



Christiana Mauricio Niskier

**Ferramenta gráfico - interativa para o
projeto de vigas de edifícios em concreto
armado**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de
Concentração: Estruturas.

Orientadores: Marta de Souza Lima Velasco
Luiz Fernando C. R. Martha

Rio de Janeiro
Setembro de 2004



Christiana Mauricio Niskier

**Ferramenta gráfico - interativa para o
projeto de vigas de edifícios em concreto
armado**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-
Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora
abaixo assinada.

Profa. Marta de Souza Lima Velasco

Presidente / Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Luiz Fernando C. R. Martha

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Profa. Cláudia R. Eboli

UFRJ

Prof. Tulio N. Bittencourt

EPUSP

Prof. Giuseppe B. Guimarães

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial

do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de Setembro de 2004.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e dos orientadores.

Christiana Mauricio Niskier

Graduou-se em Engenharia Civil, ênfase em Estruturas, pela PUC-Rio – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 1996. Desenvolveu seu trabalho de pesquisa com ênfase em concreto armado.

Ficha catalográfica

Niskier, Christiana Mauricio

Ferramenta gráfico – interativa para o projeto de vigas de edifícios em concreto armado / Christiana Mauricio Niskier ; orientadores: Marta de Souza Lima Velasco, Luiz Fernando C. R. Martha. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil 2004.

138 f. : il. ; 29,7 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Concreto armado. 3. Ferramenta gráfica. 4. Vigas. 5. Projeto estrutural. I. Velasco, Marta de Souza Lima. II. Martha, Luiz Fernando Campos Ramos. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

À professora e orientadora Marta de Souza Lima Velasco, pelos relevantes conhecimentos transmitidos e pelo convívio e amizade desenvolvida ao longo deste trabalho.

Ao co-orientador Luiz Fernando Martha, pelos conhecimentos transmitidos na área de estruturas e pela paciência, amizade e apoio durante o curso.

Aos professores que participaram da banca examinadora.

À minha família pelo incentivo durante toda a minha vida, em especial pela minha mãe e pelo meu pai, por sempre estar ao meu lado em todos os momentos.

Ao meu noivo e companheiro, Carlos Eduardo Mansur pelo incentivo, carinho e compreensão imprescindíveis para a realização deste trabalho.

Aos colegas Paola, Anderson, Alexandre e Renato pelo incentivo à conclusão deste trabalho e por compreenderem a minha ausência e isolamento quando na redação final desta dissertação.

Em especial aos amigos e também colegas Marcela Torno Lopes, Marcélia, Marcos Arruda e Fernando Ramires que auxiliaram e motivaram o desenvolvimento deste trabalho.

À secretária Ana Roxo, pelo apoio e atenção ao longo do curso.

À CAPES e a PUC-Rio pelo apoio financeiro.

A Deus, por permitir tudo isso.

Resumo

Niskier, Christiana Mauricio; Velasco, Marta de Souza Lima; Martha, Luiz Fernando C. R. **Ferramenta Gráfico-Interativa para o Projeto de Vigas de Edifícios em Concreto Armado**. Rio de Janeiro, 2004. 138p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho visa ao desenvolvimento de uma ferramenta gráfica interativa para a modelagem e dimensionamento de vigas de edifícios de concreto armado seguindo as prescrições da nova norma brasileira NBR 6118, 2003. Como base, utilizou-se o programa FTOOL, que se destina ao ensino do comportamento estrutural de pórticos planos. O método de dimensionamento utilizado para as seções de concreto submetidas à flexão é o de Ferreira da Silva Jr., relativo às zonas de sollicitação. Para que esta nova ferramenta fosse incorporada ao programa FTOOL, este teve que sofrer algumas modificações, tais como a definição do material concreto armado, com os diversos tipos e propriedades para o concreto e para o aço; e a definição de seções transversais típicas de vigas de concreto armado (retangular, T, L e I), incluindo posicionamento da armadura e cobrimento. O resultado que o programa desenvolvido oferece são dois diagramas: um deles contendo as armaduras longitudinais superior e inferior, calculadas para cada par de valores de momento fletor e esforço normal; e outro de armadura transversal, calculada para cada valor de força cortante. Além dos dois diagramas de armadura, ainda existem dois modos de resultado da análise de dimensionamento: armadura necessária e armadura adotada.

Palavras-chave

Concreto Armado, Ferramenta Gráfica, Vigas, Projeto Estrutural.

Abstract

Niskier, Christiana Mauricio; Velasco, Marta de Souza Lima; Martha, Luiz Fernando C. R. (Advisors). **Interactive Graphic Tool for the Design of Reinforced Concrete Beams**. Rio de Janeiro, 2004. 138p. MSc. Dissertation – Civil Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The present work describes the development of an interactive graphics tool for modeling and design reinforced concrete building beams, following the new Brazilian code NBR 6118, 2003. The graphics tool is based on the FTOOL software, which is an educational tool for two-dimensional frame structural behavior. The design method used for reinforced concrete sections submitted to flexural loading is the one of Ferreira da Silva Jr., in relation to loading zones. In order to incorporate this new tool into FTOOL, some modifications were made, such as the definition of the reinforced concrete material, with several types and properties for concrete and steel; and the definition of typical cross sections properties of reinforced concrete beams (rectangle, T-shape, L-shape and I-shape), including positioning of structural reinforcement and cover. As a result, the developed program offers two diagrams: one containing top and bottom longitudinal steel area, calculated for each pair of values of bending moment and axial force; and another of transversal steel area, calculated for each value of shear force. In addition to these two steel area diagrams, there are two ways for visualizing the design results: necessary and adopted reinforcement.

Key-words

Reinforced Concrete, Graphic Tool, Beams, Structure Design.

Sumário

Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas.....	14
Lista de Símbolos.....	15
Lista de Abreviaturas.....	23
1 Introdução	24
1.1 Objetivos	24
1.2 Revisão Bibliográfica.....	25
1.3 Descrição Global / Escopo	26
2 Dimensionamento de Vigas de Edifícios de Concreto Armado	27
2.1 Introdução	27
2.2 Hipóteses Básicas.....	28
2.3 Domínios de Deformação	30
2.4 Parâmetros Adimensionais	33
2.4.1 Seção Retangular.....	33
2.4.2 Seção Retangular Vazada	36
2.5 Equações de Compatibilidade	39
2.6 Limites entre Domínios.....	42
2.7 Resultante de Compressão do Concreto.....	43
2.7.1 Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular.....	45
2.7.2 Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular Vazada	46
2.8 Estado Limite Último (ELU).....	50
2.9 Flexão Composta Reta – Dimensionamento com Armadura em Duas Bordas ..	51
2.9.1 Zonas de Solicitação	52
2.9.2 Determinação de β_x	53
2.9.3 Equações de Equilíbrio	54
2.9.3.1 Equações de Equilíbrio para Zona A	55
2.9.3.2 Equações de Equilíbrio para Zona B	56

2.9.3.3 Equações de Equilíbrio para Zona C	57
2.9.3.4 Equações de Equilíbrio para Zona D	58
2.9.3.5 Equações de Equilíbrio para Zona E	59
2.9.3.6 Equações de Equilíbrio para Zona O	60
2.9.4 Limites entre as Zonas	61
2.9.5 Determinação da Zona de Solicitação	62
2.9.6 Valores Limites para Armaduras Longitudinais de Vigas	63
2.9.7 Metodologia de Cálculo	64
2.10 Dimensionamento à Força Cortante	65
2.10.1 Cálculo da Resistência	65
2.10.2 Verificação da Compressão Diagonal do Concreto	66
2.10.3 Cálculo da Armadura Transversal	66
2.10.4 Dimensionamento da Armadura Transversal	68
2.10.5 Armadura Mínima	69
2.10.6 Espaçamento entre os Estribos	69
2.11 Decalagem e Ancoragem da Armadura Longitudinal	70
3 Implementação Computacional	75
3.1 Introdução	75
3.2 Estrutura de Dados	76
3.3 Implementação de Materiais e Seções Transversais em POO	82
3.3.1 Material Concreto Armado	83
3.3.2 Seções Transversais de Vigas de Concreto Armado	87
3.3.3 Verificações Realizadas para o Dimensionamento e Prescrições da NBR 6118, 2003	91
3.4 Modificações na Interface Gráfica	93
3.5 Algoritmo de Decalagem e Ancoragem da Armadura Longitudinal	98
4 Exemplos de Validação e Análise de Resultados	103
4.1 Exemplo 1	103
4.2 Exemplo 2	109
4.3 Exemplo 3	115
4.4 Exemplo 4	122

5 Conclusão	129
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros	130
Referências Bibliográficas.....	131
Anexo A.....	133

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação para o concreto, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].....	29
Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação para o aço, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].....	29
Figura 2.3 – Domínios de deformações, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].	31
Figura 2.4 – Regiões de deformação, adaptada de SANTOS [4].....	32
Figura 2.5 – Armadura em duas bordas – seção, deformações, tensões e resultantes, adaptada de SANTOS [4].....	33
Figura 2.6 – Parâmetros reduzidos adimensionais para o dimensionamento.....	33
Figura 2.7 – Parâmetros relacionados a seção retangular vazada, adaptado de SANTOS [4].....	37
Figura 2.8 – Parâmetros reduzidos adimensionais de uma seção retangular vazada.....	37
Figura 2.9 – Deformações na região I, adaptada de SANTOS [4].....	40
Figura 2.10 – Deformações na região II, adaptada de SANTOS [4].....	41
Figura 2.11 – Deformações na região III, adaptada de SANTOS [4].....	42
Figura 2.12 – Resultante R_{cc} e sua posição, adaptada de SANTOS [4].	43
Figura 2.13 – Encurtamento mínimo ε_{c0} , adaptada de SANTOS [6].....	45
Figura 2.14 – Encurtamento ε_c^* , adaptada de SANTOS [4].....	48
Figura 2.15 – Dimensionamento, adaptada de SANTOS [5].	51
Figura 2.16 – Zonas de solicitação, adaptada de SANTOS [5].	52
Figura 2.17 – Relação entre os domínios de deformação e as zonas de solicitação, adaptada de BARBOSA [7].	54
Figura 2.18 – Esforços solicitantes e resistentes – zona A.	55
Figura 2.19 – Esforços solicitantes e resistentes – zona B.	56
Figura 2.20 – Esforços solicitantes e resistentes – zona C.	57
Figura 2.21 – Esforços solicitantes e resistentes – zona D.	58
Figura 2.22 – Esforços solicitantes e resistentes – zona E.	59
Figura 2.23 – Esforços solicitantes e resistentes – zona O.	60
Figura 2.24 – Limite entre as zonas de solicitação, adaptada de KAEFER [1].	61
Figura 2.25 – Trechos para pesquisa da zona, adaptada de SANTOS [4].	63
Figura 2.26 – Diagrama de armadura longitudinal deslocado de a_l	70
Figura 2.27 – Posições de boa e de má aderência, adaptada de ARAÚJO [10].....	72
Figura 2.28 – Cobertura da envoltória de momentos fletores, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].....	74
Figura 3.1 – Exemplo de uma subdivisão do \mathfrak{R}^2 , adaptada de FERRAZ [12].	76

Figura 3.2 – As nove relações de adjacência entre vértices, arestas e faces, adaptada de FERRAZ [12].	78
Figura 3.3 – Relações de adjacência explicitamente armazenadas em uma estrutura baseada em arestas, adaptada de FERRAZ [12].	79
Figura 3.4 – Estrutura de dados HED, adaptada de FERRAZ [12].	80
Figura 3.5 – Usos de uma aresta, adaptada de FERRAZ [12].	80
Figura 3.6 – Estrutura de dados de atributos do FTOOL, adaptada de KAEFER [1].	81
Figura 3.7 – Classes relativa ao material.	84
Figura 3.8 – Interface gráfica para seleção de um novo material.	84
Figura 3.9 – Parâmetros do material concreto armado.	85
Figura 3.10 – Tipos de aço.	86
Figura 3.11 – Classes relativas às seções transversais.	87
Figura 3.12 – Interface gráfica para seleção de seções transversais.	88
Figura 3.13 – Parâmetros das seções transversais referentes ao dimensionamento de vigas de concreto armado.	89
Figura 3.14 – Diâmetros da armadura longitudinal inferior (ϕ_{l1}) e superior (ϕ_{l2}).	89
Figura 3.15 – Diâmetros da armadura transversal (ϕ_t) e espaçamentos.	90
Figura 3.16 – Espaçamento mínimo das barras, adaptada de ARAÚJO [15].	92
Figura 3.17 – Posição do centróide da armadura.	93
Figura 3.18 – Janela de configuração de unidades e formatos de valores numéricos.	94
Figura 3.19 – Botão para acessar o módulo de dimensionamento de concreto armado.	95
Figura 3.20 – Submenu responsável pelo dimensionamento de concreto armado.	95
Figura 3.21 – Resultados ao longo da barra, de acordo com o passo (<i>Step</i>) estipulado.	98
Figura 3.22 – Resultados de cada passo (<i>Step</i>) mostrados no diagrama.	98
Figura 3.23 – Exemplo de uma cadeia de arestas.	99
Figura 3.24 – Sentido desfavorável do diagrama de armadura.	100
Figura 3.25 – Esquema do algoritmo de detalhamento da armadura longitudinal adotada em um vão.	101
Figura 4.1 – Viga V_1 – corte AA do Exemplo 1.	103
Figura 4.2 – Geometria e carregamento da viga V_1 do Exemplo 1.	104
Figura 4.3 – Largura de mesa colaborante.	104
Figura 4.4 – Seção transversal da viga V_1 do Exemplo 1 (em <i>cm</i>).	105
Figura 4.5 – Diagramas de esforços solicitantes do Exemplo 1.	106
Figura 4.6 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 1.	107
Figura 4.7 – Valor da armadura transversal necessária a uma distância de $d/2$ da face dos apoios (Exemplo 1).	107
Figura 4.8 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 1.	108
Figura 4.9 – Diagrama de armadura longitudinal adotada com barras grupadas de cinco em cinco para a armadura superior e quatro em quatro para a inferior.	108

Figura 4.10 – Esquema estrutural de um pórtico plano do edifício de dois andares que contém a viga V_{S1} (Exemplo 2).	109
Figura 4.11 – Diagramas de esforços solicitantes do pórtico plano do Exemplo 2.	110
Figura 4.12 – Diagramas de armadura necessária do pórtico plano do Exemplo 2.....	111
Figura 4.13 – Diagramas de armadura adotada do pórtico plano do Exemplo 2.	112
Figura 4.14 – Esquema estrutural e carregamento da viga V_{S1} , isolada do pórtico plano do Exemplo 2.....	113
Figura 4.15 – Diagramas de esforços solicitantes da viga isolada do Exemplo 2.....	113
Figura 4.16 – Diagramas de armadura necessária da viga isolada do Exemplo 2.	114
Figura 4.17 – Diagramas de armadura adotada da viga isolada do Exemplo 2	114
Figura 4.18 – Pórtico plano representando os dois últimos andares de um edifício (Exemplo 3).	115
Figura 4.19 – Seções transversais das vigas do Exemplo 3.	115
Figura 4.20 – Diagramas de esforços solicitantes para o pórtico do Exemplo 3.....	116
Figura 4.21 – Diagramas de armadura necessária para o pórtico do Exemplo 3.	117
Figura 4.22 – Seções transversais em L do Exemplo 3.	117
Figura 4.23 – Diagramas de armadura necessária para seção em L do Exemplo 3.....	118
Figura 4.24 – Diagramas de armadura adotada para o pórtico do Exemplo 3.....	119
Figura 4.25 – Modelo para viga isolada do Exemplo 3.....	120
Figura 4.26 – Diagramas de esforços solicitantes para a viga do Exemplo 3.....	120
Figura 4.27 – Diagramas de armadura necessária para a viga do Exemplo 3.....	120
Figura 4.28 – Diagrama de armadura longitudinal necessária para seção L do Exemplo 3.	121
Figura 4.29 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 3.....	121
Figura 4.30 – Esquema estrutural do pórtico da viga V_3 do Exemplo 4.	122
Figura 4.31 – Seção transversal da viga V_3 do Exemplo 4.....	122
Figura 4.32 – Diagramas de esforços solicitantes do Exemplo 4.....	123
Figura 4.33 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 4.....	124
Figura 4.34 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 4.....	125
Figura 4.35 – Modelos para viga: apoiado e engastado (Exemplo 4).	125
Figura 4.36 – Diagramas de esforços solicitantes para as vigas apoiada e engastada do Exemplo 4.....	126
Figura 4.37 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 4.....	127
Figura 4.38 – Diagrama de armadura longitudinal adotada do Exemplo 4.	127
Figura 4.39 – Diagrama de armadura transversal adotada do Exemplo 4.	128
Figura A.1 – Planta de forma do teto tipo do edifício.....	133
Figura A.2 – Carregamento da viga V_2	135
Figura A.3 – Carregamento da viga V_6	136
Figura A.4 – Carregamento da viga V_5	136
Figura A.5 – Carregamento da viga V_4	137

Figura A.6 – Carregamento da viga V_3 .	137
Figura A.7 – Carregamento da viga V_7 .	137
Figura A.8 – Carregamento da viga V_1 .	138

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas	64
Tabela 2.2 – Valores para o coeficiente η_1	72
Tabela 2.3 – Valores para o coeficiente η_2	72
Tabela 2.4 – Valores para o coeficiente η_3	73
Tabela 3.1 – Coeficientes de minoração.....	85
Tabela 3.2 – Cobrimento nominal	91
Tabela A.1 – Altura das lajes.	134
Tabela A.2 – Dimensões das vigas.....	134
Tabela A.3 – Dimensões dos pilares.	134
Tabela A.4 – Cargas nas lajes (kN / m^2).....	134
Tabela A.5 – Cargas das lajes nas vigas.....	135
Tabela A.6 – Cargas na viga V_2 (kN / m).	135
Tabela A.7 – Cargas na viga V_6 (kN / m).	135
Tabela A.8 – Cargas na viga V_5 (kN / m).	136
Tabela A.9 – Cargas na viga V_4 (kN / m).	136
Tabela A.10 – Cargas na viga V_3 (kN / m).	137
Tabela A.11 – Cargas na viga V_7 (kN / m).	137
Tabela A.12 – Cargas na viga V_1 (kN / m).	138

Lista de Símbolos

Romanos

A	Área da seção
a	Distância de R_{cc} à borda mais próxima da seção
a	Distância entre os pontos de momento fletor nulo
$A_{adotada}$	Área de aço adotada no projeto
A_c	Área da seção transversal
$A_{\phi,l}$	Área da seção da barra escolhida para armadura longitudinal
$A_{\phi,t}$	Área da seção da barra escolhida para armadura transversal
a_l	Comprimento de decalagem
A_{nec}	Área de aço exigida pelo cálculo (área necessária)
A_r	Área da seção retangular cheia de mesmo contorno externo ou mesmo perímetro
a_r	Distância de $R_{cc,r}$ à borda superior
A_{s1}	Área da armadura longitudinal inferior
A_{s2}	Área da armadura longitudinal superior
$A_{s,min}$	Armadura mínima necessária para o dimensionamento à flexão
A_{spm}	Armadura transversal necessária por unidade de comprimento
A_{sw}	Área da seção transversal dos estribos
$A_{sw,min}$	Armadura mínima da seção transversal dos estribos
A_v	Área do retângulo vazio
a_v	Distância de $R_{cc,v}$ à borda superior do retângulo vazio
b	Largura da seção no nível y
b_1	Largura da aba a partir da face da alma fictícia, caso exista uma viga consecutiva
b_2	Distância entre as faces das almas fictícias consecutivas
b_3	Largura da aba a partir da face da alma fictícia, caso não exista uma viga consecutiva

b_4	Distância entre a face da alma fictícia e a extremidade da laje
b_w	Largura da alma da seção
b_f	Largura colaborante da laje
c	Distância entre duas fibras quaisquer
c	Cobrimento nominal de uma determinada barra
c_1	Distância do centro geométrico da seção à borda inferior
c_2	Distância do centro geométrico da seção à borda superior
d	Altura útil da seção
$d\varepsilon'_c$	Derivada da deformação numa fibra genérica
d_i	Distância de uma fibra genérica (onde está localizado o centro geométrico de um grupo de barras de aço) ao bordo superior
d'	Distância do centro geométrico da armadura à borda mais próxima da seção transversal de concreto
d'_1	Distância do centro geométrico da armadura A_{s1} à borda inferior
d'_2	Distância do centro geométrico da armadura A_{s2} à borda superior
d_{\max}	Diâmetro máximo do agregado
dy	Espessura da área elementar no nível y
e_0	Espaço livre horizontal para a passagem da agulha do vibrador
e_1	Distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras
e_2	Distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras
e_h	Espaçamento mínimo das barras nas camadas horizontais
e_v	Espaçamento mínimo das barras no plano vertical
E_c	Módulo de deformação longitudinal tangente do concreto
E_{cs}	Módulo de deformação longitudinal secante do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
f_{bd}	Valor último da tensão de aderência de cálculo
f_{cd}	Resistência à compressão de cálculo do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias
f_{ctd}	Resistência de cálculo do concreto à tração direta

$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior à tração do concreto
f_{ctm}	Resistência média do concreto à tração direta
f_{yd}	Resistência de cálculo do aço à tração (valor da tensão de escoamento)
f_{yk}	Resistência característica do aço (tensão de escoamento característica)
f_{ywk}	Resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal
f_{ywd}	Tensão na armadura transversal passiva
h	Altura da seção
h_1	Espessura da mesa superior da seção retangular vazada
h_2	Espessura da mesa inferior da seção retangular vazada
I	Momento de inércia em relação ao centro geométrico da seção
$I_{p,inf}$	Momento de inércia do lance inferior do pilar
$I_{p,sup}$	Momento de inércia do lance superior do pilar
k	Constante relacionada ao tipo de barra
K_{mola}	Rigidez da mola
$K_{p,inf}$	Rigidez do lance inferior do pilar extremo
$K_{p,sup}$	Rigidez do lance superior do pilar extremo
l	Comprimento do vão efetivo da viga
l_b	Comprimento básico de ancoragem
l_e	Comprimento de flambagem do lance inferior ou superior do pilar
M	Momento fletor
M_d	Momento fletor de cálculo
M_o	Valor do momento fletor que anula a tensão normal na borda tracionada
$M_{Sd,max}$	Momento fletor máximo solicitante no trecho considerado
n_b	Número de barras
N	Força normal
N_d	Força normal de cálculo (esforço solicitante de cálculo)
N_{Rd}	Esforço resistente de cálculo

Q	Força cortante
r	Raio de curvatura da seção
r_r	Raio de curvatura da seção retangular cheia
r_v	Raio de curvatura do retângulo vazio
R_{cc}	Resultante de tensões de compressão no concreto
$R_{cc,r}$	Resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia
$R_{cc,v}$	Resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio (que haveria se ele não fosse vazio)
R_{s1}	Resultante de tensões na armadura inferior
R_{s2}	Resultante de tensões na armadura superior
S_2	Momento estático da área A_c em relação à borda superior
s	Espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw}
s_{max}	Espaçamento máximo, medido ao longo do eixo da viga, entre elementos da armadura transversal A_{sw}
V_c	Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça
V_{c0}	Valor de referência para V_c quando a inclinação da biela de compressão é igual a 45°
V_{Rd2}	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
V_{Rd3}	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal
V_{Sd}	Força cortante solicitante de cálculo, na seção
$V_{sd,max}$	Força cortante de cálculo máxima no trecho considerado
V_{sw}	Parcela da força cortante resistida pela armadura transversal
x	Profundidade da linha neutra
x	Posição para cada valor de armadura
x_{al+lb}	Posição para cada valor de armadura depois de considerar a decalagem e a ancoragem
y	Distância de uma fibra genérica à borda superior
\bar{y}	Distância do centróide à borda inferior da seção
y_0	Distância do centróide da armadura até a camada mais afastada da linha neutra

Gregos

α	Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural
α	Coeficiente de dilatação térmica
α_1	Relação entre a tensão de cálculo na armadura inferior e a tensão de cálculo no concreto
α_2	Relação entre a tensão de cálculo na armadura superior e a tensão de cálculo no concreto
α_{v2}	Fator de efetividade do concreto
β	Distância do centro geométrico da armadura tracionada à borda mais afastada da seção, reduzida adimensional
β_{e1}	Distância do centro geométrico da seção à borda inferior, reduzida adimensional
β_{e2}	Distância do centro geométrico da seção à borda superior, reduzida adimensional
β_{e1}	Distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras, reduzida adimensional
β_{e2}	Distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras, reduzida adimensional
β_i	Distância de uma camada i de barras à borda superior, reduzida adimensional
β_x	Profundidade relativa da linha neutra, reduzida adimensional
$\beta_{x,\text{lim}}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 3 e 4
$\beta_{x\text{lim}1-2}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 1 e 2
$\beta_{x\text{lim}2-3}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 2 e 3
$\beta_{x\text{lim}3-4}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 3 e 4
$\beta_{x\text{lim}4a-5}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 4a e 5
$\beta_{x,\text{ref}}$	β_x correspondente ao limite entre os domínios 2 e 3
δ	Distância do centro geométrico da armadura à borda mais próxima da seção transversal de concreto, reduzida adimensional
δ_1	Distância do centro geométrico da armadura inferior à borda inferior, reduzida adimensional

δ_2	Distância do centro geométrico da armadura superior à borda superior, reduzida adimensional
δ_{h1}	Espessura da mesa superior da seção retangular vazada, reduzida adimensional
δ_{h2}	Espessura da mesa inferior da seção retangular vazada, reduzida adimensional
δ_w	Largura da alma da seção, reduzida adimensional
ε_c	Deformação específica do concreto
ε_{c0}	Encurtamento mínimo de uma fibra da seção
ε_{c1}	Deformação específica do concreto na borda inferior
ε_{cu}	Deformação específica de ruptura do concreto comprimido
ε'_c	Deformação numa fibra genérica, a uma distância y da borda superior
ε_c^*	Encurtamento na borda superior do retângulo vazio
ε_s	Deformação específica do aço
ε_{sd}	Deformação específica de cálculo do aço
ε_{sdi}	Deformação específica de uma fibra genérica (onde está localizado o centro geométrico de um grupo de barras de aço)
ε_x	Deformação longitudinal específica de uma fibra distante y da linha neutra (LN)
ε_{yd}	Deformação específica de cálculo de escoamento do aço
ϕ	Diâmetro da barra
ϕ_l	Bitola da armadura longitudinal
ϕ_{l1}	Bitola da armadura longitudinal inferior
ϕ_{l2}	Bitola da armadura longitudinal superior
ϕ_t	Diâmetro das barras dos estribos
γ	Peso específico do material
γ_{alv}	Peso específico da alvenaria
γ_c	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
γ_{ench}	Peso específico do enchimento
γ_f	Coefficiente de majoração das cargas

γ_s	Coeficiente de minoração da resistência do aço
η	Força normal resistente do concreto (resultante de compressão do concreto) reduzida adimensional
η_1	Coeficiente para cálculo da tensão de aderência da armadura passiva
η_2	Coeficiente para cálculo da tensão de aderência da armadura passiva
η_3	Coeficiente para cálculo da tensão de aderência da armadura passiva
η_{lim}	Valor de η para $\beta_x = \beta_{x,lim}$
η'	Momento fletor resistente do concreto, em relação à borda mais encurtada, reduzido adimensional
η'_{lim}	Valor de η' para $\beta_x = \beta_{x,lim}$
η'_r	Momento fletor resistente do concreto, na seção retangular cheia, reduzido adimensional
η'_v	Momento fletor resistente do concreto, no retângulo vazio, reduzido adimensional
η_r	Resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia, reduzida adimensional
η_v	Resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio, reduzida adimensional
μ	Momento fletor reduzido adimensional
μ_{AB}	Valores de μ relativos ao limite entre as zonas A e B
μ_{BC}	Valores de μ relativos ao limite entre as zonas B e C
μ_{CD}	Valores de μ relativos ao limite entre as zonas C e D
μ_{DE}	Valores de μ relativos ao limite entre as zonas D e E
μ_O	Momento fletor no limite da zona O, reduzido adimensional
μ_B	Valor do momento fletor reduzido no ponto B
v	Força normal reduzida adimensional
v_A	Abcissa do ponto A (valor da força normal no ponto A)
v_B	Abcissa do ponto B (valor da força normal no ponto B)
v_O	Força normal no limite da zona O, reduzida adimensional
θ	Curvatura adimensional

θ^*	Curvatura adimensional no retângulo vazio
ρ_1	Taxa geométrica da armadura inferior
ρ_2	Taxa geométrica da armadura superior
$\rho_{sw,min}$	Taxa geométrica mínima dos estribos
σ_c	Tensão à compressão no concreto
σ_{cd}	Tensão de cálculo do concreto
σ'_c	Tensão de compressão em uma fibra genérica, à uma distância y da borda superior
σ_s	Tensão normal de tração na armadura
σ_{sd}	Tensão normal solicitante de cálculo
σ_{sd1}	Valor de cálculo da tensão no aço da armadura inferior
σ_{sd2}	Valor de cálculo da tensão no aço da armadura superior
ω_1	Resultante de tensões na armadura inferior, reduzida adimensional
ω_2	resultante de tensões na armadura superior, reduzida adimensional
ω_{min}	Taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão para vigas

Lista de Abreviaturas

PUC-Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
DEC	Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio
Tecgraf	Tecnologia de Tecnologia em Computação Gráfica
IUP	Sistema Portátil de Interface com o Usuário
LED	Linguagem de Especificação de Diálogos
CD	Canvas Draw
HED	Half-Edge Data Structure
POO	Programação orientada a objeto
FTOOL	Two-dimensional Frame Analysis Tool
FTOOLRC	Two-dimensional Frame Analysis Tool – Reinforced Concrete
ELU	Estado Limite Último
LN	Linha Neutra

1

Introdução

1.1

Objetivos

O uso de recursos computacionais é cada vez mais evidente no ramo da engenharia civil, tanto para o ensino quanto para projeto. Vale ressaltar, no entanto, que tais recursos não nos permitem prescindir da experiência do engenheiro, funcionando como uma ferramenta complementar, executando tarefas repetitivas e possibilitando que várias alternativas sejam testadas.

A proposta deste trabalho é desenvolver uma ferramenta gráfica interativa para o dimensionamento de vigas de concreto armado tanto à flexão quanto ao cisalhamento, incorporando-a ao programa FTOOL (FTOOLRC - *Two-dimensional Frame Analysis Tool – Reinforced Concrete*) para o ensino, pré-dimensionamento e verificação destas vigas. Este trabalho estende desenvolvimentos anteriores do FTOOL, em particular o de KAEFER [1].

O FTOOL (*Two-dimensional Frame Analysis Tool*) é um programa que se destina ao ensino do comportamento estrutural de pórticos planos, ocupando um espaço pouco explorado por programas educativos. Estes se preocupam mais com o ensino de técnicas numéricas de análise, enquanto o FTOOL tem como objetivo básico motivar o aluno a aprender o comportamento estrutural. A experiência de ensino nesta área tem mostrado que o processo de aprendizado dos métodos de análise de estruturas não é eficiente sem o conhecimento do comportamento estrutural. Além disso, o programa possui uma interface simples e com recursos para uma eficiente criação e manipulação do modelo.

Nesta nova versão do programa, as vigas são analisadas isoladamente ou em conjunto dentro de um modelo estrutural de pórtico plano. O dimensionamento é feito de uma forma automática, com a mesma simplicidade e eficiência que o FTOOL apresenta na sua versão original. Tendo em vista que a facilidade com que o dimensionamento é realizado é a chave para o ensino do projeto de vigas de concreto armado, o FTOOLRC permite que diversas alternativas e suas conseqüências sejam testadas em pouco tempo, permitindo um ganho muito rápido de sensibilidade de projeto. Além do ensino, o programa

pode ser um grande aliado na etapa de pré-dimensionamento e verificação nos projetos estruturais, de maneira simples e eficiente.

1.2

Revisão Bibliográfica

Atualmente, existem vários programas de cálculo estrutural disponíveis no mercado. São programas bastante sofisticados, que geralmente necessitam de uma certa experiência para serem utilizados e manipulados.

O CYPECAD é um moderno e poderoso software de cálculo de edifícios de concreto, possuindo alto nível de automatização. Além do projeto completo de estruturas de concreto, o programa faz uma análise estrutural por elementos finitos de toda a estrutura, dimensionamento e detalhamento.

Os sistemas CAD/TQS são modeladores estruturais que fazem o cálculo de solicitações (processo convencional, grelha, pórtico espacial ou elementos finitos), da verificação de estabilidade, o dimensionamento e o detalhamento. O programa não depende de outros sistemas computacionais gráficos de editoração de desenhos. Ele conta com um editor gráfico próprio, totalmente incorporado aos sistemas CAD/TQS, ao contrário do CYPECAD.

O EBERICK é outro software que também se aplica ao cálculo de edificações de concreto armado, com um ou mais pavimentos. O lançamento da estrutura é feito de forma gráfica, em um ambiente de CAD próprio, com possibilidade de visualização tridimensional da estrutura sendo modelada. Os esforços nos elementos são obtidos através de uma análise via pórtico espacial, sendo que, a partir disso, cada elemento pode ser dimensionado e detalhado.

Todos estes programas comerciais citados anteriormente são muito utilizados em escritórios de cálculo. Porém eles não são tão práticos a ponto de se fazer algum tipo de verificação rápida, principalmente na etapa de pré-dimensionamento.

O FTOOLRC (*Two-Dimensional Frame Analysis Tool – Reinforced Concrete*) é uma extensão do trabalho de KAEFER [1], que desenvolveu uma ferramenta gráfica, também incorporada ao programa FTOOL, para a modelagem e dimensionamento de pórticos planos de concreto armado. KAEFER [1], na nova versão do programa, incorporou ferramentas para inserção de múltiplos casos de carga, múltiplas combinações de carregamento e integração com o programa comercial ADINA (*Automatic Dynamic Incremental*

Non-Linear Analysis), permitindo uma análise não linear. O FTOOLRC, além de ser um programa voltado para o ensino, é uma ferramenta direcionada para o projeto e dimensionamento de vigas de edifícios de concreto armado, incluindo decalagem e ancoragem da armadura.

1.3

Descrição Global / Escopo

Como ponto de partida para o desenvolvimento deste trabalho, o capítulo dois é dedicado a uma visão geral do dimensionamento de vigas de concreto armado. São apresentados os métodos e as rotinas utilizados para o dimensionamento de acordo com os procedimentos propostos por SILVA Jr.[2] e respeitando as prescrições da norma ABNT NBR 6118, 2003 [3].

O capítulo três apresenta os principais aspectos da implementação computacional dos procedimentos descritos no capítulo anterior, bem como as modificações feitas na estrutura de dados e na interface gráfica do FTOOL. Foram descritos alguns elementos gráficos necessários para o completo entendimento das implementações.

No capítulo quatro são apresentados alguns exemplos de validação constituídos pelo dimensionamento de vigas de edifícios de concreto armado. O objetivo principal do capítulo é verificar a aplicabilidade e validade do programa através de comparações feitas com os resultados obtidos na referência de cada exemplo.

A parte final deste trabalho, capítulo cinco, é constituída por comentários finais e conclusões de todos os itens estudados nos capítulos anteriores, além de algumas sugestões para trabalhos futuros.

O anexo apresenta uma descrição completa do exemplo três, incluindo planta de forma, dimensões das vigas e pilares, cargas das lajes, transmissão de cargas para as vigas.

