros:

- *acc_ext* – valor da carga de multidão externa;
- *acc_int* – valor da carga de multidão interna;
- *conc_load* – número de cargas concentradas;
- *unif_load* – número de cargas distribuídas;
- *length* – comprimento do trem-tipo;
- *type* – tipo de trem-tipo, que pode ser rodoviário ou ferroviário;
- *symmetry* – flag que indica se o trem-tipo é simétrico ou não.

As estruturas que guardam as informações das cargas concentradas e distribuídas são formadas por ponteiros (*prev* e *next*) que fazem o encadeamento das respectivas listas e por parâmetros que armazenam os dados de cada carga inserida pelo usuário, os quais já foram descritos anteriormente ao mostrar as matrizes de edição dessas cargas.

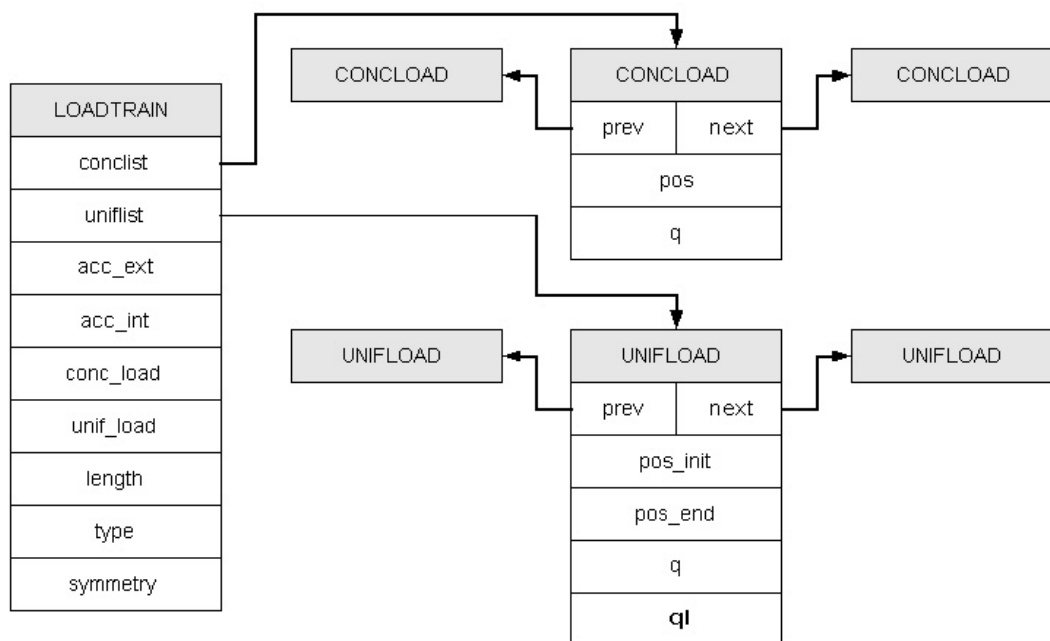


Figura 4.16 – Estrutura de dados do trem-tipo.

4.3. Função Aptidão

Como já foi visto, a envoltória de esforços de uma estrutura é um diagrama que representa, para cada seção transversal da estrutura, os esforços limites devido à ação de uma carga móvel. Então, pode-se dizer que existe um diferente problema de otimização a ser resolvido para cada uma dessas seções. O método usado para resolver esse problema será discutido adiante, porém, pode-

se adiantar que será necessária uma função aptidão, que será responsável por indicar a qualidade da solução durante o processo de otimização.

Neste caso, a função aptidão calcula o esforço em uma determinada seção transversal da estrutura para uma dada posição do trem-tipo. Durante o processo de otimização, a avaliação desta função será feita inúmeras vezes, para diferentes posições do trem-tipo.

Visando diminuir o esforço computacional envolvido nestes cálculos, ao se iniciar o processo de otimização em uma determinada seção transversal faz-se uma análise da LI e armazena-se as informações referentes a alguns de seus pontos, visto que o cálculo do esforço em uma seção transversal é realizado a partir de informações obtidas através da LI .

Na presente implementação, a LI é calculada pelo FTOOL conforme descrito na Seção 2.4.1 e exportada para a avaliação da envoltória como uma seqüência de valores, que são tratados como uma função linear por partes. Como o passo de avaliação é muito pequeno, o erro de avaliação de valores pontuais e de área é muito pequeno. Isso deve ser verificado em implementações futuras, através do cálculo da área da LI utilizando integração numérica.

4.3.1. Eventos

A análise da LI consiste em identificar alguns pontos de maior importância e guardar informações sobre eles. Estes pontos, Figura 4.17, foram denominados de eventos, que são pontos onde ocorrem:

- valores máximos ou mínimos;
- mudanças de sinal, isto é, pontos em que a LI tenha valor nulo;
- descontinuidades;
- o início ou o fim de um trecho de valor constante;
- o início ou o fim da própria LI .

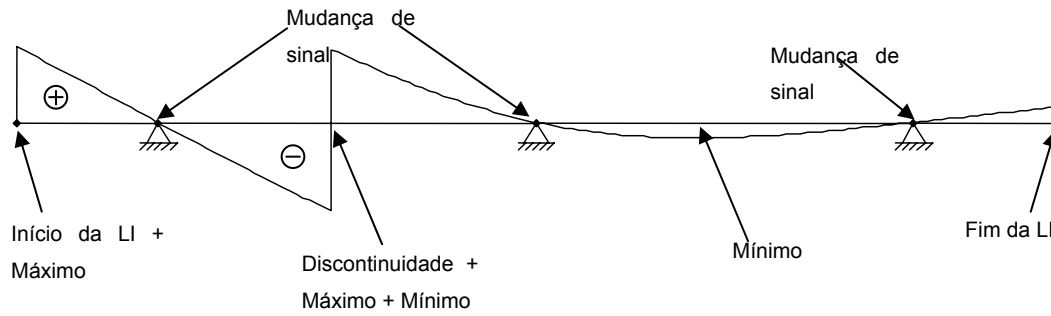


Figura 4.17 – Linha de influência com a identificação dos eventos.

4.3.1.1. Estrutura de Dados dos Eventos

Esses eventos são organizados em uma lista duplamente encadeada e, para guardar as informações referentes a eles, criou-se uma estrutura de dados, Figura 4.18, formada por dois ponteiros (*prev* e *next*) que fazem o encadeamento da lista e pelos seguintes parâmetros:

- *type* – tipo de evento;
- *pos* – posição em relação à origem da *LI* em que ocorre o evento;
- *val_left* – valor à esquerda do evento;
- *val_right* – valor à direita do evento;
- *area* – área à esquerda do evento.

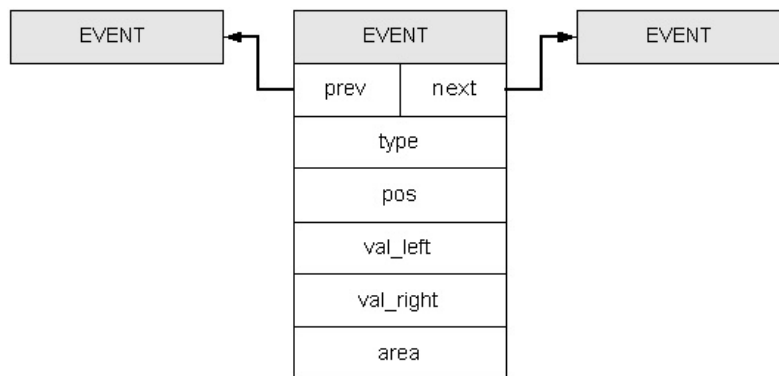


Figura 4.18 – Estrutura de dados de um evento

Foram identificados os seguintes tipos de evento:

- IL_START – início da LI ;
- IL_END – fim da LI ;
- IL_DISCONT_UP – descontinuidade na LI , sendo o valor à esquerda maior que o valor à direita;
- IL_DISCONT_DOWN – descontinuidade na LI , sendo o valor à esquerda menor que o valor à direita;
- IL_MIN – ponto de mínimo da LI ;
- IL_MAX – ponto de máximo da LI ;
- IL_CROSS_UP – quando a LI cruza o eixo e o valor à esquerda é maior que o valor à direita;
- IL_CROSS_DOWN – quando a LI cruza o eixo e o valor à esquerda é menor que o valor à direita;
- IL_CTE_START – início de um intervalo da LI de valor constante;
- IL_CTE_END – fim de um intervalo da LI de valor constante.

Como em um evento pode ocorrer a combinação dos vários tipos descritos acima, a classificação quanto ao tipo de evento foi realizada utilizando combinação binária dos tipos de eventos. O Quadro 4.2 exibe os possíveis tipos de ocorrência de eventos, isolados ou combinados.

Quadro 4.2 – Possíveis tipos de ocorrência de eventos.

| EVENTOS COMBINADOS | | |
|---------------------------|---------------|---------------|
| IL_START | IL_MAX | |
| | IL_MIN | |
| | IL_CTE_START | |
| | IL_MAX | IL_CROSS_UP |
| | | IL_CROSS_DOWN |
| IL_END | IL_MAX | |
| | IL_MIN | |
| | IL_CTE_END | |
| | IL_MAX | IL_CROSS_DOWN |
| | IL_MIN | IL_CROSS_UP |
| IL_DISCONT_UP | IL_CTE_START | |
| | IL_CTE_END | |
| | IL_CTE_END | IL_CTE_START |
| | | IL_MIN |
| | IL_MAX | IL_CTE_START |
| | IL_MIN | |
| IL_DISCONT_DOWN | IL_CTE_START | |
| | IL_CTE_END | |
| | IL_CTE_END | IL_CTE_START |
| | | IL_MAX |
| | IL_MIN | IL_CTE_START |
| | IL_MAX | |
| IL_CROSS_UP | IL_CROSS_DOWN | IL_MAX |
| | | IL_MIN |
| EVENTOS ISOLADOS | | |
| IL_CROSS_UP | | |
| IL_CROSS_DOWN | | |
| IL_MAX | | |
| IL_MIN | | |
| IL_CTE_START | | |
| IL_CTE_END | | |

4.3.2. Cálculo da Função Aptidão



Para se calcular o valor de um determinado esforço em uma seção transversal da estrutura, dados a linha de influência deste esforço nesta seção e a posição do trem-tipo, deve-se fazer o somatório das seguintes parcelas:

- produto de cada carga concentrada pelo valor da ordenada da LI na posição da carga. Quando houver uma descontinuidade na posição da carga, deve-se assumir o valor mais desfavorável, ou seja, quando tratar de envoltória máxima dos esforços, deve contribuir aumentando o valor da função aptidão e no caso de envoltória mínima, diminuindo;
- produto de cada carga uniformemente distribuída pela área LI sob a carga. No caso de trem-tipo ferroviário, os dois valores definidos para cada carga distribuída, um correspondente ao carregamento de um vagão cheio e outro ao carregamento de um vagão vazio, devem ser utilizados no cálculo de forma que contribuam de maneira mais desfavorável;
- caso haja valores definidos para as cargas de multidão, faz-se o produto entre este valor e as áreas da LI que sejam desfavoráveis.

4.3.3. Envoltória de Esforços no FTOOL

Na interface gráfica, dentro do módulo de edição de trens-tipo, foram criados botões para calcular a envoltória de esforços (Quadro 4.3).

Quadro 4.3– Botões para calcular a envoltória de esforços.

| | |
|---|--|
|  | Calcula a envoltória de esforços considerando apenas a carga móvel |
|  | Calcula a envoltória de esforços considerando a carga permanente além da carga móvel |

Porém, deve-se entender como o programa analisa a estrutura antes de fazer o cálculo da envoltória de esforços e conhecer as possíveis maneiras de interagir com o programa.

Primeiro deve-se selecionar o trem-tipo e o esforço, Figura 4.19, para o qual deseja-se obter a envoltória. Ao selecionar o esforço, o programa verifica se estão definidas as propriedades de todos os elementos estruturais e, caso

positivo, entra em modo de pós-processamento. Caso, ao solicitar o cálculo da envoltória, já esteja em modo de pós-processamento, a envoltória será traçada para o tipo de esforço corrente. Caso não haja esforço selecionado, a opção padrão é o esforço cortante.

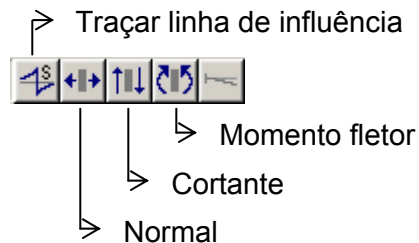


Figura 4.19 – Botões para seleção dos esforços.

Em seguida, é verificado se a estrutura forma um caminho contínuo, isto é, que não apresente elementos estruturais isolados, e suave, que apresente uma inclinação viável ao deslocamento de uma carga móvel sobre ela. Caso contrário, solicita que o usuário selecione o caminho que o trem-tipo irá percorrer, embora a envoltória continue sendo calculada para todos os elementos estruturais. Para se fazer a seleção, deve-se verificar se o botão que indica que será traçada a *LI* para novas seções, Figura 4.19, não está selecionado, e, permanecendo com a tecla SHIFT pressionada, clicar nos elementos que irão formar o caminho do trem-tipo. Por exemplo, no pórtico da Figura 4.20, considerando um trem-tipo qualquer que se desloque apenas sobre a viga do pórtico, o valor da envoltória nas colunas do pórtico não será nulo, pois, ao deslocar-se sobre a viga, o trem-tipo causará esforços nas seções transversais das colunas.

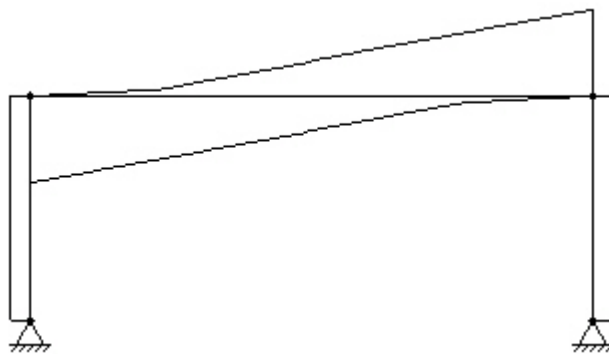


Figura 4.20 – Pórtico com envoltória de esforço cortante devido à ação de uma carga móvel

A estrutura é discretizada em um certo número de seções, que é obtido estimando a distância entre as seções através da equação 4.1.

$$dx = 0,005l \quad (4.1)$$

O número total de seções (n_{sec}) é dado pela equação 4.2.

$$n_{sec} = \frac{l_{tot}}{dx} \quad (4.2)$$

Onde:

dx - distância entre as seções transversais da estrutura;

l - comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer;

l_{tot} - comprimento total da estrutura.

Para cada uma dessas seções, calcula-se a linha de influência e determinam-se os valores máximo e mínimo do esforço nessa seção através do algoritmo de otimização desenvolvido. Sempre serão consideradas seções nos apoios e na extremidade livre de balanços.

Existe também a opção de calcular os esforços limites apenas em uma seção da estrutura. Sempre que o botão para exibir o trem-tipo nas posições críticas (Quadro 4.1) estiver selecionado, calcula-se automaticamente o valor dos esforços limites ao traçar a LI para uma determinada seção transversal, além de desenhar o trem-tipo nas posições que causam esses esforços limites. O trem-tipo é desenhado conforme a convenção de sinais da LI , ou seja, se os valores positivos da LI são desenhados na parte superior de cada membro da estrutura, o trem-tipo será desenhado na parte superior da estrutura na posição que causa o esforço máximo e na parte inferior na posição que causa o esforço mínimo (Figura 4.21).

Deve-se ressaltar que esse desenho das posições do trem-tipo é muito importante para o aprendizado do aluno sobre a consideração de cargas móveis em estruturas.

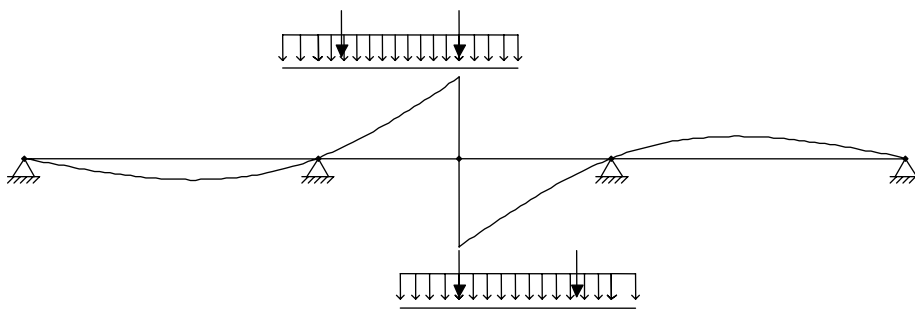


Figura 4.21 – LI com trem-tipo nas posições críticas.

5 Algoritmos Implementados

5.1. Introdução

O método de otimização adotado para determinar a envoltória de esforços limites foi a Estratégia Evolutiva que, como já foi descrito no capítulo 3, faz parte da família dos algoritmos evolucionários, não exige uma representação matemática da função objetivo e apresenta bom desempenho ao lidar com funções multimodais, como é o caso da envoltória de esforços. Porém, como existem variações dentro desse método, fez-se a implementação de duas maneiras distintas, de forma que fosse possível avaliar qual apresentaria melhor comportamento para esse tipo de problema. As estratégias implementadas foram as conhecidas como $1 + \lambda - EE$ e $\mu + \lambda - EE$, cujos detalhes da aplicação neste problema em particular serão discutidos a seguir. Além de utilizar algoritmos de EE para resolver o problema de envoltórias, foi desenvolvido um outro método de solução denominado *Força Bruta*. Para refinamento dos resultados obtidos por esses métodos foi desenvolvido o processo *Cargas-empíricas*.

5.2. Considerações gerais

Algumas considerações podem ser feitas de uma maneira geral para ambos os algoritmos evolucionários utilizados. São elas:

- Função Aptidão

Não existe uma função matemática que descreva a envoltória de esforços de uma estrutura de forma a exercer o papel de função aptidão. Porém, dentro do FTOOL foi desenvolvido um módulo que determina o valor de um esforço em uma seção da estrutura, dada a posição do trem-tipo.

Nos algoritmos de EE implementados, o valor desse esforço exerce o papel de função aptidão, ou seja, apresentará melhor *aptidão* o indivíduo que tiver o maior valor do esforço no caso de envoltória de esforços

máximos e, no caso de envoltória de esforços mínimos, o indivíduo com o menor valor.

- Espaço de busca

As posições do trem-tipo que causam os esforços máximos e mínimos para cada seção transversal da estrutura são pontos no espaço de busca. Sendo o FTOOL um programa de análise de pórticos planos e considerando que o trem-tipo desloca-se apenas horizontalmente, o espaço de busca é unidimensional e essas posições são descritas apenas por uma variável.

Sendo assim, o espaço de busca será a projeção horizontal do caminho a ser percorrido pelo trem-tipo acrescida do comprimento do trem-tipo, pois a busca é feita considerando desde posições onde todo o trem-tipo é posicionado sobre o caminho de busca, até posições que o considera parcialmente ou completamente fora deste caminho. A origem será sempre a posição inicial deste caminho. Como exemplo, é mostrado na Figura 5.1 o espaço de busca considerado no caso de um pórtico com viga inclinada e um dado trem-tipo, onde:

l - comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer;

l_t - comprimento do trem-tipo.

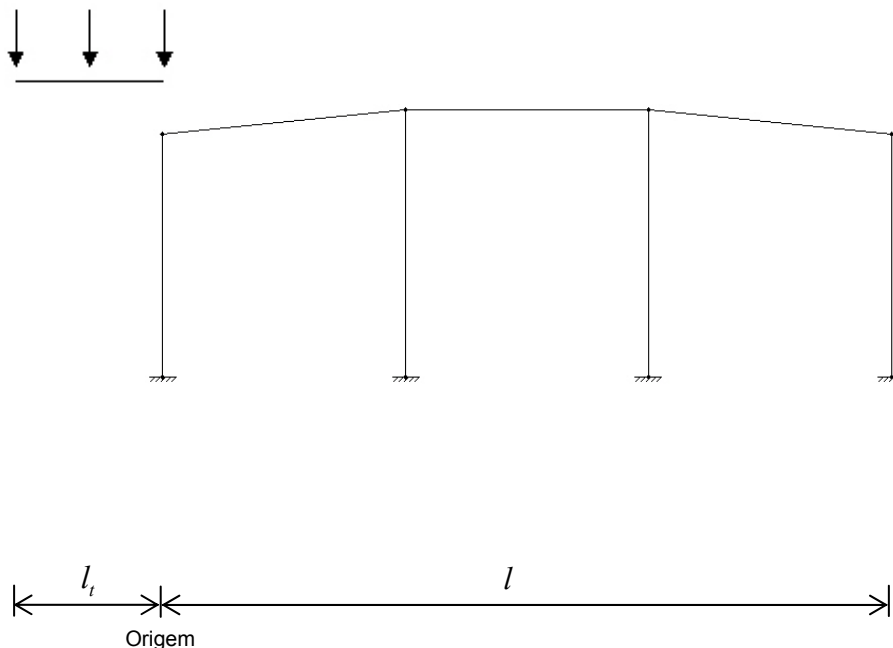


Figura 5.1 – Pórtico com viga inclinada, trem-tipo e espaço de busca.

- **Parâmetros Adotados**

Para utilizar qualquer um dos algoritmos descritos a seguir será necessário estabelecer os parâmetros a serem utilizados. O ideal seria determinar valores ótimos para os parâmetros a cada problema, o que consistiria um processo de tentativa e erro para cada estrutura que se desejasse traçar a envoltória. Porém, como a idéia é que estes parâmetros fiquem internos no FTOOL, não permitindo que o usuário possa alterá-los, foram realizados vários testes em diferentes estruturas, com diferentes dimensões e com trens-tipo variados e estabeleceu-se, para cada algoritmo implementado, valores para esses parâmetros que fornecem bons resultados na maioria dos casos.

5.3.

Estratégia $1 + \lambda$ - EE

Essa estratégia foi implementada utilizando heurísticas adicionais relacionadas a envoltórias de esforços.

O operador de mutação foi utilizado para obter os descendentes a partir do genitor, embora não tenha sido aplicado ao desvio-padrão. A idéia de auto-adaptação do desvio-padrão não foi utilizada a cada geração porque a busca foi feita através da sub-divisão do espaço de busca. O operador de recombinação não foi utilizado.

5.3.1.

Sub-divisão do Espaço de busca

Por se tratar de um problema unidimensional, foi possível fazer a busca dividindo-se o espaço de busca em trechos e determinando para cada um deles os esforços máximo e mínimo locais. No final, os esforços limites globais são determinados a partir dos resultados locais obtidos.

Os trechos de uma LI são limitados por eventos do tipo IL_START , IL_END , $IL_DISCONT_UP$, $IL_DISCONT_DOWN$, IL_MIN , IL_MAX , IL_CROSS_UP e IL_CROSS_DOWN .

Outra particularidade é que o posicionamento do trem-tipo foi feito a partir da posição da maior carga concentrada, sendo que quando houver mais de uma carga com o mesmo valor, a referência será a carga mais próxima à origem do trem-tipo. Quando não houver carga concentrada, toma-se como referência a própria origem do trem-tipo.

Como a busca deve ser feita considerando desde posições onde o trem-tipo esteja todo posicionado sobre a estrutura a posições que o deixem parcialmente ou completamente fora dela, existe um trecho antes do início da LI , que é dado pela distância da maior carga concentrada até o início da LI , e um após o fim da LI , que é dado pela distância entre o fim da LI e a maior carga concentrada, como está ilustrado pela Figura 5.2.



Figura 5.2 – Determinação do trecho inicial e final.

5.3.1.1.

Estrutura de dados

Os trechos de busca são organizados em uma lista duplamente encadeada. A estrutura de dados criada para guardar as informações referentes a esses trechos é formada por dois ponteiros (*prev* e *next*) que fazem o encadeamento da lista e pelos seguintes parâmetros (Figura 5.3):

- *pos_init* – posição inicial do trecho em relação à origem da LI ;
- *pos_end* – posição final do trecho, em relação à origem da LI ;
- *val_max* – valor máximo da envoltória no trecho;
- *pos_max* – posição da origem do trem-tipo em relação à origem da LI que ocorre o valor máximo da envoltória;
- *sent_max* – sentido do trem-tipo que causa o valor máximo da envoltória;
- *val_min* – valor mínimo da envoltória no trecho;
- *pos_min* – posição do início do trem-tipo em relação à origem da LI que ocorre o valor mínimo da envoltória;
- *sent_min* – sentido do trem-tipo que causa o valor mínimo da envoltória.

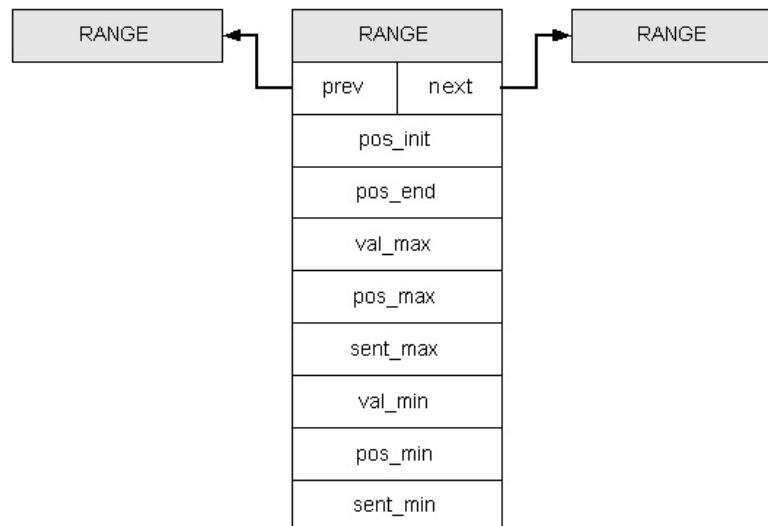


Figura 5.3 – Estrutura de dados dos trechos.

5.3.1.2. Inicialização da população

A inicialização da população pode ser feita de maneira aleatória, mas visando obter um melhor desempenho, optou-se por inicializar a população selecionando posições que fossem possíveis soluções do problema.

Ao traçar manualmente a envoltória de esforços de uma determinada estrutura sujeita a ação de um trem-tipo que possua cargas concentradas, é intuitivo posicionar a maior carga concentrada sobre os valores extremos e descontinuidades da LI , pois em grande parte dos casos, são as posições mais desfavoráveis à estrutura, isto é, posições que causam os maiores esforços.

Então, como os trechos são limitados por eventos destes tipos e como nesta estratégia a população possui apenas um indivíduo, a busca em cada trecho inicia-se com um indivíduo que represente a maior carga concentrada do trem-tipo posicionada no início do trecho. No fim da busca no trecho avalia-se o indivíduo que corresponde a maior carga concentrada do trem-tipo posicionado no final do trecho.

5.3.1.3. Mutação

Na estratégia $1 + \lambda - EE$ a população possui apenas um indivíduo que sofre mutação para gerar os λ descendentes.