2

Dimensionamento de Vigas de Edifícios de Concreto Armado

2.1

Introdução

Neste capítulo são apresentados os métodos e as rotinas utilizados para o dimensionamento de vigas de edifícios de concreto armado seguindo as prescrições da nova norma brasileira ABNT NBR 6118, 2003 [3]. Os esforços solicitantes de cálculo são calculados pelo programa FTOOL (análise linear elástica) de acordo com o carregamento proposto e a seção bruta de concreto, procurando-se a armadura disposta em duas bordas (superior e inferior).

As seções transversais consideradas neste trabalho são: retangular, T, L e I, todas com altura constante. As seções T são freqüentes, pois, de um modo geral, as nervuras das vigas estão solidariamente ligadas às lajes. Entretanto, a mesa só participa do esquema resistente da seção quando estiver comprimida.

Os procedimentos adotados para o dimensionamento das seções de concreto armado submetidas à flexão composta reta foram baseados nos seis domínios de deformação (Figura 2.3) que podem ser agrupados em domínios maiores, chamados de regiões (Figura 2.4). O método de dimensionamento utilizado é o de Ferreira da SILVA Jr [2], relativo às zonas de solicitação. Os algoritmos são capazes de identificar a região em que se encontra a peça e, através de procedimentos diretos ou iterativos, de dimensionar a peça para qualquer combinação de força e momento. O método só trabalha com momentos positivos. Assim, para momentos negativos o programa gira a seção internamente para que o método possa ser utilizado.

A convenção de sinais adotada é:

- forças e tensões de compressão: sinal positivo;
- forças e tensões de tração: sinal negativo.

Por coerência, os encurtamentos serão positivos e os alongamentos negativos. O momento fletor é positivo quando traciona a borda inferior da seção e comprime a borda superior.

Embora a convenção internacional de sinais para forças e tensões seja o contrário, SANTOS [4] [5] considera a convenção acima mais adequada ao cálculo de concreto armado.

2.2

Hipóteses Básicas

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], as hipóteses básicas admitidas no dimensionamento de uma seção transversal de concreto armado, submetida à flexão simples ou composta, são as seguintes:

- Admite-se que uma seção transversal ao eixo do elemento estrutural indeformado permanece plana após as deformações do elemento (hipótese de Bernoulli). O resultado é uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais.
- Admite-se a existência de uma aderência perfeita entre o concreto e o aço. Com isso, as armaduras vão estar sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve.
- A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido na Figura 2.1, com a máxima tensão de compressão igual a $0.85f_{cd}$, sendo f_{cd} a resistência à compressão de cálculo do concreto. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura $0.8x$ (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão:
 - $0.85f_{cd}$ no caso de a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
 - $0.8f_{cd}$ no caso contrário.

Devido à facilidade do cálculo automático pelo computador, o diagrama parábola-retângulo do concreto é o utilizado no dimensionamento.

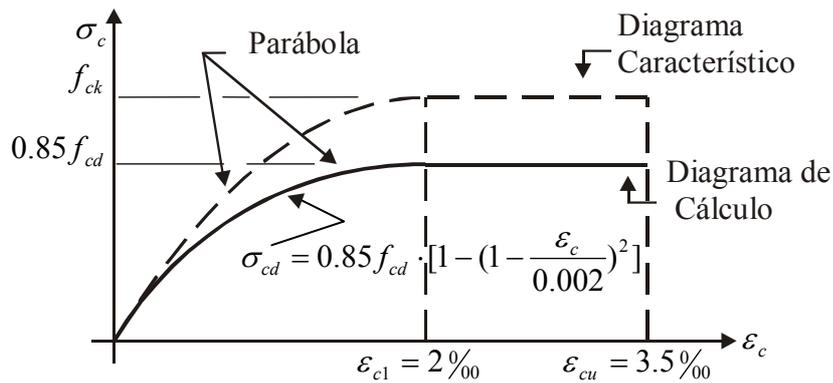


Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação para o concreto, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

onde:

- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias;
- σ_c - tensão à compressão no concreto;
- σ_{cd} - tensão de cálculo do concreto;
- ε_c - deformação específica do concreto;
- ε_{c1} - deformação específica do concreto na borda inferior;
- ε_{cu} - deformação específica de ruptura do concreto comprimido.

- A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação indicado na Figura 2.2, para os aços com ou sem patamar de escoamento;

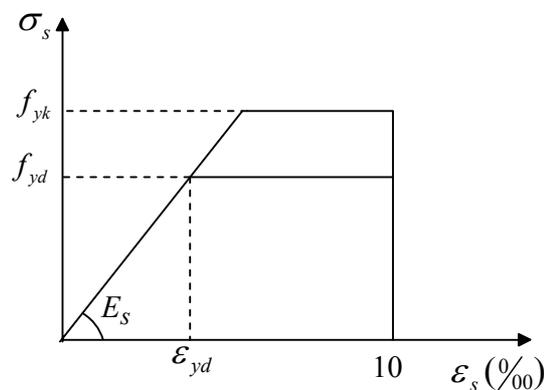


Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação para o aço, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

sendo:

$$|\varepsilon_{yd}| = \frac{|f_{yd}|}{E_s} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \varepsilon_{sd} \quad 0 \leq |\varepsilon_{sd}| \leq |\varepsilon_{yd}| \quad (2.2)$$

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \quad |\varepsilon_{sd}| > |\varepsilon_{yd}| \quad (2.3)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.4)$$

onde:

- f_{yd} - resistência de cálculo do aço à tração;
- f_{yk} - resistência característica do aço;
- γ_s - coeficiente de minoração da resistência do aço;
- ε_{yd} - deformação específica de cálculo de escoamento do aço;
- σ_s - tensão normal de tração na armadura;
- σ_{sd} - tensão normal solicitante de cálculo;
- ε_s - deformação específica do aço;
- E_s - módulo de elasticidade do aço.
- ε_{sd} - deformação específica de cálculo do aço;

- O estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 2.3.

2.3

Domínios de Deformação

O Estado Limite Último (ELU), correspondente ao esgotamento da capacidade resistente de uma seção transversal, pode ocorrer por ruptura do concreto ou por uma deformação excessiva da armadura. Admite-se a

ocorrência do ELU quando a distribuição das deformações ao longo da altura h de uma seção transversal se enquadrar em um dos domínios da Figura 2.3. Modificando a posição da linha neutra e girando esta em relação a pontos fixos chamados de pólos de rotação (ou pólos de ruína), pode-se distinguir seis regiões (domínios) para as configurações deformadas últimas convencionais:

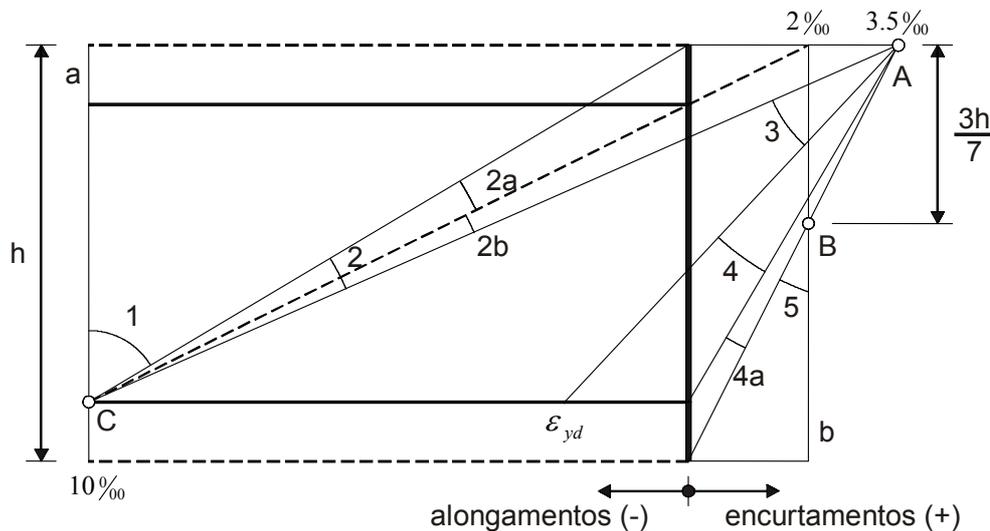


Figura 2.3 – Domínios de deformações, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

- Reta a: tração uniforme;
- Domínio 1: tração não uniforme (flexo-tração) sem tensões de compressão;
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_c < 3,5\text{‰}$) e com o máximo alongamento permitido para as armaduras ($\varepsilon_s = 10\text{‰}$);
- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e o aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5: compressão não uniforme (flexo-compressão), sem tensões de tração;
- Reta b: compressão uniforme.

Segundo SANTOS [4] [5], do ponto de vista do dimensionamento, dos seis domínios de deformação somente as regiões correspondentes aos três pólos de ruína interessam. É a partir da determinação destes pólos que se estabelece a distribuição de deformações em todos os pontos da seção transversal, isto é, as equações de compatibilidade que caracterizam a deformação específica ao longo da seção. Há três regiões, determinadas pelos três pólos de ruína, como pode ser visto na Figura 2.4:

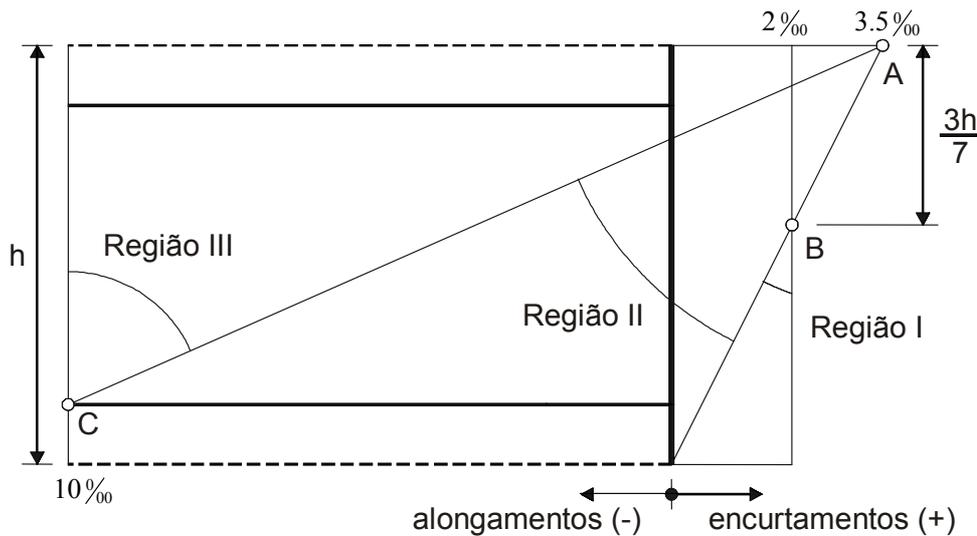


Figura 2.4 – Regiões de deformação, adaptada de SANTOS [4].

- Região I: determinada pelo pólo de ruína B (esmagamento do concreto em seções totalmente comprimidas), ou seja, quando a deformação na fibra situada a $3h/7$ da borda mais comprimida atingir o valor 2‰ , sendo h a altura da seção;
- Região II: determinada pelo pólo de ruína A (esmagamento do concreto em seções parcialmente comprimidas), quando a deformação na fibra mais comprimida atingir o valor 3.5‰ ;
- Região III: determinada pelo pólo de ruína C (deformação excessiva da armadura), quando a deformação na armadura mais tracionada atingir o valor 10‰ .

2.4

Parâmetros Adimensionais

2.4.1

Seção Retangular

Os coeficientes adimensionais utilizados na dedução das expressões para o dimensionamento de seções transversais retangulares estão descritos a seguir, segundo SANTOS [4]. As notações encontram-se na Figura 2.5 e na Figura 2.6.

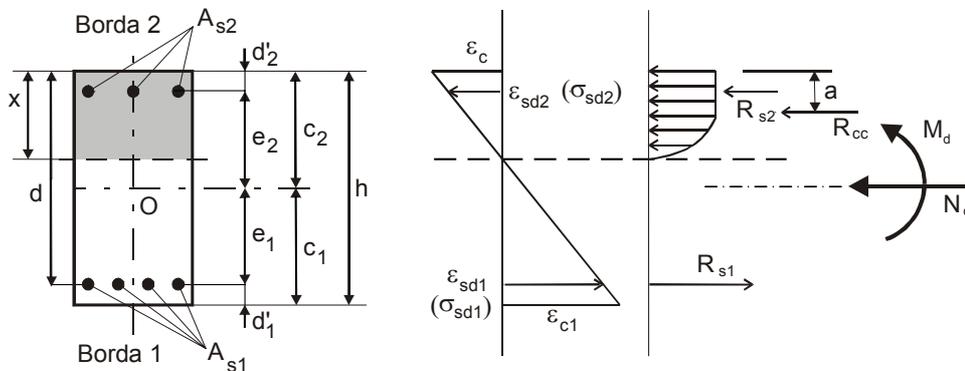


Figura 2.5 – Armadura em duas bordas – seção, deformações, tensões e resultantes, adaptada de SANTOS [4].

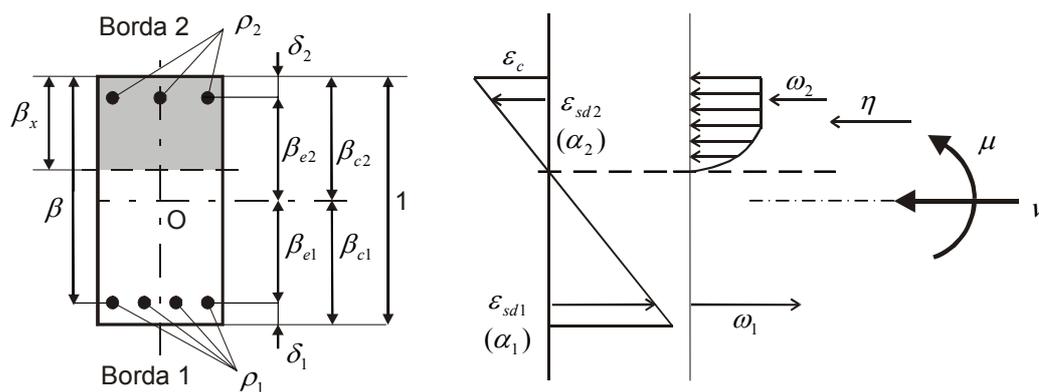


Figura 2.6 – Parâmetros reduzidos adimensionais para o dimensionamento.

$$\beta_x = \frac{x}{h} \quad (2.5)$$

$$\beta = \frac{d}{h} \quad (2.6)$$

$$\beta_{e1} = \frac{e_1}{h} \quad \beta_{e2} = \frac{e_2}{h} \quad (2.7)$$

$$\beta_{c1} = \frac{c_1}{h} \quad \beta_{c2} = \frac{c_2}{h} \quad (2.8)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{A_c} \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{A_c} \quad (2.9)$$

$$\delta_1 = \frac{d'_1}{h} \quad \delta_2 = \frac{d'_2}{h} \quad (2.10)$$

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{sd1}}{\sigma_{cd}} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_{sd2}}{\sigma_{cd}} \quad (2.11)$$

$$\omega_1 = \frac{R_{s1}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad \omega_2 = \frac{R_{s2}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.12)$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.13)$$

$$\eta' = \frac{R_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.14)$$

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.15)$$

$$\mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.16)$$

$$\text{onde } \sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.17)$$

sendo:

- β - distância do centro geométrico da armadura tracionada à borda mais afastada da seção, reduzida adimensional;
- d - altura útil da seção;
- β_x - profundidade relativa da linha neutra, reduzida adimensional;
- β_{e1} - distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras, reduzida adimensional;
- e_1 - distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras;
- β_{e2} - distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras, reduzida adimensional;
- e_2 - distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras;
- β_{c1} - distância do centro geométrico da seção à borda inferior, reduzida adimensional;
- c_1 - distância do centro geométrico da seção à borda inferior;
- β_{c2} - distância do centro geométrico da seção à borda superior, reduzida adimensional;
- c_2 - distância do centro geométrico da seção à borda superior;
- ρ_1 - taxa geométrica de armadura inferior;
- ρ_2 - taxa geométrica de armadura superior;
- A_{s1} - área da armadura longitudinal inferior;
- A_{s2} - área da armadura longitudinal superior;
- A_c - área da seção transversal;
- δ_1 - distância do centro geométrico da armadura inferior à borda inferior, reduzida adimensional;
- δ_2 - distância do centro geométrico da armadura superior à borda superior, reduzida adimensional;
- d'_1 - distância do centro geométrico da armadura inferior à borda inferior;
- d'_2 - distância do centro geométrico da armadura superior à borda superior;
- α_1 - relação entre a tensão de cálculo na armadura inferior e a tensão de cálculo no concreto;

- α_2 - relação entre a tensão de cálculo na armadura superior e a tensão de cálculo no concreto;
- σ_{sd1} - valor de cálculo da tensão no aço da armadura inferior;
- σ_{sd2} - valor de cálculo da tensão no aço da armadura superior;
- ω_1 - resultante de tensões na armadura inferior, reduzida adimensional;
- ω_2 - resultante de tensões na armadura superior, reduzida adimensional;
- R_{s1} - resultante de tensões na armadura inferior;
- R_{s2} - resultante de tensões na armadura superior;
- η - força normal resistente do concreto (resultante de compressão do concreto), reduzida adimensional;
- η' - momento fletor resistente do concreto, em relação à borda mais encurtada, reduzido adimensional;
- R_{cc} - resultante de tensões de compressão no concreto;
- a - distância de R_{cc} à borda mais próxima da seção;
- ν - força normal reduzida adimensional;
- N_d - força normal de cálculo;
- μ - momento fletor reduzido adimensional;
- M_d - momento fletor de cálculo;
- γ_c - coeficiente de minoração da resistência do concreto;

Pela Figura 2.6 pode-se concluir que:

$$\beta_{c2} = \beta_{e2} + \delta_2 = 1 - \beta_{c1} = 1 - \beta_{e1} - \delta_1 \quad (2.18)$$

onde:

$$\beta_{e1} = 1 - \delta_1 - \beta_{c2} \quad \beta_{e2} = \beta_{c2} - \delta_2 \quad (2.19)$$

2.4.2

Seção Retangular Vazada

A seguir são apresentadas algumas definições de parâmetros adimensionais complementares para o dimensionamento de uma seção

retangular vazada, de acordo com SANTOS [4] e a Figura 2.7 e Figura 2.8. A seção T é um caso particular da seção vazada, com $h_2 = 0$ ($\delta_{h2} = 0$).

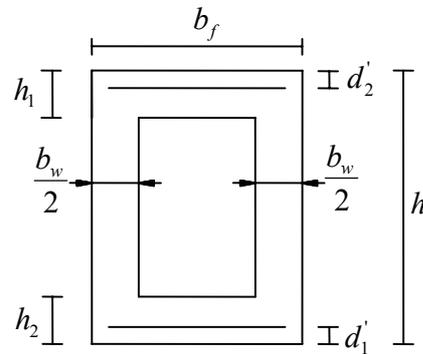


Figura 2.7 – Parâmetros relacionados a seção retangular vazada, adaptado de SANTOS [4].

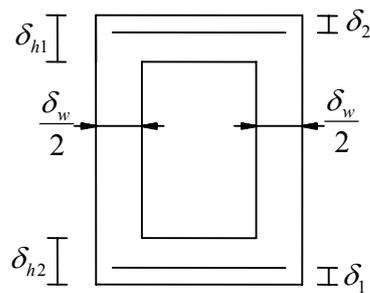


Figura 2.8 – Parâmetros reduzidos adimensionais de uma seção retangular vazada.

$$\delta_w = \frac{b_w}{b_f} \quad (2.20)$$

$$\delta_{h1} = \frac{h_1}{h} \quad (2.21)$$

$$\delta_{h2} = \frac{h_2}{h} \quad (2.22)$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.23)$$

$$\eta_r = \frac{R_{cc,r}}{\sigma_{cd} \cdot A_r} \quad (2.24)$$

$$\eta_v = \frac{R_{cc,v}}{\sigma_{cd} \cdot A_v} \quad (2.25)$$

$$\eta' = \frac{R_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.26)$$

$$\eta'_r = \frac{R_{cc,r} \cdot a_r}{\sigma_{cd} \cdot A_r \cdot h} \quad (2.27)$$

$$\eta'_v = \frac{R_{cc,v} \cdot a_v}{\sigma_{cd} \cdot A_v \cdot (h - h_1 - h_2)} \quad (2.28)$$

Com as definições de δ_w , δ_{h1} e δ_{h2} , pode-se escrever:

$$A_v = b_f \cdot (1 - \delta_w) \cdot h \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \quad (2.29)$$

$$A_c = b_f \cdot h \cdot [1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})] \quad (2.30)$$

$$A_r = b_f \cdot h \quad (2.31)$$

$$A_c = A_r - A_v \quad (2.32)$$

sendo:

- δ_w - largura da alma da seção, reduzida adimensional;
- b_w - largura da alma da seção;
- b_f - largura da mesa da seção retangular vazada;
- δ_{h1} - espessura da mesa superior da seção retangular vazada, reduzida adimensional;
- h_1 - espessura da mesa superior da seção retangular vazada;
- δ_{h2} - espessura da mesa inferior da seção retangular vazada, reduzida adimensional;

- h_2 - espessura da mesa inferior da seção retangular vazada;
- η - força normal resistente do concreto (resultante de compressão do concreto), reduzida adimensional;
- R_{cc} - resultante de compressão no concreto, na seção retangular vazada;
- A_c - área da seção transversal (retangular vazada);
- η_r - resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia, reduzida adimensional;
- $R_{cc,r}$ - resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia;
- A_r - área da seção retangular cheia de mesmo contorno externo ou mesmo perímetro;
- η_v - resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio, reduzida adimensional;
- $R_{cc,v}$ - resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio (que haveria se ele não fosse vazio);
- A_v - área do retângulo vazio;
- η' - momento fletor resistente do concreto, em relação à borda mais encurtada, reduzido adimensional;
- a - distância de R_{cc} à borda mais próxima da seção retangular vazada;
- η'_r - momento fletor resistente do concreto, na seção retangular cheia, reduzido adimensional;
- a_r - distância de $R_{cc,r}$ à borda superior;
- η'_v - momento fletor resistente do concreto, no retângulo vazio, reduzido adimensional;
- a_v - distância de $R_{cc,v}$ à borda superior do retângulo vazio;

2.5

Equações de Compatibilidade

As equações de compatibilidade fornecem a deformação em qualquer ponto da seção transversal, em função de duas grandezas previamente conhecidas (deformação no pólo de ruptura e a posição da linha neutra). A

deformação longitudinal específica de uma fibra distante y da linha neutra (LN) é dada por $\varepsilon_x = ky$ (sendo k uma constante), ou seja, as deformações são constantes ao longo de uma fibra da seção (lei de Navier).

Para garantir a hipótese de solidariedade perfeita entre cada barra de aço e o concreto que a envolve, a deformação longitudinal específica de uma barra da armadura é igual à deformação do concreto adjacente a esta.

A seguir são apresentadas as equações de compatibilidade deduzidas em SANTOS [4]. Nestas equações, uma fibra genérica (onde está localizado o centro geométrico de um grupo de barras de aço) é definida pela distância d_i ao bordo superior e a deformação desta fibra é denominada ε_{sdi} .

- Região I – O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.9, onde x é a profundidade da linha neutra. O encurtamento na borda superior e inferior é dado por ε_c e ε_{c1} , respectivamente. Engloba o domínio 5.

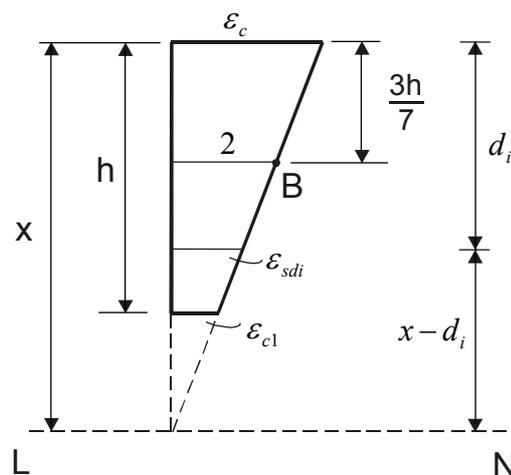


Figura 2.9 – Deformações na região I, adaptada de SANTOS [4].

Utilizando os parâmetros adimensionais do item 2.4 e fazendo uma semelhança de triângulos, pode-se escrever:

$$\varepsilon_c = \frac{14 \cdot \beta_x}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{14 \cdot (\beta_x - 1)}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.34)$$

e, a partir de (2.33) e (2.34):

$$\beta_x = \frac{3 \cdot \varepsilon_c}{7 \cdot \varepsilon_c - 14} \quad (2.35)$$

$$\beta_x = \frac{3 \cdot \varepsilon_{c1} - 14}{7 \cdot \varepsilon_{c1} - 14} \quad (2.36)$$

A deformação ε_{sdi} é dada por:

$$\varepsilon_{sdi} = \varepsilon_c \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} = \frac{14 \cdot (\beta_x - \beta_i)}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.37)$$

sendo β_i a distância da camada i de barras à borda superior, reduzida adimensional ($\beta_i = d_i / h$).

- Região II – Refere-se ao pólo A ($\varepsilon_c = 3.5\%$). O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.10. Engloba os domínios 3, 4 e 4a.

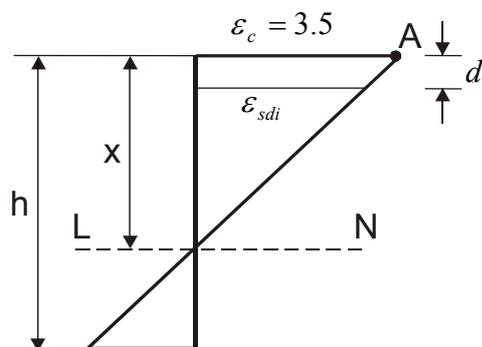


Figura 2.10 – Deformações na região II, adaptada de SANTOS [4].

Pela semelhança de triângulos chega-se a:

$$\frac{3.5}{x} = \frac{\varepsilon_{sdi}}{x - d_i} ; \varepsilon_{sdi} = 3.5 \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} \quad (2.38)$$

- Região III – Refere-se ao pólo C ($\varepsilon_{sd} = 10\%$). O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.11. Engloba os domínios 1 e 2.

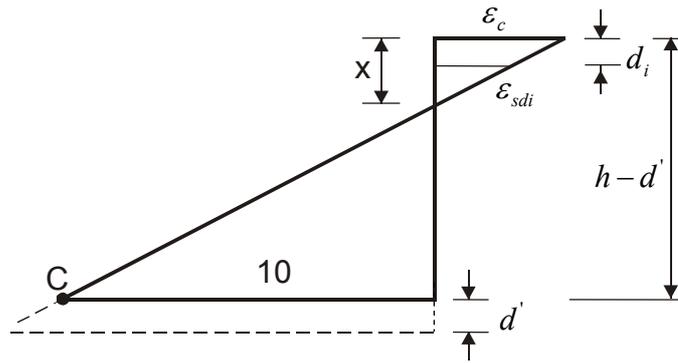


Figura 2.11 – Deformações na região III, adaptada de SANTOS [4].

$$\varepsilon_{sdi} = 10 \cdot \frac{(x - d_i)}{h - d' - x} = 10 \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.39)$$

Sendo $\delta = d'/d$. Relacionando ε_c e β_x vem que:

$$\varepsilon_c = \frac{10 \cdot \beta_x}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.40)$$

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c \cdot (1 - \delta)}{\varepsilon_c + 10} \quad (2.41)$$

E ainda, levando a relação de ε_c/β_x da eq. (2.40) para a eq. (2.39), vem que:

$$\varepsilon_{sdi} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \cdot (\beta_x - \beta_i) \quad (2.42)$$

2.6

Limites entre Domínios

Conhecendo-se o valor de β_x é fácil determinar em que domínio se encontra a peça. Portanto, é importante conhecer o valor de β_x correspondente ao limite entre dois domínios.

Generalizando a eq. (2.41) tem-se:

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c \cdot (1 - \delta)}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \quad (2.43)$$

onde ε_c e ε_s entram com seus sinais.

No limite entre os domínios 1 e 2: $\varepsilon_s = -10\text{‰}$ e $\varepsilon_c = 0$, logo:

$$\beta_{x\text{lim}1-2} = 0 \quad (2.44)$$

No limite entre os domínios 2 e 3 (limite entre as regiões III e II):
 $\varepsilon_s = -10\text{‰}$ e $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$:

$$\beta_{x\text{lim}2-3} = \frac{3.5}{13.5} \cdot (1 - \delta) \quad (2.45)$$

O limite entre os domínios 3 e 4 corresponde, nas vigas, ao limite entre as peças sub-armadas e super-armadas. Neste caso: $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$ e $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$:

$$\beta_{x\text{lim}3-4} = \frac{3.5 \cdot (1 - \delta)}{3.5 + |\varepsilon_{yd}|} \quad (2.46)$$

No limite entre os domínios 4a e 5 (limite entre as regiões II e I):
 $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$ e $\varepsilon_s = 0$:

$$\beta_{x\text{lim}4a-5} = 1 \quad (2.47)$$

2.7

Resultante de Compressão do Concreto

A resultante R_{cc} de tensões de compressão no concreto e a sua posição (definida pela distância a , Figura 2.12) são obtidas pelas eq. (2.48) e (2.49), onde σ'_c é a tensão de compressão em uma fibra genérica, a uma distância y da borda superior, b é a largura da seção no nível y e dy a espessura da área elementar no mesmo nível.

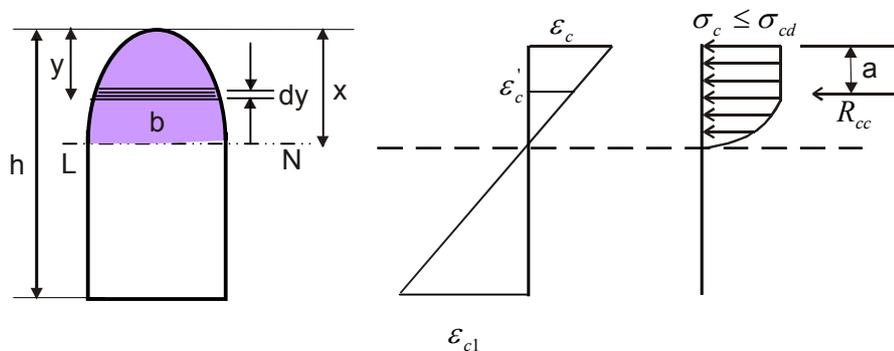


Figura 2.12 – Resultante R_{cc} e sua posição, adaptada de SANTOS [4].

$$R_{cc} = \int_0^x \sigma'_c \cdot b \cdot dy \quad (2.48)$$

$$R_{cc} \cdot a = \int_0^x \sigma'_c \cdot b \cdot y \cdot dy \quad (2.49)$$

Se x for maior que h (linha neutra fora da seção), a integral passa a variar de 0 a h .

Com o objetivo de modificar as variáveis de integração das eq. (2.48) e (2.49), define-se uma nova grandeza, a curvatura, dada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c3}}{c} \quad (2.50)$$

onde $(\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c3})$ é a diferença entre as deformações existentes em duas fibras quaisquer com $\varepsilon_{c2} \geq \varepsilon_{c3}$, c a distância entre as duas fibras e r o raio de curvatura na seção. Como a curvatura é uma grandeza com dimensão, para se trabalhar com grandezas adimensionais define-se uma curvatura adimensional θ :

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} \quad (2.51)$$

Utilizando-se a eq. (2.5), (2.50), (2.51) e de acordo com a Figura 2.12, a curvatura pode ser definida como função da posição da linha neutra pela relação:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - 0}{x} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (2.52)$$

$$\theta = h \cdot \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \quad (2.53)$$

A deformação ε'_c numa fibra genérica, a uma distância y da borda superior, pode ser definida como:

$$\varepsilon'_c = \varepsilon_c \cdot \frac{x-y}{x} \quad (2.54)$$

A Figura 2.13 mostra que o encurtamento mínimo ε_{c0} de uma fibra da seção é:

$$\varepsilon_{c0} = 0 \quad (2.55)$$

para $x \leq h$, $\varepsilon_c \leq \theta$ ou $\beta_x \leq 1$

e

$$\varepsilon_{c0} = \varepsilon_c \cdot \frac{x-h}{x} \quad (2.56)$$

para $x > h$, $\varepsilon_c > \theta$ ou $\beta_x > 1$

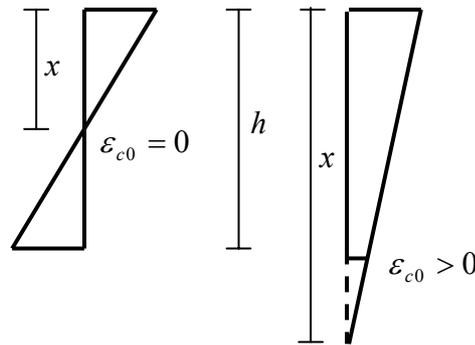


Figura 2.13 – Encurtamento mínimo ε_{c0} , adaptada de SANTOS [6].

Isolando y na eq. (2.54) e considerando as eq. (2.5) e (2.53), chega-se

a:

$$y = \frac{h}{\theta} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon'_c) \quad (2.57)$$

e, derivando-se em relação a ε'_c :

$$dy = -\frac{h}{\theta} \cdot d\varepsilon'_c \quad (2.58)$$

Como σ'_c , y e dy são funções de ε'_c , b é função de y e, portanto, de ε'_c , pode-se integrar as eq. (2.48) e (2.49) de ε_c a ε_{c0} .

2.7.1

Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular

Nas equações a seguir utiliza-se $\varepsilon'_c = 1000\varepsilon'_c$. Sendo $\varepsilon'_c \leq 2\text{‰}$, σ'_c é dado por:

$$\sigma'_c = \sigma_{cd} \cdot \frac{\varepsilon'_c}{4} \cdot (4 - \varepsilon'_c) \quad (2.59)$$

Na seção retangular, b é constante e igual a b_w e $A_c = b_w \cdot h$; dy é dado pela eq. (2.58). Aplicando (2.48) e integrando de ε_c a ε_{c0} , vem que:

$$R_{cc} = \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\varepsilon_c' - \frac{\varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' \quad (2.60)$$

Utilizando-se a definição de η (eq. (2.13)) em (2.60) e integrando-se, tem-se:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c'^2 \cdot (6 - \varepsilon_c) - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (6 - \varepsilon_{c0})}{12 \cdot \theta} \quad (2.61)$$

De acordo com (2.49) e levando em conta (2.57) e (2.58):

$$R_{cc} \cdot a = \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\varepsilon_c' - \frac{\varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \frac{h}{\theta} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c') \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) d\varepsilon_c' \quad (2.62)$$

Usando a definição de η' (eq. (2.14)) e integrando-se, vem que:

$$\eta' = \frac{\varepsilon_c^3 \cdot (8 - \varepsilon_c) - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (24 \cdot \varepsilon_c - 16 \cdot \varepsilon_{c0} - 4 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_{c0} + 3 \cdot \varepsilon_{c0}^2)}{48 \cdot \theta^2} \quad (2.63)$$

No caso de $\varepsilon_c' > 2\text{‰}$, $\sigma_c' = \sigma_{cd}$. A integral da eq. (2.48) será dividida em duas partes:

$$R_{cc} = \int_{\varepsilon_c}^2 \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' + \int_2^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\frac{4 \cdot \varepsilon_c' - \varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' \quad (2.64)$$

resultando em:

$$\eta = \frac{12 \cdot \varepsilon_c - 8 - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (6 - \varepsilon_{c0})}{12 \cdot \theta} \quad (2.65)$$

Da mesma forma, para η' , tem-se que:

$$\eta' = \frac{16 - 32 \cdot \varepsilon_c + 24 \cdot \varepsilon_c^2 - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (24 \cdot \varepsilon_c - 4 \cdot \varepsilon_{c0} \cdot (\varepsilon_c + 4) + 3 \cdot \varepsilon_{c0}^2)}{48 \cdot \theta^2} \quad (2.66)$$

2.7.2

Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular Vazada

O cálculo de η e η' para a seção retangular vazada pode ser muito trabalhoso, oferecendo um grande número de casos e sub-casos. Entretanto, ele é consideravelmente simplificado quando se aproveitam os resultados obtidos da seção retangular cheia.