Ao optar por essa estratégia, o primeiro passo foi ajustar o número de descendentes (λ) que seriam gerados. Na literatura (BÄCK & HAMMEL, 1994;

COSTA & OLIVEIRA, 2002; BACK,1992) encontram-se recomendações para utilizar valores de λ/μ entre cinco e sete quando o valor de μ não for muito pequeno. Como nessa estratégia μ é igual a um, foi adotado λ igual a dez, que conforme testes realizados, foi o valor que apresentou melhores resultados.

A mutação é realizada a partir de uma perturbação Gaussiana de média nula e um determinado desvio padrão, conforme equação 3.8.

Visando explorar as características da LI , o valor do desvio padrão (σ) é determinado a partir de uma porcentagem do comprimento de cada trecho, tendo sido estipulado um valor de 25% do comprimento. Por exemplo, trechos com pequenos comprimentos correspondem a áreas mais perturbadas, onde uma pequena variação na posição do trem-tipo tende a causar uma maior variação no valor do esforço que se pretende traçar a envoltória. Neste caso é necessária uma maior atenção durante a busca, ou seja, deve-se utilizar um desvio padrão pequeno. Porém, visando evitar que o desvio padrão assuma valores muito pequenos e torne a busca muito lenta ou valores muito grandes de forma que não seja possível encontrar resultados satisfatórios, estabeleceu-se o valor máximo e o mínimo que o desvio padrão pode assumir, sendo:

$$\sigma_{\max} = 4,00 \text{ m}$$

$$\sigma_{\min} = 0,20 \text{ m}$$

5.3.1.4. Seleção

Após a mutação do indivíduo pai para gerar os λ descendentes, a população passa a ter $1+\lambda$ indivíduos, dos quais apenas um é selecionado para permanecer na população.

A seleção é feita com base na avaliação da função aptidão, de forma que o indivíduo que apresentar a melhor *aptidão* permanece na população.

Quando em uma determinada geração a população não se modificar, isto é, nenhum dos λ descendentes gerados apresentar melhor *aptidão* que o pai, é sinal que este ponto pode ser um máximo/mínimo local. Sendo assim, optou-se por fazer uma busca local, diminuindo o valor do desvio padrão para o valor σ_{\min} , visando melhorar a qualidade da solução encontrada. Isso é mostrado na Figura 5.4, onde o primeiro ponto de máximo/mínimo local é indicado como 1º ponto limite. A busca prossegue com este valor de desvio padrão até a próxima geração que a população não se modificar, ou seja, até encontrar um próximo

ponto limite. Feito isso, isola-se o espaço onde já foi realizada a busca dentro do trecho e reinicia-se a busca a partir de uma nova posição inicial, que é determinada a partir dos seguintes passos:

- após fazer a busca utilizando o valor σ calculado com base no comprimento do trecho e encontrar o primeiro ponto limite, marca-se uma suposta posição inicial para a próxima busca somando-se σ a posição deste ponto;
- continua-se a busca utilizando-se σ_{\min} e, após a determinação do novo ponto limite, calcula-se outra possível posição inicial somando-se σ_{\min} ao novo ponto encontrado;
- a posição a partir da qual se reiniciará a busca será a posição mais a direita entre as duas posições calculadas anteriormente. A população será iniciada com um indivíduo correspondente a esta posição e voltará a ser usado o desvio padrão original (σ).

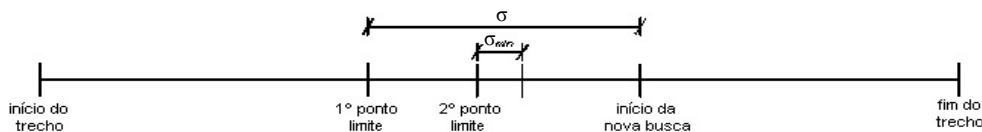


Figura 5.4 – Processo de busca por trechos.

Ao fim da busca no trecho, avalia-se o indivíduo que corresponde à posição final do trecho. Seleciona-se o melhor entre este indivíduo e o que representa a população.

Fazendo-se a busca desta forma pode-se garantir que todas as áreas da estrutura foram abrangidas.

Não existe uma fórmula que determine o número de avaliações da função aptidão, pois este número varia a cada vez que o cálculo da envoltória é solicitado. Para cada seção transversal da estrutura, a função aptidão é avaliada um diferente número de vezes.

5.3.1.5. Critério de parada

Como foi visto, a busca é feita dividindo-se o espaço de busca em trechos e fazendo com que o trem-tipo percorra todos eles. Logo, o critério de parada é completar a busca em todos os trechos.

5.4. Estratégia $\mu + \lambda - EE$

Na estratégia $\mu + \lambda - EE$ não se utilizou a sub-divisão do espaço de busca em trechos com a finalidade de avaliar o comportamento de um algoritmo de EE quando não lhe é fornecido informações adicionais do problema.

O único operador utilizado foi a mutação, que também foi aplicado ao desvio padrão, ou seja, empregou-se auto-adaptação do desvio padrão. Para isso, cada indivíduo tem associado a ele um desvio-padrão.

5.4.1. Estrutura de dados

Criou-se uma estrutura para representar os indivíduos que armazena as seguintes informações (Figura 5.5):

- *pos* – posição do trem-tipo no espaço de busca;
- *dp* – desvio padrão associado ao indivíduo;
- *env* – valor da função aptidão;
- *ger* – número de gerações que o indivíduo permanece na população;

| INDIV |
|------------|
| pos |
| dp |
| env |
| ger |

Figura 5.5 – Estrutura de dados de um indivíduo.

5.4.1.1. Inicialização da população

A inicialização da população foi feita de maneira aleatória, utilizando uma distribuição uniforme para gerar os indivíduos. Foi utilizado como ponto de referência para o posicionamento do trem-tipo a sua origem. O desvio padrão associado a cada indivíduo foi inicializado com o mesmo valor para todos os indivíduos da população. Este valor foi estipulado como sendo 10% do comprimento total do espaço de busca, conforme equação 5.1.

$$\sigma = 0,1(l + l_t) \quad (5.1)$$

onde:

l - comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer;

l_t - comprimento do trem-tipo;

5.4.1.2. Mutação

Na $\mu + \lambda - EE$ todos os indivíduos da população sofrem mutação para gerar os λ descendentes. Para a utilização da auto-adaptação do desvio padrão (σ) durante o processo evolutivo, aplicou-se as equações 3.7, 3.9 e 3.10. Sendo assim, antes do operador de mutação ser aplicado à população para gerar os descendentes, ele é aplicado ao desvio padrão. A mutação dos genitores é feita através da aplicação da equação 3.8.

5.4.1.3. Seleção

Após a mutação de todos os genitores, os quais geraram λ/μ descendentes cada um, a população passa a ter $\mu + \lambda$ indivíduos, dos quais apenas μ indivíduos são selecionados para permanecer na população.

Foram implementados os seguintes tipos de seleção:

- Seleção global

A seleção foi realizada fazendo uma concorrência entre todos os $\mu + \lambda$ indivíduos da população, de forma que os μ indivíduos que apresentassem o

melhor *aptidão* fossem selecionados para serem os genitores da próxima população. Porém, observou-se que certas vezes esse processo de seleção causava uma diminuição prematura da diversidade da população, prejudicando o processo evolutivo. Uma das causas observadas era a inicialização do desvio padrão, que era feita sempre com um mesmo valor, sem levar em conta as dimensões do trem-tipo e da estrutura, o que causava uma convergência prematura quando este valor era muito pequeno em relação às dimensões. Para corrigir esse erro, foi estabelecida a inicialização do desvio padrão através da equação 5.1.

Observou-se também que quando o tamanho da população (μ) é pequeno, ela pode não representar todo o espaço de busca, o que também pode levar a uma convergência para um máximo ou mínimo local .

- Seleção Individual

Cada genitor compete apenas com seus descendentes para permanecer na população, através da avaliação da *aptidão*. É como se os indivíduos dessa população evoluíssem paralelamente.

Os dois tipos de seleção tiveram bons resultados quando os parâmetros foram adequadamente estabelecidos. Ou seja, na seleção global é mais importante a população ter maior número de indivíduos (μ) do que continuar o processo evolutivo por um maior número de gerações (n_{ger}). Já na seleção individual, o número de gerações (n_{ger}) exerce papel fundamental. Conhecendo essas propriedades foram estabelecidos os seguintes valores para os parâmetros:

Tabela 5.1 – Parâmetros adotados na $(\mu + \lambda) - ES$.

| Parâmetros | Seleção | |
|------------|---------|------------|
| | Global | Individual |
| n_{ger} | 15 | 40 |
| μ | 20 | 7 |
| λ | 60 | 21 |

5.4.1.4. Critério de parada

Primeiramente pensou-se em adotar um critério de parada baseado na diversidade da população, estabelecendo-se um limite até o qual ela iria diminuir. Porém, poderia levar muito tempo até que a diversidade diminui-se até o limite desejado, desperdiçando um esforço muitas vezes desnecessário, pois, em muitos casos, pode existir uma boa solução na população antes que a diversidade atinja o limite estabelecido.

A opção adotada foi estabelecer o número máximo de gerações até o qual a população iria evoluir.

O número de avaliações da função aptidão para cada seção transversal da estrutura varia diretamente com o número de gerações da população, com o tamanho da população e com número de descendente, conforme a equação 5.2:

$$na = 2[\mu + (\lambda n_{ger})] \quad (5.2)$$

onde:

na - número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal da estrutura;

μ - número de genitores;

λ - número total de descendentes gerados a cada geração;

n_{ger} - número de gerações.

O número dois só aparece na equação 5.2 caso o trem-tipo não seja simétrico, pois, neste caso, o mesmo processo de otimização será realizado duas vezes, considerando o trem-tipo percorrendo a estrutura nos dois sentidos.

A equação 5.3 fornece o número total de avaliações da função aptidão:

$$n_{tot} = na \cdot n_{sec} \quad (5.3)$$

onde:

n_{tot} - número total de avaliações da função aptidão em toda estrutura;

n_{sec} - número de seções transversais que a estrutura foi discretizada;

5.5. Força Bruta

O processo que foi denominado *Força Bruta* não é um algoritmo evolucionário e nem propriamente um método de otimização. Consiste apenas em percorrer toda estrutura por passos de tamanho pré-estabelecido com o trem-tipo e calcular os valores dos esforços máximo e mínimo. Caso o trem-tipo não seja simétrico, esse processo é realizado percorrendo a estrutura com o trem-tipo nos dois sentidos. No final são determinados os esforços críticos na seção transversal em questão.

Neste processo, a precisão dos resultados depende do tamanho do passo (Δ), ou seja, quando menor o valor de Δ maior a chance de se obter bons resultados. Porém, Δ é um fator que influencia o número de vezes que serão calculados os esforços, logo, quanto menor Δ , maior o número de vezes que o cálculo dos esforços será repetido e conseqüentemente mais caro fica o processo. O número de repetições do cálculo do esforço também depende do tamanho do trem-tipo e do comprimento do caminho que ele deve percorrer e é determinado pela equação 5.4:

$$na = 2 \left(\frac{l + l_t}{\Delta} + 1 \right) \quad (5.4)$$

onde:

na - número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal da estrutura;

l - comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer;

l_t - comprimento do trem-tipo;

Δ - distância que determina de quanto em quanto será calculado o valor dos esforços .

Sendo o trem-tipo simétrico, o número dois não aparece na equação 5.4.

A determinação do Δ a ser usado foi a grande dificuldade encontrada para utilizar este método. A princípio pensou-se em estabelecer um valor a ser usado em todos os casos, porém, observou-se que o valor ótimo de Δ variava principalmente com o comprimento l . Sendo assim, caso Δ fosse estabelecido a partir de um valor que fornecesse bons resultados na envoltória de esforços de uma estrutura cuja dimensão l fosse pequena, ao utilizar esse Δ para traçar envoltória de esforços de uma estrutura cuja dimensão l fosse muito maior, o

número de avaliações da função aptidão seria muito grande, desnecessariamente.

Então, estabeleceu-se uma relação entre l e o valor de Δ a ser utilizado em cada problema, conforme a equação 5.5.

$$\Delta = 0,0025 l \quad (5.5)$$

5.6. Cargas-em-picos

O *Cargas-em-picos* não é um método de otimização. Consiste em calcular o valor do esforço considerando cada carga concentrada posicionada sobre os picos da LI , que ocorrem em eventos da LI dos tipos IL_MAX ou IL_MIN , no caso de envoltória de esforços máximos ou mínimos, respectivamente, e sobre o início e o fim de intervalos da LI de valor constante, identificados por eventos do tipo IL_CTE_START e IL_CTE_END . Assim, quando o esforço crítico ocorrer nesta situação, o que acontece freqüentemente, teremos o valor exato do esforço.

O número de avaliações da função aptidão depende da configuração da LI e do número de cargas concentradas que o trem-tipo possui. Sendo assim, é constante ao traçar a envoltória de um determinado esforço para um mesmo problema. Geralmente esse número é praticamente desprezível em relação ao realizado pelos outros algoritmos implementados.

Este processo pode ser realizado como um complemento para refinamento dos métodos citados anteriormente. Para fins de comparação entre os métodos implementados, ele será tratado como um método independente, evitando assim mascarar os resultados obtidos em cada método.

6 Exemplos de Validação e Análise de Resultados

6.1. Introdução

A seguir serão apresentados exemplos de envoltórias de esforços de pontes rodoviárias e ferroviárias. Os primeiros exemplos foram concebidos com dimensões usuais em projetos de pontes e submetidos aos trens-tipo da NBR – 7188 (1982) e NBR – 7189 (1985). Também foi feito um exemplo para testar o comportamento dos algoritmos implementados em estruturas com dimensões menores que as usuais. Além disso, são descritas

algumas particularidades notadas em diferentes testes realizados e faz-se uma análise do desempenho de cada método em função do número de avaliações da função aptidão e do tempo de processamento.

6.2. Exemplo 1

Trata-se de uma ponte rodoviária que possui três vãos e dois balanços nas extremidades (Figura 6.1). Embora seja mais comum encontrar casos de pontes simétricas, neste exemplo optou-se por variar as dimensões dos vãos e dos balanços para tentar criar maior dificuldade na determinação da envoltória. Foi utilizado o trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

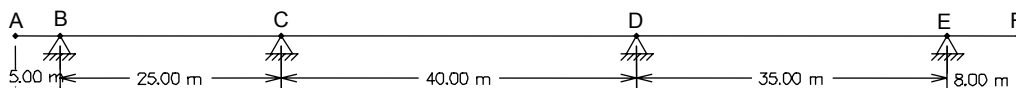


Figura 6.1 – Exemplo 1.

A seguir serão traçadas as envoltórias de esforço cortante e de momento fletor utilizando os algoritmos implementados.

6.2.1. Envoltória de Esforço Cortante

Utilizando qualquer um dos algoritmos a envoltória obtida apresentou a mesma configuração, como mostra a Figura 6.2. Os resultados da envoltória de esforços máximos e mínimos obtidos através de cada algoritmo nas seções dos apoios e nas extremidades dos balanços, utilizando os parâmetros citados na Seção 4.6, estão apresentados nas Tabela 6.1. Foram calculados os erros relativos utilizando como valores de referência os melhores resultados obtidos entre os algoritmos implementados em cada uma dessas seções, o que pode ser visto na Tabela 6.2.

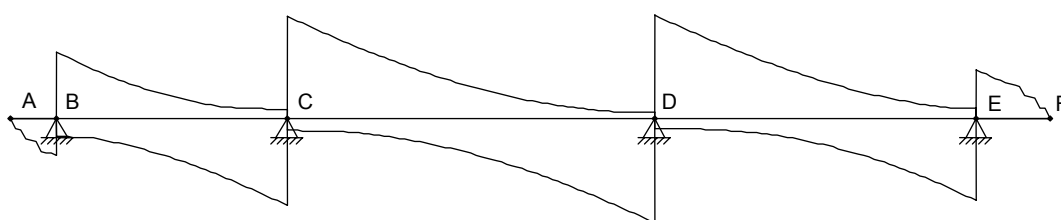


Figura 6.2 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.1 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ (kN) | | $\mu + \lambda - EE$ (kN) | | Força Bruta (kN) | | Cargas-em-picos (kN) | |
|------------------|----------------------------|----------|------------------------------|----------|---------------------|----------|-------------------------|----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B ^{esq} | 0,00 | -813,90 | 0,00 | -812,13 | 0,00 | -813,86 | 0,00 | -813,90 |
| B ^{dir} | 1365,28 | -368,00 | 1364,43 | -367,98 | 1361,61 | -367,98 | 1365,29 | -367,98 |
| C ^{esq} | 193,95 | -1760,76 | 193,61 | -1760,85 | 193,45 | -1757,26 | 193,94 | -1760,98 |
| C ^{dir} | 2060,64 | -243,43 | 2060,57 | -243,39 | 2055,26 | -243,39 | 2060,63 | -243,39 |
| D ^{esq} | 123,99 | -2090,89 | 123,98 | -2090,88 | 123,97 | -2090,43 | 123,98 | -2091,06 |
| D ^{dir} | 2082,31 | -208,75 | 2082,28 | -208,10 | 2080,55 | -207,00 | 2082,29 | -208,75 |
| E ^{esq} | 212,66 | -1666,78 | 212,64 | -1667,06 | 212,63 | -1658,70 | 212,63 | -1667,06 |
| E ^{dir} | 1038,90 | 0,00 | 1038,86 | 0,00 | 1037,59 | 0,00 | 1038,90 | 0,00 |
| F | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Tabela 6.2 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B ^{esq} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B ^{dir} | 0,001 | 0,000 | 0,063 | 0,000 | 0,270 | 0,000 | 0,000 | 0,005 |
| C ^{esq} | 0,000 | 0,012 | 0,175 | 0,000 | 0,258 | 0,002 | 0,005 | 0,000 |
| C ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,261 | 0,000 | 0,000 | 0,016 |
| D ^{esq} | 0,000 | 0,008 | 0,008 | 0,000 | 0,016 | 0,000 | 0,008 | 0,000 |
| D ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,003 | 0,085 | 0,008 | 0,001 | 0,000 |
| E ^{esq} | 0,000 | 0,017 | 0,009 | 0,000 | 0,014 | 0,005 | 0,014 | 0,000 |
| E ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,126 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| F | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

O número de avaliações da função aptidão realizadas em cada estratégia ao traçar a envoltória de esforço cortante que apresentou os valores presentes na Tabela 6.1, sendo $n_{sec}=197$, estão na Tabela 6.3 e foram obtidos da seguinte maneira:

- $1 + \lambda - EE$

Nesta estratégia não exista um número fixo de avaliações da função aptidão, que varia a cada execução do cálculo da envoltória. Porém, observa-se que este número é extremamente dependente dos comprimentos l e l_t .

- $\mu + \lambda - EE$

Os resultados apresentados na Tabela 6.1 foram obtidos utilizando a seleção individual, embora a seleção global também tenha apresentado resultados igualmente satisfatórios. Sendo o trem-tipo simétrico, $n_{ger} = 40$, $\mu = 7$ e $\lambda = 21$, empregando as Equações 5.2 e 5.3, temos:

$$na = 7 + 21 \times 40 = 847$$

$$n_{tot} = 847 \times 197 = 166859$$

Caso fosse utilizado seleção global, $n_{ger} = 15$, $\mu = 20$ e $\lambda = 60$, teríamos:

$$na = 20 + 60 \times 15 = 920$$

$$n_{tot} = 920 \times 197 = 181240$$

Nota-se que o número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal (na) é sempre constante para qualquer estrutura, independente de suas características, inclusive é o mesmo ao traçar a envoltória dos outros esforços, desde que sejam adotados os mesmos parâmetros. Porém, os resultados obtidos a cada execução do algoritmo pode apresentar diferentes valores e o número total de avaliações (n_{tot}) varia em função do número de seções transversais (n_{sec}) que a estrutura foi discretizada.

- **Força Bruta**

Sendo $l = 113$ m e $l_t = 6$ m, o número de avaliações foi obtido aplicando as Equações 5.3, 5.4 e 5.5.

$$\Delta = 0,0025 \times 113 = 0,2825$$

$$na = \left(\frac{113+6}{0,2825} + 1 \right) \approx 422$$

$$n_{tot} = 197 \times 422 = 83134$$

Além do número de avaliações da função aptidão ser constante para qualquer um dos esforços, os valores obtidos serão sempre os mesmos a cada solicitação de cálculo da envoltória.

- **Cargas-em-picos**

O número de avaliações depende do número de cargas concentradas do trem-tipo e da configuração da LI em cada seção transversal, logo, varia em cada seção transversal e para cada tipo de esforço.

Tabela 6.3 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|--------------------|-------|------------------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| na | - | - | 847 | 847 | 422 | 422 | - | - |
| n_{tot} | 149020 | 156642 | 166859 | 166859 | 83134 | 83134 | 1740 | 1758 |

Deve-se ressaltar que devido ao trem-tipo ser simétrico, o número de avaliações da função aptidão cai pela metade. Isso ocorre porque os esforços causados pelo trem-tipo nos dois sentidos são iguais, não havendo necessidade de realizar o processo de otimização em ambos sentidos.

Com os parâmetros adotados todas as estratégias apresentaram ótimos resultados, apresentando variações muito pequenas nos valores obtidos, como se pode observar nas Tabelas 6.1 e 6.2. O processo *Força Bruta* foi o que apresentou os piores resultados, embora o maior erro tenha sido de apenas 0,27%. Ao longo do comprimento da estrutura não foram detectadas falhas visíveis dos algoritmos em repetidas solicitações de cálculo da envoltória.

Como os resultados obtidos aplicando apenas o processo *Cargas-em-picos* correspondem realmente aos esforços críticos, conclui-se que para o caso dessa estrutura e do trem-tipo em questão, os esforços cortantes limites ocorreram sempre ao posicionar alguma das cargas concentradas em um dos eventos da *LI* selecionados pelo processo.

Uma ferramenta importante disponível para a conferência dos resultados é a possibilidade de determinar o valor dos esforços limites ao traçar a linha de influência de um esforço e visualizar o trem-tipo nas posições que causam esses esforços. Por exemplo, podemos verificar a posição do trem-tipo que provocou o valor do esforço máximo, que ocorreu na seção D^{dir} (Figura 6.3).

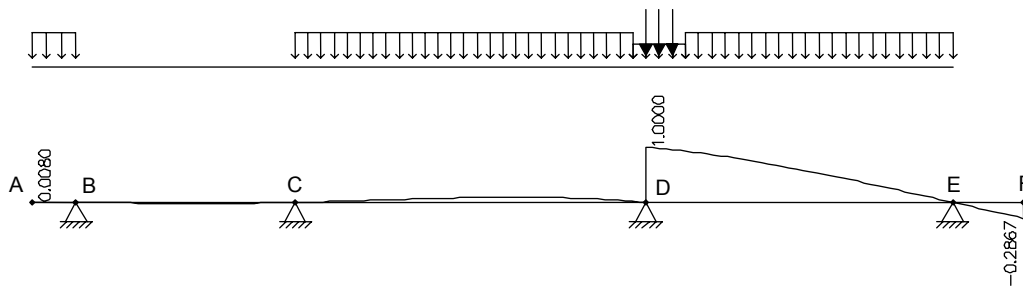


Figura 6.3 – *LI* de Esforço Cortante da Seção D^{dir} do Exemplo 1 com o trem-tipo na posição crítica.

Como os valores da envoltória são calculados apenas em algumas seções e os valores entre estas seções são obtidos através de interpolação linear dos resultados, às vezes a configuração da envoltória difere um pouco do que seria a configuração real. Por exemplo, no balanço *AB* o resultado obtido pode ser visto na Figura 6.4a enquanto a Figura 6.4b mostra o que seria a envoltória real.

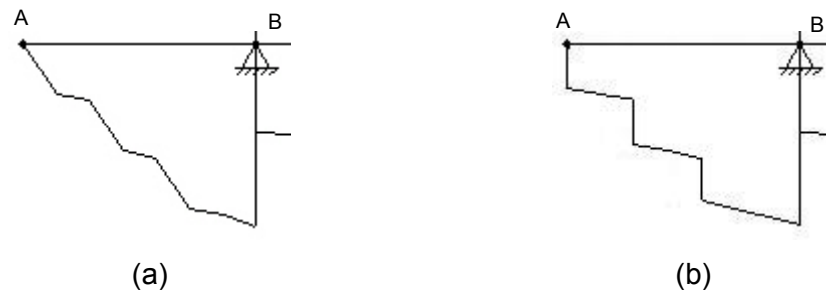


Figura 6.4 – Diferença entre a envoltória obtida e a envoltória real.

6.2.1.1. Variação dos Parâmetros

A seguir será analisado como a variação dos parâmetros influencia os resultados e estudados os valores ótimos para este problema.

- $1 + \lambda - EE$

Nessa estratégia a população é inicializada com um indivíduo que corresponde a maior carga concentrada posicionada no início do trecho e, no fim da busca por trecho, faz-se a verificação da maior carga posicionada no fim do trecho. Observou-se que os esforços limites quase sempre ocorriam nessas situações e que, neste caso, os parâmetros λ e σ adotados não influenciam a qualidade dos resultados obtidos, influenciando apenas o número de avaliações da função aptidão.

- $\mu + \lambda - EE$

Foi mantida a relação $\lambda / \mu = 3$ e variou-se o número de gerações, no caso da seleção individual, e o tamanho da população (μ) na seleção global. No primeiro caso, ao diminuir o critério de parada para trinta gerações, na grande maioria das vezes não surgiram falhas na envoltória. Porém, ao diminuir mais o número de gerações (n_{ger}) começaram a surgir algumas falhas com maior frequência, principalmente nos balanços, como mostra a Figura 6.5. Já a seleção global se mostrou bem sensível a variação de μ , pois ao fazer $\mu = 15$ a envoltória começou a apresentar falhas com frequência.

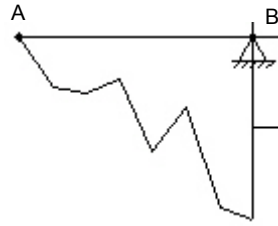


Figura 6.5 – Surgimento de falhas na envoltória de esforços cortantes no balanço.

Essas falhas acontecem por este método ser probabilístico e precisar de tempo e diversidade suficientes para encontrar uma solução satisfatória. Neste método não se tem nenhuma informação adicional do problema, como acontece na $1 + \lambda - EE$ que utiliza a busca por trechos.

- *Força Bruta*

A Figura 6.6 mostra a variação do número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal em função da variação do Δ .

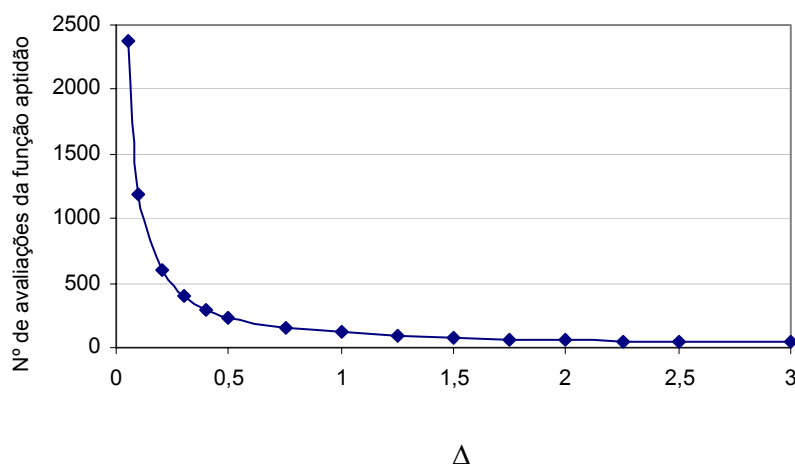


Figura 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no Exemplo 1 x Δ .