O problema é dividido em dois casos. A linha neutra pode estar na mesa comprimida (1^o caso) ou cortar a alma da seção (2^o caso):

$$1^{\text{o}} \text{ caso} \left\{ \begin{array}{l} x \leq h_1 \\ \beta_x \leq \delta_{h1} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\theta} \leq \delta_{h1} \end{array} \right\} \quad (2.67)$$

$$2^{\text{o}} \text{ caso} \left\{ \begin{array}{l} x > h_1 \\ \beta_x > \delta_{h1} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\theta} > \delta_{h1} \end{array} \right\} \quad (2.68)$$

No caso da linha neutra estar na mesa superior, a seção é tratada como se fosse uma seção retangular cheia, de área $b_f \cdot h$. Assim, pode-se escrever:

$$R_{cc} = R_{cc,r} \quad (2.69)$$

$$\eta \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c = \eta_r \cdot \sigma_{cd} \cdot A_r \quad (2.70)$$

$$\eta = \eta_r \cdot \frac{A_r}{A_c} = \frac{\eta_r}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.71)$$

Para o cálculo de η' têm-se:

$$R_{cc} \cdot a = R_{cc,r} \cdot a_r \quad (2.72)$$

$$\eta' \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h = \eta'_r \cdot \sigma_{cd} \cdot A_r \cdot h \quad (2.73)$$

$$\eta' = \eta'_r \cdot \frac{A_r}{A_c} = \frac{\eta'_r}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.74)$$

Pode-se concluir que para o cálculo de η e η' referentes a uma seção retangular vazada, determinam-se os valores de η_r e η'_r referentes à seção retangular cheia de mesma largura b_f e de mesma altura h .

No caso da linha neutra atingir a alma, têm-se:

$$R_{cc} = R_{cc,r} - R_{cc,v} \quad (2.75)$$

$$\eta \cdot A_c = \eta_r \cdot A_r - \eta_v \cdot A_v \quad (2.76)$$

$$\eta = \frac{\eta_r - \eta_v \cdot (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.77)$$

$$R_{cc} \cdot a = R_{cc,r} \cdot a_r - R_{cc,v} (a_v + h_1) \quad (2.78)$$

$$\eta' \cdot A_c \cdot h = \eta'_r \cdot A_r \cdot h - \eta'_v \cdot A_v \cdot (h - h_1 - h_2) - \eta_v \cdot A_v \cdot h_1 \quad (2.79)$$

$$\eta' = \frac{\eta'_r - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \cdot [(1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \cdot \eta'_v + \delta_{h1} \cdot \eta_v]}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.80)$$

Os coeficientes η_r e η'_r são calculados pelas expressões do item 2.7.1 referentes à seção retangular cheia, pois esta possui a mesma altura h da vazada. Assim, para a seção retangular vazada também vale o par ε_c e θ .

Já o retângulo vazio tem posição e altura diferentes da seção retangular vazada. Os coeficientes η_v e η'_v também são calculados com as expressões do item 2.7.1 mas para ε_c^* (Figura 2.14) e θ^* .

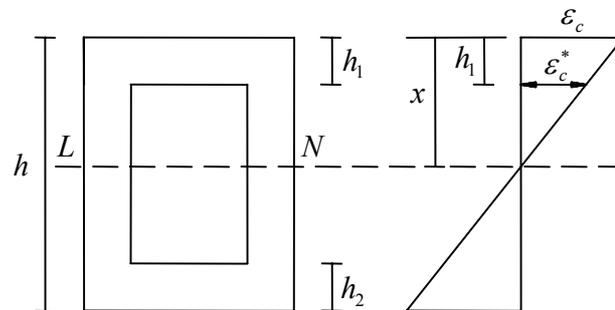


Figura 2.14 – Encurtamento ε_c^* , adaptada de SANTOS [4].

Utilizando-se as eq. (2.50) e (2.51) e a Figura 2.14 têm-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_c^*}{h_1} \quad (2.81)$$

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} = (\varepsilon_c - \varepsilon_c^*) \cdot \frac{h}{h_1} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_c^*}{\delta_{h1}} \quad (2.82)$$

onde ε_c^* é o encurtamento na borda superior do retângulo vazio.

De acordo com a eq. (2.82), pode-se tirar a relação:

$$\varepsilon_c^* = \varepsilon_c - \theta \cdot \delta_{h1} \quad (2.83)$$

Considera-se que para a seção retangular cheia, retangular vazada e o retângulo vazio a curvatura é a mesma:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_r} = \frac{1}{r_v} \quad (2.84)$$

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} = h \cdot \frac{1}{r_r} = h \cdot \frac{1}{r_v} \quad (2.85)$$

$$\theta^* = (h - h_1 - h_2) \cdot \frac{1}{r_v} = (h - h_1 - h_2) \cdot \frac{\theta}{h} \quad (2.86)$$

onde r_r é o raio de curvatura da seção retangular cheia, r_v é o raio de curvatura do retângulo vazio e θ^* é a curvatura adimensional no retângulo vazio.

De acordo com a eq. (2.86) obtém-se:

$$\theta^* = \theta \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \quad (2.87)$$

Assume-se que em todas as fórmulas deduzidas para o cálculo dos coeficientes η e η' a curvatura θ seja não nula. No caso particular de compressão uniforme, onde $\theta = 0$, tais fórmulas não são aplicáveis. ε_c' é considerado constante e igual a ε_c , de modo que:

$$R_{cc} = \frac{1000\varepsilon_c}{4} \cdot (4 - 1000\varepsilon_c) \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \quad (2.88)$$

$$\eta = \frac{1000\varepsilon_c}{4} \cdot (4 - 1000\varepsilon_c) \quad (2.89)$$

$$R_{cc} \cdot a = \eta \cdot \sigma_{cd} \cdot S_2 = \eta \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \cdot c_2 \quad (2.90)$$

$$\eta' = \eta \cdot \frac{c_2}{h} = \beta_{c2} \cdot \eta \quad (2.91)$$

onde S_2 é o momento estático da área A_c em relação à borda superior.

2.8

Estado Limite Último (ELU)

Todas as expressões deduzidas no item anterior podem ser utilizadas para o dimensionamento ou verificação de seções de concreto armado, desde que o estado limite último seja respeitado.

Para obter os valores dos coeficientes η e η' , é necessário conhecer o valor da curvatura θ , que será obtida em função da posição da linha neutra (β_x).

Com isso, é preciso se conhecer o valor do $\beta_{x,ref}$ de referência localizado no limite entre os domínios 2 e 3 (Figura 2.3). É um valor de comparação, que corresponde a uma ruptura considerada para referência da mudança de pólos de rotação. Assim, da eq. (2.45) obtém-se:

$$\beta_{x,ref} = \frac{3.5 \cdot (1 - \delta)}{13.5} \quad (2.92)$$

- se $\beta_x > 1$ (região I), o critério de ruptura corresponde ao domínio 5. O pólo está sobre a vertical da deformação $\varepsilon_c = 2\text{‰}$.

$$\theta = \frac{14}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.93)$$

- se $\beta_x \leq \beta_{x,ref}$ (região III), o critério de ruptura corresponde ao domínio 2. O pólo se encontra em $\varepsilon_{sd} = 10\text{‰}$.

$$\theta = \frac{10}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.94)$$

- se $\beta_{x,ref} < \beta_x \leq 1$ (região II), os critérios de ruptura correspondem aos domínios 3, 4 e 4a. O pólo se encontra em $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$.

$$\theta = \frac{3.5}{\beta_x} \quad (2.95)$$

2.9

Flexão Composta Reta – Dimensionamento com Armadura em Duas Bordas

Para o dimensionamento à flexão normal composta das seções transversais das vigas, os esforços solicitantes de cálculo, N_d e M_d , calculados pelo programa FTOOL, são aplicados no centro geométrico da seção de concreto. O momento M_d é suposto positivo quando traciona a borda inferior e comprime a borda superior. O dimensionamento à flexão composta restringe-se ao caso apresentado na Figura 2.15: armaduras colocadas nas faces de largura b_w . A flexão normal simples decorrerá deste estudo como um caso particular.

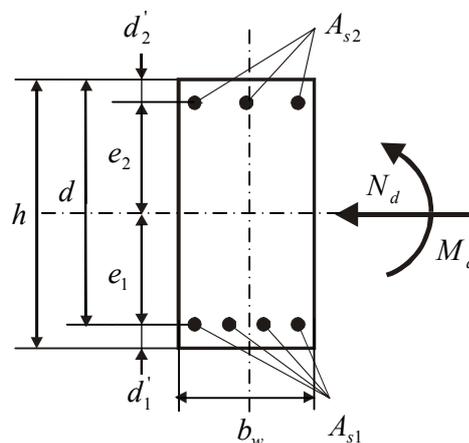


Figura 2.15 – Dimensionamento, adaptada de SANTOS [5].

Para a sistematização do dimensionamento das seções de concreto armado submetidas à flexão, será utilizado o trabalho de Jayme Ferreira da Silva Jr [2], relativo às zonas de sollicitação. Este método distribui os esforços atuantes dentro de zonas de dimensionamento criadas em função de valores dos esforços normais e momentos fletores resistentes. Em função da locação dos pontos dentro destas regiões, são determinadas as equações das taxas das armaduras ρ_1 e ρ_2 (SANTOS [4] [5] e BARBOSA [7] [8]). Inicialmente, esse processo referia-se apenas à seção retangular com armadura em duas bordas. Posteriormente foi generalizado por SANTOS [4] [5] para uma seção qualquer e com eixo de simetria.

SILVA Jr [2]. mostrou a existência de seis zonas de sollicitação. Cada ponto do plano da Figura 2.16, definido pelo par (ν, μ) , conforme as eq. (2.15) e (2.16), pertence a uma determinada zona, que é definida pelas armaduras (tração e compressão) e pelo número de faces a serem armadas (uma, duas ou nenhuma).

2.9.1

Zonas de Sollicitação

Colocando os valores ν como abscissas e μ (considerado sempre positivo) como ordenadas, o semi-plano formado pelo conjunto de pontos (ν, μ) pode ser dividido em seis regiões ou zonas de sollicitação, conforme a Figura 2.16 e segundo SANTOS [4] e BARBOSA [7] [8].

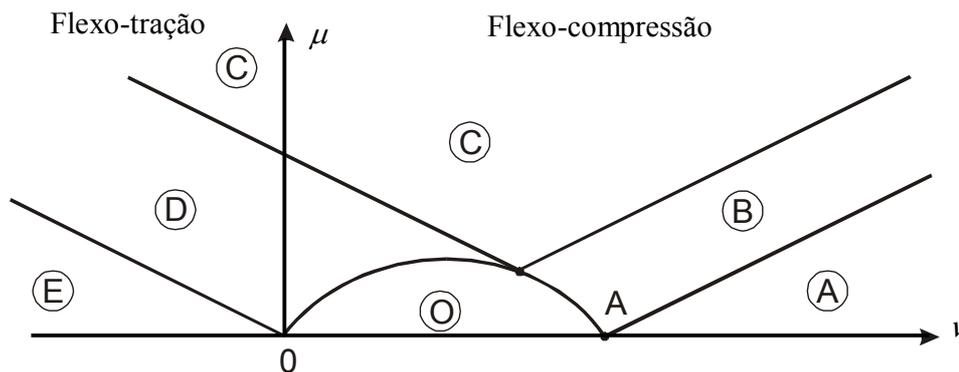


Figura 2.16 – Zonas de sollicitação, adaptada de SANTOS [5].

- **Zona A:** as duas armaduras, A_{s1} e A_{s2} (inferior e superior, respectivamente) são comprimidas;
- **Zona B:** é a transição entre as zonas A e C; tem-se somente a armadura A_{s2} (armadura comprimida pelo momento fletor atuante); a outra, A_{s1} , é mínima de norma;
- **Zona C:** a armadura A_{s1} é tracionada e a armadura A_{s2} é comprimida;
- **Zona D:** é a transição entre as zonas C e E; só há uma armadura (A_{s1}) tracionada; o esforço resistente de compressão é fornecido apenas pelo concreto;
- **Zona E:** as duas armaduras (A_{s1} e A_{s2}) são tracionadas;

- **Zona O:** não há necessidade de armadura (só a mínima de norma); a seção foi superdimensionada.

2.9.2

Determinação de β_x

Como será visto a seguir, nas zonas A, C e E o número de incógnitas (três incógnitas - A_{s1} , A_{s2} , β_x) é maior que o número de equações de equilíbrio (duas equações). Se não se fixar previamente a posição da linha neutra haverá um caso de multiplicidade de soluções. Por este motivo, o valor de β_x tem que ser escolhido e, da infinidade de soluções possíveis, deve-se escolher a mais econômica:

- Zona A: $\beta_x \rightarrow \infty$, isto é, a deformação é constante e igual a 2‰ em toda a seção (reta b dos domínios), conforme a Figura 2.17.
- Zona C: $\beta_x = \beta_{x,\text{lim}}$, onde $\beta_{x,\text{lim}}$ é igual ao β_x correspondente ao limite entre os domínios 3 e 4, conforme a eq. (2.46) e a Figura 2.17.

A nova norma brasileira, ABNT NBR 6118, 2003 [3], recomenda que para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

$$\frac{\beta_x}{\beta} = \frac{x}{d} \leq 0.50 \text{ para } f_{ck} \leq 35\text{MPa} \quad (2.96)$$

$$\frac{\beta_x}{\beta} = \frac{x}{d} \leq 0.40 \text{ para } f_{ck} > 35\text{MPa} \quad (2.97)$$

sendo $\beta = \frac{d}{h}$, definido no item 2.4.

- Zona E: $\beta_x \rightarrow -\infty$, isto é, a deformação é constante e igual a 10‰ em toda a seção (reta a dos domínios), conforme a Figura 2.17.

Nas zonas B e D só há uma incógnita com relação à armadura. A segunda incógnita, β_x , tem valor único e determinável por equação de equilíbrio. Devido à agilidade e facilidade do cálculo automático pelo computador, β_x é calculado por tentativas, de maneira que os esforços solicitantes (já conhecidos) se aproximem ao máximo dos esforços resistentes. Na zona B, β_x varia de

$\beta_{x,\text{lim}}$ até o infinito. Na zona D, varia de $\beta_{x,\text{lim}}$ até $-\infty$, sendo suficiente variar de $\beta_{x,\text{lim}}$ a zero pois, de fato, a partir de $\beta_x = 0$, os coeficientes η e η' são nulos.

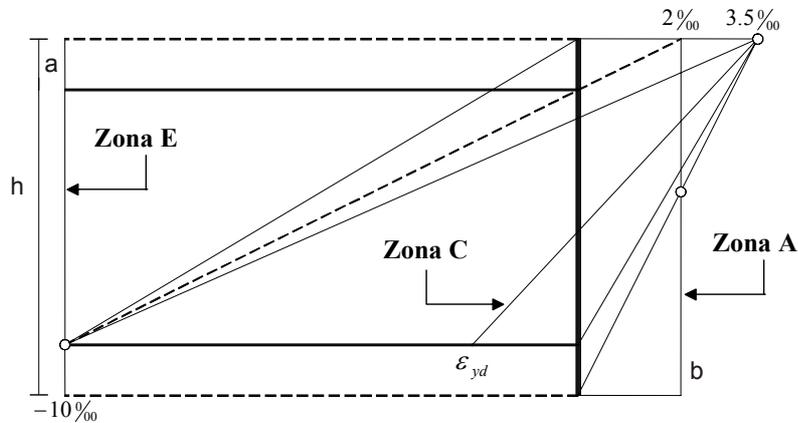


Figura 2.17 – Relação entre os domínios de deformação e as zonas de solicitação, adaptada de BARBOSA [7].

2.9.3

Equações de Equilíbrio

As equações de equilíbrio apresentadas nesta seção fornecem as taxas geométricas de armadura superior e inferior, ρ_1 e ρ_2 , respectivamente. As áreas de aço são obtidas a partir das equações:

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot A_c \quad (2.98)$$

$$A_{s2} = \rho_2 \cdot A_c \quad (2.99)$$

2.9.3.1

Equações de Equilíbrio para Zona A

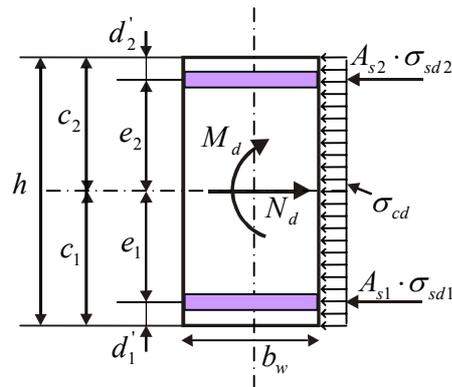


Figura 2.18 – Esforços solicitantes e resistentes – zona A.

Segundo a Figura 2.18, o equilíbrio das forças normais:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot h + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.100)$$

onde N_d é o esforço solicitante de cálculo e N_{Rd} é o esforço resistente de cálculo. O equilíbrio de momentos em relação à borda superior fornece:

$$M_d = N_d \cdot c_2 - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d'_1) - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d'_2 - \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot h \cdot c_2 \quad (2.101)$$

Para que as equações de equilíbrio fiquem na forma adimensional, divide-se ambos os membros das eq. (2.100) e (2.101) por $\sigma_{cd} \cdot A_c$ e por $\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h$, respectivamente:

$$v = 1 + \rho_1 \cdot \alpha_1 + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.102)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} - \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \beta_{c2} \quad (2.103)$$

Considerando ρ_1 e ρ_2 como incógnitas, o sistema formado pelas eq. (2.102) e (2.103) fornece:

$$\rho_1 = \frac{\beta_{e2} \cdot v - \mu - \beta_{e2}}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.104)$$

$$\rho_2 = \frac{\beta_{e1} \cdot v + \mu - \beta_{e1}}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.105)$$

2.9.3.2

Equações de Equilíbrio para Zona B

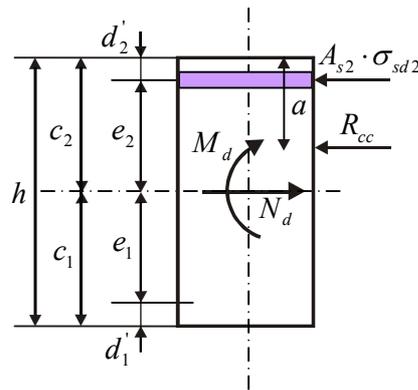


Figura 2.19 – Esforços solicitantes e resistentes – zona B.

Por definição da zona B:

$$\rho_1 = 0 \quad (2.106)$$

As equações de equilíbrio, pela Figura 2.19:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.107)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d'_2 - R_{cc} \cdot a \quad (2.108)$$

Dividindo os membros das eq. (2.107) e (2.108) por $\sigma_{cd} \cdot A_c$ e por $\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h$ respectivamente, as equações de equilíbrio tomam a forma adimensional:

$$v = \eta + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.109)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \eta' \quad (2.110)$$

As equações fornecem:

$$\rho_2 = \frac{v - \eta}{\alpha_2} \quad (2.111)$$

2.9.3.3

Equações de Equilíbrio para Zona C

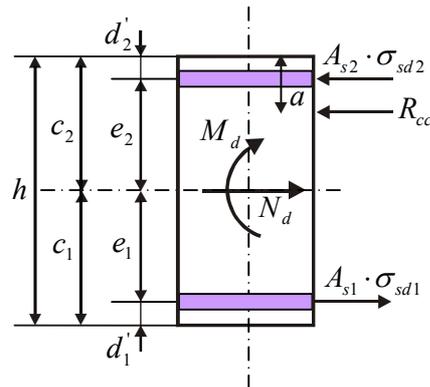


Figura 2.20 – Esforços solicitantes e resistentes – zona C.

Segundo a Figura 2.20, as equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.112)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d_1') - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d_2' - R_{cc} \cdot a \quad (2.113)$$

Passando as equações de equilíbrio para a forma adimensional:

$$v = \eta - \rho_1 \cdot \alpha_1 + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.114)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \eta' \quad (2.115)$$

Na zona C, como $\beta_x = \beta_{x,lim}$:

$$\eta = \eta_{lim} \quad \text{e} \quad \eta' = \eta'_{lim}$$

sendo:

η_{lim} - valor de η para $\beta_x = \beta_{x,lim}$;

η'_{lim} - valor de η' para $\beta_x = \beta_{x,lim}$

Resolvendo o sistema de duas equações, resulta:

$$\rho_1 = \frac{\mu - \beta_{e2} \cdot v - \delta_2 \cdot \eta_{\text{lim}} + \eta'_{\text{lim}}}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.116)$$

$$\rho_2 = \frac{\beta_{e1} \cdot v + \mu - (1 - \delta_1) \cdot \eta_{\text{lim}} + \eta'_{\text{lim}}}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.117)$$

2.9.3.4

Equações de Equilíbrio para Zona D

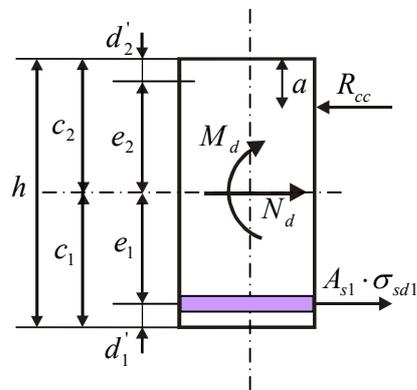


Figura 2.21 – Esforços solicitantes e resistentes – zona D.

Por definição da zona D:

$$\rho_2 = 0 \quad (2.118)$$

As equações de equilíbrio, pela Figura 2.21:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \quad (2.119)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d_1') - R_{cc} \cdot a \quad (2.120)$$

Colocando as equações na forma adimensional:

$$v = \eta - \rho_1 \cdot \alpha_1 \quad (2.121)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \eta' \quad (2.122)$$

As equações fornecem:

$$\rho_1 = \frac{\eta - v}{\alpha_1} \quad (2.123)$$

2.9.3.5

Equações de Equilíbrio para Zona E

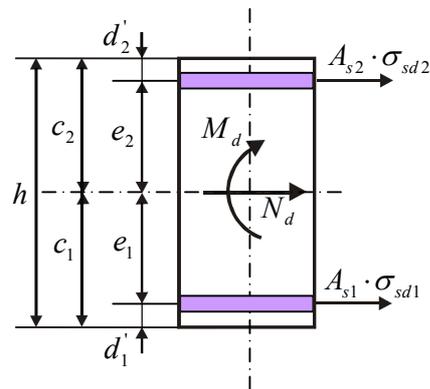


Figura 2.22 – Esforços solicitantes e resistentes – zona E.

De acordo com a Figura 2.22, as equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = -A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.124)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d_1') + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d_2' \quad (2.125)$$

Na forma adimensional, as equações podem ser escritas como:

$$v = -\rho_1 \cdot \alpha_1 - \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.126)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) + \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 \quad (2.127)$$

Resolvendo o sistema de duas equações, resulta:

$$\rho_1 = \frac{-\beta_{e2} \cdot v + \mu}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.128)$$

$$\rho_2 = \frac{-\beta_{e1} \cdot v - \mu}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.129)$$

2.9.3.6

Equações de Equilíbrio para Zona O

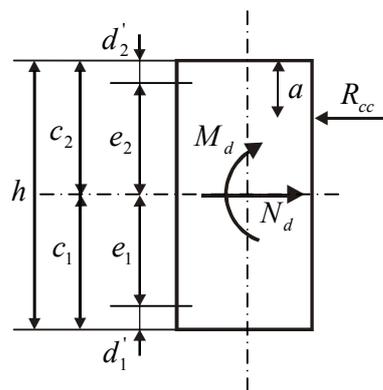


Figura 2.23 – Esforços solicitantes e resistentes – zona O.

Na zona O os esforços de cálculo são pequenos em relação às dimensões fixadas para a seção. O concreto resiste sozinho. Não há necessidade de armadura. Considerando $v = v_O$ e $\mu = \mu_O$ como os esforços internos reduzidos no limite da zona O, as equações de equilíbrio de acordo com a Figura 2.23 são:

$$v_O = \eta \quad (2.130)$$

$$\mu_O = \beta_{c2} \cdot v_O - \eta' = \beta_{c2} \cdot \eta - \eta' \quad (2.131)$$

$$\rho_1 = 0 \quad (2.132)$$

$$\rho_2 = 0 \quad (2.133)$$

2.9.4

Limites entre as Zonas

As fronteiras entre as zonas de sollicitação são determinadas pela equação da reta existente entre cada zona, e pode ser encontrada através das equações de equilíbrio e condições de contorno.

De acordo com a Figura 2.24:

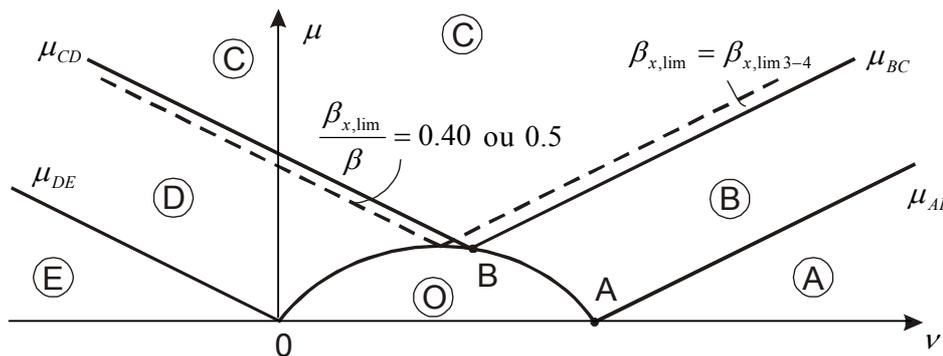


Figura 2.24 – Limite entre as zonas de sollicitação, adaptada de KAEFER [1].

- Limite entre as zonas A e B

Chamando de μ_{AB} os valores de μ relativos ao limite entre as zonas A e B e substituindo $\rho_1 = 0$ na eq. (2.104), obtém-se:

$$\mu_{AB} = \beta_{e2} \cdot v - \beta_{e2} \quad (2.134)$$

μ_{AB} é uma reta de coeficiente angular β_{e2} . Pode-se determinar a abscissa v_A do ponto A. Segundo (2.134), quando $\mu_{AB} = 0$:

$$v_A = 1 \quad (2.135)$$

- Limite entre as zonas B e C

Substituindo $\rho_1 = 0$ na eq. (2.116):

$$\mu_{BC} = \beta_{e2} \cdot v + \delta_2 \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.136)$$

- Limite entre as zonas C e D

Para encontrar a equação da reta limite entre as zonas C e D, basta igualar a eq. (2.117) a zero, obtendo:

$$\mu_{CD} = -\beta_{e1} \cdot v + (1 - \delta_1) \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.137)$$

- Limite entre as zonas D e E

Como na Zona D $\rho_2 = 0$, substituindo este valor na eq. (2.129) obtém-se para o limite entre as zonas D e E a equação:

$$\mu_{DE} = -\beta_{e1} \cdot v \quad (2.138)$$

- Coordenadas do ponto B

Para encontrar as coordenadas do ponto B basta procurar a interseção entre as retas BC e CD da Figura 2.24. Fazendo $\mu_{BC} = \mu_{CD}$:

$$v_B = \eta_{lim} \quad (2.139)$$

Levando este valor de v_B para as eq. (2.136) e (2.137):

$$\mu_B = \beta_{c2} \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.140)$$

- Limite da zona O

Na zona O os parâmetros μ_O , η e η' dependem de β_x . A curva limite é dada pelas Equações paramétricas (2.130) e (2.131) e será determinada ponto a ponto. Observa-se que:

1. a curva passa pela origem O. Para $\beta_x = 0$, $\eta = \eta' = 0$, e resulta em

$$v_O = \mu_O = 0;$$

2. a curva passa pelo ponto A. Para $\beta_x \rightarrow \infty$, $\eta = 1$, $v_O = 1 = v_A$ e

$$\mu_O = \beta_{c2} - \beta_{c2} = 0;$$

3. A curva passa pelo ponto B.

2.9.5

Determinação da Zona de Solicitação

Dado um ponto no plano da Figura 2.16, definido pelo par $(v$ e $\mu)$, a determinação da zona de solicitação é feita dividindo o gráfico das zonas em três trechos, conforme a Figura 2.25.

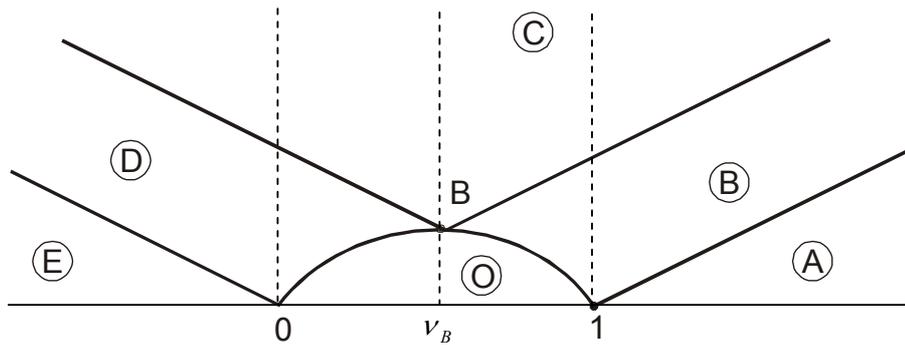


Figura 2.25 – Trechos para pesquisa da zona, adaptada de SANTOS [4].

Se $\nu > 1$, de acordo com a Figura 2.25 há três possibilidades: o ponto pode pertencer à zona A, B ou C, conforme o valor de μ . Se $\mu \geq \mu_{BC}$, o ponto pertence à zona C. Caso contrário pertencerá à zona A ou B, conforme a comparação de μ com μ_{AB} .

No caso de $\nu < 0$, as zonas possíveis são: E, D ou C, conforme o valor de μ . Se $\mu \geq \mu_{CD}$, trata-se da zona C; se $\mu \geq \mu_{DE}$, trata-se da zona D; caso contrário, trata-se da zona E.

Se $\mu \leq \mu_O$ o ponto pertence à zona O. Caso contrário, com o auxílio de ν_B , investiga-se o lado em que se encontra o ponto. Se estiver à direita de ν_B , ele pode pertencer à zona B ou C, conforme a comparação de μ com μ_{BC} . Se estiver à esquerda, pode pertencer à zona D ou C. No caso de $\nu = \nu_B$ o ponto pertence à zona C.

2.9.6

Valores Limites para Armaduras Longitudinais de Vigas

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], a armadura mínima de tração na flexão é:

$$A_{s,\min} = \omega_{\min} \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \geq 0.0015 \cdot A_c \quad (2.141)$$

onde A_c é a área da seção transversal de concreto, f_{cd} a resistência de cálculo do concreto, f_{yd} a resistência de cálculo do aço e ω_{\min} a taxa mecânica mínima de armadura dada pelos valores segundo a Tabela 2.1:

Tabela 2.1 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	ω_{\min}
Retangular	0.035
T (mesa comprimida)	0.024
T (mesa tracionada)	0.031

A norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] também recomenda que a soma das armaduras de tração e compressão não deve ter valor maior que $4\%A_c$, calculada na região fora da zona de emendas:

$$(A_{s1} + A_{s2}) \leq 0.04 \cdot A_c \quad (2.142)$$

2.9.7

Metodologia de Cálculo

Dados os parâmetros geométricos da seção transversal, a altura útil d e os esforços de cálculo N_d e M_d , o cálculo de ρ_1 e ρ_2 segue a seguinte metodologia, de acordo com SANTOS [4] [5]:

1. calculam-se os coeficientes adimensionais ν e μ conforme as eq. (2.15) e (2.16);
2. determinam-se os limites entre as zonas de acordo com o item 2.9.4 ;
3. verifica-se em que zona se encontra a solicitação dada a partir da localização do ponto (ν , μ);
4. fixa-se ou determina-se o valor de β_x conforme o item 2.9.2 ;
5. tendo β_x , têm-se η , η' , as deformações e conseqüentemente as tensões, α_1 e α_2 ;
6. calculam-se as taxas geométricas de armadura e as áreas de aço, conforme o item 2.9.3
7. verificam-se as áreas de aço mínima e máxima conforme o item anterior.

2.10

Dimensionamento à Força Cortante

Para o dimensionamento das seções transversais das vigas à força cortante são utilizados neste trabalho os conceitos e as considerações da norma ABNT NBR 6118, 2003 [3]. Essas considerações são aplicáveis às peças lineares com armaduras de cisalhamento e nas quais $b_w \leq 5d$, sendo b_w e d a largura e a altura útil da seção transversal, respectivamente. Considera-se que a armadura transversal é constituída por estribos verticais, pois apesar dos estribos inclinados a 45° reduzirem a compressão na biela de concreto, estes últimos acarretam dificuldades construtivas.

Para a obtenção da armadura transversal, a nova norma brasileira continua baseando-se no modelo em treliça associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural. No entanto, o cálculo, assim como as verificações necessárias, passaram a ser efetuados em termos de forças atuantes ao invés de tensões, como era feito na antiga norma ABNT NBR 6118, 1978 [9].

2.10.1

Cálculo da Resistência

As condições fixadas pela norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] para elementos lineares admitem dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça. Neste trabalho adotou-se somente o modelo de cálculo I.

O modelo de cálculo I admite diagonais de compressão inclinadas de 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independentemente de V_{Sd} , onde:

- V_c - parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;
- V_{Sd} - força cortante solicitante de cálculo, na seção.

A resistência do elemento estrutural deve ser considerada satisfatória quando são atendidas as seguintes condições:

1) Para evitar o esmagamento da biela de compressão, a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} não pode exceder a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto V_{Rd2} .

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (2.143)$$

Se a condição não for atendida, deve-se alterar as dimensões da seção transversal da peça.

2) A força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} não deve exceder a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal V_{Rd3} .

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (2.144)$$

2.10.2

Verificação da Compressão Diagonal do Concreto

Pelo modelo de cálculo I, V_{Rd2} é dada por:

$$V_{Rd2} = 0.27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.145)$$

onde:

α_{v2} - fator de efetividade do concreto:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (2.146)$$

com f_{ck} em *MPa*.

2.10.3

Cálculo da Armadura Transversal

A força cortante resistente de cálculo relativa à tração diagonal pode ser definida como:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.147)$$

sendo V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

Para elementos estruturais de concreto armado a parcela V_c pode ter os seguintes valores:

$$V_c = 0 \quad (2.148)$$

para elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$$V_c = V_{c0} \quad (2.149)$$

na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_o}{M_{Sd,max}}\right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad (2.150)$$

na flexo-compressão, onde M_o é o valor do momento fletor que anula a tensão normal na borda tracionada e $M_{Sd,max}$ é o momento fletor máximo solicitante no trecho considerado.

V_{c0} é o valor de referência para V_c quando a inclinação da biela de compressão é igual a 45° , e pode ser definido como:

$$V_{c0} = 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.151)$$

onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (2.152)$$

$$f_{ctk,inf} = 0.7 \cdot f_{ctm} \quad (2.153)$$

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (2.154)$$

sendo:

- f_{ctd} - resistência de cálculo do concreto à tração direta;
- $f_{ctk,inf}$ - resistência característica inferior à tração do concreto;
- f_{ctm} - resistência média do concreto à tração direta;
- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto.

A parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, V_{sw} , é calculada pela seguinte expressão:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2.155)$$

Adotando-se estribos verticais, $\alpha = 90^\circ$, obtém-se:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \quad (2.156)$$

onde:

- A_{sw} - área da seção transversal dos estribos;
- α - ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;
- s - espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} ;
- f_{ywd} - resistência de cálculo ao escoamento da armadura transversal passiva.

Adota-se para a tensão na armadura transversal f_{ywd} o valor da tensão de escoamento f_{yd} que não deve ser maior que $435MPa$ (igual à tensão de escoamento dos aços $CA-50$). Logo, mesmo que o aço empregado seja o $CA-60$, o cálculo dos estribos deve ser feito com o aço $CA-50$.

2.10.4

Dimensionamento da Armadura Transversal

A parcela de força cortante resistida pela armadura transversal é dada por:

$$V_{sw} \geq \max(V_{Sd} - V_c; 0) \quad (2.157)$$

A armadura transversal necessária por unidade de comprimento, A_{spm} , pode ser obtida a partir da eq. (2.156):

$$A_{spm} \geq \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d} \quad (2.158)$$

2.10.5

Armadura Mínima

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], todos os elementos lineares submetidos à força cortante devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica mínima:

$$\rho_{sw,min} = \frac{A_{sw,min}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen}\alpha} \geq 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (2.159)$$

adotando $\alpha = 90^\circ$, obtém-se:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0.2 \cdot b_w \cdot f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (2.160)$$

onde f_{ywk} é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

2.10.6

Espaçamento entre os Estribos

Uma vez determinada a área dos estribos por metro de comprimento da viga, $A_{spm} (cm^2 / m)$, deve-se escolher o diâmetro das barras e calcular o seu espaçamento. Utilizando-se estribos com dois ramos (estribos simples) e sendo $A_{\phi,t}$ a área da seção da barra escolhida, o espaçamento s pode ser obtido através da equação:

$$s \leq 2 \cdot \frac{A_{\phi,t}}{A_{spm}} \quad (2.161)$$

Se a área da armadura calculada for muito grande, o emprego de estribos simples exigirá barras com diâmetro elevado, o que aumenta o trabalho de dobramento das mesmas. Neste caso pode-se adotar estribos duplos que possuem quatro ramos, tendo, portanto, o dobro da seção dos estribos simples.

O espaçamento máximo, s_{max} , medido ao longo do eixo da viga, segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], é dado por:

$$V_{Sd} \leq 0.67 \cdot V_{Rd2} \quad (2.162)$$

$$s_{max} = 0.6 \cdot d \leq 300mm$$

$$V_{Sd} > 0.67 \cdot V_{Rd2}$$

$$s_{\max} = 0.3 \cdot d \leq 200\text{mm} \quad (2.163)$$

2.11

Decalagem e Ancoragem da Armadura Longitudinal

Para vigas de concreto armado, quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pelos esforços de cisalhamento que causam a inclinação das fissuras podem ser substituídos no cálculo pela decalagem (deslocamento axial) do diagrama de armadura. Usualmente este efeito é considerado fazendo-se o lançamento da armadura longitudinal a partir do diagrama de momentos fletores deslocado (decalado). Entretanto, o mesmo efeito é obtido quando se desloca o diagrama de armadura (Figura 2.26). Neste trabalho, achou-se mais conveniente por questões de implementação computacional trabalhar com a decalagem do diagrama de armadura necessária, que para vigas sem esforço normal acompanha o diagrama de momentos fletores (Figura 2.26). Assim, o diagrama deve ser deslocado de um comprimento a_1 , dado pela eq. (2.164), no sentido desfavorável, de modo que a área do diagrama fique aumentada, como indicado na Figura 2.26. A figura também mostra, como exemplo, o diagrama de armadura para um determinado diâmetro de barra de aço adotado no dimensionamento (armadura adotada).

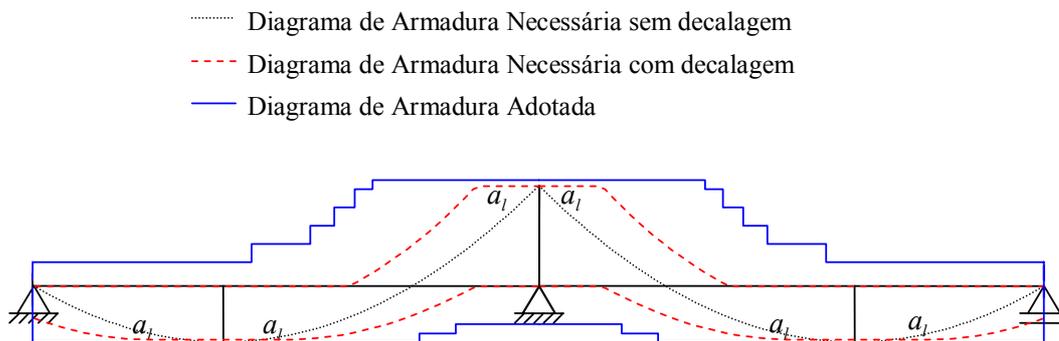


Figura 2.26 – Diagrama de armadura longitudinal deslocado de a_1 .

$$a_l = d \cdot \left[\frac{V_{sd,max}}{2 \cdot (V_{sd,max} - V_c)} \cdot (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right] \quad (2.164)$$

Na eq. (2.164), $V_{sd,max}$ é a força cortante de cálculo máxima no trecho considerado e α é o ângulo de inclinação da armadura transversal. No caso de vigas com banzos paralelos, o deslocamento a_l pode ser considerado constante nos trechos em que a força cortante tem o mesmo sinal. Quando a armadura transversal é formada por estribos verticais, $\alpha = 90^\circ$:

$$a_l = d \cdot \left[\frac{V_{sd,max}}{2 \cdot (V_{sd,max} - V_c)} \right] \leq d \quad (2.165)$$

sendo

$$a_l \geq 0.5 \cdot d \quad \text{no caso geral} \quad (2.166)$$

Depois que o diagrama de armadura longitudinal for deslocado de um comprimento a_l , é necessário somar a este valor o comprimento de ancoragem básico l_b , obtido da relação:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq \begin{cases} 10 \cdot \phi \\ 10cm \end{cases} \quad (2.167)$$

sendo f_{bd} o valor de cálculo da tensão última de aderência e ϕ o diâmetro da barra. Neste trabalho foi considerado somente o comprimento de ancoragem reta (sem ganchos).

O valor último da tensão de aderência de cálculo, f_{bd} , é definido na norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] em função da qualidade da aderência. Considera-se em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das posições seguintes:

- com inclinação maior que 45° sobre a horizontal (não é o caso deste trabalho);
- horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que localizadas no máximo $30cm$ acima da face inferior da peça ou da junta de concretagem mais próxima, quando $h < 60cm$; ou desde que localizadas no mínimo $30cm$ abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima, quando $h \geq 60cm$ (Figura 2.27).

B = boa aderência
M = má aderência

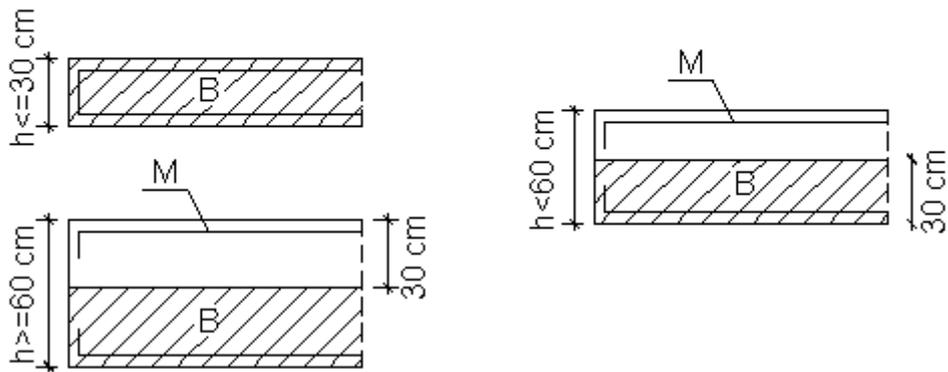


Figura 2.27 – Posições de boa e de má aderência, adaptada de ARAÚJO [10].

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes devem ser considerados em situação de má aderência.

f_{bd} é obtido pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (2.168)$$

com f_{ctd} definido pela eq. (2.152) e os coeficientes η definidos de acordo com a Tabela 2.2, Tabela 2.3 e Tabela 2.4:

Tabela 2.2 – Valores para o coeficiente η_1

Tipo de barra	η_1
Lisa (CA – 25)	1.0
Entalhada (CA – 60)	1.4
Alta aderência (CA – 50)	2.25

Tabela 2.3 – Valores para o coeficiente η_2

Situação de aderência	η_2
Boa aderência	1.0
Má aderência	0.7

Tabela 2.4 – Valores para o coeficiente η_3

Diâmetro da barra (mm)	η_3
$\phi \leq 32$	1.0
$\phi > 32$	$\frac{132 - \phi}{100}$

Considerando os valores $\eta_1 = 2.25$ (para barras nervuradas), $\eta_2 = 1.0$ (para situações de boa aderência) e $\eta_3 = 1.0$ (para barras com $\phi \leq 32$ mm), combinando as eq. (2.152), (2.153) e (2.154), chega-se à:

$$f_{bd} = 0.42 \cdot (f_{cd})^{2/3}, \text{ em MPa} \quad (2.169)$$

Considerando apenas os casos usuais em que $\phi \leq 32$ mm, para as situações de boa aderência, a tensão de cálculo f_{bd} é dada por:

$$f_{bd} = k \cdot 0.42 \cdot (f_{cd})^{2/3} \quad (2.170)$$

onde $k = 1.0$ para barras nervuradas, $k = 0.62$ para barras entalhadas e $k = 0.44$ para barras lisas.

Para as barras em situações de má aderência, a eq.(2.170) deve ser multiplicada por 0.7.

A nova norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] recomenda, conforme a Figura 2.28, que na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto *A* do diagrama decalado. Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se além do ponto *B*, no mínimo 10ϕ .

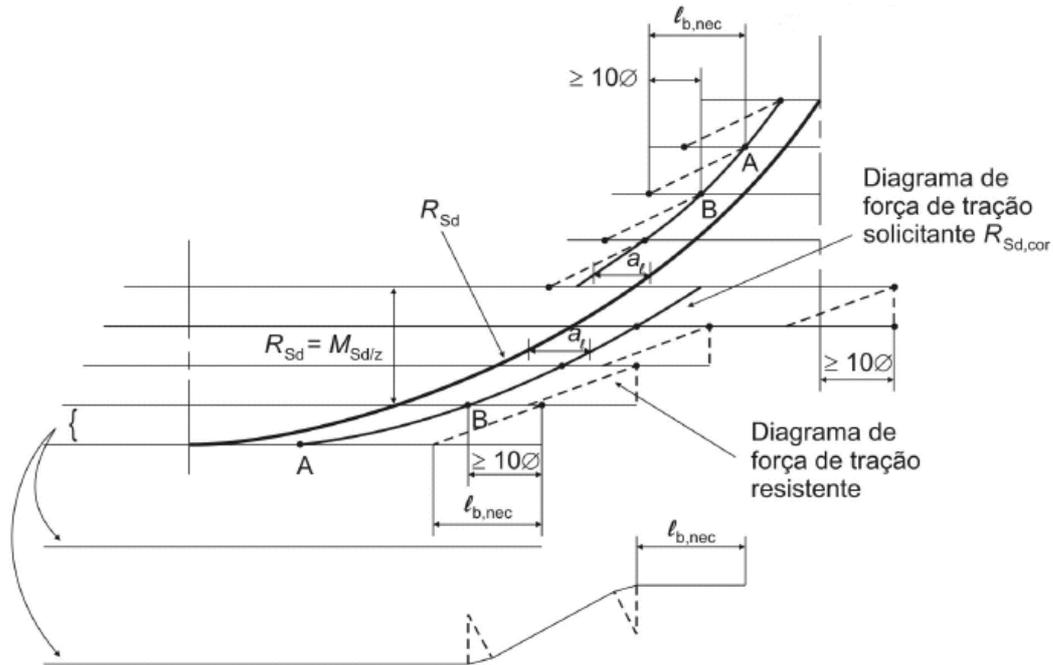


Figura 2.28 – Cobertura da envoltória de momentos fletores, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

Condição A : a extremidade da barra tem que ultrapassar pelo menos l_b de seu ponto *A* , ponto teórico de início de sua ancoragem;

Condição B : a extremidade da barra tem que ultrapassar 10ϕ de seu ponto *B* , ponto teórico de fim de sua ancoragem.

Conforme será visto no próximo capítulo, no presente trabalho foi utilizada, como simplificação, a decalagem em degraus, uma vez que o objetivo do programa desenvolvido não é detalhar a armadura de uma maneira refinada, mas sim auxiliar a verificação, apresentar uma avaliação do consumo de aço no pré dimensionamento.

3

Implementação Computacional

3.1

Introdução

No capítulo anterior foram apresentados todos os procedimentos necessários para o dimensionamento, tanto à flexão quanto ao cisalhamento, de uma viga de edifício de concreto armado. O presente capítulo mostra os principais aspectos da implementação computacional desses procedimentos dentro do programa FTOOL. A estrutura de dados do programa é descrita, bem como as alterações feitas neste trabalho na estrutura de dados e na interface gráfica.

O FTOOL (*Two-dimensional Frame Analysis Tool*) é um programa gráfico-interativo que se destina ao ensino do comportamento estrutural de pórticos planos. Além de ser uma ferramenta simples, o programa une em uma única interface recursos para uma eficiente criação e manipulação do modelo (pré-processamento) aliados a uma análise ágil e transparente da estrutura e a uma visualização de resultados rápida e efetiva (pós-processamento). Uma descrição detalhada do funcionamento do programa FTOOL pode ser encontrada em MARTHA [11].

O FTOOL utiliza uma biblioteca de funções chamada HED (*Half-Edge Data Structure*) para representação interna dos dados, além do sistema de interface IUP e do sistema gráfico CD (*Canvas Draw*), desenvolvidos pelo Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica (Tecgraf/PUC-Rio). Esta interface gráfica permite que o programa seja executado tanto no ambiente Windows quanto no ambiente Unix/X-windows.

Os elementos gráficos para interação com o usuário (diálogos, botões, caixas de texto, etc.) do FTOOL são confeccionados utilizando elementos e funções do IUP. O IUP é um sistema portátil de interface com usuário composto por uma Linguagem de Especificação de Diálogos (LED) e uma biblioteca de funções para a criação e manipulação de diálogos. Ele permite que um programa seja executado sem modificações em vários ambientes de interface, conferindo ao conjunto de ferramentas uma alta portabilidade.

A disposição dos elementos de interface dentro da tela do FTOOL é guardada em um arquivo texto escrito em LED que é lido ao se executar o programa. Este arquivo LED pode ser convertido em um arquivo “C” que é compilado com o restante do código do FTOOL, dispensando-se os arquivos LED.

3.2

Estrutura de Dados

A estrutura de dados do FTOOL se baseia na biblioteca de modelagem HED, que tem uma estrutura de dados centralizada em uma representação topológica completa de uma subdivisão planar, com busca eficiente de informações de adjacência entre as entidades do modelo.

Uma subdivisão do \mathbb{R}^2 é apresentada na Figura 3.1. Nela o plano é dividido em diversas regiões (faces f_1 , f_2 , f_3 e a face externa), sendo que cada uma delas é delimitada por um conjunto de segmentos de curva (arestas) que, por sua vez, são delimitados por dois vértices não necessariamente distintos. Os termos vértice, aresta e face são provenientes do fato de que subdivisões planares representam a topologia da fronteira de sólidos homeomorfos a uma esfera. Isto é, cada ponto da fronteira do sólido tem uma vizinhança que é mapeável para um disco aberto 2D.

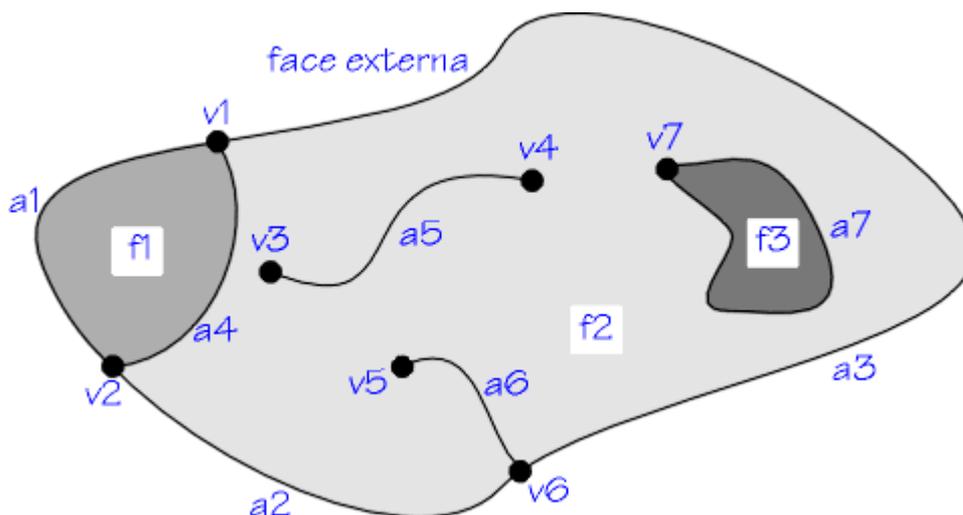


Figura 3.1 – Exemplo de uma subdivisão do \mathbb{R}^2 , adaptada de FERRAZ [12].

No processo de criação e manutenção de uma subdivisão planar, quando um segmento de curva for incluído, todos os pontos de interseção com os segmentos já pertencentes à subdivisão são calculados. Estes pontos se tornam vértices topológicos e são criadas arestas entre cada um destes vértices. No caso de se formarem regiões fechadas por arestas, novas faces são criadas na subdivisão.

As entidades topológicas que formam uma subdivisão planar são as seguintes:

- vértice (*vertex*): correspondente a um ponto único do \mathcal{R}^2 , não podendo haver dois vértices com a mesma localização geométrica;
- aresta (*edge*): segmento de curva (equivalente homeomorficamente a um segmento de reta) delimitado por dois vértices não necessariamente distintos;
- ciclo (*loop*): subconjunto conexo e ordenado de vértices e arestas alternados. Um loop pode ser degenerado para uma única aresta com um ou dois vértices, ou mesmo degenerado para um vértice;
- face: subconjunto conexo do \mathcal{R}^2 , cuja fronteira é formada por um ou mais ciclos, sendo que, com exceção da face externa, um destes contém os outros e representa sua fronteira externa;
- casca (*shell*): é uma porção conexa da fronteira de um volume. Uma casca pode ser degenerada para um único vértice e uma face.

No caso de modelagem de pórticos planos, os vértices da subdivisão planar são relacionados com os nós do quadro e as arestas são relacionadas com os membros do quadro (elementos de barra).

Pode parecer um exagero representar um quadro plano com uma estrutura de dados tão completa e sofisticada. A adoção da estrutura de dados HED no FTOOL se justifica por vários motivos. O principal deles é que a representação HED fornece de maneira bastante eficiente todas as informações de adjacência entre os nós (vértices) e barras (arestas) do quadro plano, fato este que é explorado em diversos algoritmos implantados no FTOOL. Por exemplo, o procedimento de determinação da armadura longitudinal em uma viga contínua (seqüência contígua de barras) descrito neste capítulo é baseado na adjacência entre nós e barras.

Na Figura 3.2 são apresentadas as nove relações de adjacência possíveis entre vértices, arestas e faces. De uma representação que tenha

suficiência de informação, pode-se extrair todos os relacionamentos de adjacência entre os elementos da subdivisão planar. Mas a estrutura de dados usada em uma representação não precisa necessariamente armazenar explicitamente as nove relações de adjacência, bastando armazenar alguma delas e, a partir destas, obter as restantes por derivação. O armazenamento explícito de todos os relacionamentos de adjacência exigiria uma quantidade maior de memória, apesar do rápido tempo de acesso às informações.

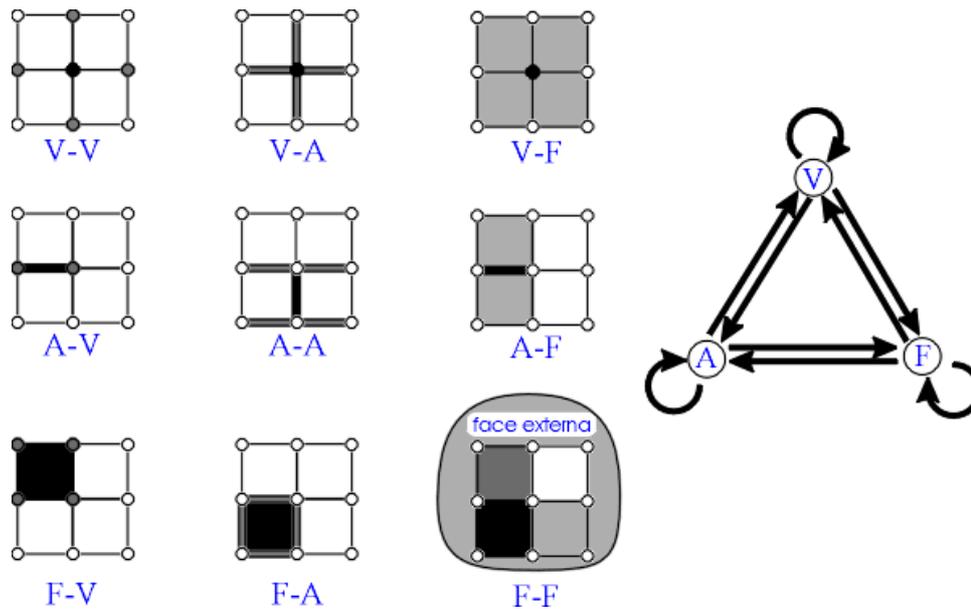


Figura 3.2 – As nove relações de adjacência entre vértices, arestas e faces, adaptada de FERRAZ [12].

As estruturas de dados topológicas mais utilizadas têm a aresta como elemento central (Figura 3.3). O motivo pelo qual isto ocorre é que a aresta é a única entidade cujo número de entidades adjacentes é limitado. Cada aresta é limitada por exatamente dois vértices não necessariamente distintos, e cada aresta é adjacente a exatamente duas faces não necessariamente distintas (Figura 3.2). Além disso, se for considerado que a adjacência aresta-aresta é caracterizada por arestas que compartilham tanto vértices quanto faces, o número de arestas adjacentes a uma dada aresta é limitado a quatro.

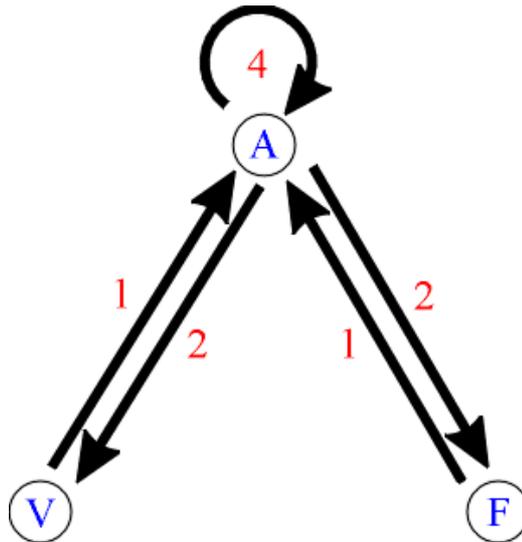


Figura 3.3 – Relações de adjacência explicitamente armazenadas em uma estrutura baseada em arestas, adaptada de FERRAZ [12].

A estrutura de dados HED do FTOOL é baseada em aresta. O nome HED significa Estrutura de Dados de Semi-aresta (*half-edge data structure*). Nessa estrutura a entidade central é uma semi-aresta (metade de uma aresta), que representa o *uso* de uma aresta por um ciclo (*loop*). Por esta razão, a entidade central também é chamada de *uso de aresta*.

Observa-se na Figura 3.4 que a estrutura HED é hierárquica e formada por listas circulares encadeadas, indo dos níveis mais altos de hierarquia (subdivisão planar) aos mais baixos (vértices). No que diz respeito ao armazenamento explícito das relações de adjacência, a estrutura *half-edge* não é completa, embora forneça alguns relacionamentos de forma já ordenada. Por exemplo, percorrendo-se o ponteiro *eu_nxt* ou o *eu_prv* (apontam o próximo uso de aresta e o anterior, respectivamente) varrem-se ordenadamente as arestas adjacentes de um ciclo da fronteira de uma face (Figura 3.5). Mesmo não sendo completa, esta estrutura de dados permite que se obtenha as relações de adjacência com um desempenho que é, no pior caso, proporcional ao número de entidades topológicas envolvidas na busca.

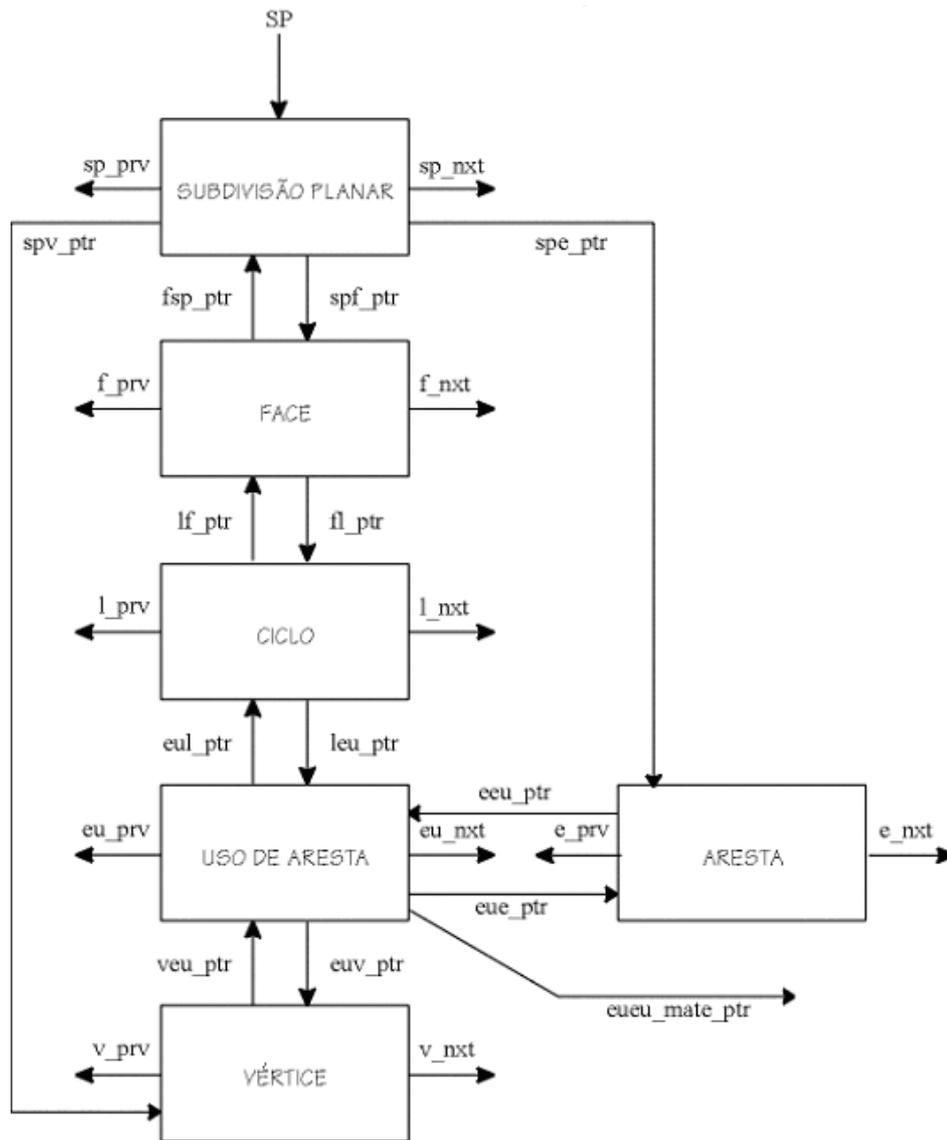


Figura 3.4 – Estrutura de dados HED, adaptada de FERRAZ [12].

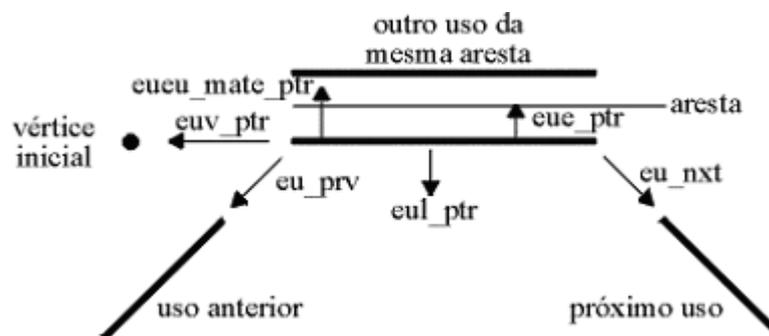


Figura 3.5 – Usos de uma aresta, adaptada de FERRAZ [12].

Além do encadeamento de ponteiros que estabelece as relações de adjacência, cada entidade possui também um ponteiro para um registro de atributos opcional. A subdivisão planar, a face, a aresta e o vértice podem ter atributos associados.

No caso do FTOOL, os registros de dados para forças e condições de apoios aplicados a nós, assim como para forças distribuídas aplicadas a barras, entre outras, são blocos de atributos “pendurados” nas entidades topológicas do HED: *solid* (modelo), *edge* (aresta, que corresponde a um elemento de barra) e *vertex* (vértice, que corresponde a um nó).

A Figura 3.6 descreve simplificada a estrutura de dados de atributos do FTOOL. Os retângulos pretos no fluxograma representam os nomes dos registros principais; os retângulos cinzas, os conjuntos de dados armazenados no FTOOL; e os brancos, os ponteiros que relacionam as entidades e registros de dados. A entidade “*SOLID*” representa um modelo ou uma subdivisão planar.

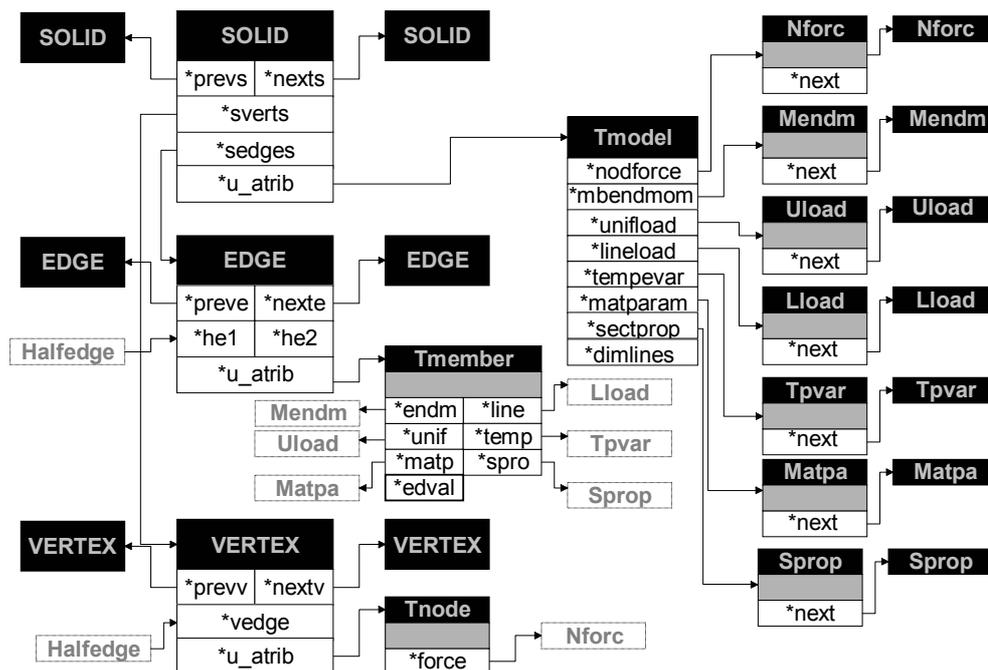


Figura 3.6 – Estrutura de dados de atributos do FTOOL, adaptada de KAEFER [1].

Uma descrição detalhada da estrutura de dados de atributos do FTOOL pode ser encontrada no trabalho de KAEFER [1]. Neste trabalho não foram feitas alterações na estrutura de dados do FTOOL. As implementações descritas na

seqüência deste capítulo foram feitas nos atributos “pendurados” nas arestas da estrutura de dados.

3.3

Implementação de Materiais e Seções Transversais em POO

Neste trabalho, o programa FTOOL foi estendido para considerar um novo tipo de material – concreto armado – e novas seções transversais relativas a uma viga de concreto armado – retangular, T, L e I. Essas implementações seguiram um paradigma de programação orientada a objetos (POO). Segundo COX [13], a principal vantagem de se adotar a programação orientada a objetos é que a expansão do programa fica mais simples e natural. Assim, as novas implementações têm um impacto mínimo no código existente. Desta maneira, a reutilização do código é maximizada. Além disso, comparando com a programação clássica estruturada, a utilização da programação orientada a objetos conduz para uma integração mais completa entre a teoria e a implementação computacional. Normalmente a POO é utilizada no desenvolvimento de programas grandes e complexos. Entretanto, para obter a máxima vantagem de se utilizar a POO, é necessário o completo entendimento da metodologia empregada na organização do programa.

Os cinco componentes chave do paradigma de orientação a objetos, de acordo com BORGES [14], são:

- Objeto: é uma abstração encapsulada que tem um estado interno dado por uma lista de atributos cujos valores são únicos para o objeto.
- Mensagem: é representada por um identificador que implica em uma ação a ser tomada pelo objeto que a recebe.
- Classe: é um modelo para a criação de um objeto. Inclui em sua descrição um nome para o tipo de objeto, uma lista de atributos e uma lista de mensagens com os métodos correspondentes que o objeto desta classe sabe responder.
- Instância: é um objeto que tem suas propriedades definidas na descrição da classe.
- Método: é uma lista de instruções que define como um objeto responde a uma mensagem em particular. Um método tipicamente consiste de expressões que enviam mais mensagens para objetos. Toda mensagem em uma classe tem um método correspondente.

Em uma visão simplificada, classes são estruturas, objetos são variáveis do tipo de alguma classe (instância de alguma classe), métodos são funções de classes e enviar uma mensagem para um objeto é chamar um método de um objeto.

Um conceito importante na POO, chamado encapsulamento, consiste no ato de esconder certas informações do cliente da classe (aquele que utiliza uma instância de classe). Os atributos dependentes da implementação não precisam e não devem estar disponíveis para o usuário de um objeto, pois este deve ser acessado exclusivamente através da interface definida.

Outro conceito importante na POO é a herança, que é um termo que se aplica apenas às classes. Herança permite que se construa e estenda continuamente classes já desenvolvidas sem nenhum limite. Começando da classe mais simples, pode-se derivar classes cada vez mais complexas.

A POO apresenta, ainda, como um de seus recursos mais poderosos, o polimorfismo, que é uma consequência da herança. O recurso de polimorfismo permite que todos os objetos de uma hierarquia de classes (da mais simples à mais complexa) sejam declarados e tratados como objetos da classe base (mais simples). Tal recurso permite trabalhar em um nível de abstração bem alto ao mesmo tempo que facilita a incorporação de novos pedaços em um sistema já existente.

Para a implementação do dimensionamento de vigas no programa FTOOL, foram criados o material concreto armado e as seções transversais mais comuns em uma viga de edifício de concreto armado (retangular, T, L ou I). Essas implementações foram feitas dentro do paradigma da POO.