Para avaliar a variação da qualidade da solução em função da variação do Δ , tomou-se como exemplo o esforço cortante máximo na seção B^{dir} , como mostra a Figura 6.7. Observa-se que não existe uma função definida que exprima essa variação, porém, percebe-se que a partir de um certo valor, o aumento do Δ diminui muito a probabilidade de obter bons resultados.

É interessante observar que nem sempre o menor Δ corresponde ao melhor resultado. Vale lembrar que a sensibilidade dos resultados à variação do Δ depende muito das características da estrutura e do trem-tipo.

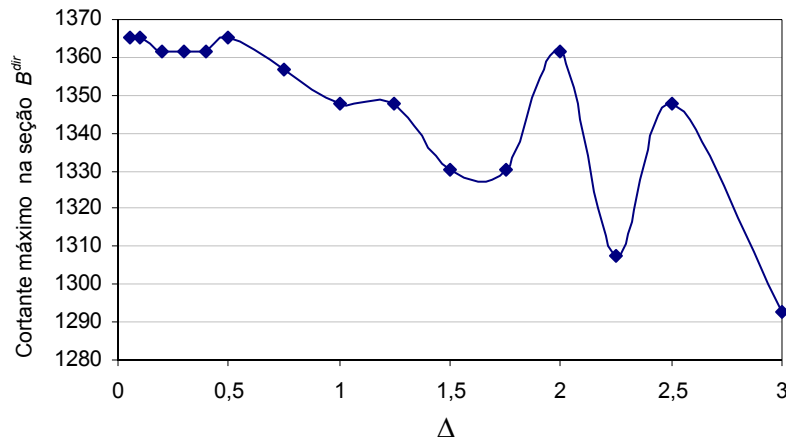


Figura 6.7 – Variação do esforço cortante máximo na seção B^{dir} do Exemplo 1 em função de Δ .

6.2.2. Envolvória de Momento Fletor

Como ocorreu na envoltória de esforços cortantes, a envoltória de momento fletor também apresentou a mesma configuração ao utilizar qualquer um dos algoritmos implementados (Figura 6.8). Os resultados e os erros obtidos nas seções onde ocorreram os valores máximos e mínimos da envoltória estão apresentados na Tabela 6.4 e 6.5, respectivamente, e o número de avaliações da função aptidão estão na Tabela 6.6.

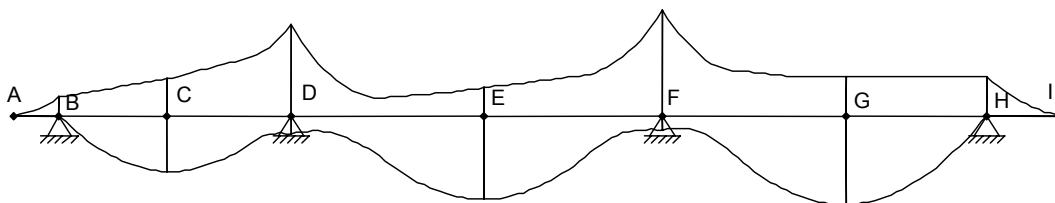


Figura 6.8 – Envolvória de momento fletor do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.4 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ (kNm) | | $\mu + \lambda - EE$ (kNm) | | Força Bruta (kNm) | | Cargas-em-picos (kNm) | |
|---|-----------------------------|-----------|-------------------------------|-----------|----------------------|-----------|--------------------------|-----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,06 | -0,04 | 0,06 | -0,04 | 0,06 | -0,04 | 0,06 | -0,04 |
| B | 0,00 | -2524,31 | 0,00 | -2510,62 | 0,00 | -2514,03 | 0,00 | -2524,31 |
| C | 7556,77 | -4883,16 | 7557,06 | -4883,16 | 7547,31 | -4883,03 | 7557,06 | -4883,15 |
| D | 2428,57 | -11653,03 | 2428,57 | -11653,04 | 2428,53 | -11652,77 | 2428,56 | -11653,02 |
| E | 11183,66 | -3544,07 | 11183,87 | -3544,07 | 11174,13 | -3544,03 | 11183,93 | -3544,06 |
| F | 2001,78 | -13339,01 | 2002,21 | -13339,02 | 1990,03 | -13338,90 | 2002,44 | -13339,00 |
| G | 11859,80 | -5046,92 | 11860,94 | -5047,16 | 11852,13 | -5026,51 | 11861,37 | -5047,72 |
| H | 0,00 | -5302,22 | 0,00 | -5294,70 | 0,00 | -5254,63 | 0,00 | -5303,47 |
| I | 0,11 | -0,09 | 0,11 | -0,09 | 0,11 | -0,09 | 0,11 | -0,09 |

Tabela 6.5 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|---|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,005 | 0,004 | 0,000 | 0,000 |
| C | 0,004 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,129 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| D | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| E | 0,002 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,088 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| F | 0,033 | 0,000 | 0,011 | 0,000 | 0,620 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| G | 0,013 | 0,016 | 0,004 | 0,000 | 0,078 | 0,004 | 0,000 | 0,000 |
| H | 0,000 | 0,024 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,009 | 0,000 | 0,000 |
| I | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|-------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 422 | 422 | - | - |
| n_{tot} | 154921 | 152941 | 164318 | 164318 | 81868 | 81868 | 1494 | 1677 |

Os resultados obtidos foram muito satisfatórios, com pequenas variações nos valores. Similarmente a envoltória de esforços cortantes, os momentos fletores limites ocorreram sempre ao se posicionar alguma carga concentrada sobre os limites dos trechos da LI . Ao se utilizar a Estratégia $\mu + \lambda - EE$ algumas vezes surgiram falhas ao longo da envoltória, como a da Figura 6.9.

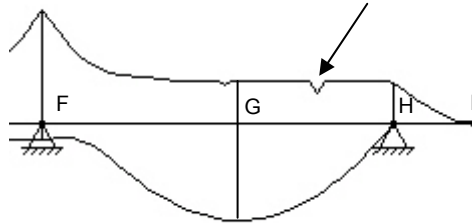


Figura 6.9 – Falha na envoltória de momento fletor ao utilizar a Estratégia $\mu + \lambda$.

Como já foi dito anteriormente, essas falhas ocorrem em consequência do processo evolutivo. Por ser visivelmente detectada, esse tipo de falha não desqualifica esse método de determinação da envoltória. Ao detectar a falha o usuário pode solicitar novo cálculo da envoltória que provavelmente não ocorrerá a mesma falha.

6.3. Exemplo 2

Este exemplo trata de uma ponte ferroviária (Figura 6.10) que, como no Exemplo 1, possui vãos não simétricos apenas no intuito de criar maior dificuldade na determinação da envoltória. Foi utilizado o trem-tipo TB-360 da NBR – 7189 (1985).

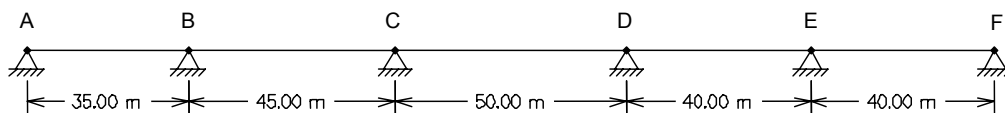


Figura 6.10 – Exemplo 2.

6.3.1. Envoltória de Esforço Cortante

As configurações das envoltórias de esforços cortantes são mostradas nas Figuras 6.11 e 6.12. Os resultados e os erros obtidos estão na Tabela 6.7 e 6.8,

respectivamente, e o número de avaliações da função aptidão está na Tabela 6.9.

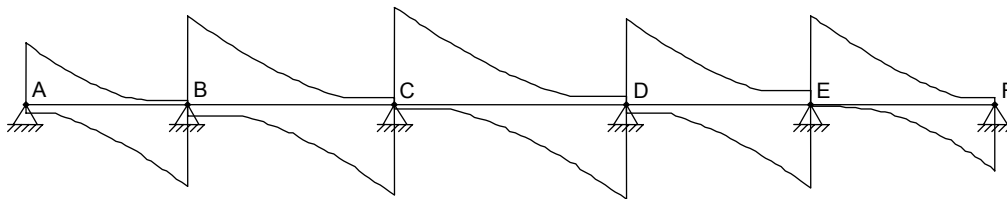


Figura 6.11– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e *Força Bruta*.

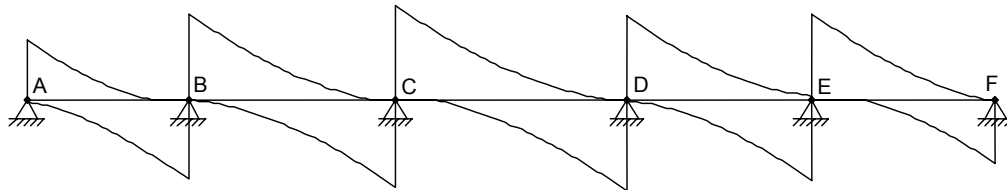


Figura 6.12 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para *Cargas-em-picos*.

Tabela 6.7 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ (kN) | | $\mu + \lambda - EE$ (kN) | | <i>Força Bruta</i> (kN) | | <i>Cargas-em-picos</i> (kN) | |
|------------------|----------------------------|----------|------------------------------|----------|----------------------------|----------|--------------------------------|----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 2473,31 | -388,66 | 2460,44 | -388,67 | 2424,20 | -388,68 | 2473,47 | 134,69 |
| B ^{esq} | 134,15 | -3309,97 | 134,15 | -3310,10 | 134,15 | -3271,83 | 0,00 | -3310,14 |
| B ^{dir} | 3547,62 | -475,32 | 3528,21 | -475,32 | 3480,38 | -475,30 | 3547,41 | -38,37 |
| C ^{esq} | 241,60 | -3673,03 | 241,60 | -3672,15 | 241,60 | -3655,50 | 0,00 | -3674,66 |
| C ^{dir} | 3901,68 | -233,34 | 3901,23 | -223,34 | 3882,57 | -233,34 | 3901,49 | 0,00 |
| D ^{esq} | 302,83 | -3827,66 | 302,83 | -3828,28 | 302,83 | -3794,26 | 0,00 | -3829,03 |
| D ^{dir} | 3435,61 | -395,72 | 3422,97 | -395,68 | 3432,35 | -395,72 | 3435,39 | -75,21 |
| E ^{esq} | 541,26 | -3397,15 | 541,26 | -3394,78 | 541,25 | -3348,59 | 142,22 | -3397,01 |
| E ^{dir} | 3544,38 | -108,25 | 3543,65 | -108,25 | 3487,11 | -108,25 | 3544,06 | 0,00 |
| F | 245,52 | -2704,68 | 245,52 | -2703,77 | 245,52 | -2640,04 | 0,00 | -2705,72 |

Tabela 6.8 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|---------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,006 | 0,005 | 0,527 | 0,003 | 1,992 | 0,000 | 0,000 | 134,653 |
| B ^{esq} | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,012 | 100,000 | 0,000 |
| B ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,547 | 0,000 | 1,895 | 0,000 | 0,006 | 91,928 |
| C ^{esq} | 0,000 | 0,044 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,005 | 100,000 | 0,000 |
| C ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,012 | 0,043 | 0,490 | 0,000 | 0,005 | 100,000 |
| D ^{esq} | 0,000 | 0,036 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,009 | 100,000 | 0,000 |
| D ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,368 | 0,000 | 0,095 | 0,000 | 0,006 | 80,994 |
| E ^{esq} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,002 | 0,014 | 73,724 | 0,004 |
| E ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,021 | 0,000 | 1,616 | 0,000 | 0,009 | 100,000 |
| F | 0,000 | 0,038 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,024 | 100,000 | 0,000 |

Tabela 6.9 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|--------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 1216 | 1216 | - | - |
| n_{tot} | 424014 | 433362 | 167706 | 167706 | 240768 | 240768 | 3084 | 3080 |

Ao contrário do que aconteceu no Exemplo 1, os esforços limites nem sempre ocorreram com alguma carga concentrada nos picos da *LI* e, por isso, a envoltória obtida utilizando *Cargas-em-picos*, Figura 6.12, não apresentou resultados corretos em todas seções transversais.

6.3.2. Envoltória de Momento Fletor

As Figuras 6.13 e 6.14 mostram as envoltórias de momento fletor, as Tabelas 6.10 e 6.11 apresentam os resultados e os erros obtidos e a Tabela 6.12 exhibe o número de avaliações da função aptidão.

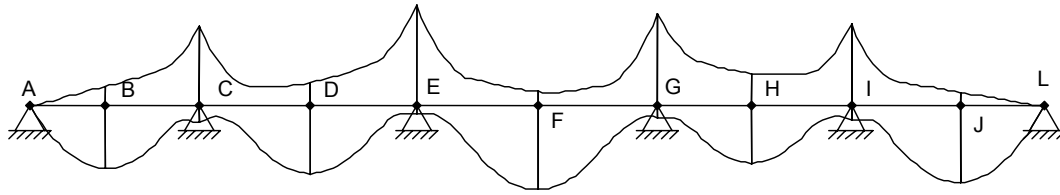


Figura 6.13 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e Força Bruta.

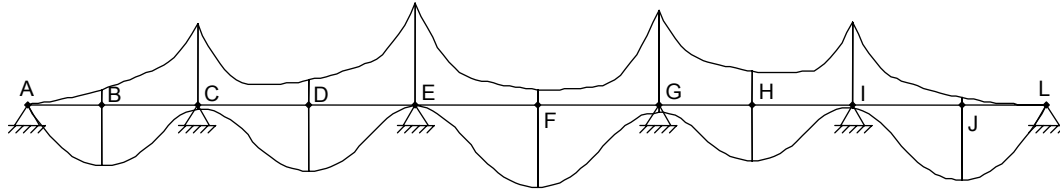


Figura 6.14 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para Cargas-em-picos.

Tabela 6.10 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ (kNm) | | $\mu + \lambda - EE$ (kNm) | | Força Bruta (kNm) | | Cargas-em-picos (kNm) | |
|---|-----------------------------|-----------|-------------------------------|-----------|----------------------|-----------|--------------------------|-----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B | 18458,63 | -5952,95 | 18475,34 | -5952,95 | 18457,41 | -5952,92 | 18482,17 | -4411,44 |
| C | 4695,11 | -24185,19 | 4695,11 | -24184,78 | 4694,95 | -24184,78 | 1561,62 | -24179,69 |
| D | 20173,00 | -7211,50 | 20174,03 | -7211,50 | 20168,28 | -7211,20 | 20177,86 | -7211,32 |
| E | 2456,56 | -30487,58 | 2456,55 | -30487,58 | 2456,52 | -30486,80 | 365,40 | -30487,12 |
| F | 24951,07 | -4399,80 | 24949,14 | -4399,80 | 24938,45 | -4399,90 | 24951,16 | -4399,80 |
| G | 3441,87 | -28242,70 | 3441,87 | -28241,85 | 3441,72 | -28242,69 | 2607,20 | -28241,21 |
| H | 16962,02 | -9872,65 | 16967,80 | -9872,63 | 16965,98 | 9872,65 | 16969,65 | -9872,07 |
| I | 4331,79 | -24514,16 | 4331,78 | -24514,30 | 4331,73 | -24514,13 | 1145,57 | -24509,32 |
| J | 22762,61 | -4292,06 | 22762,13 | 4292,06 | 24514,13 | 4292,04 | 22763,83 | -1951,11 |
| L | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Tabela 6.11 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|---|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|--------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B | 0,127 | 0,000 | 0,037 | 0,000 | 0,134 | 0,000 | 0,000 | 25,895 |
| C | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 66,739 | 0,023 |
| D | 0,024 | 0,000 | 0,019 | 0,000 | 0,047 | 0,000 | 0,000 | 0,002 |
| E | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 85,126 | 0,002 |
| F | 0,000 | 0,002 | 0,008 | 0,000 | 0,051 | 0,000 | 0,000 | 0,002 |
| G | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 24,250 | 0,005 |
| H | 0,045 | 0,000 | 0,011 | 0,000 | 0,022 | 2,000 | 0,000 | 0,006 |
| I | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 73,554 | 0,020 |
| J | 7,145 | 0,000 | 7,147 | 2,000 | 0,000 | 2,000 | 7,140 | 54,541 |
| L | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 6.12 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|--------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 1216 | 1216 | - | - |
| n_{tot} | 422604 | 422668 | 163471 | 163471 | 234688 | 234688 | 2776 | 2908 |

O método *Cargas-em-picos* também não foi capaz de determinar os esforços limites em todas seções, o que pode ser visto pela Tabela 6.10 e Tabela 6.11 e na Figura 6.14. Os outros métodos apresentaram apenas pequenas variações nos resultados obtidos.

6.4. Exemplo 3

Este exemplo representa o pórtico de um viaduto rodoviário (Figura 6.15) a ser dimensionado pelo trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

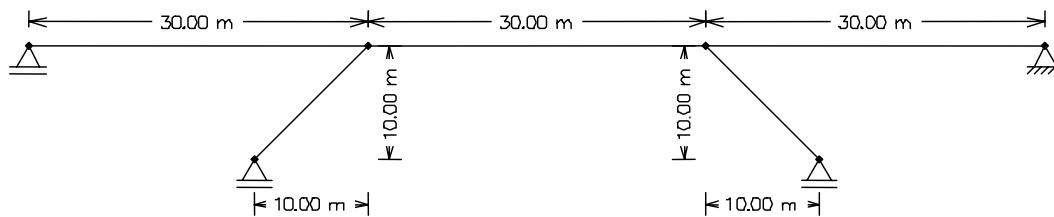


Figura 6.15 – Exemplo 3.

6.4.1. Envoltória de Esforço Normal

Como pode ser visto na Figura 6.16, apenas as colunas dos pórticos possuem valores não nulos na envoltória de esforço normal. Além disso, este valor é constante em todas as seções das colunas.



Figura 6.16 – Envoltória de esforço normal do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

A Tabela 6.13 mostra os valores encontrados ao utilizar cada um dos algoritmos implementados. Os erros relativos estão apresentados na Tabela 6.14 e a Tabela 6.15 mostra o número de avaliações da função aptidão.

Tabela 6.13 – Resultados obtidos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (kN) | | $\mu + \lambda - EE$ (kN) | | Força Bruta (kN) | | Cargas-em-picos (kN) | |
|---|----------------------------|----------|------------------------------|----------|---------------------|----------|-------------------------|----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0 | -2300,22 | 0 | -2300,19 | 0 | -2300,18 | 0 | -2300,22 |
| B | 0 | -2300,22 | 0 | -2300,19 | 0 | -2300,18 | 0 | -2300,22 |

Tabela 6.14 – Erros relativos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|---|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,000 |
| B | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 6.15 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço normal do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|--------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 427 | 427 | - | - |
| n_{tot} | 171664 | 162831 | 220220 | 220220 | 111020 | 111020 | 1560 | 1374 |

6.4.2. Envoltória de Esforço Cortante

A envoltória de esforço cortante do pórtico em questão pode ser vista na Figura 6.17. As Tabelas 6.16, 6.17 e 6.18 mostram os resultados da envoltória, o erro relativo e o número de avaliações da função aptidão, respectivamente.

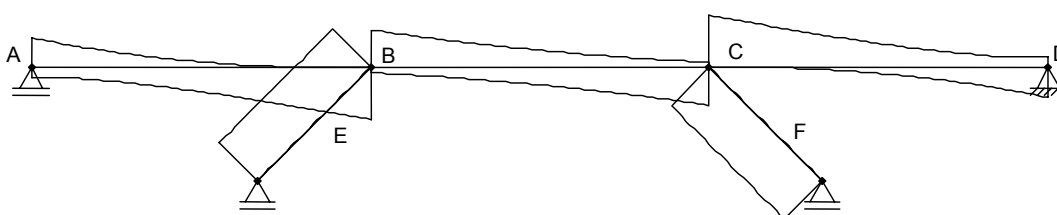


Figura 6.17 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.16 – Resultados obtidos na envoltória de esforços cortantes do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (kN) | | $\mu + \lambda - EE$ (kN) | | Força Bruta (kN) | | Cargas-em-picos (kN) | |
|------------------|----------------------------|----------|------------------------------|----------|---------------------|----------|-------------------------|----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 1269,53 | -438,91 | 1269,50 | -438,70 | 1261,53 | -438,70 | 1269,54 | -438,70 |
| B ^{esq} | 0,00 | -2225,75 | 0,00 | -2225,57 | 0,00 | -2225,82 | 0,00 | -2225,82 |
| B ^{dir} | 1603,84 | -221,20 | 1603,80 | -221,22 | 1600,87 | -221,22 | 1603,85 | -221,22 |
| C ^{esq} | 221,20 | -1603,49 | 221,18 | -1603,83 | 220,46 | -1602,36 | 221,22 | -1603,85 |
| C ^{dir} | 2225,86 | 0,00 | 2225,78 | 0,00 | 2225,82 | 0,00 | 2225,82 | 0,00 |
| D | 439,03 | -1268,30 | 439,01 | -1269,41 | 439,01 | -1264,19 | 439,01 | -1269,54 |
| E | 2300,11 | 0,00 | 2300,07 | 0,00 | 2300,07 | 0,00 | 2300,05 | 0,00 |
| F | 0,00 | -2300,11 | 0,00 | -2300,07 | 0,00 | -2300,07 | 0,00 | -2300,05 |

Tabela 6.17 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,001 | 0,000 | 0,003 | 0,048 | 0,631 | 0,048 | 0,000 | 0,048 |
| B ^{esq} | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B ^{dir} | 0,001 | 0,009 | 0,003 | 0,000 | 0,186 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| C ^{esq} | 0,009 | 0,022 | 0,018 | 0,000 | 0,344 | 0,001 | 0,000 | 0,000 |
| C ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,002 | 0,000 |
| D | 0,000 | 0,098 | 0,005 | 0,000 | 0,005 | 0,004 | 0,005 | 0,000 |
| E | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,003 | 0,000 |
| F | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,003 |

Tabela 6.18 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|--------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 427 | 427 | - | - |
| n_{tot} | 136076 | 143456 | 220220 | 220220 | 111020 | 111020 | 1662 | 1659 |

6.4.3. Envoltória de Momento Fletor

A envoltória de momento fletor tem a configuração da Figura 6.18. Os resultados, os erros relativos e o o número de avaliações da função aptidão estão na Tabela 6.19, 6.20 e 6.21.

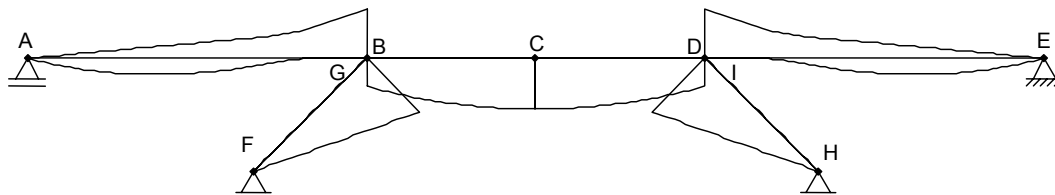


Figura 6.18 – Envoltória momento fletor do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.19 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (kNm) | | $\mu + \lambda - EE$ (kNm) | | Força Bruta (kNm) | | Cargas-em-picos (kNm) | |
|------------------|-----------------------------|-----------|-------------------------------|-----------|----------------------|-----------|--------------------------|-----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B ^{esq} | 0,00 | -21429,04 | 0,00 | -21429,05 | 0,00 | -21429,01 | 0,00 | -21429,04 |
| B ^{dir} | 12252,63 | -77,56 | 12252,69 | -77,56 | 12248,40 | -77,56 | 12252,70 | -77,54 |
| C | 21868,54 | 0,00 | 21868,20 | 0,00 | 21862,36 | 0,00 | 21868,60 | 0,00 |
| D ^{esq} | 12252,67 | -77,64 | 12252,65 | -77,64 | 12252,67 | -77,64 | 12252,67 | -77,62 |
| D ^{dir} | 0,00 | -21429,04 | 0,00 | -21429,05 | 0,00 | -21429,02 | 0,00 | -21429,04 |
| E | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| F | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| G | 32529,23 | 0,00 | 32529,24 | 0,00 | 32529,24 | 0,00 | 32528,90 | 0,00 |
| H | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| I | 32529,23 | 0,00 | 32529,24 | 0,00 | 32529,13 | 0,00 | 32528,90 | 0,00 |

Tabela 6.20 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B ^{esq} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B ^{dir} | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,035 | 0,000 | 0,000 | 0,026 |
| C | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,000 | 0,029 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| D ^{esq} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,026 |
| D ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| E | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| F | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| G | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |
| H | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| I | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,000 |

Tabela 6.21 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do exemplo 3.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|--------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 427 | 427 | - | - |
| n_{tot} | 140441 | 155780 | 220220 | 220220 | 111020 | 111020 | 1368 | 1560 |

Os resultados obtidos neste exemplo também foram satisfatórios, inclusive na envoltória de esforço normal, apresentando apenas pequenas variações nos resultados.

6.5. Exemplo 4

Para avaliar o comportamento dos algoritmos implementados ao lidar com estruturas com dimensões relativamente pequenas, foi feito um exemplo com a estrutura da Figura 6.19 e o trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

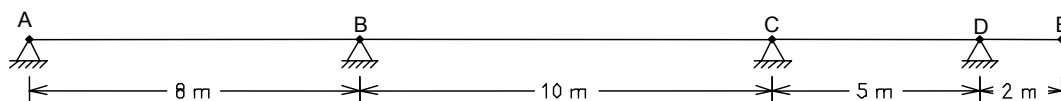


Figura 6.19 – Exemplo 4.

6.5.1. Envoltória de Esforço Cortante

A Figura 6.20 mostra a configuração da envoltória de esforço cortante e os resultados estão apresentados na Tabela 6.22. Na Tabela 6.23 são mostrados os erros relativos e na Tabela 6.24 pode-se observar o número de avaliações da função aptidão.