3.3.1

Material Concreto Armado

Existem várias operações conceituais que são comuns para todos os tipos de materiais. Essas operações incluem: consultar os parâmetros do material, criar elementos de interface para receber os parâmetros do material, entre outras. Na versão anterior do FTOOL existiam três tipos de materiais: genérico (*Generic Isotropic*), concreto homogêneo (*Concrete Isotropic*) e aço (*Steel Isotropic*). Estes materiais continham os mesmos tipos de parâmetros: módulo de elasticidade, peso específico e coeficiente de dilatação térmica. Como para o material concreto armado são necessários diversos outros parâmetros, foi

criada uma “classe material” no contexto de POO (Figura 3.7). Essa classe tem como sub-classes os tipos de materiais criados na versão anterior, incluindo mais um material: o concreto armado (*Reinforced Concrete*). A Figura 3.8 mostra a interface gráfica utilizada para criar um material do tipo concreto armado no FTOOL.

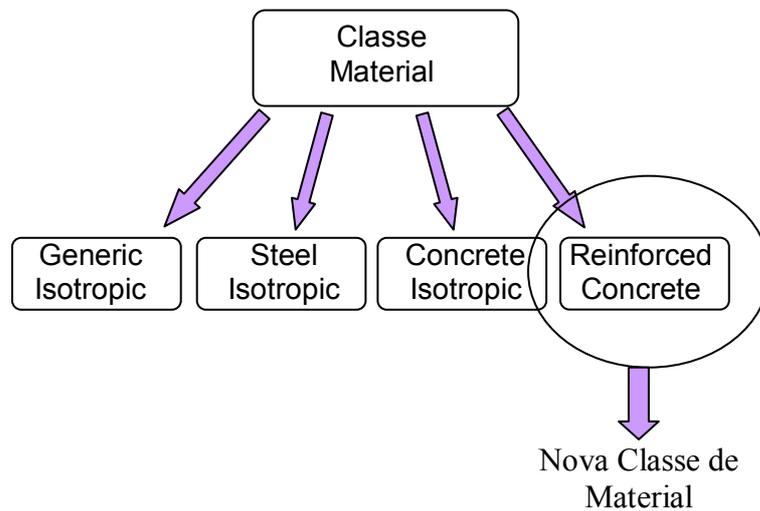


Figura 3.7 – Classes relativa ao material.

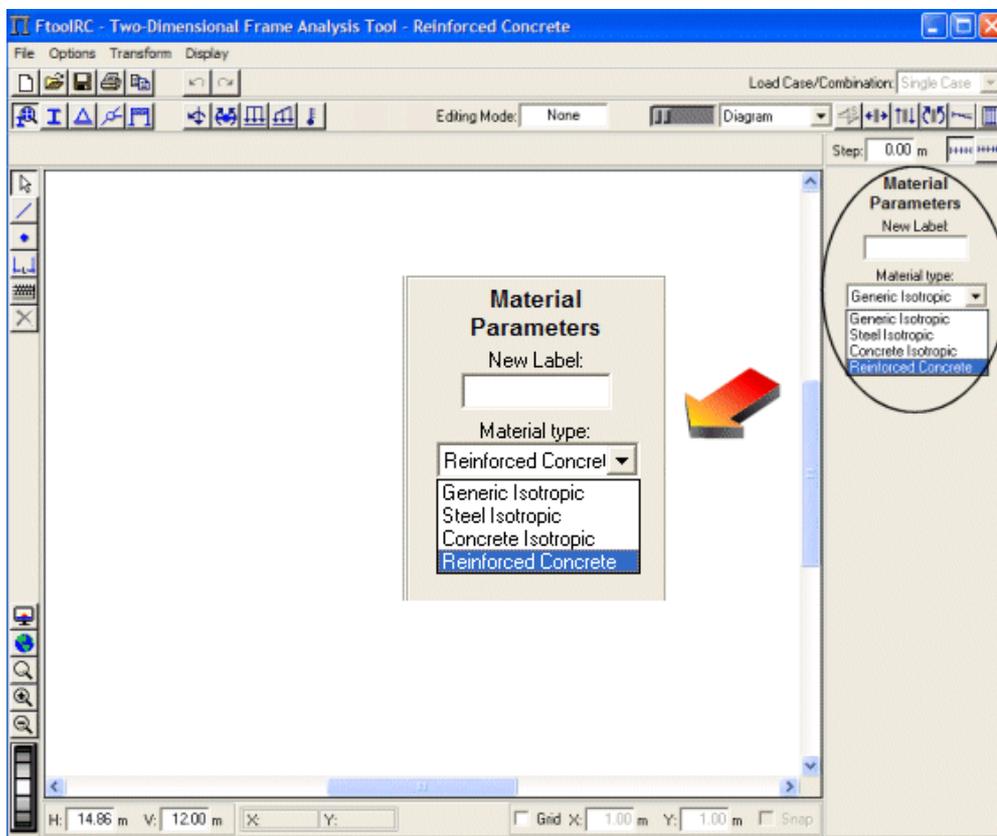


Figura 3.8 – Interface gráfica para seleção de um novo material.

A Figura 3.9 mostra todos os parâmetros referentes ao concreto e ao aço necessários para o dimensionamento de uma viga de concreto armado.

The image shows a software interface for defining material parameters. The title is 'Material Parameters'. A dropdown menu is set to 'RCB'. Below the title are several icons for file operations. The main area contains input fields for various material properties:

- fck: 20 MPa
- γ_c : 1.4
- Ec: 21000 MPa
- γ : 25.0 kN/m³
- α : 0.000010 /°C
- Steel: CA-50A
- fyk: 500 MPa
- γ_s : 1.15
- Es: 210000 MPa

Figura 3.9 – Parâmetros do material concreto armado.

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], a resistência característica do concreto, f_{ck} , não deve admitir em estruturas valores menores do que $20MPa$. Os valores dos coeficientes de minoração γ_c e γ_s são determinados pelo usuário e geralmente assumem valores que estão indicados na Tabela 3.1. Por uma questão de simplicidade de interface com o usuário optou-se por colocar estes coeficientes, que são parâmetros de dimensionamento, junto com os parâmetros dos materiais.

Tabela 3.1 – Coeficientes de minoração

Combinações	γ_c	γ_s
Normais	1.4	1.15
Especiais ou de construção	1.2	1.15
Excepcionais	1.2	1.0

O módulo de deformação longitudinal tangente do concreto segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] é calculado de acordo com:

$$E_c = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (3.1)$$

O módulo secante é dado por:

$$E_{cs} = 0.85 \cdot E_c \quad (3.2)$$

O valor inicial do módulo de elasticidade que aparece na interface do programa quando o material concreto armado é selecionado está de acordo com a eq. (3.2). Ele pode ser editado a qualquer momento pelo usuário.

O módulo de elasticidade, o peso específico (γ) e o coeficiente de dilatação térmica (α) são parâmetros comuns a todos os tipos de materiais.

Os tipos de aço que aparecem são selecionados através de uma lista expansível, conforme a Figura 3.10. O prefixo *CA* indica aços para concreto armado e o número é o valor da tensão de escoamento característica, f_{yk} , expresso em kN/cm^2 . Os aços classe *B* não são mais utilizados. Eles foram deixados no programa para uma eventual verificação de comportamento de estruturas existentes.

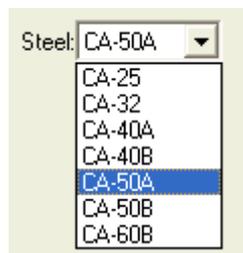


Figura 3.10 – Tipos de aço.

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade longitudinal dos aços para concreto armado pode ser admitido igual a $210GPa$. Este valor pode ser editado pelo usuário.

3.3.2

Seções Transversais de Vigas de Concreto Armado

Da mesma maneira que ocorre com os materiais, existem várias operações conceituais que são comuns para todos os tipos de seções transversais. Essas operações incluem, entre outras, o cálculo da área da seção transversal e do seu momento de inércia, além da criação de elementos de interface para receber os parâmetros da seção transversal. Na versão anterior do FTOOL existiam vários tipos de seções transversais, cada uma com seus respectivos parâmetros. Assim, já existia uma “classe seção transversal” no contexto de POO (Figura 3.11). Foi necessário somente acrescentar nesta classe as quatro seções transversais referentes ao dimensionamento de vigas de concreto armado: retangular (*RC-Beam Rectangle*), T (*RC-Beam T-shape*), L (*RC-Beam L-shape*) e I (*RC-Beam I-shape*). A Figura 3.12 mostra a interface gráfica para seleção de uma seção transversal retangular de concreto armado.

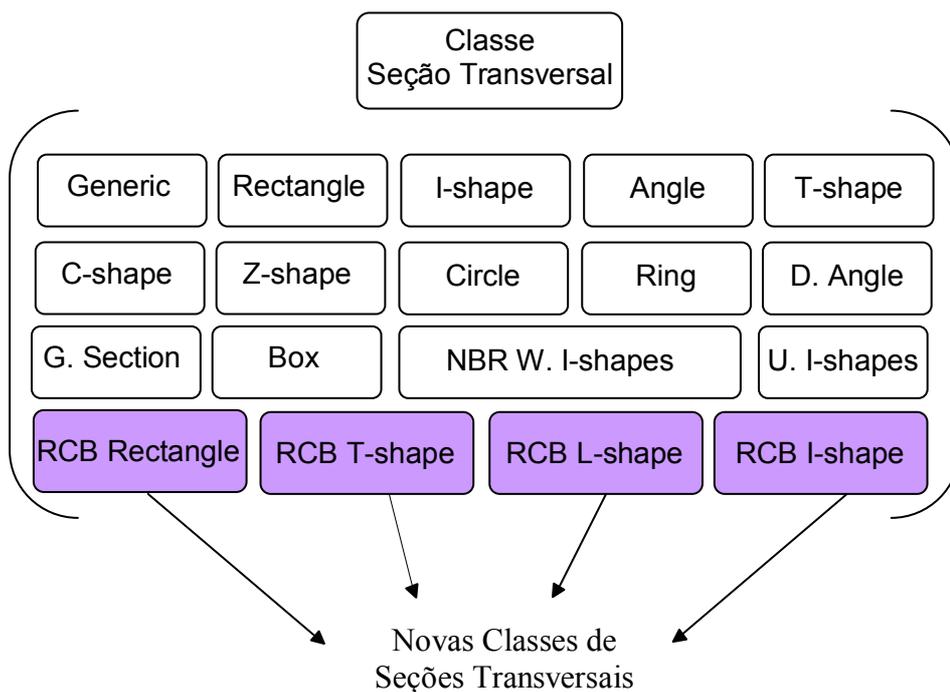


Figura 3.11 – Classes relativas às seções transversais.

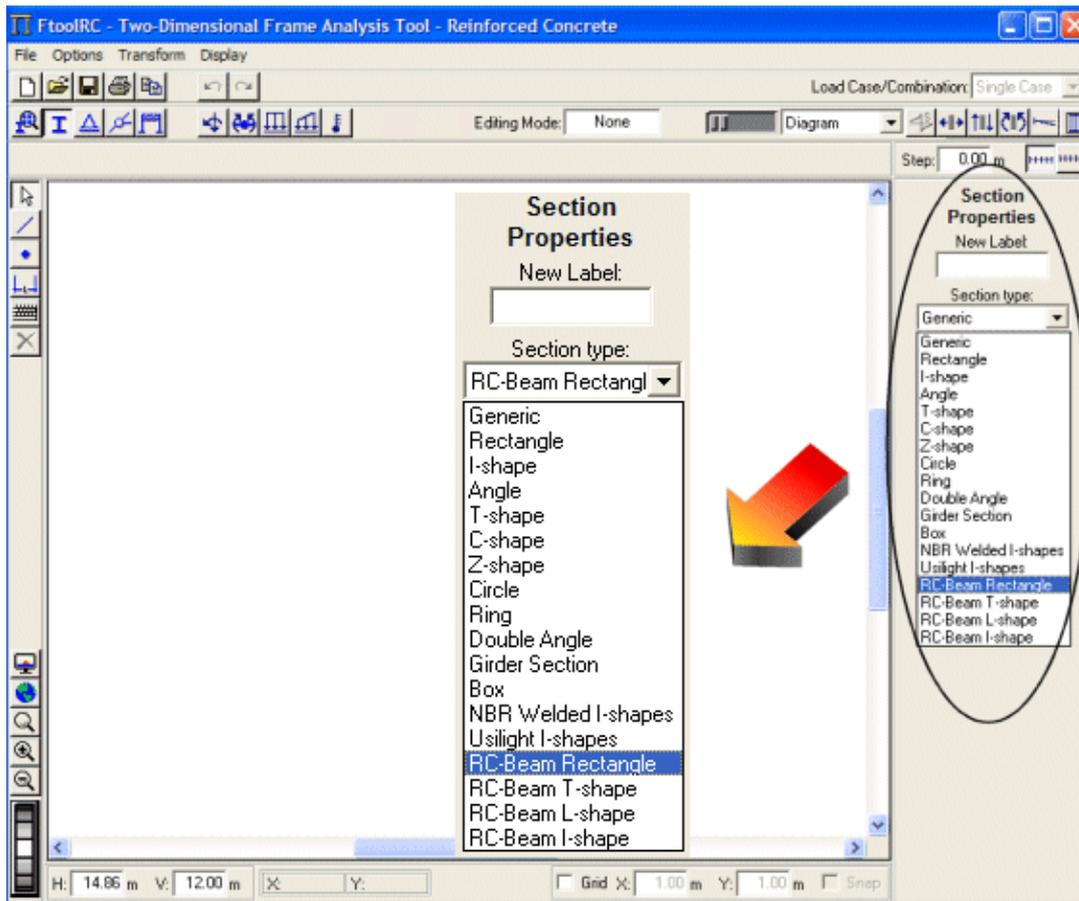


Figura 3.12 – Interface gráfica para seleção de seções transversais.

De acordo com o tipo de seção selecionada, na área lateral da tela deverão ser fornecidos os parâmetros que definem cada seção transversal. A Figura 3.13 mostra todos os parâmetros relativos às quatro seções transversais implementadas, necessários para o dimensionamento de uma viga de concreto armado. O usuário deve fornecer os valores para todos os parâmetros, com exceção dos três últimos, conforme explicado a seguir.

Section Properties	Section Properties	Section Properties	Section Properties
RCB-Rect	RCB-Tshape	RCB-Lshape	RCB-Ishape
ϕ_{12} : 16.0 mm	ϕ_{12} : 20.0 mm	ϕ_{12} : 12.5 mm	ϕ_{12} : 16.0 mm
ϕ_{11} : 12.5 mm	ϕ_{11} : 20.0 mm	ϕ_{11} : 8.0 mm	ϕ_{11} : 10.0 mm
ϕ_t : 6.3 mm	ϕ_t : 6.3 mm	ϕ_t : 8.0 mm	ϕ_t : 6.3 mm
d_1 : 10.0	d_1 : 10.0	d_1 : 3.0	d_1 : 5.0
d_2 : 5.0	d_2 : 5.0	d_2 : 3.0	d_2 : 3.0
h : 110.0	h : 110.0	h : 90.0	h : 100.0
b : 20.0	b : 135.0	b : 65.0	b : 70.0
c : 3.0	c : 5.0	c : 2.5	c : 2.5
\bar{y} : 55.0	\bar{y} : 73.9	\bar{y} : 55.8	\bar{y} : 50.0
A : 2.20e+03	A : 3.58e+03	A : 1.85e+03	A : 3.00e+03
I : 2.2183e+06	I : 4.2710e+06	I : 1.4992e+06	I : 3.7000e+06

Figura 3.13 – Parâmetros das seções transversais referentes ao dimensionamento de vigas de concreto armado.

Os parâmetros ϕ_{11} e ϕ_{12} correspondem às bitolas da armadura longitudinal inferior e superior e são seleccionados através de uma lista expansível, conforme a Figura 3.14.

ϕ_{11} : 12.5 mm	ϕ_{12} : 8.0 mm
6.3 mm	6.3 mm
8.0 mm	8.0 mm
10.0 mm	10.0 mm
12.5 mm	12.5 mm
16.0 mm	16.0 mm
20.0 mm	20.0 mm
25.0 mm	25.0 mm
32.0 mm	32.0 mm

Figura 3.14 – Diâmetros da armadura longitudinal inferior (ϕ_{11}) e superior (ϕ_{12}).

Além da escolha da bitola, o usuário também tem a possibilidade de escolher de quantas em quantas barras deseja desenhar a armadura (escalonamento). Nos exemplos apresentados no próximo capítulo o significado deste parâmetro ficará mais explícito.

O parâmetro ϕ_t , que corresponde ao diâmetro das barras dos estribos, também pode ser selecionado através de uma lista expansível, de acordo com a Figura 3.15. Usualmente, essas armaduras são formadas por estribos verticais de dois ramos (estribos simples). Se necessário, o usuário pode optar pela escolha de estribos duplos que possuem quatro ramos, tendo, portanto, o dobro da seção dos estribos simples.

Uma vez escolhida a bitola dos estribos, deve-se escolher a variação do seu espaçamento, conforme a Figura 3.15. O programa calcula automaticamente, de acordo com o item 2.10.6 o espaçamento necessário entre os estribos sendo que o usuário pode variar este espaçamento.

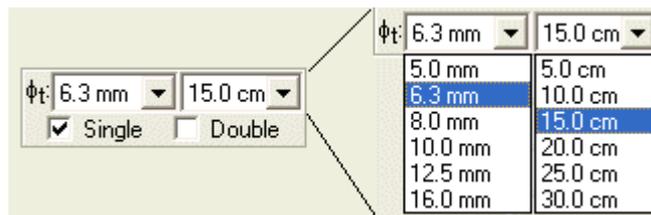


Figura 3.15 – Diâmetros da armadura transversal (ϕ_t) e espaçamentos.

Os parâmetros d'_1 e d'_2 , fornecidos pelo usuário, correspondem à distância do centro de gravidade da armadura longitudinal às bordas inferior e superior da seção, respectivamente, para momentos positivos e negativos.

Para cada tipo de seção transversal, o usuário deve fornecer os parâmetros geométricos da seção bruta (b, b_w, h, h_f, h_1 e h_2). Os campos \bar{y} (distância do centróide à borda inferior da seção), A (área da seção) e I (momento de inércia em relação ao centro geométrico da seção) são calculados automaticamente pelo programa.

Finalmente, o cobrimento da armadura c deve ser fornecido.

3.3.3

Verificações Realizadas para o Dimensionamento e Prescrições da NBR 6118, 2003

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], o cobrimento nominal c de uma determinada barra deve ser, no mínimo, igual ao diâmetro da própria barra. A Tabela 3.2 mostra o valor do cobrimento nominal em função da classe de agressividade ambiental:

Tabela 3.2 – Cobrimento nominal

Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
	I	II	III	IV
	Cobrimento nominal (c) mm			
Viga	25	30	40	50

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, sendo I uma classe de agressividade fraca, II moderada, III forte e IV muito forte.

O diâmetro máximo do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20% a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{\max} \leq 1.2 \cdot c \quad (3.3)$$

O diâmetro das barras deve ser escolhido procurando-se o menor desperdício. Deve-se dar preferência às barras mais finas, pois estas são favoráveis quanto à fissuração e ancoragem. Entretanto, um número elevado de barras de pequeno diâmetro pode não caber na largura da seção da viga, já que deve existir um espaçamento mínimo entre as barras. Nesse caso, as barras devem ser dispostas em mais de uma camada.

Para garantir que todas as barras da armadura longitudinal sejam envolvidas pelo concreto, evitando-se falhas de concretagem, devem ser respeitados os espaçamentos indicados na Figura 3.16 e a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3].

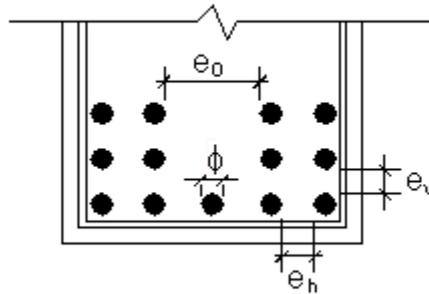


Figura 3.16 – Espaçamento mínimo das barras, adaptada de ARAÚJO [15].

O espaçamento mínimo das barras nas camadas horizontais é dado por:

$$e_h \geq \left\{ \begin{array}{l} 2cm \\ \phi \\ 1.2 \cdot d_{\max} \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

onde ϕ é o diâmetro das barras e d_{\max} é o diâmetro máximo do agregado.

No plano vertical, deve-se respeitar o espaçamento mínimo:

$$e_v \geq \left\{ \begin{array}{l} 2cm \\ \phi \\ 0.5 \cdot d_{\max} \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

Uma vez conhecidos o diâmetro das barras, o espaçamento entre as barras e o cobrimento, pode-se determinar o número máximo de barras que podem ser dispostas em uma mesma camada na seção da viga. Quando as barras estiverem dispostas em várias camadas, é aconselhável deixar um espaço livre e_0 para a passagem da agulha do vibrador.

De acordo com a ABNT NBR 6118, 2003 [3], se as barras estiverem dispostas em mais de uma camada, a distância y_0 (Figura 3.17) do centróide da armadura até a camada mais afastada da linha neutra tem que ser menor ou igual a $10\% \cdot h$. Caso contrário, o programa avisa que deve ser verificada a capacidade resistente da seção.

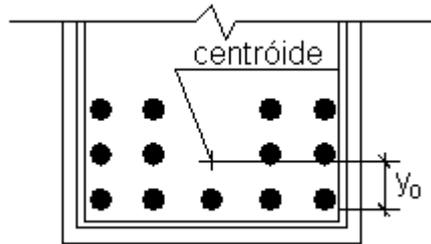


Figura 3.17 – Posição do centróide da armadura.

Além desta verificação, se a soma das armaduras longitudinais exceder a armadura máxima permitida, segundo a eq. (2.142), o programa exibe uma mensagem alertando que o usuário precisa modificar as dimensões da viga ou até mesmo aumentar o valor da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}).

No caso da armadura transversal, o programa verifica se a força cortante solicitante de cálculo é menor que a força cortante resistente de cálculo. Se esta verificação não for atendida, uma nova mensagem é exibida, tendo o usuário que modificar as dimensões da viga.

Dependendo da escolha da variação do espaçamento pelo usuário, este pode ser maior que o espaçamento máximo recomendado. O programa exibe uma mensagem aconselhando o usuário a escolher um espaçamento menor.

3.4

Modificações na Interface Gráfica

A interface gráfica do programa FTOOL precisou sofrer algumas modificações para que o dimensionamento pudesse ser feito.

Primeiramente, foram alterados os menus responsáveis pela entrada de dados referentes ao material utilizado e à seção transversal, de acordo com o item anterior. Tiveram que ser definidas unidades para as novas grandezas envolvidas (área da barra de aço e diâmetro da barra de aço), bem como um formato para a exibição dos valores numéricos associados a estes parâmetros (Figura 3.18).

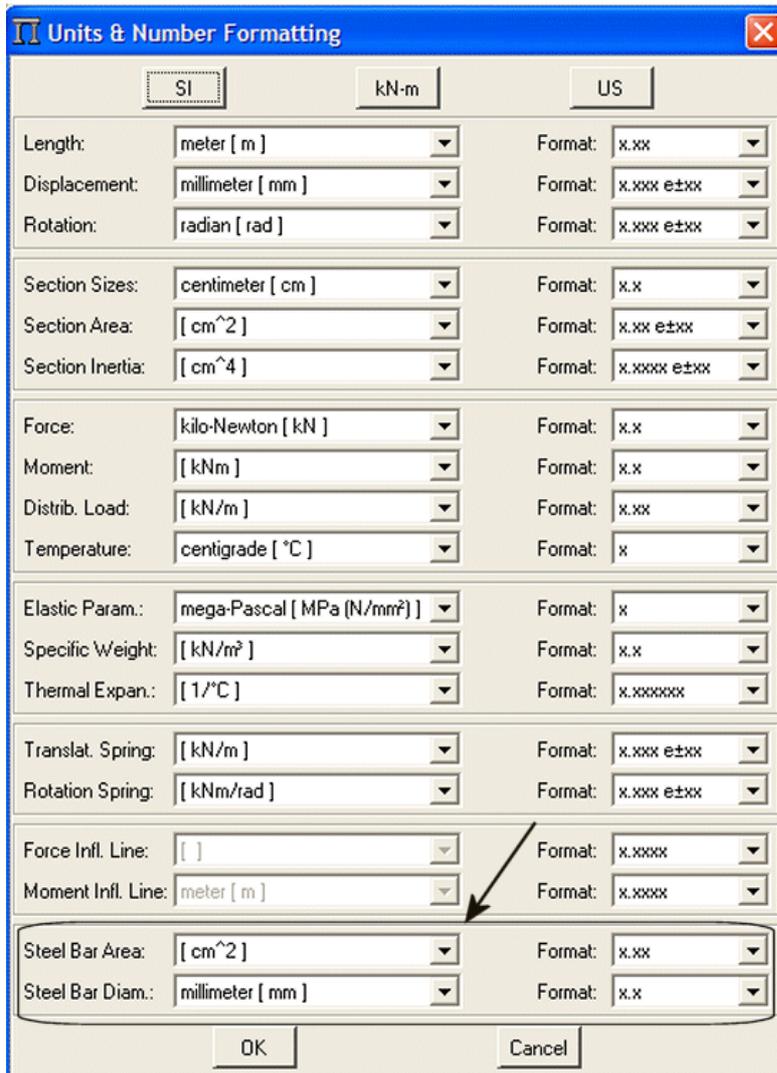


Figura 3.18 – Janela de configuração de unidades e formatos de valores numéricos.

Em seguida, foi criado um botão para acessar o módulo de dimensionamento de concreto armado, conforme a Figura 3.19 e Figura 3.20.

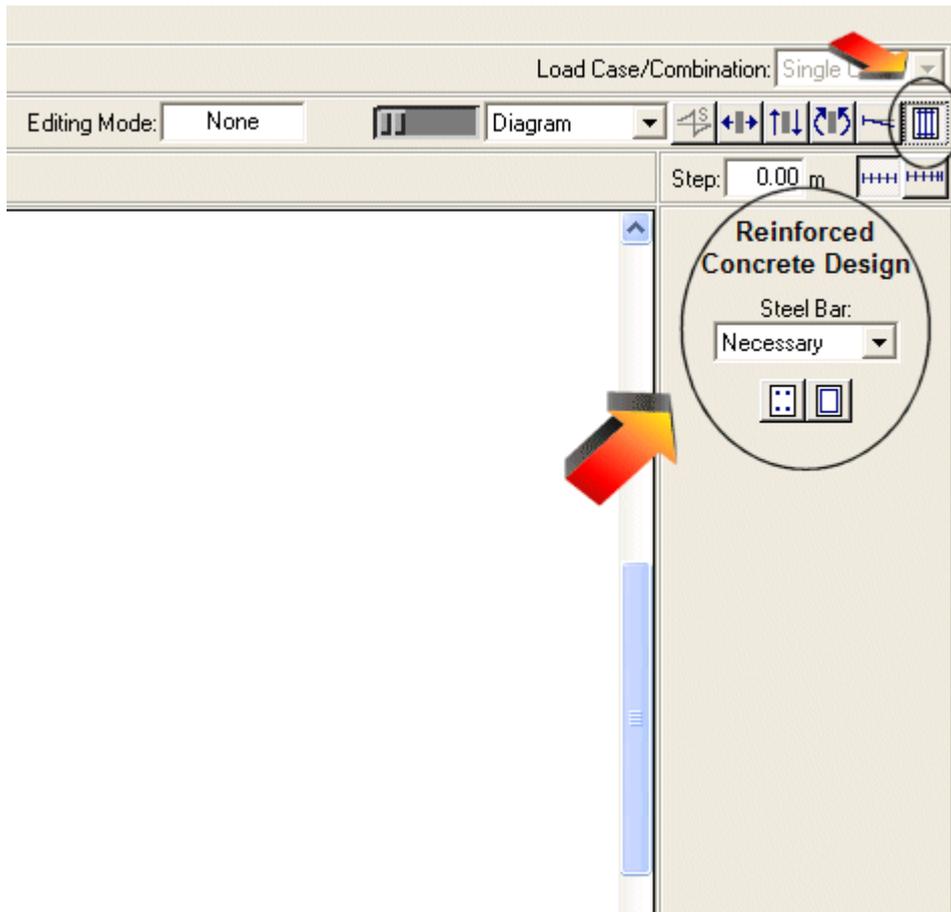


Figura 3.19 – Botão para acessar o módulo de dimensionamento de concreto armado.

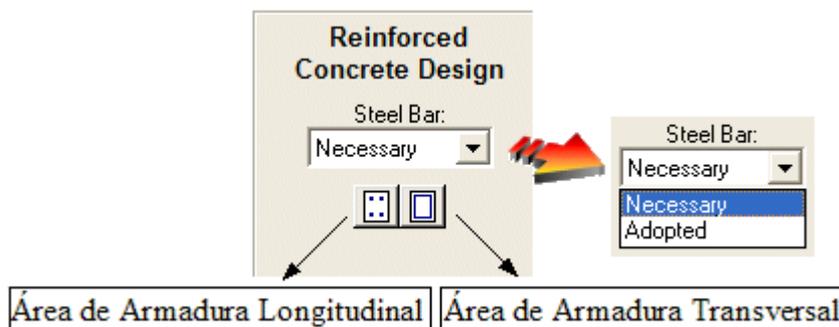


Figura 3.20 – Submenu responsável pelo dimensionamento de concreto armado.

O resultado que o programa desenvolvido neste trabalho oferece são dois diagramas: um deles contendo as áreas de armaduras longitudinais superior e inferior, calculadas para cada par de valores de momento fletor e esforço normal; e outro de área de armadura transversal, calculada para cada valor da força cortante. Existem dois modos de resultados da análise de dimensionamento. A

seleção do modo desejado é feita através de uma lista expansível, conforme a Figura 3.20, sendo o primeiro modo a armadura necessária (*Necessary*) e o segundo a armadura adotada (*Adopted*).

A armadura necessária corresponde ao cálculo de uma armadura para atender a todos os esforços solicitantes. O cálculo da armadura longitudinal é baseado no método de dimensionamento de Ferreira da Silva Junior e o da armadura transversal segue as considerações do modelo I da norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], de acordo com o capítulo anterior. No caso da armadura longitudinal o diagrama é desenhado considerando-se a decalagem da armadura, segundo a eq. (2.165).

A armadura adotada corresponde ao cálculo da armadura, baseado na armadura necessária, obedecendo a um diâmetro de armadura, escolhido pelo usuário, e às prescrições da norma. Para armadura longitudinal, este cálculo é feito da seguinte maneira:

- se a armadura necessária for igual a zero, considera-se para a área de armadura adotada, segundo a ABNT NBR 6118, 1978 [9]:

$$A_{adotada} = 2 \cdot A_{\phi,t} \quad (3.6)$$

sendo $A_{\phi,t}$ a área da seção da barra escolhida para armadura transversal;

- se a armadura necessária for diferente de zero e menor que a armadura mínima imposta pela norma brasileira, adota-se para o cálculo da armadura adotada o valor da armadura mínima;
- calcula-se o número de barras, n_b , dividindo o valor da área de armadura necessária (A_{nec}) pela área da seção da barra escolhida ($A_{\phi,l}$):

$$n_b = \frac{A_{nec}}{A_{\phi,l}} \quad (3.7)$$

- se o resultado não for um número inteiro, este valor é arredondado para um número inteiro superior para que o cálculo esteja a favor da segurança;
- multiplica-se este número inteiro pela área da seção da barra escolhida, obtendo assim a armadura adotada ($A_{adotada}$). Este cálculo é feito para cada valor de armadura necessária.

$$A_{adotada} = n_b \cdot A_{\phi,l} \quad (3.8)$$

O diagrama de área de armadura longitudinal adotada considera, além da ancoragem, a decalagem das armaduras (eq. (2.165) e (2.167) respectivamente). Através deste diagrama pode-se ter uma idéia bastante aproximada do tamanho das barras.

No caso dos estribos, o cálculo da armadura adotada é feito da seguinte forma:

- se a armadura necessária for menor que a armadura mínima imposta pela norma brasileira, adota-se para o cálculo da armadura adotada o valor da armadura mínima;
- calcula-se o espaçamento s necessário de acordo com a bitola escolhida, conforme a eq. (2.161);
- se o espaçamento não for um inteiro, este número é arredondado para um número inteiro inferior e múltiplo de cinco;
- de acordo com o valor de espaçamento encontrado calcula-se a armadura adotada $A_{adotada}$:

$$A_{adotada} = n^{\circ} \text{pernas} \cdot \frac{A_{\phi,t}}{s} \quad (3.9)$$

Em qualquer um dos modos, Necessário ou Adotado, “clcando” em um ponto sobre a viga com o botão esquerdo do mouse, aparece na barra de mensagem acima da área de desenho o valor do correspondente diagrama para aquele ponto. Se for usado o botão direito do mouse, aparecem na área lateral informações adicionais sobre a viga com respeito ao diagrama visualizado. Se um passo (*Step*) para consulta de resultados estiver definido, na área lateral serão exibidos os resultados do diagrama ao longo da viga (Figura 3.21). Os valores para cada passo também podem ser mostrados no desenho dos diagramas (Figura 3.22).

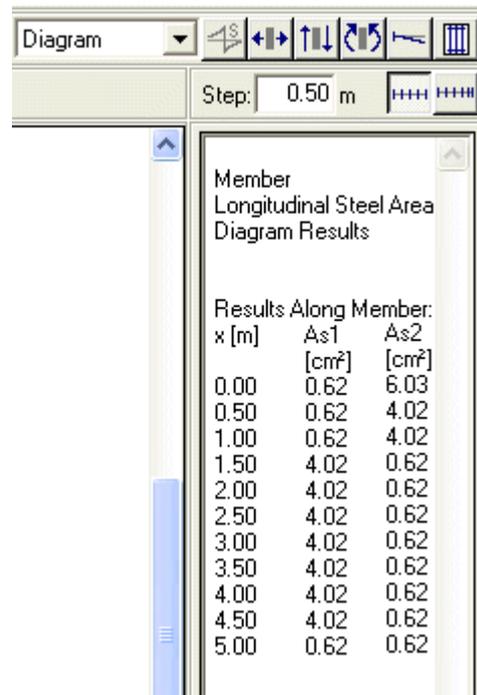


Figura 3.21 – Resultados ao longo da barra, de acordo com o passo (Step) estipulado.

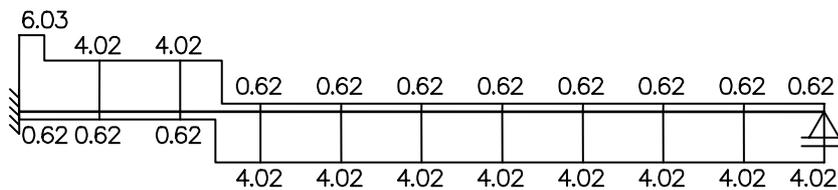


Figura 3.22 – Resultados de cada passo (Step) mostrados no diagrama.

3.5

Algoritmo de Decalagem e Ancoragem da Armadura Longitudinal

Para a implementação do algoritmo de decalagem da armadura longitudinal, a estrutura de dados do FTOOL não precisou sofrer alterações. As implementações foram feitas nos atributos “pendurados” nas arestas da estrutura de dados com a utilização da biblioteca de funções HED. Cada aresta corresponde a um elemento de barra do modelo de análise (Figura 3.23). No programa FTOOL, uma viga deve ser dividida em vários elementos de barra quando houver cargas concentradas no interior do vão ou cargas distribuídas que abrangem parcialmente o vão.

O problema do lançamento da armadura longitudinal, incluindo a decalagem e a ancoragem, é que este deve ser feito em cada vão como um todo. Como, no FTOOL, os resultados da análise (diagramas de esforços internos e configuração deformada) até então eram obtidos em cada elemento de barra isolado, um tratamento especial teve que ser desenvolvido para a armadura longitudinal.

Para tanto, foram criados dois novos algoritmos: um para encontrar automaticamente uma cadeia de elementos de barra que formam um vão; e outro para fazer o lançamento da armadura longitudinal no vão. Para o primeiro algoritmo, são zerados os diagramas de cada elemento de barra. Percorre-se a lista de elementos de barra do modelo. Para cada elemento que não foi tratado, define-se a cadeia de elementos de barra que formam um vão. O algoritmo utilizado para selecionar automaticamente um vão é descrito a seguir.

Partindo de uma dada aresta, percorre-se nos dois sentidos pela adjacência aresta-aresta e testa-se para ver quando duas arestas pertencem a um mesmo vão de uma viga de concreto armado. Para pertencer a um mesmo vão as duas arestas têm que ter o mesmo material (concreto armado) e as mesmas propriedades de seção transversal de concreto armado. Além disso, o vértice comum não pode ter nenhum tipo de restrição de apoio e incidência de outra aresta (bifurcação). O resultado é uma cadeia contínua de arestas. Todos os vértices no interior da cadeia só podem ser usados por duas arestas da cadeia. A cadeia de arestas é limitada por vértices que possuem restrições de apoio ou por arestas que representam pilares (Figura 3.23).

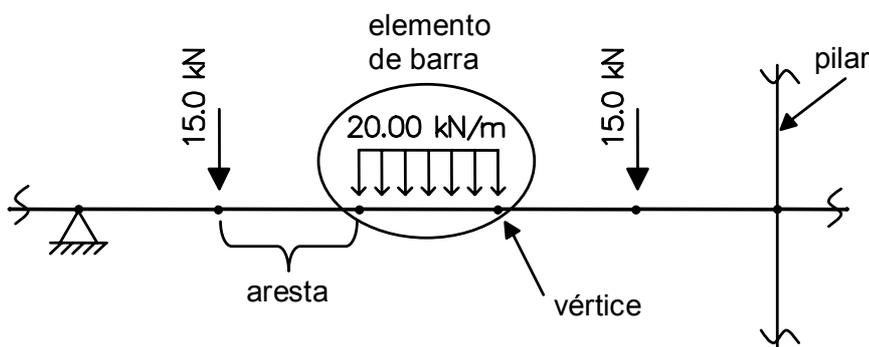


Figura 3.23 – Exemplo de uma cadeia de arestas.

Este algoritmo exemplifica a grande vantagem de se adotar uma estrutura de dados topológica, como é o HED. Esta estrutura provê todas as informações

de adjacência necessárias para definir de forma eficiente e localizada o vão de uma viga contínua, mesmo quando formado por vários elementos de barra.

Para o algoritmo de lançamento da armadura longitudinal, é necessário calcular o comprimento a_l de decalagem da armadura e o seu sentido. Também é necessário calcular o comprimento de ancoragem, dado pela eq. (2.167). Para o cálculo do comprimento a_l , conforme a eq. (2.165), é necessário encontrar o valor da força cortante máxima em cada trecho da viga. Para isso, o diagrama de esforços cortantes é determinado ao longo de cada vão (cadeia de elementos de barra), sendo retirados os valores da força cortante máxima (em valor absoluto) de cada trecho do vão. Para cada seção de um vão identifica-se a força cortante máxima a ser utilizada dependendo da localização da seção no vão.

O diagrama de armadura longitudinal adotada (considerando a decalagem e a ancoragem) é construído de maneira que a posição x de cada valor de armadura longitudinal adotada (superior ou inferior) seja acrescida ou decrescida de um comprimento $a_l + l_b$ no sentido desfavorável. Com isso, obtém-se uma nova abscissa (x_{al+lb}) para cada valor de armadura longitudinal adotada. O sentido desfavorável está relacionado com o sinal dos diagramas de momento fletor (M) e esforço cortante (Q). Se $M > 0$ e $Q > 0$ ou $M < 0$ e $Q < 0$, o valor de x é subtraído de $a_l + l_b$. Se $M > 0$ e $Q < 0$ ou $M < 0$ e $Q > 0$, o valor de x é acrescido de $a_l + l_b$ (Figura 3.24).

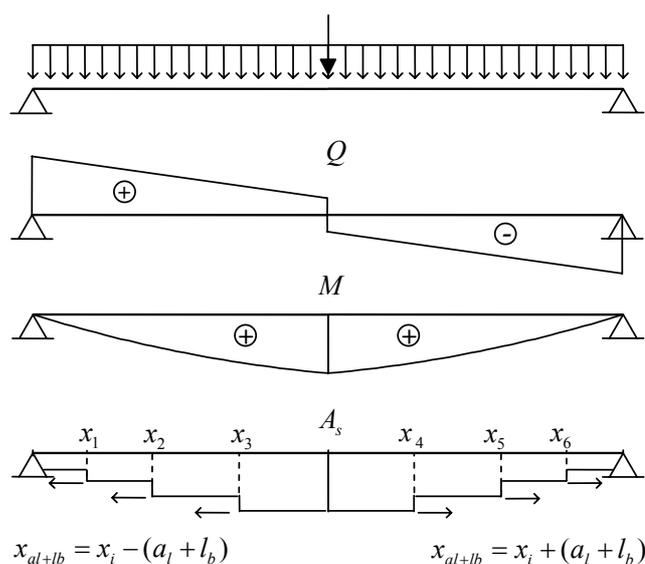


Figura 3.24 – Sentido desfavorável do diagrama de armadura.

A Figura 3.25 mostra esquematicamente como foi feito o algoritmo de lançamento da armadura longitudinal adotada considerando a decalagem e ancoragem da armadura em um vão da viga.

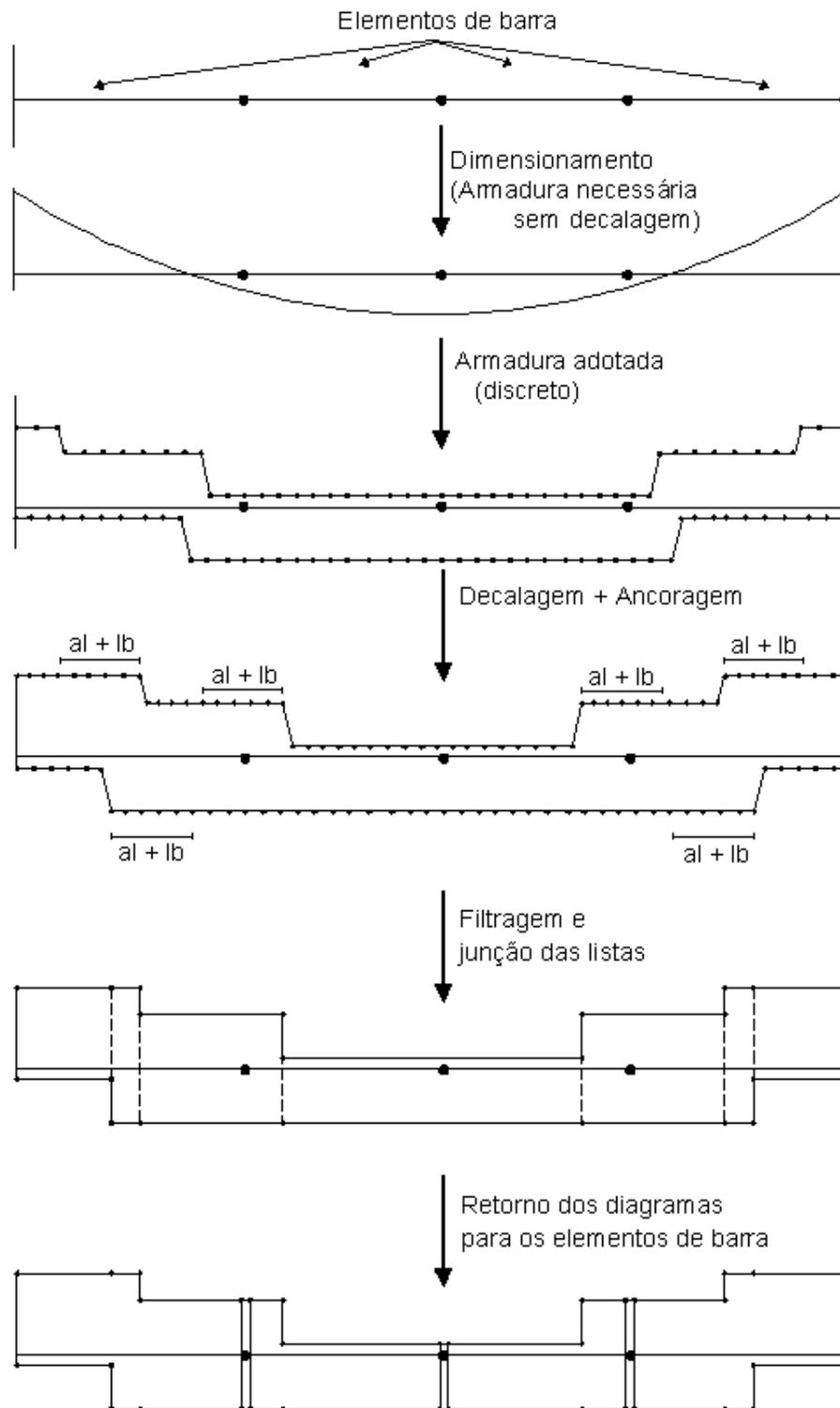


Figura 3.25 – Esquema do algoritmo de detalhamento da armadura longitudinal adotada em um vão.

O algoritmo cria inicialmente duas listas ordenadas independentes (uma para armadura superior e outra para armadura inferior) constituídas pelo valor da área de armadura adotada longitudinal e a posição x deste valor no vão. A partir de cada valor de armadura, a posição x deste valor é acrescida ou decrescida pela soma da decalagem com a ancoragem. Em seguida, o diagrama é filtrado com o objetivo de condensar uma seqüência de elementos consecutivos com o mesmo valor de área de aço em dois elementos extremos desta seqüência, além de tornar verticais as descontinuidades (rampas) existentes nos valores da área de aço (diagrama em degraus). Depois da filtragem ocorre a união das duas listas em uma e, finalmente, os diagramas são retornados para cada elemento de barra (aresta) do vão para que os resultados sejam visualizados da mesma maneira como todos os outros diagramas do FTOOL (desenha-se os resultados de cada elemento de barra de forma independente).

O algoritmo para o traçado do diagrama da armadura longitudinal necessária é semelhante ao algoritmo para a armadura adotada. A diferença é que o diagrama de armadura necessária não é em degraus. Portanto, a etapa de filtragem não é executada.

4

Exemplos de Validação e Análise de Resultados

Os exemplos apresentados neste capítulo se referem a algumas vigas de edifícios de concreto armado que foram retiradas de projetos estruturais existentes para que pudessem ser verificadas a validade e a aplicabilidade do programa. As seções de concreto estão submetidas à flexão simples (vigas isoladas), flexão composta (vigas de pórtico) e ao cisalhamento.

4.1

Exemplo 1

Este exemplo foi retirado das notas de aula de EBOLI [16].

A viga em estudo é simétrica e possui dois vãos de 15.50 m . A Figura 4.1 mostra o corte AA referente a viga V_1 . Adota-se um concreto com $f_{ck} = 30\text{MPa}$, aço CA-50 e umidade relativa do ar $\leq 65\%$.

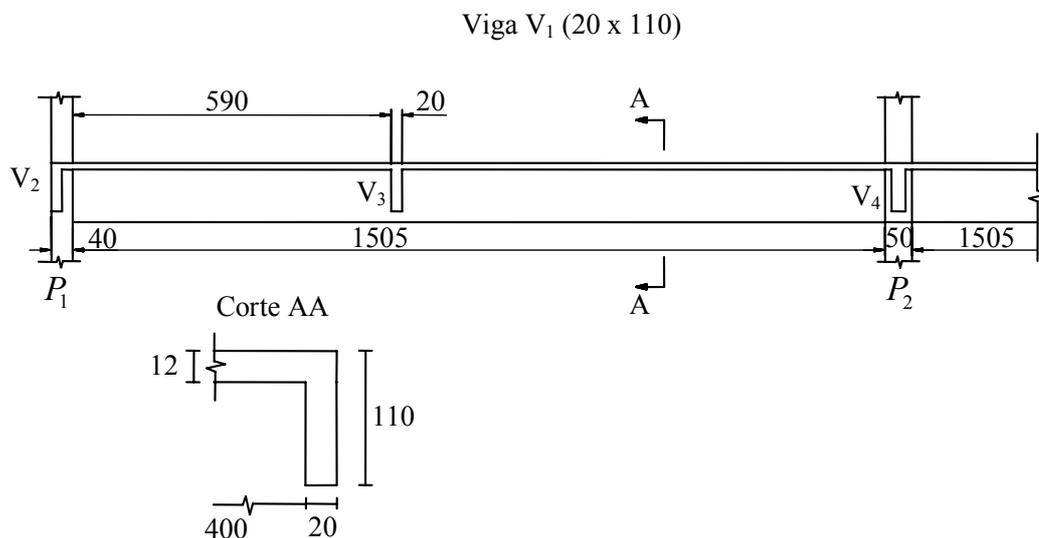


Figura 4.1 – Viga V_1 – corte AA do Exemplo 1.

O esquema estrutural da viga e as cargas de serviço atuantes estão indicados na Figura 4.2:

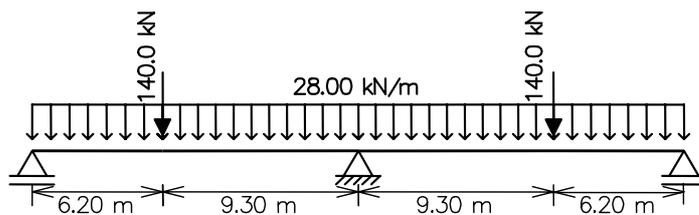


Figura 4.2 – Geometria e carregamento da viga V_1 do Exemplo 1.

De acordo com a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] e a Figura 4.3, a largura colaborante da laje b_f deve ser dada por:

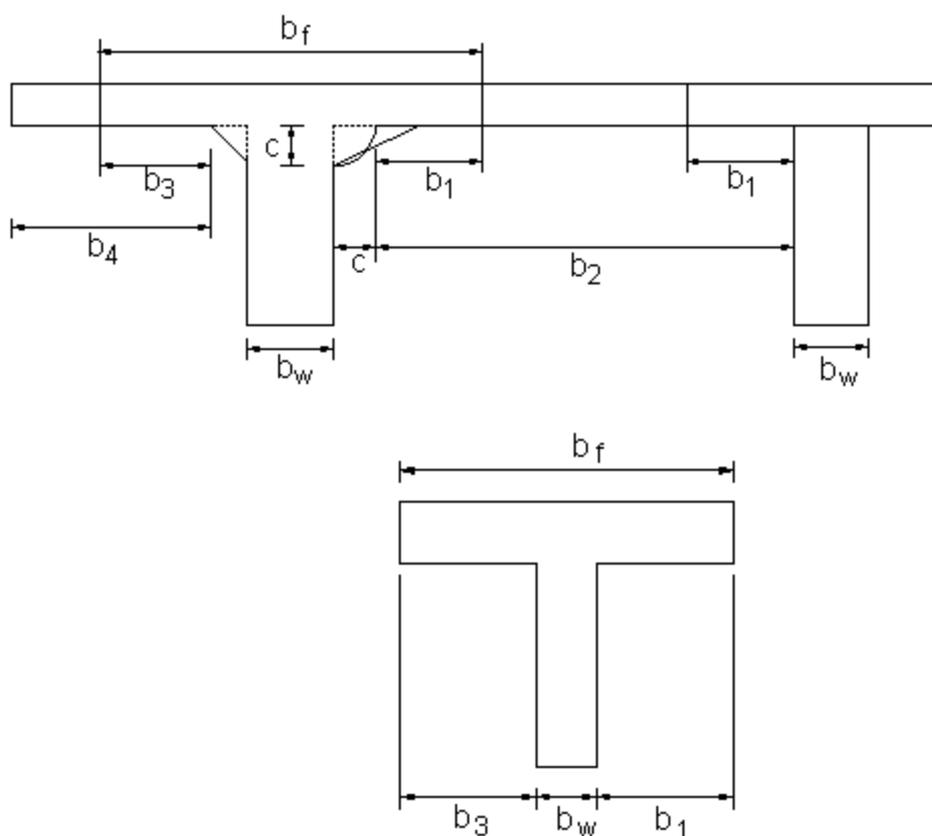


Figura 4.3 – Largura de mesa colaborante.

$$b_f = b_w + b_1 + b_3 \quad (4.1)$$

$$b_1 \leq 0.5 \cdot b_2 \quad (4.2)$$

$$b_1 \leq 0.10 \cdot a$$

$$b_3 \leq b_4$$

$$b_3 \leq 0.10 \cdot a \quad (4.3)$$

sendo:

b_1 - largura da aba a partir da face da alma fictícia, caso exista uma viga consecutiva;

b_3 - largura da aba a partir da face da alma fictícia, caso não exista uma viga consecutiva;

b_2 - distância entre as faces das almas fictícias consecutivas;

b_4 - distância entre as faces das almas fictícias e a extremidade da laje;

A distância a entre os pontos de momento fletor nulo pode ser estimada em função do comprimento l (vão efetivo da viga) do tramo considerado, tendo o seguinte valor para o exemplo em estudo:

$$a = 0.75 \cdot l \quad (4.4)$$

que corresponde a tramo com momento em uma só extremidade.

Assim, a largura b_f é dada por:

$$b_f = b_w + b_1 = 0.20 + 1.16 \cong 1.35 \text{ m} \quad (4.5)$$

$$b_w = 0.20 \text{ m}$$

$$b_1 \leq 0.5 \cdot b_2 = 0.5 \cdot 4.0 = 2.0 \text{ m} \quad (4.6)$$

$$b_1 \leq 0.10 \cdot a = 0.10 \cdot (0.75 \cdot 15.50) = 1.16 \text{ m}$$

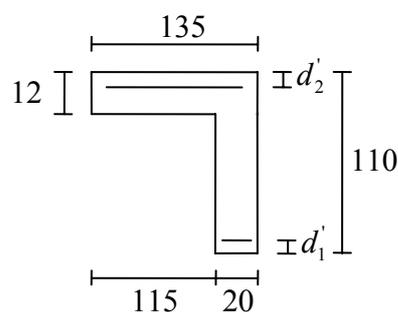


Figura 4.4 – Seção transversal da viga V_1 do Exemplo 1 (em cm).

De acordo com a classe de agressividade ambiental (classe I – umidade relativa do ar ≤ 0.65) adota-se para o cobrimento nominal o seguinte valor (Tabela 3.2):

$$c = 2.5 \text{ cm} \quad (4.7)$$

O diâmetro máximo do agregado graúdo utilizado no concreto deve ser igual a (eq.(3.3)):

$$d_{\max} = 1.2 \cdot 2.5 = 3 \text{ cm} \quad (4.8)$$

Para o cálculo da altura útil d supõem-se: para a armadura transversal, estribos com diâmetro ϕ_t menor que 8 mm ; armadura longitudinal disposta em quatro camadas e com diâmetro da barra ϕ_l menor ou igual a 20 mm . O espaçamento mínimo vertical entre as barras, de acordo com a eq. (3.5) deve ser:

$$e_v = 2 \text{ cm} \quad (4.9)$$

Assim pode-se estimar o valor da altura útil como sendo:

$$d \cong h - (c + \phi_l) - (1.5 \cdot e_v + 2 \cdot \phi_l) \quad (4.10)$$

$$d \cong 1.00 \text{ m}$$

Segundo a ABNT NBR 6118, 2003 [3] a distância do centro geométrico das armaduras até o ponto da seção de armadura mais afastada da linha neutra deve ser menor que $10\% \cdot h$:

$$1.5 \cdot e_v + 2 \cdot \phi_l = 7 \text{ cm} \leq 0.10 \cdot h = 11 \text{ cm} \quad (4.11)$$

Na Figura 4.5 encontram-se representados os diagramas de momentos fletores (em kNm) e de esforços cortantes (em kN) da viga obtidos pelo programa FTOOL:

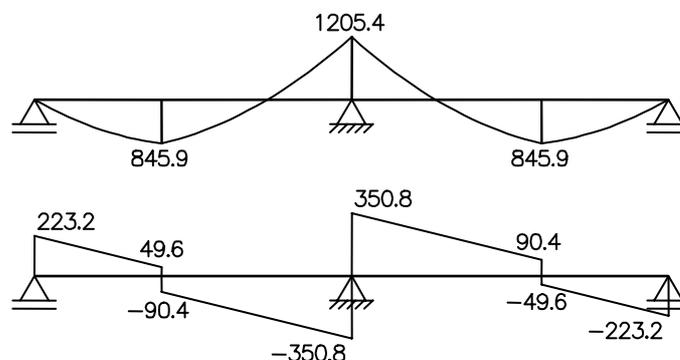


Figura 4.5 – Diagramas de esforços solicitantes do Exemplo 1.

Os resultados que o programa desenvolvido neste trabalho oferece são dois diagramas: um deles contendo as armaduras longitudinais superior e inferior (em cm^2), calculadas para cada valor de momento fletor, considerando a decalagem; e outro de armadura transversal (em cm^2/m), calculada para cada valor de força cortante (Figura 4.6)

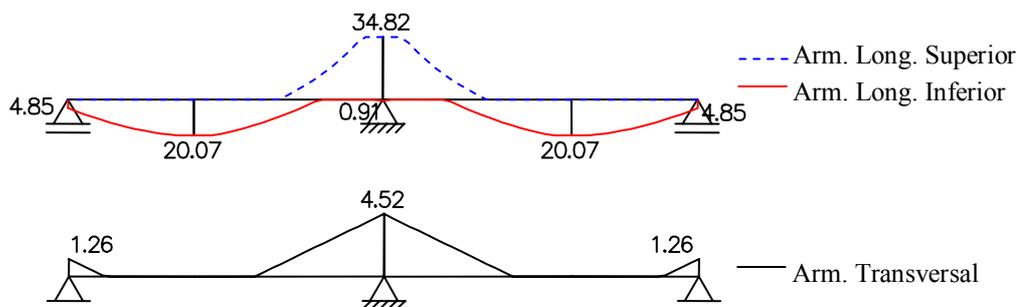


Figura 4.6 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 1.

Segundo a ABNT NBR 6118, 2003 [3] para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto, a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância de $d/2$ da face de apoio, constante e igual à desta seção. No caso de apoios indiretos, essas reduções não são permitidas. O programa não faz este tipo de redução automaticamente mas permite ao usuário utilizar este valor, como mostra a Figura 4.7.

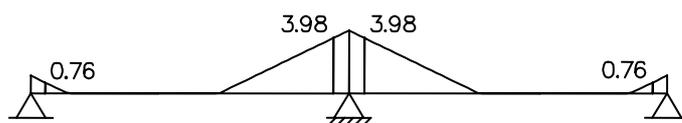


Figura 4.7 – Valor da armadura transversal necessária a uma distância de $d/2$ da face dos apoios (Exemplo 1).

Foi escolhido, para a barra da armadura longitudinal, diâmetro de 20 mm grupadas de quatro em quatro na armadura superior e duas em duas na inferior. Adotou-se uma armadura transversal com 6,3 mm de diâmetro e espaçamento variando de cinco em cinco centímetros entre os estribos (duas pernas). Nos trechos onde não há necessidade de armadura foi colocada uma armadura de montagem com uma área igual a duas vezes a área da seção da barra escolhida para o estribo. Esta era uma consideração da antiga norma ABNT NBR 6118,

1978 [9] que evitava que as barras de amarração tivessem um diâmetro muito menor que o do estribo. De acordo com a escolha dos diâmetros, pode-se determinar o número de barras e o espaçamento máximo entre os estribos, necessários para cobrir a área de armadura longitudinal e transversal. Com isso obtém-se o diagrama de armadura adotada que, no caso da longitudinal, leva em consideração a decalagem e o comprimento de ancoragem.

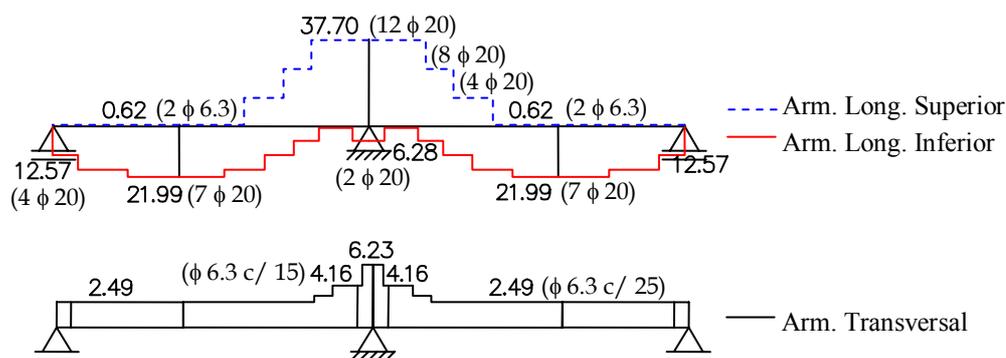


Figura 4.8 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 1.

Modificando o escalonamento da armadura longitudinal superior para cinco e da armadura longitudinal inferior para quatro obtém-se:

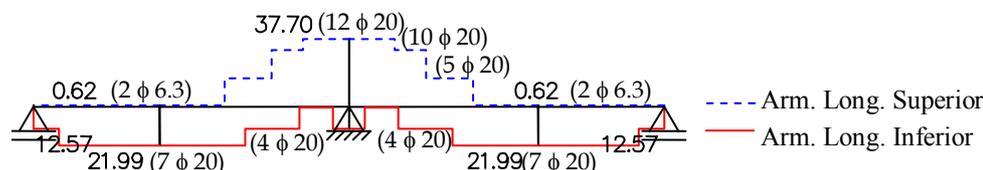


Figura 4.9 – Diagrama de armadura longitudinal adotada com barras grupadas de cinco em cinco para a armadura superior e quatro em quatro para a inferior.

Este exemplo foi retirado das notas de aula da professora EBOLI [16] com o objetivo de validar o programa desenvolvido neste trabalho. Comparando os resultados obtidos no exemplo utilizando o programa com os resultados fornecidos por EBOLI [16], observa-se uma diferença variando de 1% a 5% possivelmente devido à utilização de tabelas no cálculo efetuado pelo processo convencional.

Os resultados obtidos pelo programa para armadura transversal foram os mesmos obtidos por EBOLI [16], considerando a redução na força cortante permitida pela norma.

Pode-se observar que a viga em estudo necessita de uma armadura dupla para resistir ao momento máximo negativo. Uma das formas de evitar isto é aumentar a altura da seção transversal, eliminando, assim, a armadura de compressão.

Este mesmo exemplo evidenciou a facilidade com que o FTOOLRC calcula uma viga com seção transversal em L.

4.2

Exemplo 2

Este exemplo foi retirado das notas de aula de BASTOS [17], onde foi fornecida uma planta de forma do pavimento superior de uma construção de dois andares. A viga em estudo é a V_{S1} que tem uma seção transversal retangular e dimensões $19 \times 60 \text{ cm}$. Foram fornecidos: concreto com $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ para as vigas, aço CA-50, e considerados: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$, $\gamma_s = 1,15$.

Primeiramente, o dimensionamento da viga V_{S1} será efetuado considerando que esta faz parte de um pórtico plano, representado na Figura 4.10 por um esquema estrutural com o carregamento das vigas (já majorado), conforme fornecido por BASTOS [17]:

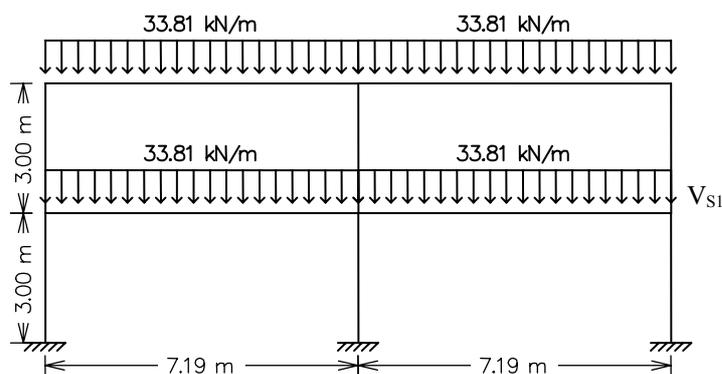


Figura 4.10 – Esquema estrutural de um pórtico plano do edifício de dois andares que contém a viga V_{S1} (Exemplo 2).

A Figura 4.11, a seguir, fornece os diagramas de momentos fletores, esforços normais e esforços cortantes do pórtico mostrado anteriormente.

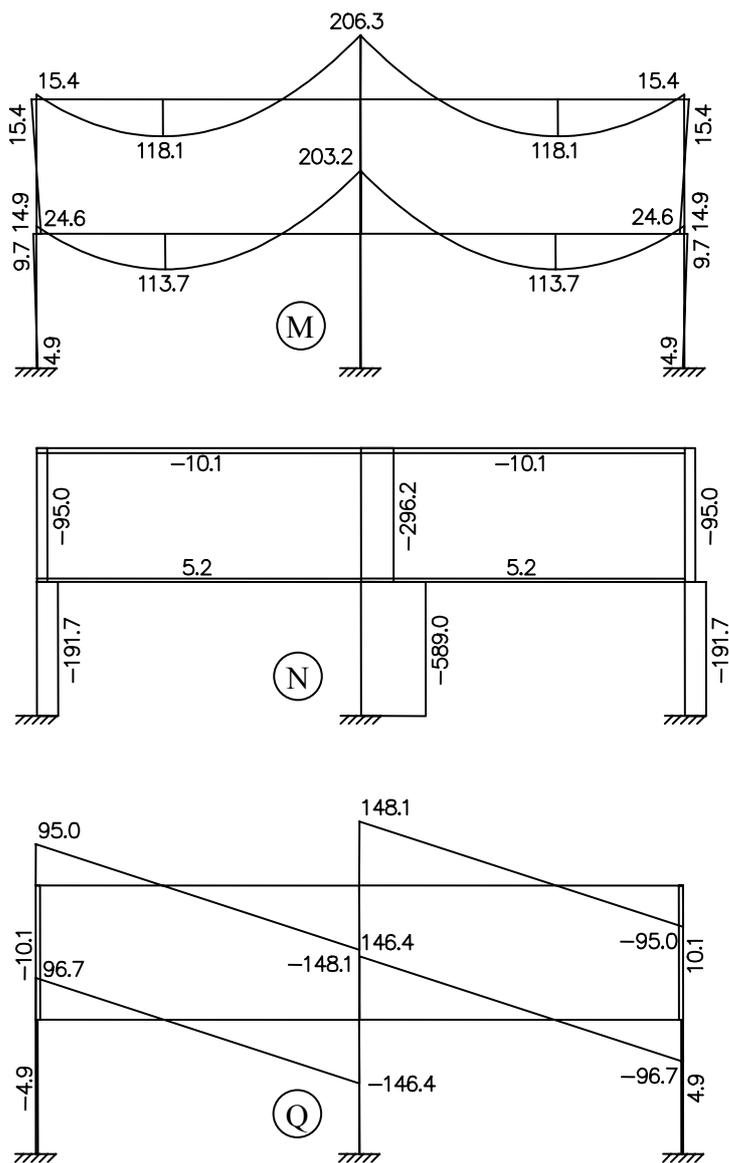


Figura 4.11 – Diagramas de esforços solicitantes do pórtico plano do Exemplo 2.

A partir desses esforços solicitantes obtêm-se as armaduras necessárias para atendê-los, representadas na Figura 4.12:

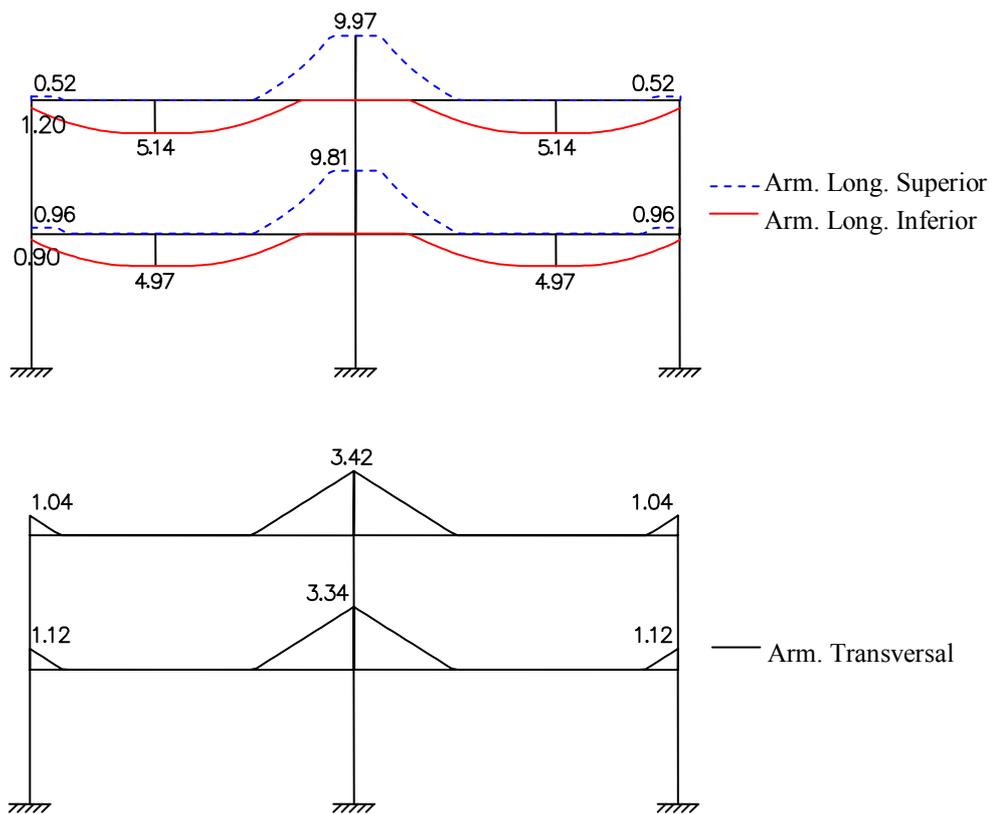


Figura 4.12 – Diagramas de armadura necessária do pórtico plano do Exemplo 2.

Padronizando os resultados obtidos de acordo com bitolas de barras comerciais e considerando a ancoragem da armadura, têm-se os diagramas de armadura adotada (Figura 4.13).