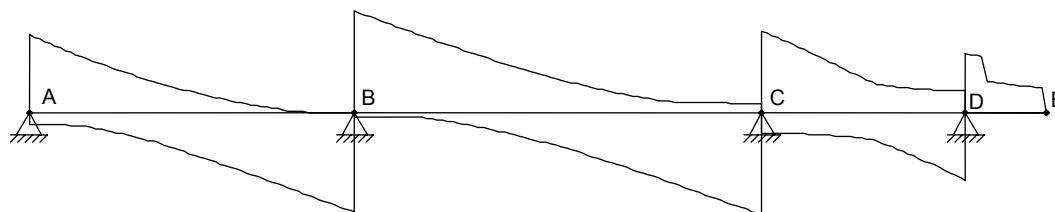


Figura 6.20– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.22 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ (kN) | | $\mu + \lambda - EE$ (kN) | | Força Bruta (kN) | | Cargas-em-picos (kN) | |
|------------------|----------------------------|---------|------------------------------|---------|---------------------|---------|-------------------------|---------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 612,33 | -89,55 | 611,96 | -89,55 | 612,33 | -89,55 | 612,33 | -89,53 |
| B ^{esq} | 7,00 | -767,59 | 7,00 | -769,66 | 7,00 | -769,88 | 6,96 | -769,88 |
| B ^{dir} | 789,98 | -25,76 | 789,51 | -25,77 | 789,98 | -25,76 | 789,98 | -25,59 |
| C ^{esq} | 81,13 | -789,65 | 81,13 | -790,08 | 81,13 | -790,09 | 81,10 | -790,08 |
| C ^{dir} | 637,83 | -146,79 | 637,77 | -147,71 | 637,83 | 147,00 | 637,83 | -147,00 |
| D ^{esq} | 183,07 | -526,06 | 183,07 | -526,18 | 183,06 | -527,27 | 182,88 | -527,27 |
| D ^{dir} | 457,60 | 0,00 | 457,60 | 0,00 | 457,60 | 0,00 | 457,60 | 0,00 |
| E | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Tabela 6.23 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,060 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,022 |
| B ^{esq} | 0,000 | 0,297 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,571 | 0,000 |
| B ^{dir} | 0,000 | 0,039 | 0,059 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,698 |
| C ^{esq} | 0,000 | 0,056 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,037 | 0,001 |
| C ^{dir} | 0,000 | 0,623 | 0,009 | 0,000 | 0,000 | 1,995 | 0,000 | 0,481 |
| D ^{esq} | 0,000 | 0,229 | 0,000 | 0,002 | 0,005 | 0,000 | 0,104 | 0,000 |
| D ^{dir} | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| E | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 6.24 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|-------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 497 | 497 | - | - |
| n_{tot} | 118456 | 123847 | 169400 | 169400 | 99400 | 99400 | 1845 | 1830 |

6.5.2. Envoltória de Momento Fletor

A Figura 6.21 mostra a configuração da envoltória de momento fletor e os resultados estão apresentados na Tabela 6.17. As Tabelas seguintes, 6.26 6.27, mostram o erro relativo e o número de avaliações da função aptidão.

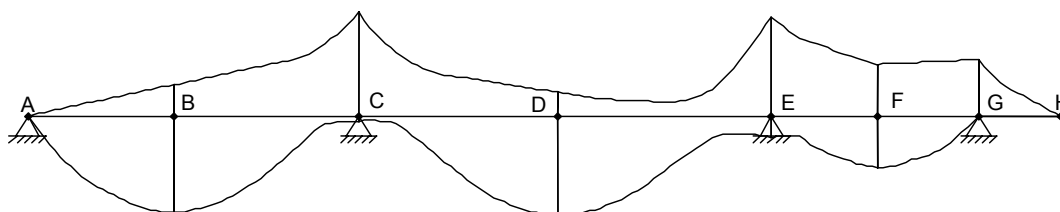


Figura 6.21– Envoltória de momento fletor do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.25 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ (kNm) | | $\mu + \lambda - EE$ (kNm) | | Força Bruta (kNm) | | Cargas-em-picos (kNm) | |
|---|-----------------------------|----------|-------------------------------|----------|----------------------|----------|--------------------------|----------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B | 985,48 | -316,94 | 989,08 | -317,01 | 987,37 | -316,99 | 989,09 | -316,91 |
| C | 55,97 | -1009,96 | 56,01 | -1010,19 | 56,01 | -1010,14 | 55,59 | -1009,90 |
| D | 1014,73 | -236,97 | 1015,08 | -237,04 | 1014,47 | -237,04 | 1015,22 | -236,94 |
| E | 221,51 | -1001,41 | 221,57 | -1001,53 | 221,56 | -1001,53 | 221,49 | -1000,44 |
| F | 513,98 | -508,59 | 516,12 | -508,64 | 515,95 | -508,64 | 516,60 | -508,13 |
| G | 0,00 | -541,07 | 0,00 | -540,18 | 0,00 | -542,00 | 0,00 | -542,00 |
| H | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Tabela 6.26 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ (%) | | $\mu + \lambda - EE$ (%) | | Força Bruta (%) | | Cargas-em-picos (%) | |
|---|---------------------------|-------|-----------------------------|-------|--------------------|-------|------------------------|-------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| A | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| B | 0,365 | 0,022 | 0,001 | 0,000 | 0,174 | 0,000 | 0,000 | 0,032 |
| C | 0,071 | 0,023 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,750 | 0,029 |
| D | 0,048 | 0,030 | 0,014 | 0,000 | 0,074 | 0,000 | 0,000 | 0,042 |
| E | 0,027 | 0,012 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,000 | 0,036 | 0,109 |
| F | 0,507 | 0,010 | 0,093 | 0,000 | 0,126 | 0,000 | 0,000 | 0,100 |
| G | 0,000 | 0,172 | 0,000 | 0,003 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| H | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 6.27 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

| | $1 + \lambda - EE$ | | $\mu + \lambda - EE$ | | Força Bruta | | Cargas-em-picos | |
|-----------|--------------------|--------|----------------------|--------|-------------|-------|-----------------|------|
| | máx | min | máx | min | máx | min | máx | min |
| n_a | - | - | 847 | 847 | 497 | 497 | - | - |
| n_{tot} | 122968 | 125004 | 166859 | 166859 | 97909 | 97909 | 1485 | 1644 |

Tanto na envoltória de esforço cortante quanto na de momento fletor, o *Cargas-em-picos* apresentou valores corretos e portanto os esforços limites

ocorreram sempre em uma posição correspondente a alguma carga concentrada sobre picos da LI .

Baseando-se nos bons resultados obtidos, tanto na envoltória de momento fletor quanto na de esforço cortante, pode-se concluir que os algoritmos implementados apresentam bom funcionamento tanto em estruturas de pequenas dimensões quanto nas de grandes dimensões quando são utilizados os trens-tipo da norma brasileira.

6.6. Testes Realizados

Além dos exemplos que foram mostrados acima, foram realizados diversos testes adicionais para diferentes casos de estruturas e trens-tipo. Os resultados obtidos foram sempre positivos.

Observou-se que nos casos de trens-tipo formados apenas por cargas distribuídas nunca surgiram falhas. Além disso, estruturas com menores dimensões apresentaram maior probabilidade do surgimento de falhas nos processos $1 + \lambda - EE$ e $\mu + \lambda - EE$. Provavelmente isso ocorra porque as variações da LI são mais bruscas neste caso.

Porém, a partir destes testes pode-se observar algumas particularidades, que estão mostradas a seguir.

6.6.1. Caso 1

Uma situação particular ocorre no balanço do Exemplo 4 ao traçar a envoltória de esforço cortante utilizando o trem-tipo da Figura 6.22. O resultado obtido quando foi utilizado apenas o *Cargas-em-picos* está na Figura 6.23a. Para os demais métodos, a Figura 6.23b mostra o resultado.

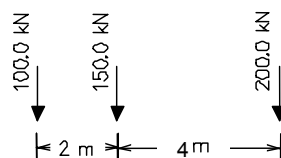


Figura 6.22– Trem-tipo do Caso 1.



Figura 6.23– Envoltória de esforço cortante no balanço da estrutura do Exemplo 4 utilizando o trem-tipo do Caso 1 .

Em uma primeira análise diria-se que o pico na envoltória da Figura 6.23a aparenta ser algum tipo de falha. Porém, ao analisar a LI nesta seção (Figura 6.24), vê-se que este é o resultado correto. Isso ocorre porque em qualquer outra seção do balanço é possível posicionar apenas uma das cargas concentradas sobre valores não nulos da LI . Apenas nesta seção onde surge o pico é que se consegue posicionar duas cargas sobre valores não nulos da LI , causando um salto no valor da envoltória.

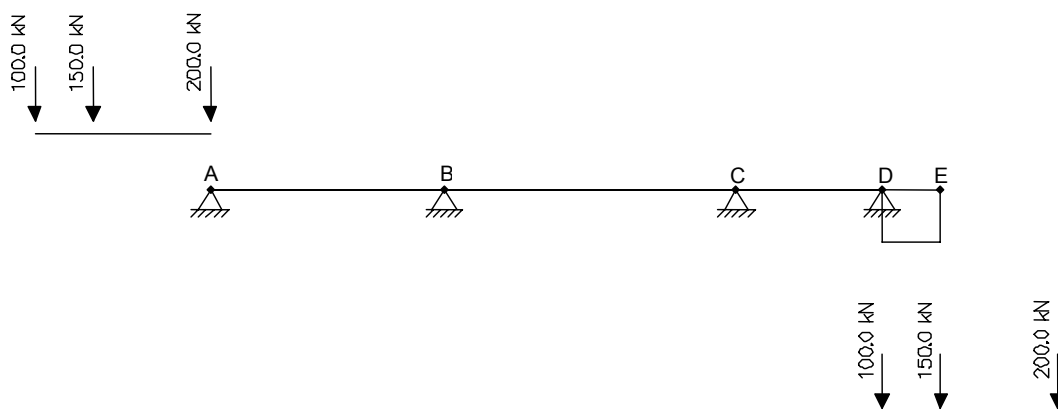


Figura 6.24– LI de esforço cortante da seção B^{dir} do Exemplo 3 com trem-tipo nas posições críticas.

Apenas o *Cargas-em-picos* é capaz de sempre detectar quando há esse tipo de pico na envoltória, que acontece quando duas cargas concentradas estão posicionadas no início e no fim de um trecho de valor constante da LI .

Nos métodos evolutivos a posição crítica do trem-tipo é encontrada porque durante o processo são geradas posições próximas à crítica, as quais geralmente possuem uma alta *aptidão*, que ajudam na evolução da população. Neste caso isso não ocorre, pois nenhuma posição, por mais próxima que seja

da posição crítica, causa um valor da envoltória próximo ao que ocorre na posição crítica. Sendo assim, é muito pequena a probabilidade de gerar aleatoriamente indivíduos que correspondam exatamente a esta posição crítica.

No *Força Bruta* ocorre o mesmo problema, pois também é muito pequena a probabilidade de se posicionar o trem-tipo exatamente na posição crítica a partir do Δ utilizado.

6.6.2. Caso 2

Ao utilizar o trem-tipo da Figura 6.25 para traçar a envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 utilizando $1 + \lambda - EE$, apareceram algumas falhas, mais freqüentes que o normal, conforme Figura 6.26. Porém, ao utilizar o processo *Cargas-em-picos*, estas falhas não aparecem (Figura 6.27).

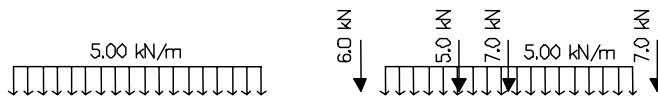


Figura 6.25– Trem-tipo caso 2.

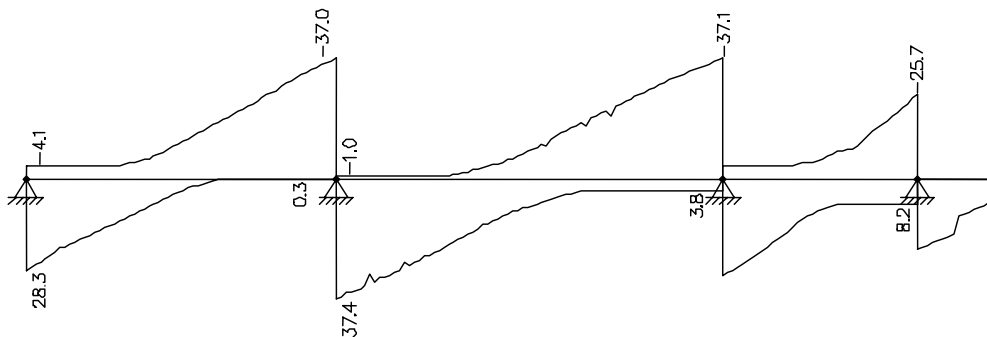


Figura 6.26– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando $1 + \lambda - EE$.

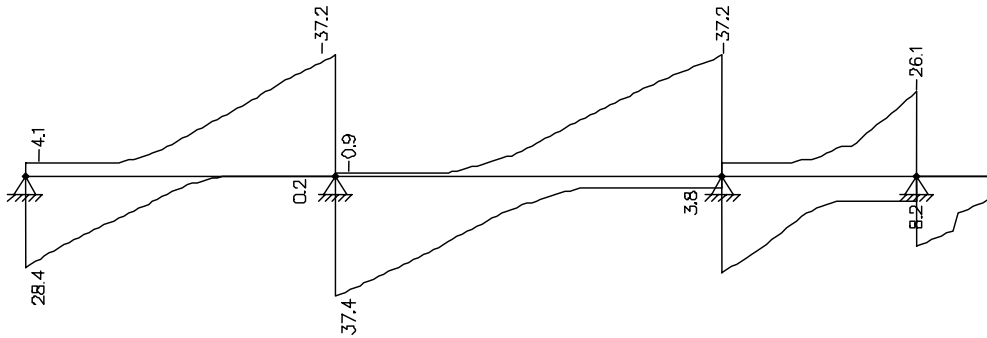


Figura 6.27– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando *Cargas-em-picos*.

Essas falhas surgem devido a um efeito de escala, ou seja, a intensidade das cargas é muito menor que a de trem-tipo usuais e, em conseqüência, os valores das envoltórias também são muito menores, tornando as variações dos resultados mais perceptíveis visualmente.

Uma solução para evitar essas falhas seria a combinação dos processos $1 + \lambda - EE$ e *Cargas-em-picos*.

6.7. Análise do número de avaliações da função aptidão

Para analisar a variação do número de avaliações da função aptidão, fez-se um gráfico (Figura 6.28) que mostra o número de avaliações da função aptidão realizadas para traçar a envoltória de esforço cortante máximo em cada exemplo.

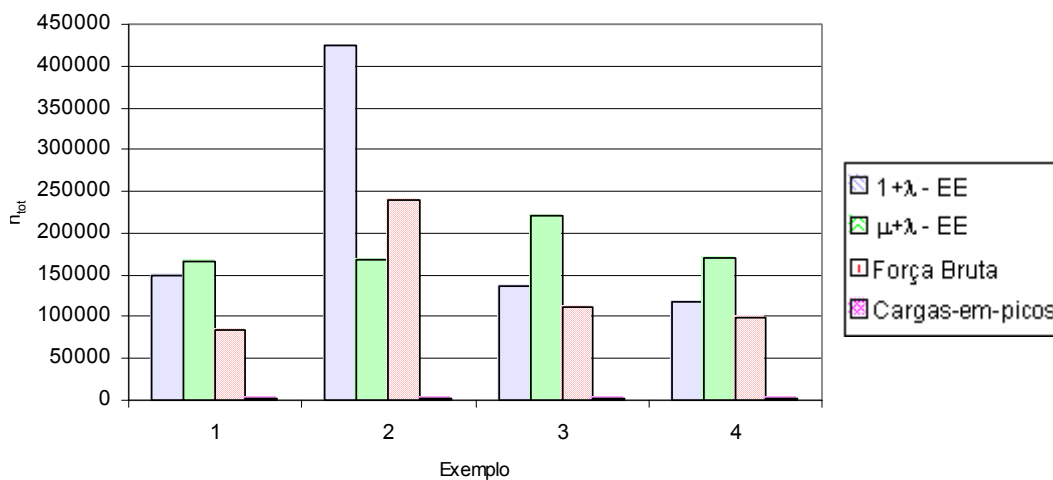


Figura 6.28– Número de avaliações da função aptidão na envoltória de esforço cortante máximo.

Pode-se perceber que n_{tot} sofre maior variação na $1 + \lambda - EE$, pois depende das dimensões l e l_i . No *Força Bruta* a variação também é grande, porém é menor do que na $1 + \lambda - EE$ pois depende apenas da dimensão l . Já na $\mu + \lambda - EE$ a variação é muito pequena de um exemplo para o outro, pois o número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal (na) é sempre o mesmo para qualquer problema. A única coisa que influencia essa variação é o número de seções (n_{sec}) que o problema será discretizado. O *Cargas-em-picos* não varia muito e n_{tot} é sempre muito pequeno em relação aos outros métodos.

6.8. Análise do tempo de processamento

A Figura 6.29 mostra a variação tempo de processamento gasto no cálculo da envoltória de esforços em cada um dos exemplos anteriores, incluindo o tempo necessário para o cálculo da *LI*. Foi utilizado um computador com processador Pentium III de 1,1 GHz e 512 Mb de memória RAM.

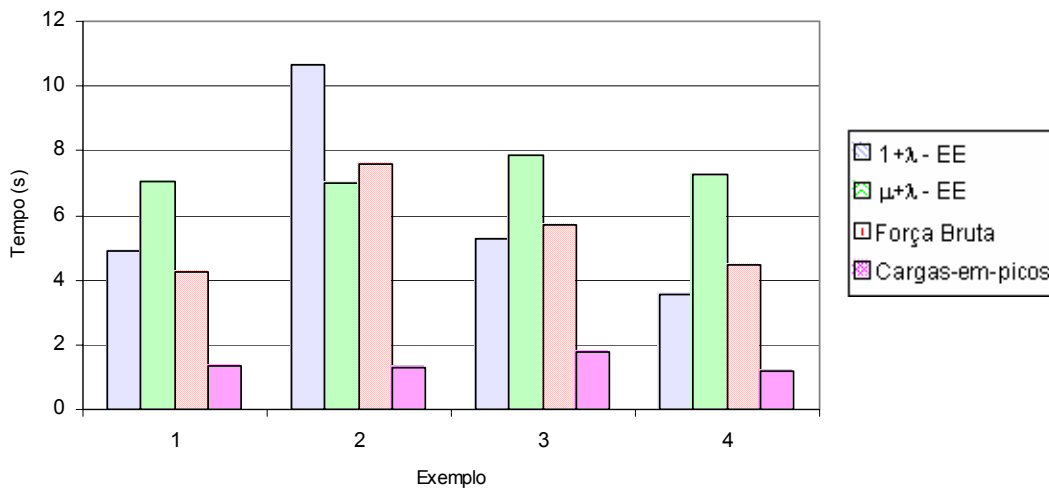


Figura 6.29– Tempo de processamento do programa para cálculo da envoltória de esforço cortante máximo.

Observa-se que o tempo gasto pelo processo *Cargas-em-picos* equivale praticamente ao tempo necessário para calcular apenas a *LI* em cada seção da estrutura. Sendo assim, é desprezível o tempo adicional devido a utilização do

processo *Cargas-em-picos* como refinamento dos outros métodos, visto que todos já consideram o tempo gasto com o cálculo da *LI*.

Na maioria dos casos, o tempo gasto pelo $1 + \lambda - EE$ é próximo ao tempo consumido pelo *Força Bruta*.

7 Conclusão

Nos exemplos analisados, tanto com pequenas ou grandes dimensões, todos os algoritmos tiveram ótimos resultados. Por ser um método que não utilizou informações adicionais relacionadas ao problema de envoltória de esforços, o método de $\mu + \lambda - EE$ foi o que apresentou maiores variações nos resultados, embora essas variações sejam muito pequenas.

No *Força Bruta* não aparecem falhas visíveis, embora muitas vezes não se consiga determinar os resultados corretos. Sua desvantagem é que toda vez que se faz a determinação da envoltória de um esforço usando um certo Δ , sempre se encontra o mesmo resultado. Sendo assim, mesmo quando o resultado obtido não seja o correto, ele se repetirá toda vez que calcular a envoltória. Embora os métodos $1 + \lambda - EE$ e $\mu + \lambda - EE$ estejam sujeitos ao surgimento de falhas visíveis, elas raramente repetem-se numa nova solicitação de cálculo da envoltória.

O *Cargas-em-picos* justificou seu uso para refinamento dos resultados, pois na maioria dos casos o esforço limite ocorre com alguma carga concentrada posicionada nos picos da *LI* e em certas situações é o único método capaz de determinar o valor exato do esforço. Além disso, apresentou um custo computacional muito baixo, pois seu tempo de processamento é praticamente desprezível em relação aos outros métodos.

A partir dessas observações, optou-se por usar o método $1 + \lambda - EE$ em conjunto com o *Cargas-em-picos* como o processo padrão de determinação de envoltórias no FTOOL.

A maior dificuldade encontrada em todos os métodos foi estimar os parâmetros a serem utilizados, tais como desvio padrão (σ), tamanho da população (μ), número de descendentes (λ) a serem gerados e o valor de Δ . Para a grande maioria dos casos, os resultados obtidos foram exatos, porém, em alguns casos mais críticos, o valor exato da envoltória não é encontrado em algumas seções da estrutura, embora se encontre um valor muito próximo a ele.

Com as implementações realizadas, o FTOOL ganhou uma importante ferramenta para o ensino de envoltórias de esforços, pré-dimensionamento e verificação de estruturas sujeitas à ação de cargas móveis.

7.1. Sugestão para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar:

- Implementação de envoltórias de esforços devido à combinação de carregamentos;
- Aplicação dos algoritmos desenvolvidos em problemas bidimensionais para envoltória de esforços em placas à flexão, ou seja, com aplicação em lajes de pontes ou de pavimentos de prédios.
- Implementação do cálculo da área da LI através de integração numérica.

Referência Bibliográfica

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT) – NBR – 7188 – **Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre**. Rio de Janeiro, 1982.
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT) – NBR – 7189 – **Carga móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias**. Rio de Janeiro, 1985.
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT) – NBR – 8681 – **Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, 1984.
4. ATIR Engeneering Software. **STRAP – Structural Analysis Programs**. Disponível em: <http://www.atirsoft.com/atirnew/strap_bridge.htm> . Acesso em: 31 mar. 2005.
5. BÄCK, T. **Evolutionary Algorithms**. ACM SIGBIO Newsletter, jun. 1992, v. 12, n. 2.
6. BÄCK, T.; HAMMEL, U. **Evolution Strategies Applied to Perturbed Objective Functions**. Congress on Evolutionary Computation, 1994, p. 40-45.
7. BÄCK, T.; HAMMEL, U.; SCHWEFEL, H.-P. **Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State**. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, abr. 1997, v. 1, n. 2,
8. BARBOSA, H. J. C., **Algoritmos Genéticos para Otimização em Engenharia: Uma Introdução aos Algoritmos Genéticos**. 2a Escola de Verão em Computação Científica, LNCC, Rio de Janeiro, Brasil, 1977.
9. BASTOS, E. A. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos**. Rio de Janeiro, 2004. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 168 p.
10. BEYER, H.-G.; SCHWEFEL, H.-P.; WEGENER, I. **How to Analyse Evolutionary Algorithms**. Theoretical Computer Science, set. 2002, v.287, p. 101-130.
11. BORGES, L. A. C. ; LIMA, L. R. O.; SILVA, L. A. P. S. ; VELLASCO, P. C. G. S. **Evaluation of the Post-Limit Stiffness of Beam-to-Column Semi-**

- Rigid Joints Using Genetic Algorithms.** Proceedings of the 9th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing. Civil-Comp Press, Edinburgo, 2003, v. 1, p. 1-12.
12. BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica.** 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2004. 526 p.
 13. CORTES, O. A. C.; SAAVEDRA, O. R. **Estratégias Evolutivas Paralelas em Otimização Multimodal.** INFOCOMP – Revista de Ciência da Computação – Anais da III SECICOM, nov. 2000, v. 2, n. 1, p. 63-68.
 14. COSTA, L.; OLIVEIRA, P. **An Evolution Strategy for Multiobjective Optimization.** Proceedings of the CEC 2002 - Congress on Evolutionary Computation, Honolulu, USA, 2002.
 15. DARWIN, C. A Origem das Espécies. Hemus – Livraria Editora Ltda, São Paulo, SP.
 16. DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms.** Van Nostrand Reinhold, New York, 1991. ISBN: 0442001738.
 17. DEL SAVIO, A. A.; VELLASCO, P. C. G. S.; ANDRADE, S. A. L.; MARTHA, L. F. **Genetic Algorithm Optimization of Semi-Rigid Steel Structures.** Proceedings of the The Eighth International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil, Structural and Environmental Engineering - AICC2005. Civil-Comp Press, Rome, Italy, 2005, v. 1, p. 1-6.
 18. Dr. SOFTWARE, LLC. Seattle, WA. Disponível em: < <http://www.drsoftware-home.com/index.html> > . Acesso em: 03 abr. 2005.
 19. EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. **Introduction to Evolutionary Computing.** Springer, Cap. 2, p. 15-35, 2003. ISBN: 3-540-40184-9. Disponível em: < <http://www.cs.vu.nl/%7Egusz/ecbook/Eiben-Smith-Intro2EC-Ch2.pdf> > . Acesso em: 03 abr. 2005.
 20. HADLEY, G. **Programação linear.** Rio de Janeiro: Ed. Guanabara Dois, 1982. 460 p.
 21. HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z. **Elements of structural optimization.** 3rd. rev. and expanded ed., with corrections. - Dordrecht : Kluwer Academic, 1993. 481p. : ISBN 0792315057 (broch.)
 22. KOZA, J. R. **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection.** Cambridge, MA, MIT Press, 1992.
 23. MARTHA, L. F.– **Métodos Básicos da Análise de Estruturas.** Disponível em: < <http://www.tecgraf.puc-rio.br/~lfm> > . Acesso em: 03 abr. 2005.
 24. MARTHA, L. F.– **Ftool: A Structural Analysis Educational Interactive Tool.** Proceedings of Workshop in Multimedia Computer Techniques in

- Engineering Education. Graz, Áustria: Institute for Structural Analysis, Technical University of Graz, 1999, p. 51-65.
25. MICHALEWICZ, Z. **Evolutionary Computation: Practical Issues**. Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, IEEE Press, Florida, 1996, p. 57-62
 26. OLIVIERI, B. P. **Otimização do Projeto de Pontes Protendidas Pré-moldadas pelo método dos Algoritmos Genéticos**. Rio de Janeiro, 2004. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 145 p.
 27. RAMIRES, F. B.; LIMA, L. R. O.; ANDRADE, S. A. L.; VELLASCO, P. C. G. S.; SILVA, J. G. S. **Genetic Algorithms Structural Optimisation of Beam-to-Column Semi-Rigid Joints**. Proceedings of the The Seventh International Conference on Computational Structures Technology - CST2004. Stirling : Civil-Comp Press, Lisboa, 2004, v. 1, p. 1-13,.
 28. RODRIGUES, E. L. M. **Evolução de Funções em Programação Genética orientada a gramáticas**. Curitiba, 2002. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Paraná, 116 p.
 29. SOUSA, L; ANDRADE, J. **Programação Evolutiva e AGs**. Disponível em: < <http://laseeb.isr.ist.utl.pt/publications/tfc/sisapr/pg.html> >. Acesso em: 03 abr. 2005.
 30. SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural: Estruturas Isostáticas**. Porto Alegre: Editora Globo, 1997. v. 2.