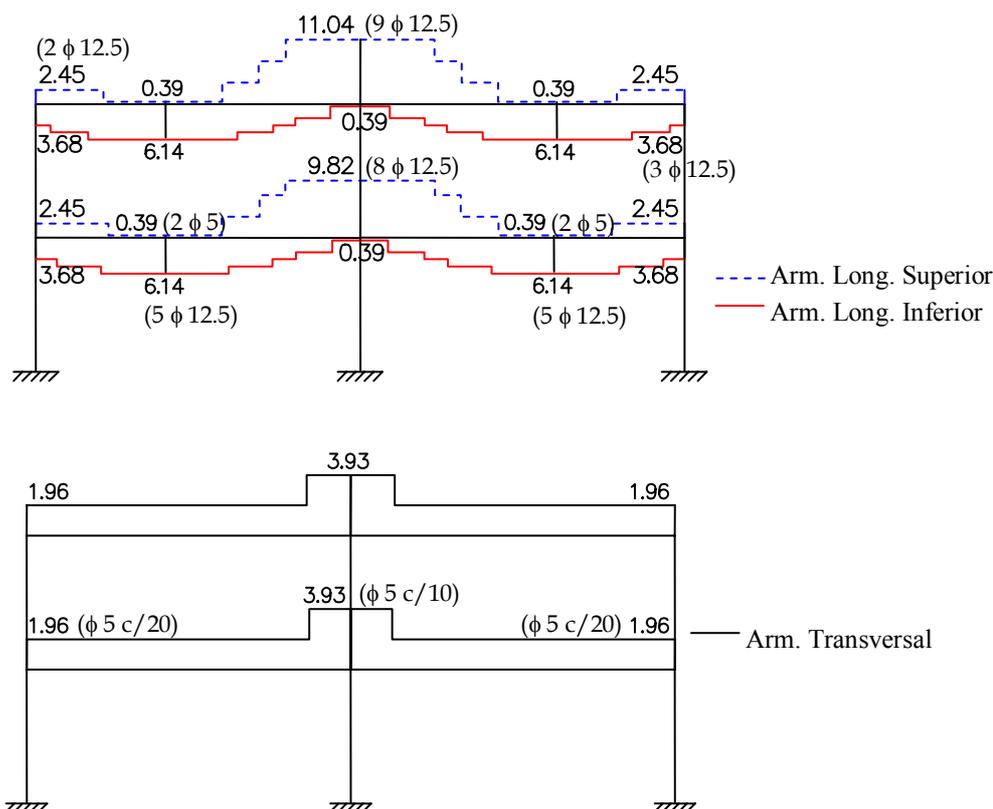


Figura 4.13 – Diagramas de armadura adotada do pórtico plano do Exemplo 2.

Outra maneira de se modelar esta viga é considerando-a como uma viga contínua isolada da estrutura, apenas vinculada aos pilares extremos por meio de engastes elásticos (fornecido pelo usuário). Para isto é necessário que se conheça a rigidez da mola, portanto:

$$K_{mola} = K_{p,sup} + K_{p,inf} \quad (4.12)$$

sendo $K_{p,sup}$ e $K_{p,inf}$ a rigidez do lance superior e inferior do pilar extremo, respectivamente.

$$K_{p,sup} = K_{p,inf} = \frac{3EI}{(l_e/2)} \quad (4.13)$$

então:

$$K_{mola} = \frac{12EI}{l_e} \quad (4.14)$$

onde l_e é o comprimento de flambagem do lance inferior ou superior do pilar. O módulo de elasticidade é calculado pelas eq. (3.1) e (3.2), e o momento de inércia dos lances inferior e superior por:

$$I_{p,\text{sup}} = I_{p,\text{inf}} = \frac{bh^3}{12} \quad (4.15)$$

Com isto obtém-se como valor da rigidez da mola: $K_{\text{mola}} = 9247 \text{ kNm}$.

O esquema estrutural dessa viga com seu respectivo carregamento majorado é mostrado na Figura 4.14:

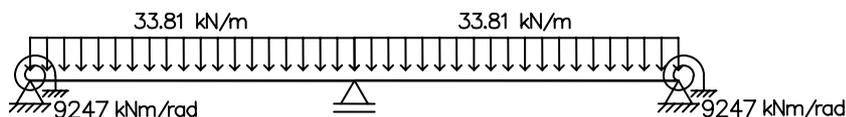


Figura 4.14 – Esquema estrutural e carregamento da viga V_{S1} , isolada do pórtico plano do Exemplo 2.

Os diagramas de momentos fletores e esforços cortantes da viga V_{S1} , são apresentados na Figura 4.15.

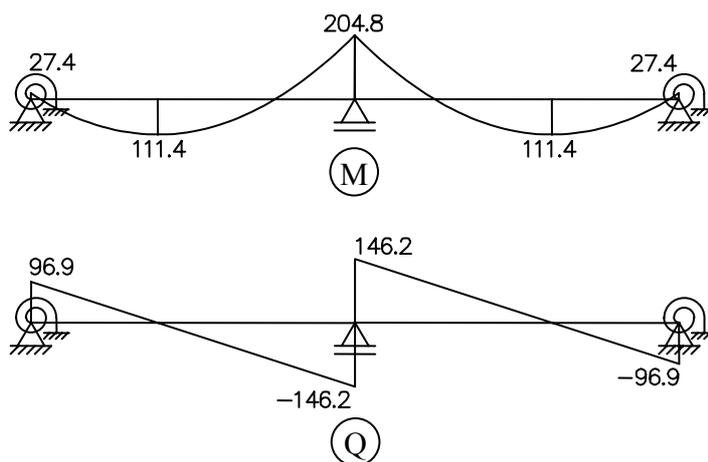


Figura 4.15 – Diagramas de esforços solicitantes da viga isolada do Exemplo 2.

Com estes esforços solicitantes os resultados obtidos para armadura longitudinal e transversal necessárias estão mostrados na Figura 4.16:

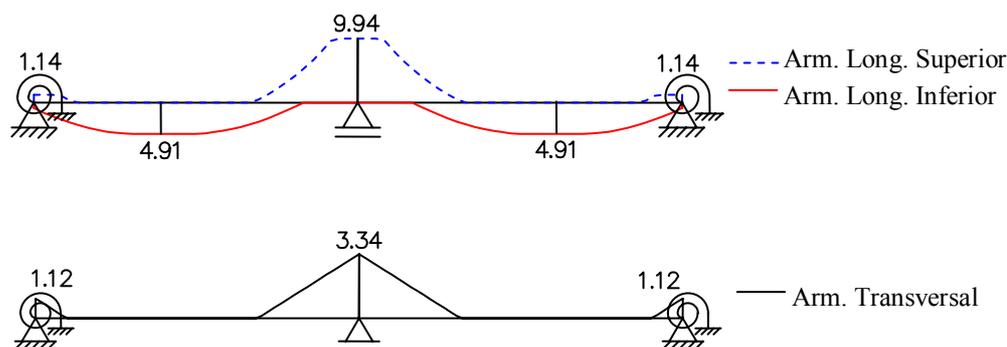


Figura 4.16 – Diagramas de armadura necessária da viga isolada do Exemplo 2.

Para o diagrama de armadura longitudinal adotada foram utilizadas barras de $12,5\text{mm}$ com escalonamento de três em três na armadura superior e dois em dois na inferior. Para o diagrama de armadura transversal adotou-se barras de diâmetro de 5mm espaçadas a cada 10cm no trecho mais carregado e a cada 20cm nos demais trechos, conforme mostrado na Figura 4.17.

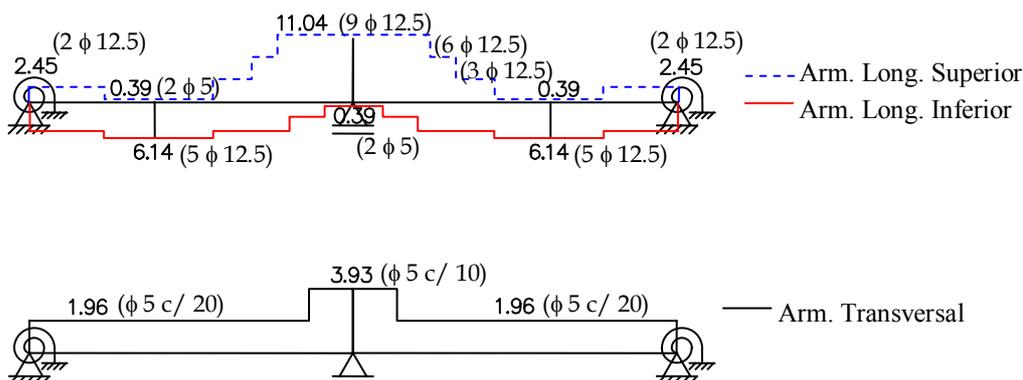


Figura 4.17 – Diagramas de armadura adotada da viga isolada do Exemplo 2 .

Este exemplo possibilitou verificar, mais uma vez, a validade do programa implementado, pois os resultados obtidos apresentaram pequena variação quando comparado com os resultados fornecidos por BASTOS [17]. Além disso, outra finalidade constatada neste exemplo é verificar que o dimensionamento pode ser feito considerando a viga como uma viga contínua isolada da estrutura, apenas vinculadas aos pilares extremos por meio de engastes elásticos ou molas. Com esta hipótese pode-se verificar com a utilização do programa que os valores fornecidos pelos dois processos apresentam resultados muito próximos, mostrando uma forma simples e eficaz de dimensionamento de vigas contidas em pórticos planos.

4.3

Exemplo 3

A partir da planta de forma apresentada no ANEXO A (BITTENCOURT [18]), foi retirada a viga V_1 e analisada como um pórtico plano referente aos dois últimos andares de um edifício. A Figura 4.18 mostra o esquema estrutural do edifício com o carregamento da viga (Tabela A.12) já majorado:

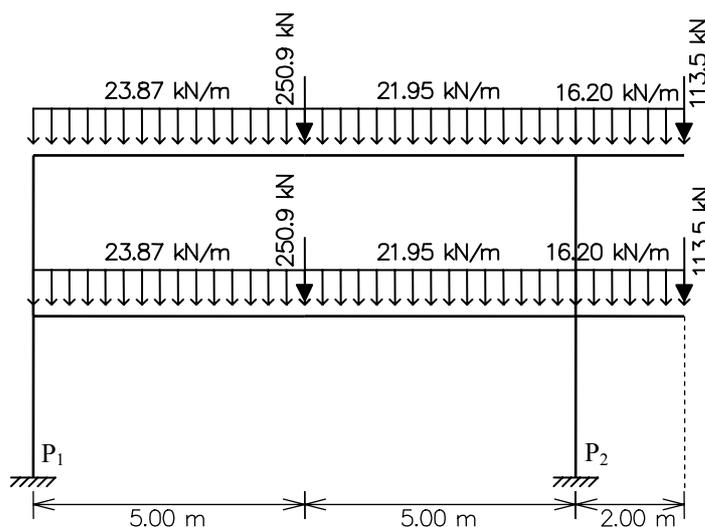


Figura 4.18 – Pórtico plano representando os dois últimos andares de um edifício (Exemplo 3).

As vigas foram pré-dimensionadas com uma seção transversal retangular de altura $l/12.5$ entre os apoios (sendo l o comprimento do vão) e 50cm no balanço (Figura 4.19). Os pilares P_1 e P_2 possuem seções transversais conforme a Tabela A.3:

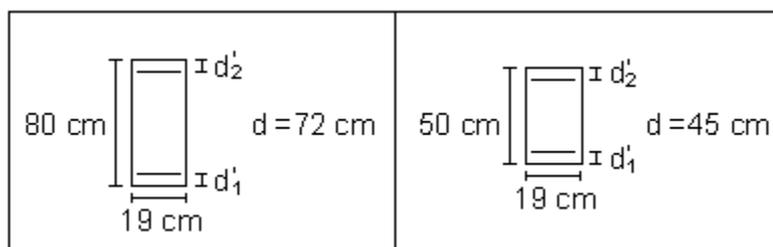


Figura 4.19 – Seções transversais das vigas do Exemplo 3.

Os diagramas de momentos fletores, esforços normais e esforços cortantes encontram-se na Figura 4.20:

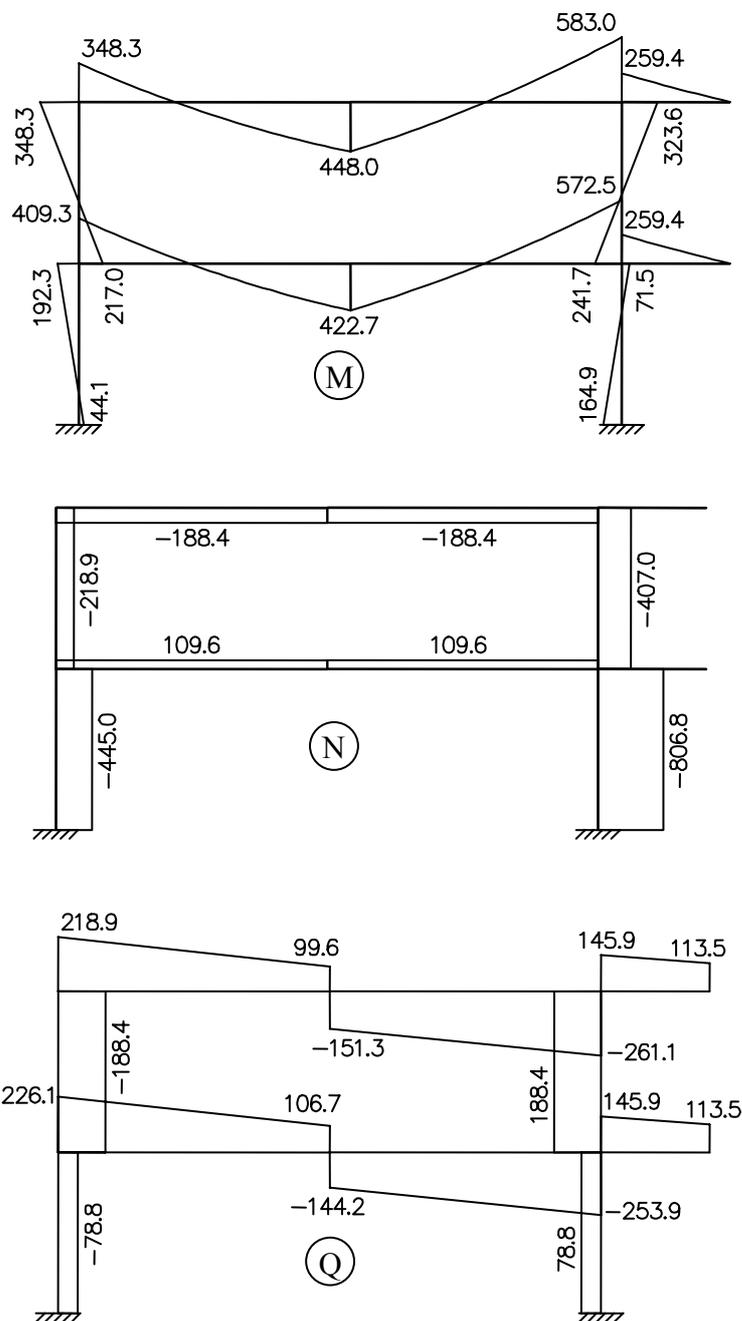


Figura 4.20 – Diagramas de esforços solicitantes para o pórtico do Exemplo 3.

A armadura necessária para atender a todos os esforços solicitantes é mostrada na Figura 4.21:

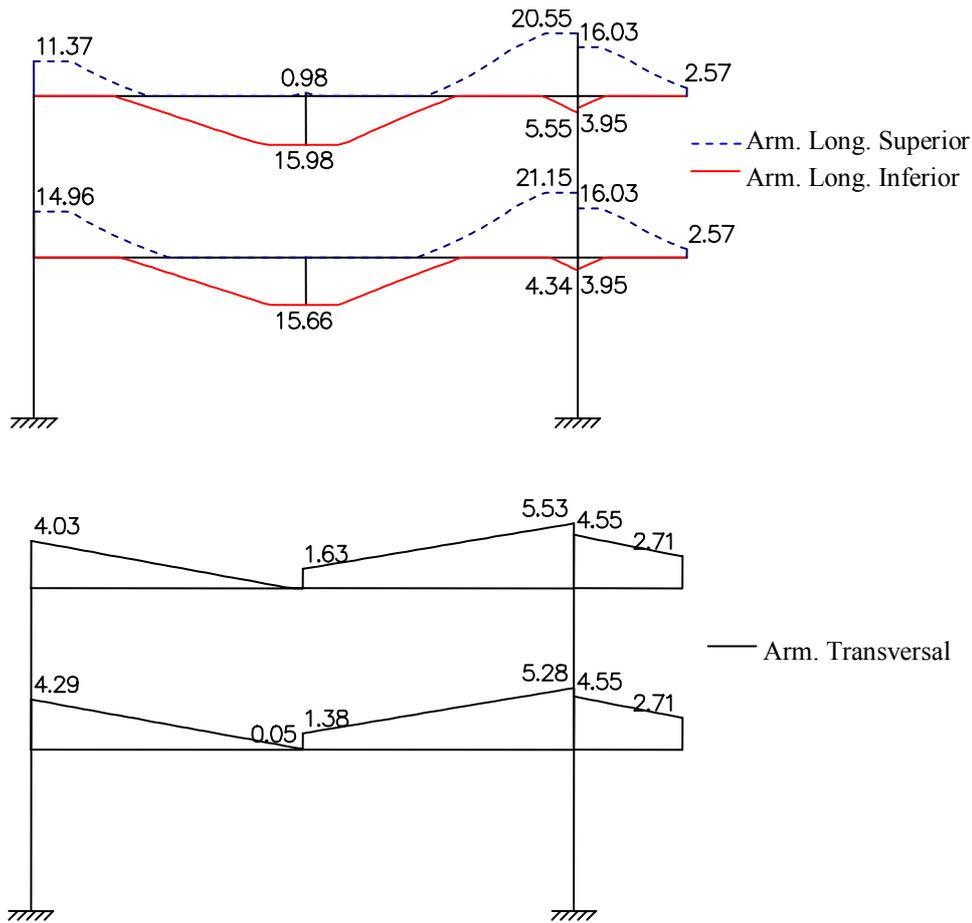


Figura 4.21 – Diagramas de armadura necessária para o pórtico do Exemplo 3.

Uma das possibilidades de se evitar a armadura dupla que resiste ao momento máximo negativo, como a viga é invertida, é utilizar uma seção transversal em L, ou seja, adotar uma largura colaborante da laje associada à viga, conforme a Figura 4.22:

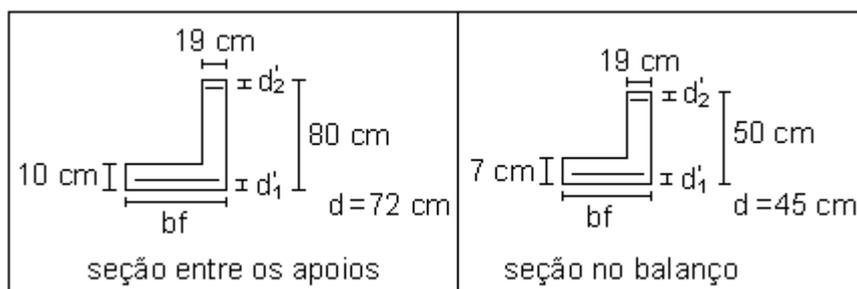


Figura 4.22 – Seções transversais em L do Exemplo 3.

De acordo com as eq. (4.1), (4.2) e (4.3), para a seção entre os apoios e no balanço, a largura b_f é dada respectivamente por:

$$b_f = 80 \text{ cm} \quad (4.16)$$

$$b_f = 60 \text{ cm} \quad (4.17)$$

sendo que a distância a utilizada para o cálculo de b_1 é:

$$a = 0.6 \cdot l \quad (4.18)$$

no caso de tramo com momentos nas duas extremidades e

$$a = 2 \cdot l \quad (4.19)$$

para tramo em balanço.

Os novos resultados foram bastante satisfatórios, como pode ser observado na Figura 4.23:

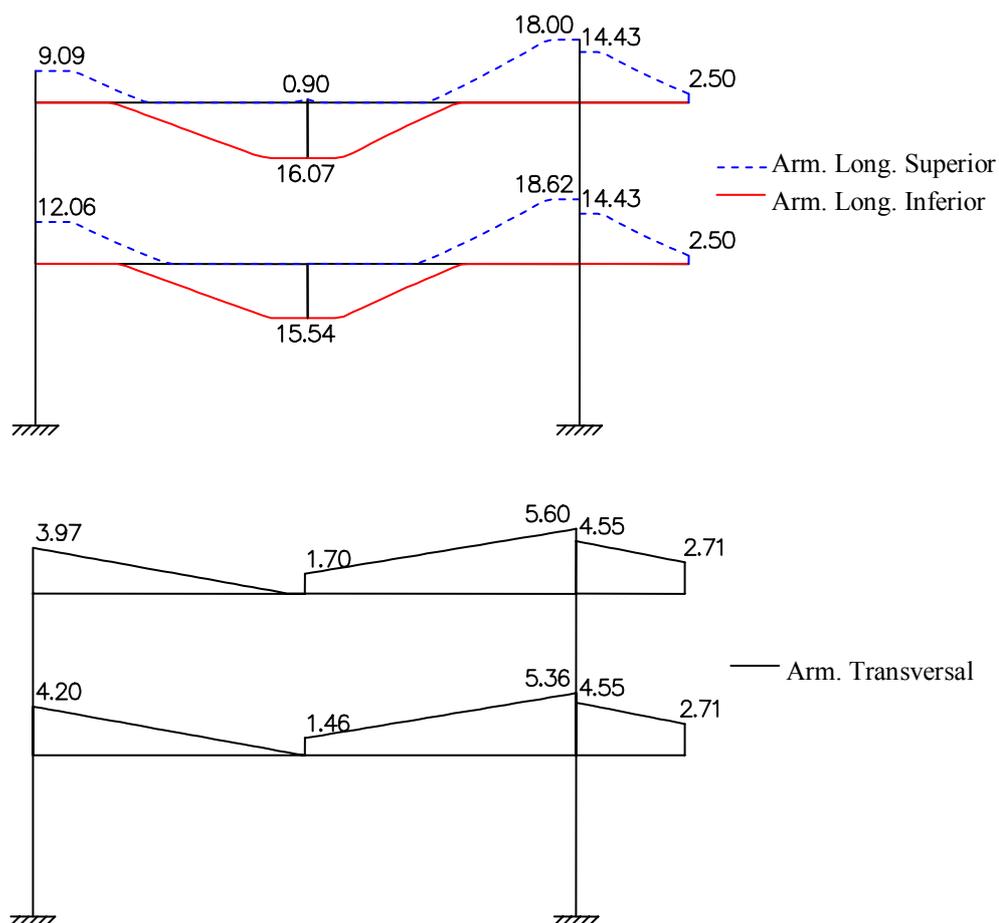


Figura 4.23 – Diagramas de armadura necessária para seção em L do Exemplo 3.

Utiliza-se para o diagrama de armadura longitudinal adotada barras com 16 mm de diâmetro. Onde não há necessidade de armadura utiliza-se uma armadura de montagem com uma área igual a duas vezes a área da barra escolhida para o estribo. Para a armadura transversal adota-se um diâmetro 6.3 mm com espaçamento de dez em dez centímetros, conforme a Figura 4.24:

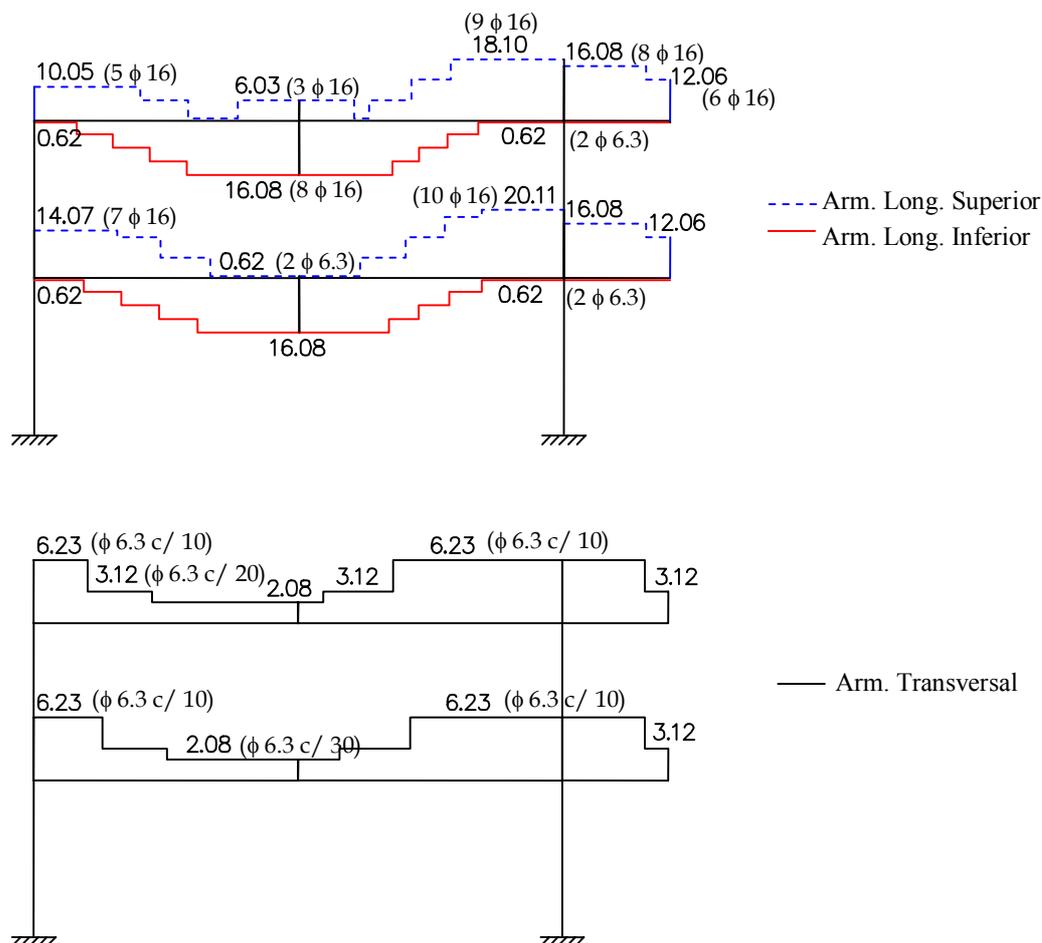


Figura 4.24 – Diagramas de armadura adotada para o pórtico do Exemplo 3.

Outra possibilidade apresentada a seguir é o cálculo das vigas como elementos isolados. Considerando este mesmo exemplo, substituindo os pilares por apoios, pode-se comparar os resultados obtidos com o pórtico calculado anteriormente. Primeiro, considera-se a seção transversal retangular da Figura 4.19. A norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] apresenta algumas aproximações permitidas no cálculo de vigas isoladas. O modelo considerado está de acordo com a Figura 4.25:

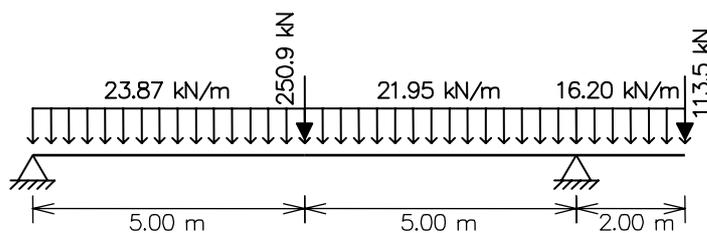


Figura 4.25 – Modelo para viga isolada do Exemplo 3.

Os diagramas de esforços solicitantes obtidos pelo FTOOL (momento fletor e esforço cortante) para a viga estão representados na Figura 4.26:

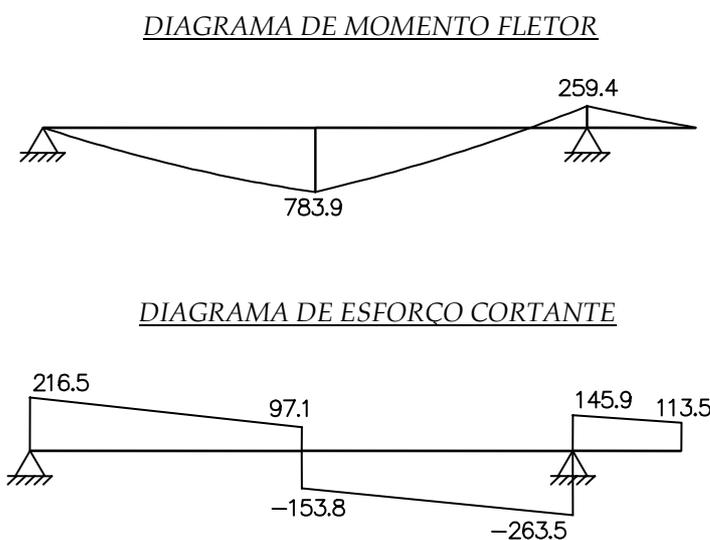


Figura 4.26 – Diagramas de esforços solicitantes para a viga do Exemplo 3.

Os diagramas de armadura necessária longitudinal e transversal encontram-se na Figura 4.27:

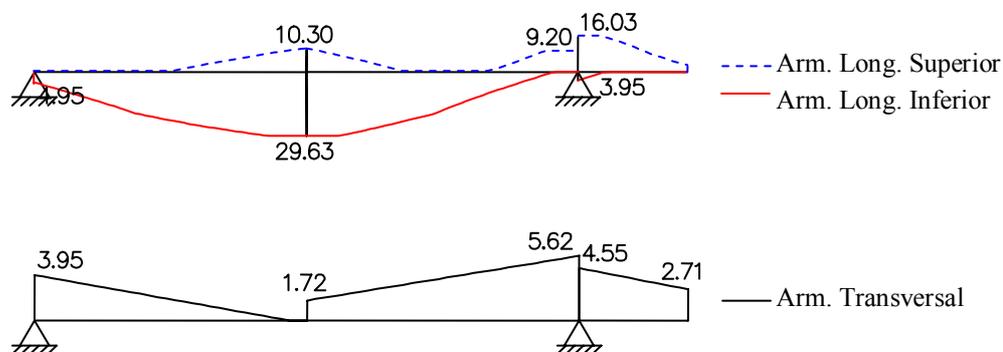


Figura 4.27 – Diagramas de armadura necessária para a viga do Exemplo 3.

Para eliminar a armadura de compressão devido ao momento máximo positivo e negativo seria necessária a utilização de uma seção com duplo T (piso com laje dupla). Mas, de acordo com a planta de forma do ANEXO A, isto não é possível. Como a viga é invertida, pode-se utilizar somente uma seção em L, conforme a Figura 4.22, que elimina a armadura de compressão devido ao momento máximo negativo. No caso da viga isolada a largura b_f para a seção entre os apoios é dada por:

$$b_f = 95 \text{ cm} \quad (4.20)$$

sendo que a distância a utilizada para o cálculo de b_1 é:

$$a = 0.75 \cdot l \quad (4.21)$$

O diagrama de armadura longitudinal necessária (que considera a decalagem da armadura de tração) obtido para esta seção transversal é:

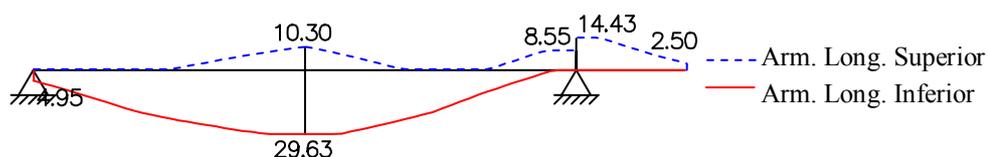


Figura 4.28 – Diagrama de armadura longitudinal necessária para seção L do Exemplo 3.

Para o diagrama de armadura longitudinal adotada (que considera além da decalagem a ancoragem da armadura), utilizou-se barras com diâmetro de 16 mm e para o estribo adotou-se uma bitola de 6.3 mm com espaçamento variando de dez em dez centímetros, conforme a Figura 4.29.

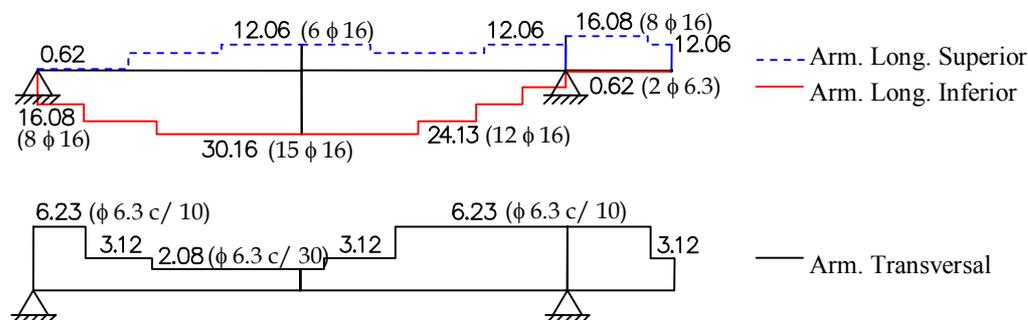


Figura 4.29 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 3.

O exemplo tem como objetivo mostrar as diferenças do comportamento de uma viga analisada como um pórtico e isoladamente. Assim, o usuário pode visualizar a opção que se aproxima mais de uma situação real.

4.4

Exemplo 4

Utilizando a mesma planta de forma do exemplo anterior, outro pórtico foi analisado, contendo a viga V_3 e quatro pilares. O esquema estrutural é mostrado na Figura 4.30, com as cargas já majoradas:

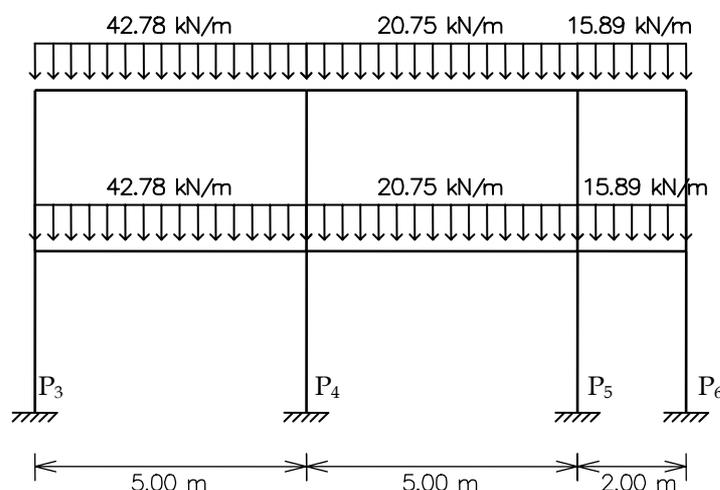


Figura 4.30 – Esquema estrutural do pórtico da viga V_3 do Exemplo 4.

As vigas foram dimensionadas com uma seção transversal retangular conforme a Figura 4.31 e a Tabela A.2. As seções transversais de cada pilar encontram-se na Tabela A.3:

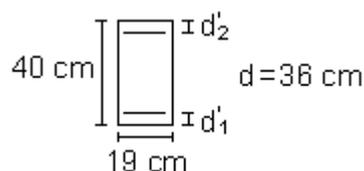


Figura 4.31 – Seção transversal da viga V_3 do Exemplo 4.

Os diagramas de momentos fletores, esforços normais e esforços cortantes obtidos pelo FTOOL encontram-se na Figura 4.32:

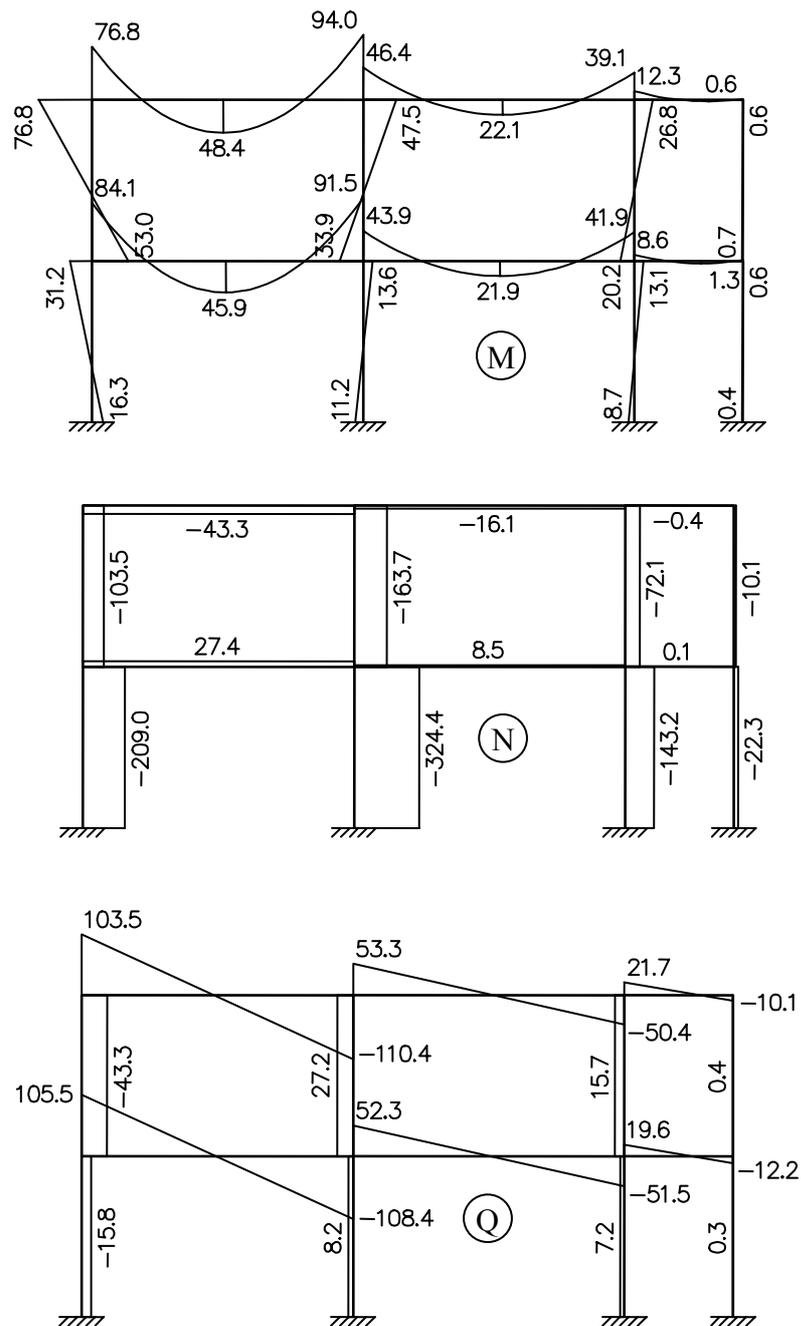


Figura 4.32 – Diagramas de esforços solicitantes do Exemplo 4.

Os resultados obtidos para armadura necessária são mostrados na Figura 4.33:

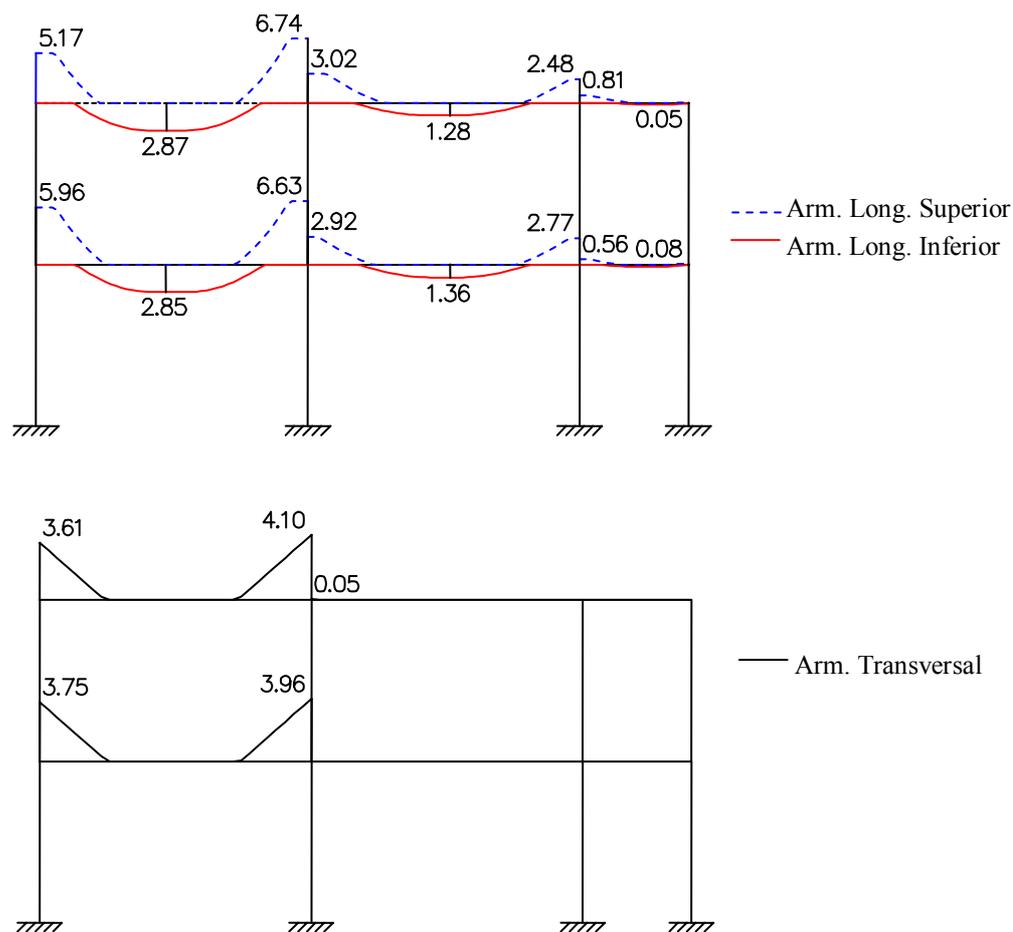


Figura 4.33 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 4.

Tentando buscar o menor desperdício adota-se barras com diâmetro de 12.5 mm para as armaduras superior e inferior. Para cobrir toda a área de armadura transversal necessária utiliza-se um estribo simples com 6.3 mm de diâmetro (Figura 4.34).

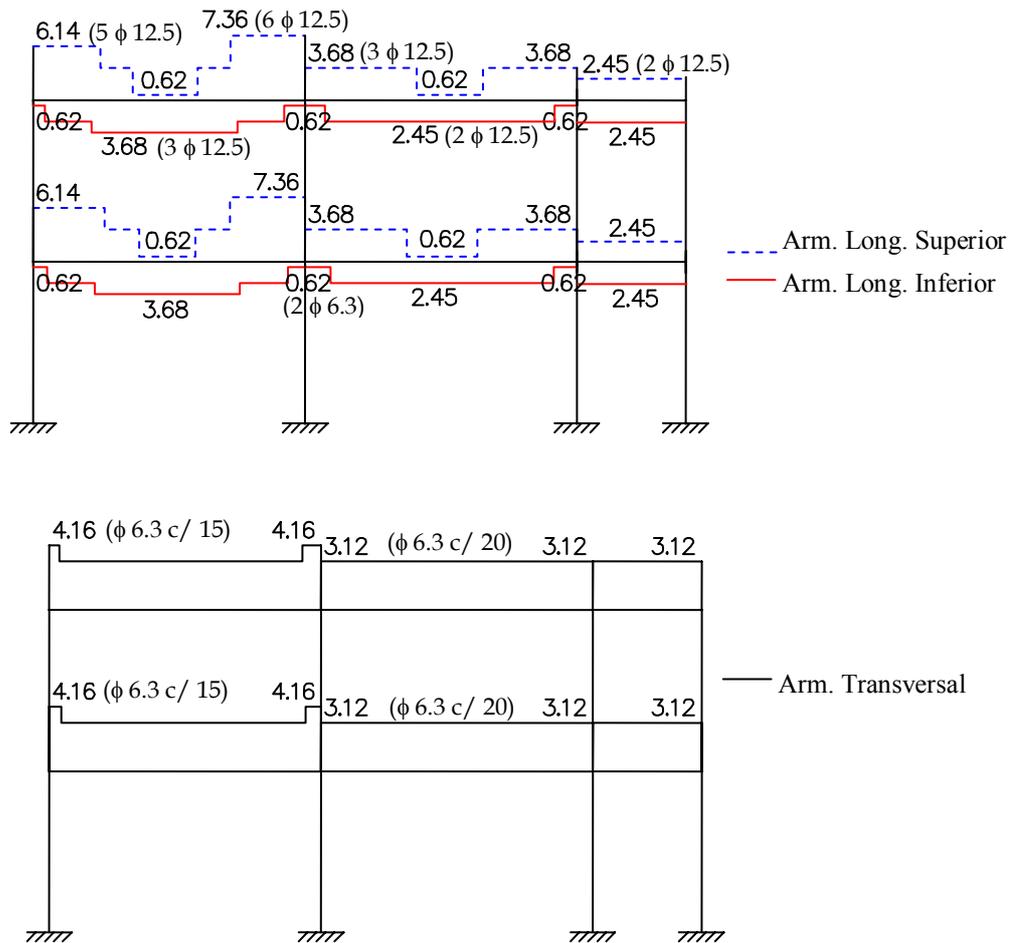


Figura 4.34 – Diagramas de armadura adotada do Exemplo 4.

Pode-se calcular esta viga como um elemento isolado, considerando a mesma seção transversal do pórtico estudado anteriormente. Devido à agilidade que o programa oferece foram considerados para a viga em estudo dois modelos, um apoiado e outro engastado, de acordo com a Figura 4.35:

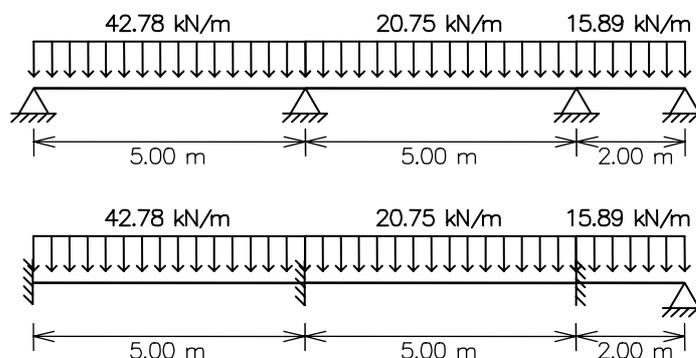


Figura 4.35 – Modelos para viga: apoiado e engastado (Exemplo 4).

Os diagramas de esforços solicitantes (obtidos pelo FTOOL) para as vigas apoiada e engastada, respectivamente, estão representados na Figura 4.36.

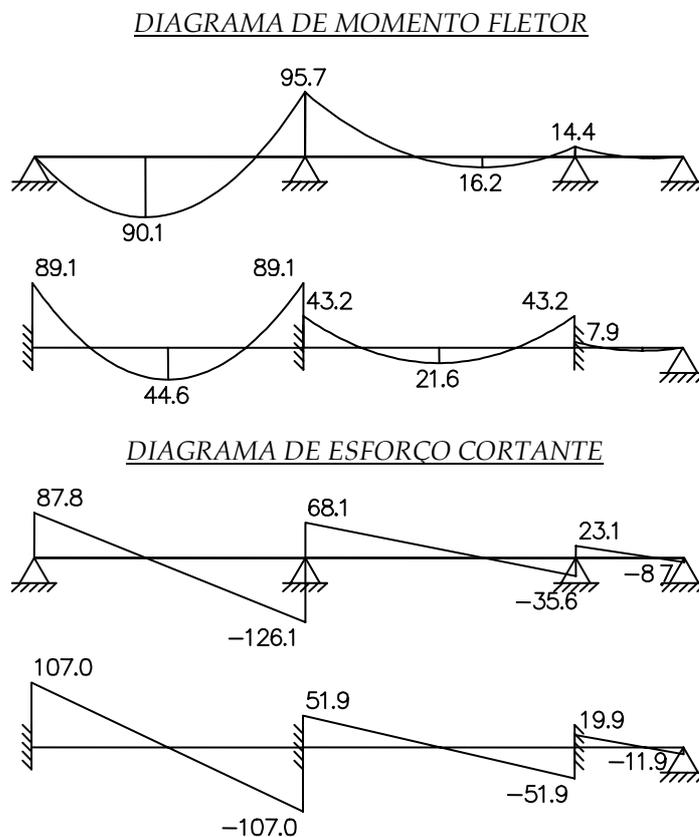


Figura 4.36 – Diagramas de esforços solicitantes para as vigas apoiada e engastada do Exemplo 4.

Os diagramas de armadura necessária longitudinal e transversal encontram-se na Figura 4.37.

DIAGRAMA DE ARMADURA LONGITUDINAL

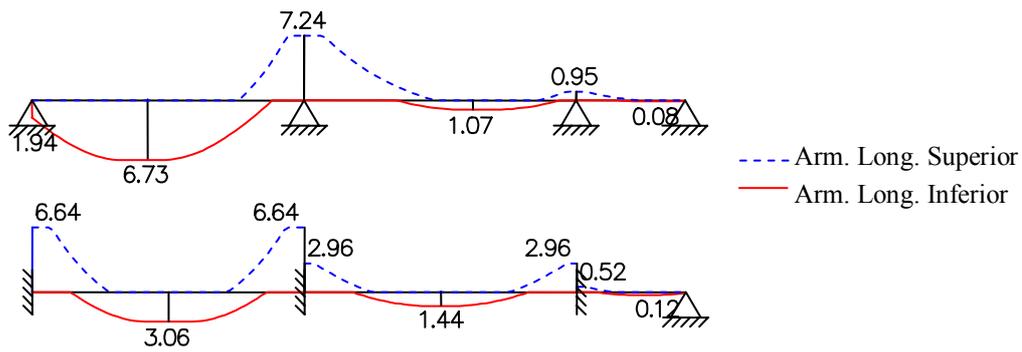


DIAGRAMA DE ARMADURA TRANSVERSAL

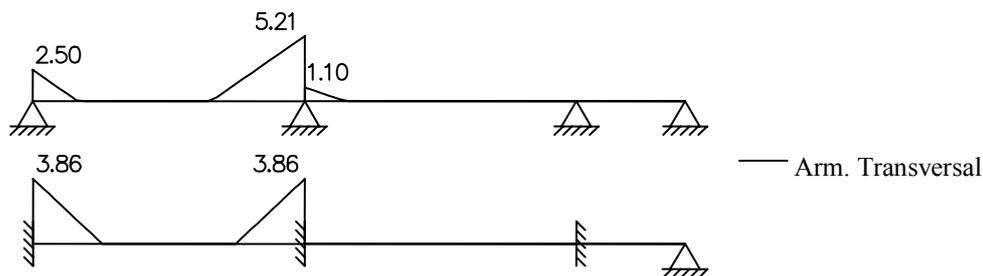


Figura 4.37 – Diagramas de armadura necessária do Exemplo 4.

Adotou-se para a armadura longitudinal barras com diâmetro de 12.5 mm para a viga apoiada e para a viga engastada 10 mm e 12.5 mm (Figura 4.38):

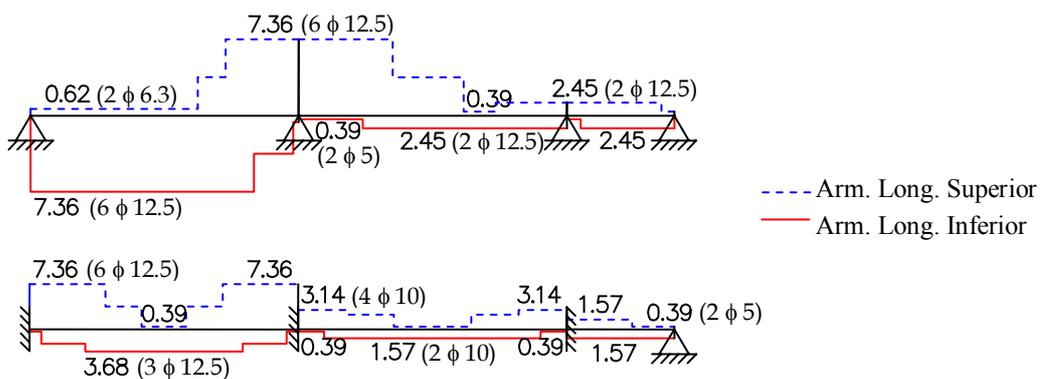


Figura 4.38 – Diagrama de armadura longitudinal adotada do Exemplo 4.

Já para a armadura transversal adotou-se barras com diâmetro de 6.3 mm e 5 mm para a viga apoiada e diâmetro de 5 mm para a viga engastada (Figura 4.39):

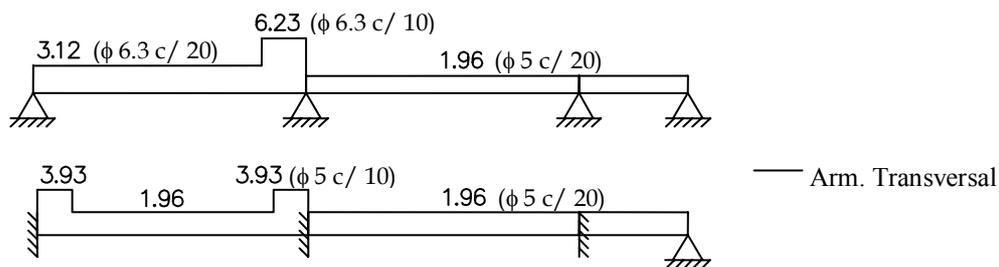


Figura 4.39 – Diagrama de armadura transversal adotada do Exemplo 4.

Da mesma forma que o exemplo anterior, este também tem o objetivo de comparar os resultados obtidos no dimensionamento de uma viga analisada como um pórtico ou isolada. Pode-se perceber que a viga apoiada foge muito da situação real aumentando consideravelmente o valor do momento fletor positivo. Já a viga engastada, ao contrário da apoiada, reduz o momento positivo e aumenta o negativo. Nesse caso, a visualização das duas possibilidades ajuda o usuário a escolher a situação mais ideal, ou seja, a que mais se aproxima do pórtico.

5

Conclusão

Os exemplos apresentados neste trabalho permitiram validar o programa desenvolvido. Demonstraram, ainda, que com as novas implementações o FTOOL ganhou recursos importantes, com grande utilidade para o ensino, pré-dimensionamento e verificação de vigas de edifícios de concreto armado.

Além da visualização, criação e manipulação do modelo, o aprendizado é facilitado na medida em que o usuário pode experimentar diversas alternativas de projeto de uma maneira simples e com resultados imediatos. O usuário tem a possibilidade de visualizar o comportamento mais real da viga (quando analisada como um pórtico) ou simplificado (quando analisada como um elemento isolado da estrutura substituindo os pilares por apoio simples, engaste ou engastes elásticos). Isto permite o melhor entendimento do comportamento das estruturas de concreto pois o usuário pode, por exemplo, verificar a influência dos diversos parâmetros relativos à seção geométrica e à resistência dos materiais utilizados no dimensionamento das vigas, além de escolher uma melhor opção de seção transversal para o modelo. O programa permite também uma visualização rápida da solução mais econômica e mais fácil de se executar.

O FTOOLRC não elimina a necessidade do aprendizado do cálculo sem o uso de recursos computacionais. Desta forma, o aluno adquire sensibilidade em relação ao comportamento estrutural. O uso sistemático de programas de grande porte para resolver estruturas, oferecendo resultados de forma extremamente automatizada, pode reduzir esta sensibilidade do aluno com relação ao comportamento das estruturas.

Além de ser usado para o ensino, o programa se mostra bastante eficiente na verificação e no pré-dimensionamento das vigas em um projeto estrutural, visando atender com segurança às exigências da arquitetura. Por exemplo, em determinado projeto, a arquitetura pode exigir uma altura para viga menor do que a usual. Através do FTOOLRC poderá ser feita uma verificação rápida da possibilidade de usar a altura solicitada, sem a necessidade de calcular todo o teto. Além disto, será verificado o consumo de aço e a disposição da armadura. Após estas verificações, será possível perceber se o projeto é viável.

O programa ainda pode ser utilizado para o dimensionamento, porém, com esse objetivo há programas mais completos.

A estrutura de dados do FTOOL se mostrou muito eficiente para a implementação do dimensionamento. O algoritmo de decalagem da armadura longitudinal, que foi uma importante contribuição deste trabalho, explora esta eficiência da estrutura de dados do programa.

5.1

Sugestões para Trabalhos Futuros

O programa FTOOL, por ser de fácil expansão, permite que novas ferramentas sejam implementadas a ele, assim como:

- um detalhamento mais completo das vigas de concreto armado incluindo: ancoragem nos apoios extremos, emendas, quantidade de armadura mínima a prolongar até os apoios, armadura de suspensão, etc;
- cálculo da flecha considerando a inércia da viga fissurada;
- dimensionamento de grelhas e pórticos espaciais (flexão oblíqua);
- torção;
- dimensionamento e detalhamento de pilares.

Na realidade este dimensionamento já está parcialmente implementado, uma vez que é possível dimensionar uma seção para flexão composta oblíqua. Seria necessário apenas considerar outros efeitos, como os de segunda ordem, de acordo com a ABNT NBR 61128, 2003 [3].

Referências Bibliográficas

- 1 KAEFER, L. F. **Desenvolvimento de uma ferramenta gráfica para análise de pórticos de concreto armado**. São Paulo, 2000. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 158p.
- 2 SILVA JR, J. F., 1971. **Dimensionamento de concreto armado**. Ed. Arquitetura e Engenharia.
- 3 ABNT NBR 6118 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, março 2003, 170p.
- 4 SANTOS, L. M. **Sub-rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado**. São Paulo. Ed. Thot, 1994.
- 5 SANTOS, L. M. **Cálculo de concreto armado – volume 1**. São Paulo. Ed. Edgard Blucher Ltda, 1977.
- 6 SANTOS, L. M.; NETO, F. M. **Cálculo de concreto armado – esforços resistentes do concreto – seção retangular cheia ou vazada e seção T**. Revista IBRACON. No 3, março 1992, 8p.
- 7 BARBOSA, P. **Dimensionamento avançado em concreto armado**. Universidade Federal Fluminense, (Notas de aula). Outubro 2000.
- 8 TORRICO, F. A.; BARBOSA, P. **Dimensionamento econômico com as propriedades mecânicas do concreto de alto desempenho, pelo Eurocode, CEB-FIP, CSA-CAN3, utilizando o Método de Silva Jr**. Engenharia Estudo e Pesquisa, V.3, No. 2, jul/dez 2000, 8p.
- 9 ABNT NBR 6118 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 1978, 180p.

- 10 ARAÚJO J. M. **Curso de concreto armado – volume 1**. Rio Grande. Ed. Dunas, 2003.
- 11 MARTHA, L.F. **FTOOL - Um programa gráfico-interativo para ensino de comportamento de estruturas**. Versão educacional 2.11, Rio de Janeiro, agosto de 2002, 33p.
- 12 FERRAZ, M. F. R., **Reconstituição de seções geológicas utilizando subdivisões planares, transformações geométricas e computação gráfica interativa**. Dissertação de mestrado – PUC-Rio, setembro de 1993.
- 13 COX, B. J.; 1986 **Object Oriented Programming, an Evolutionary Approach**. Addison-Wesley Publishing Company.
- 14 BORGES, R.; CLINIO, A.L., **Programação orientada a objetos com C++**. Apostila, Rio de Janeiro, 101p.
- 15 ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado – volume 2**. Rio Grande. Ed. Dunas, 2003.
- 16 EBOLI, C. R. **Concreto armado II – Vigas em concreto armado**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Apostila.
Disponível em: < <http://www.cve.dme.ee.ufrj.br/claudia> >
- 17 BASTOS, P. S. S. **Estruturas de concreto II – Vigas de edifícios**. Universidade Estadual Paulista. Apostila.
Disponível em: < <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/> >
- 18 BITTENCOURT, T. N. **PEF 2303 – Estruturas de concreto I**. Universidade de São Paulo.
Disponível em http://www.lem.ep.usp.br/pef2303/2004_1/PEF2303_T1_2004.pdf

Anexo A

A Figura A.1 mostra a planta de forma do pavimento tipo de um edifício de oito andares (BITTENCOURT [18]).

São conhecidos: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;

aço CA-50;

altura de piso a piso = 3 m;

sobrecarga em todas as lajes = 3 kN/m^2 ;

revestimentos = 1.5 kN/m^2 ;

espessura das alvenarias internas e externas = 0.2 m;

$\gamma_{av} = 13 \text{ kN/m}^3$;

$\gamma_{ench} = 15 \text{ kN/m}^3$;

altura de alvenaria na laje 6 = 1.2 m.

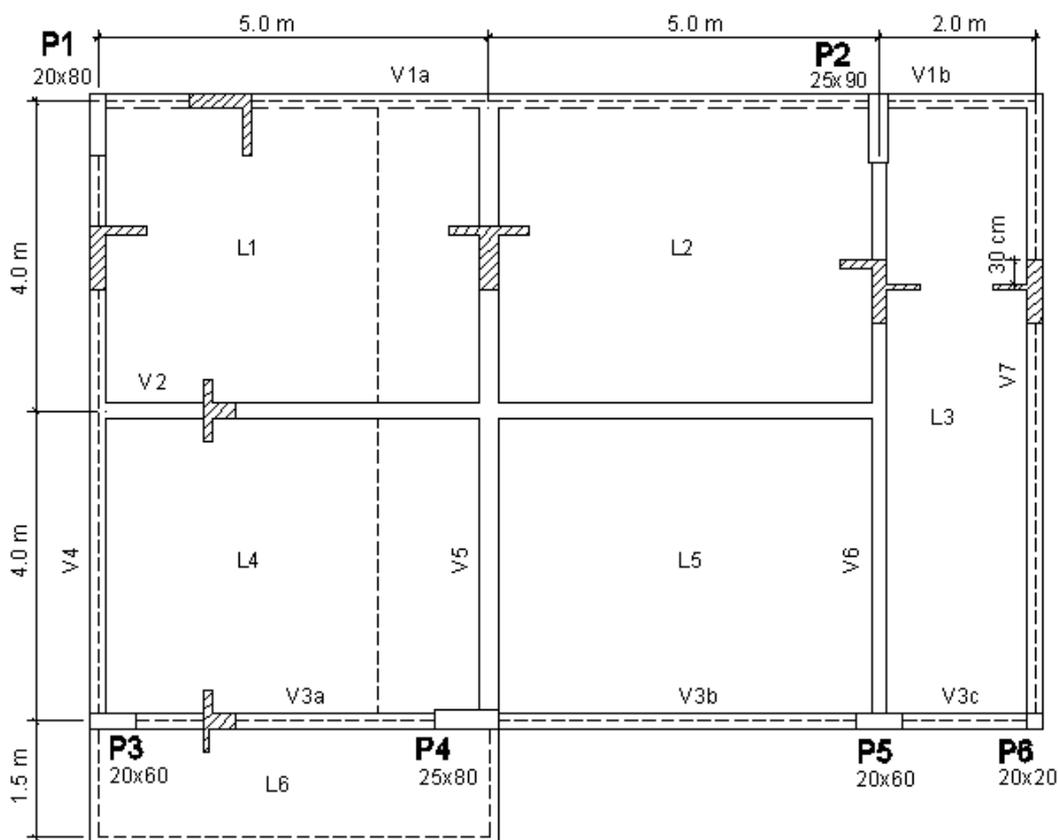


Figura A.1 – Planta de forma do teto do edifício.

- As lajes foram pré-dimensionadas e o valor da altura de cada uma encontra-se na Tabela A.1:

Tabela A.1 – Altura das lajes.

Laje	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆
h _{adotado} (m)	0.1	0.1	0.07	0.1	0.1	0.07

- Vigas:

Tabela A.2 – Dimensões das vigas.

Viga	Largura (cm)	Altura (cm)
V _{1a}	19	80
V _{1b}	19	50
V ₂	19	40
V _{3a} , V _{3b} , V _{3c}	19	40
V ₄	19	80
V ₅	25	80
V ₆	19	80
V ₇	19	80

- Pilares:

Tabela A.3 – Dimensões dos pilares.

Pilar	Base (cm)	Altura (cm)
P ₁	20	80
P ₂	25	90
P ₃	20	60
P ₄	25	80
P ₅	20	60
P ₆	20	20

- Cargas nas lajes:

Tabela A.4 – Cargas nas lajes (kN/m^2).

Lajes	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆
peso próprio	2.5	2.5	1.75	2.5	2.5	1.75
revestimento	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
enchimento	---	---	4.5	---	---	---
carga acidental	3	3	3	3	3	3
alvenaria	1.56	---	---	1.56	---	3.33
p _k	8.56	7	10.75	8.56	7	9.58

- Transmissão de cargas para as vigas:

Tabela A.5 – Cargas das lajes nas vigas.

Laje	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆
l _x (m)	5.0	5.0	2.0	5.0	5.0	5.0
l _y (m)	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	1.5
R _{x1}	7.53	6.16	2.69	13	10.64	14.37
R _{x2}	13	10.64	2.69	7.53	6.16	---
R _{y1}	6.2	8.93	10.75	6.2	8.93	---
R _{y2}	10.91	5.07	10.75	10.91	5.07	---

- Cargas nas vigas:

Tabela A.6 – Cargas na viga V₂ (kN / m).

Peso próprio	1.9	Peso próprio	1.9
Alvenaria	---	Alvenaria	---
Laje 1	13	Laje 2	10.64
Laje 4	13	Laje 5	10.64
Total	27.9	Total	23.18

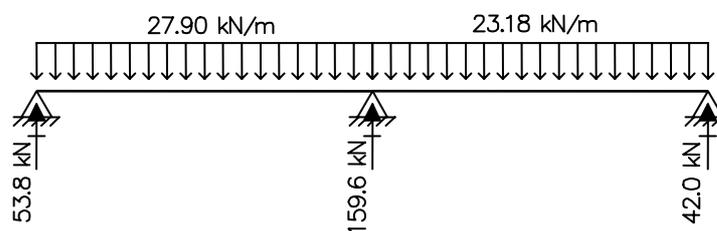


Figura A.2 – Carregamento da viga V₂.

Tabela A.7 – Cargas na viga V₆ (kN / m).

Peso próprio	3.8	Peso próprio	3.8
Alvenaria	---	Alvenaria	---
Laje 3	10.75	Laje 3	10.75
Laje 5	5.07	Laje 2	5.07
Total	19.62	Total	19.62

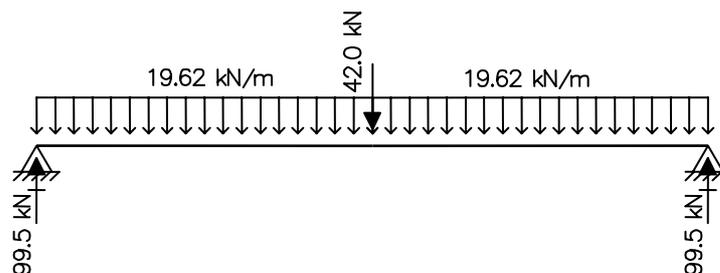


Figura A.3 – Carregamento da viga V_6 .

Tabela A.8 – Cargas na viga V_5 (kN/m).

Peso próprio	5.0	Peso próprio	5.0
Alvenaria	---	Alvenaria	---
Laje 4	10.91	Laje 1	10.91
Laje 5	8.93	Laje 2	8.93
Total	24.84	Total	24.84

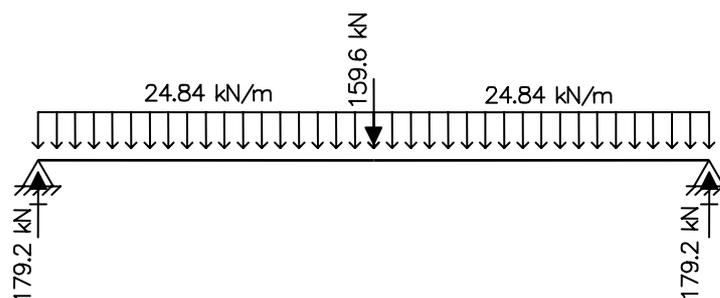


Figura A.4 – Carregamento da viga V_5 .

Tabela A.9 – Cargas na viga V_4 (kN/m).

Peso próprio	3.8	Peso próprio	3.8
Alvenaria	5.72	Alvenaria	5.72
Laje 4	6.2	Laje 1	6.2
Total	15.72	Total	15.72

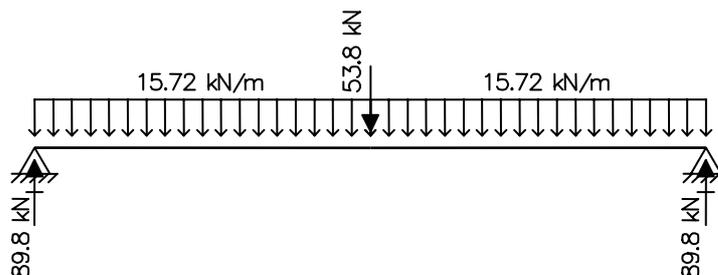


Figura A.5 – Carregamento da viga V₄.

Tabela A.10 – Cargas na viga V₃ (kN / m).

Peso próprio	1.9	Peso próprio	1.9	Peso próprio	1.9
Alvenaria	6.76	Alvenaria	6.76	Alvenaria	6.76
Laje 4	7.53	Laje 5	6.16	Laje 3	2.69
Laje 6	14.37	Total	14.82	Total	11.35
Total	30.56				

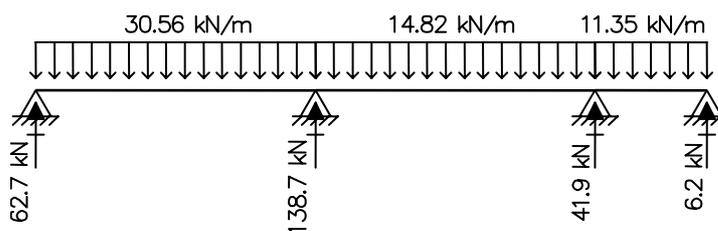


Figura A.6 – Carregamento da viga V₃.

Tabela A.11 – Cargas na viga V₇ (kN / m).

Peso próprio	3.8
Alvenaria	5.72
Laje 3	10.75
Total	20.27

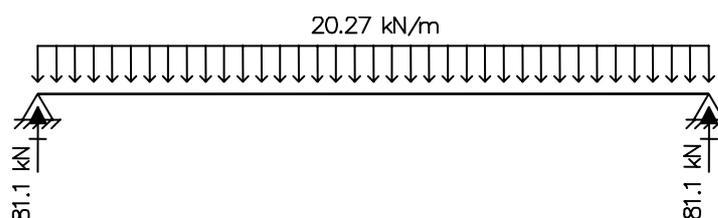
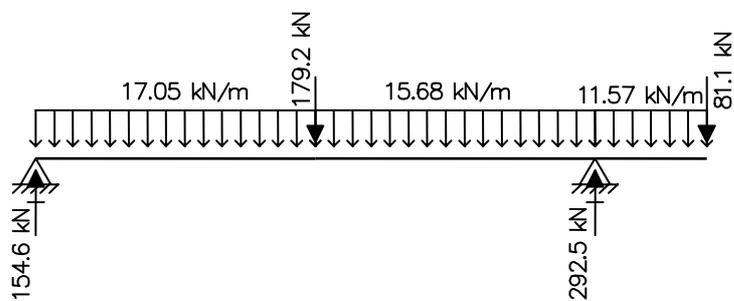


Figura A.7 – Carregamento da viga V₇.

Tabela A.12 – Cargas na viga V_1 (kN/m).

Peso próprio	3.8	Peso próprio	3.8	Peso próprio	2.38
Alvenaria	5.72	Alvenaria	5.72	Alvenaria	6.5
Laje 1	7.53	Laje 2	6.16	Laje 3	2.69
Total	17.05	Total	15.68	Total	11.57

Figura A.8 – Carregamento da viga V_1 .